1DE2116:A - Matematyka - Metody optymalizacji EP, Ćwiczenia, Programowanie liniowe

(ostatnia modyfikacja: 18 czerwca 2017)

Zadanie 1

Rozwiązać poniższe zadanie [1] w środowisku Matlab korzystając z funkcji `linprog` lub pakietu `CVX`.

Jak wymieszać pszenicę, soję i mączkę rybną aby uzyskać najtańszą mieszankę zapewniającą wystarczającą zawartość węglowodanów, białka i soli mineralnych dla kurcząt.

Tabela 1.

	węglo–wodany	białko	sole min.	cena [PLN/tona]
pszenica	0.8	0.01	0.15	300
soja	0.3	0.4	0.1	500
mączka	0.1	0.7	0.2	800
zapotrzebowanie	0.3	0.7	0.1	

Rozpoczynamy od zdefiniowania zmiennych. Niech x_i oznacza masę i-tego składnika w mieszance. Funkcją celu jest koszt mieszanki

$$f_0 = 300x_1 + 500x_2 + 800x_3$$

Ograniczenia są dwojakiego typu.

(a) Mieszanka musi zawierać wystarczającą ilość węglowodanów, białka, soli mineralnych, tzn.

$$0.8x_1 + 0.3x_2 + 0.1x_3 \geqslant 0.3$$
$$0.01x_1 + 0.4x_2 + 0.7x_3 \geqslant 0.7$$
$$0.15x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 \geqslant 0.1$$

(b) Masa używanych składników musi być nieujemna, tzn.

$$x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0, \quad x_3 \geqslant 0.$$

Zadanie 2

Rozwiązać poniższe zadanie ([2], Exercise 9.5) w środowisku Matlab korzystając z funkcji `linprog` lub pakietu `CVX`.

(An optimal breakfast) We are given a set of $n = 3$ types of food, each of which has the nutritional characteristics described in Table 9.4. Find the optimal composition (amount of servings per each food) of a breakfast having minimum cost, number of calories between 2000 and 2250, amount of vitamin between 5000 and 10000, and sugar level no larger than 1000, assuming that the maximum number of servings is 10.

Table 9.4

food	cost	vitamin	sugar	calories
corn	0.15	107	45	70
milk	0.25	500	40	121
bread	0.05	0	60	65

Zadanie 3

[3, 4] Przedsiębiorstwo produkuje dwa rodzaje leków, *Lek I* oraz *Lek II*, które zawierają czynnik aktywny A, który pozyskuje się z surowców dostępnych na rynku. Dostępne są dwa surowce, *Surowiec I* oraz *Surowiec II*, z których można pozyskiwać czynnik aktywny A.

Dane dotyczące produkcji, kosztów, zasobów produkcyjnych umieszczono w Tabelach 1–3. Należy wyznaczyć plan produkcji, który zmaksymalizuje zyski przedsiębiorstwa.

Tabela 1. Dane produkcyjne

parametr [na 1000 opakowań]	Lek I	Lek II
cena sprzdaży [USD]	6500	7100
zawartość czynnika aktywnego A [gram]	0.500	0.600
zasoby ludzkie [h]	90.0	100.0
zasoby sprzętowe [h]	40.0	50.0
koszty operacyjne [USD]	700	800

Tabela 2. Zawartość czynnika aktywnego A w surowcach

surowiec	cena zakupu [USD/kg]	zawartość czynnika aktywnego A [gram/kg]
Surowiec I	100.00	0.01
Surowiec II	199.90	0.02

Tabela 3. Zasoby

budżet [USD]	100000
zasoby ludzkie [h]	2000
zasoby sprzętowe [h]	800
zasoby magazynowe [kg]	1000

Przyjmijmy następujące oznaczenia. Niech x_{LekI} oznacza ilość *Leku I*, zaś x_{LekII} oznacza ilość *Leku II*, na każde 1000 wyprodukowanych opakowań. Niech x_{SurI} oznacza ilość (w [kg]) zakupionego *Surowca I*, zaś x_{SurII}, odpowiednio, *Surowca II*.

Funkcja celu, którą należy *zminimalizować* jest postaci

$$f_0(x) = f_{\text{costs}}(x) - f_{\text{income}}(x),$$

gdzie

$$x = \begin{bmatrix} x_{\text{LekI}} & x_{\text{LekII}} & x_{\text{SurI}} & x_{\text{SurII}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

jest wektorem zmniennych decyzyjnych (optymalizacyjnych),

$$f_{\text{costs}}(x) = 100.00x_{\text{SurI}} + 199.90x_{\text{SurII}} + \\ + 700.00x_{\text{LekI}} + 800.00x_{\text{LekII}}$$

reprezentuje koszty zakupów oraz produkcji, zaś

$$f_{\text{income}}(x) = 6500.00x_{\text{LekI}} + 7100.00x_{\text{LekII}}$$

przedstawia zysk ze sprzedaży leków. Ponadto, w rozpatrywanym zadaniu występują następujące ograniczenia.

1. Bilans czynnika aktywnego

$$0.01x_{\text{SurI}} + 0.02x_{\text{SurII}} - 0.50x_{\text{LekI}} - 0.60x_{\text{LekII}} \geqslant 0.$$

2. Ograniczenia zasobów magazynowych (magazynowanie zakupionych surowców)

$$x_{\text{SurI}} + x_{\text{SurII}} \leqslant 1000.$$

3. Ograniczenia zasobów ludzkich

$$90.00x_{\text{LekI}} + 100.00x_{\text{LekII}} \leqslant 2000.$$

4. Ograniczenia zasobów sprzętowych

$$40.00x_{\text{LekI}} + 50.00x_{\text{LekII}} \leqslant 800.$$

5. Ograniczenia budżetowe

$$100.00x_{\text{SurI}} + 199.90x_{\text{SurII}} + \\ + 700.00x_{\text{LekI}} + 800.00x_{\text{LekII}} \leqslant 100000.$$

6. Ograniczenia zakresu zmiennych

$$x_{\text{SurI}} \geqslant 0, \quad x_{\text{SurII}} \geqslant 0, \quad x_{\text{LekI}} \geqslant 0, \quad x_{\text{LekII}} \geqslant 0.$$

Zadanie należy rozwiązać w środowisku Matlab korzystając z funkcji `linprog` lub pakietu `CVX`.

Literatura

[1] Andrzej Strojnowski. *Optymalizacja I, skrypt do wykładu.* `http://www.mimuw.edu.pl/~stroa` [Online; accessed 04.03.2016], 2012.

[2] E.K.P. Chong and S.H. Zak. *An Introduction to Optimization.* Wiley, 2004.

[3] A. Ben-Tal and A. Nemirovski. *Lectures on Modern Convex Optimization.* SIAM, 2001.

[4] G.C. Calafiore and L. El Ghaoui. *Optimization Models.* Control systems and optimization series. Cambridge University Press, October 2014.