1. वास्तविक संख्याएँ

1. दो संख्याओं का गुणनफल = उनका म.स. × ल.स

2. $a \times b = HCF \times LCM$

3. भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

4. $a = bq + r$ जहाँ $q \neq 0$

- प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग $= n\left(\frac{n+1}{2}\right)$
- प्रथम n सम संख्याओं का योग $= n(n+1)$
- प्रथम n विषम संख्याओं का योग $= n^2$

युक्लिस विभाजन प्रमेयिका से

$a = bq + r$ जहां $0 \leq r < b$

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

2. बहुपद

1. रैखिक बहुपद का व्यापक रूप $= ax + b$ (घात = 1)
2. द्विघात बहुपद का व्यापक रूप $= ax^2 + bx + c$ (घात = 2)
3. त्रिघात बहुपद का व्यापक रूप $= ax^3 + bx^2 + cx + d$(घात = 3)
4. द्विघात बहुपद ज्ञात करने का सूत्र $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta$
5. त्रिघात बहुपद ज्ञात करने के सूत्र $= x^3 - (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\beta)x - \alpha\beta\gamma$
6. द्विघाती बहुपद का ग्राफ **परवलय (parabola)** होता है जो U आकार का होता है

- शून्यकों का योगफल $(\alpha+\beta) = \frac{-b}{a}$,
- शून्यकों का गुणनफल $(\alpha \cdot \beta) = \frac{c}{a}$,
- $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{-b}{c}$
- $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$,
- $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$,
- $\alpha.\beta \cdot \gamma = \frac{-d}{a}$

बहुपद का व्यापक रूप $= ax^2 + bx + c$

शून्यकों का योगफल $= \gamma + \beta = \frac{-b}{a}$

शून्यकों का गुणनफल $= \gamma\beta = \frac{c}{a}$

3. दो चर वाले रैखिक समीकरण समीकरण

1. दो चर वाले रैखिक समीकरण का व्यापक रूप

$a1x + b1y + c1 = 0$

$a2x + b2y + c2 = 0$

2. $\frac{a1}{a2} \neq \frac{b1}{b2}$ (संगत, केवल एक हल ,प्रतिच्छेदी ,अविरोधी)
3. $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} = \frac{c1}{c2}$ (संगत ,अपरिमित रूप से अनेक हल ,संपाती,आश्रित)
4. $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{c1}{c2}$ (असंगत ,कोई हल नहीं ,समांतर,विरोधी)

4. द्विघात समीकरण

1. द्विघात समीकरण का व्यापक रूप $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad (a \neq 0)$
2. विविक्तकर $(D) = b^2 - 4ac$
3. जब $D = 0$ हो तो मूल वास्तविक एवं समान होते हैं।
4. जब $D > 0$ मूल वास्तविक एवं असमान होते हैं
5. जब $D < 0$ मूल अवास्तविक होते हैं
6. मूल $(x) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4a}}{2a}$

- $\alpha = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,
- $\beta = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

द्विघात समीकरण :- $ax^2 + bx + c = 0$

विविक्तकर(विवेचक) $D = b^2 - 4ac$

द्विघाती सूत्र $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

जब $D = 0$ तब मूल वास्तविक और समान होंगे

जब $D > 0$ तब मूल वास्तविक और असमान होंगे

जब $D < 0$ तब मूल वास्तविक नहीं होंगे

5.समांतर श्रेणी

1. सर्वान्तर $(d) = a_2 - a_1$
2. $an = a + (n-1)d$
3. $Sn = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

जब अंतिम पद दिया रहे –

$Sn = \frac{n}{2}[a + a_n]$ (an = L)

4.अंतिम पद से n वाँ पद $= a - (n-1)d$ {जहाँ a अंतिम पद है}

N वां पद का सूत्र $a_n = a + (n-1)d$

N पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

6. त्रिभुज

1. **समरूप आकृतियाँ** - दो आकृति जिनके आकर समान होते हैं, समरूप कहलाते हैं।
2. **सर्वांगसम आकृतियाँ** - दो आकृति जिनके आकर एवं आमाप समान होते है, सर्वांगसम कहलाते हैं।
3. दो आकृति के समरूप होने के शर्त -
   i. आकार समान हो
   ii. संगत कों बराबर हो
4. दो समान कोणिक त्रिभुज समरूप होते हैं - यह कथन थेल्स ने दिया था।
5. समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्ग के योग के बराबर होता है। इसे पाईथागोरस प्रमेय कहते है।

भुजा के आधार पर त्रिभुज के प्रकार -

(i) समबाहु त्रिभुज - जिस त्रिभुज के तीनो भुजाएं आपस में बराबर हो, उसे समबाहु त्रिभुज कहते हैं। इसमें प्रत्येक कोण 60° का होता है।

(ii) समद्विबाहु त्रिभुज - जिस त्रिभुज के दो भुजा आपस में बराबर हो, उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।

(iii) विषमबाहु त्रिभुज - जिस त्रिभुज में कोई भी भुजा एक दुसरे से बराबर न हो, उसे विषमबाहु त्रिभुज कहते हैं।

कोण के आधार पर त्रिभुज के प्रकार :-

(i) न्यूनकोण त्रिभुज - जिस त्रिभुज का प्रत्येक कोण 90° से कम हो, उसे न्यूनकोण त्रिभुज कहते हैं।

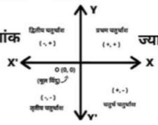
(ii) समकोण त्रिभुज - जिस त्रिभुज का एक कोण समकोण अर्थात 90° का हो, उसे समकोण त्रिभुज कहते हैं।

(iii) अधिकोण त्रिभुज - जिस त्रिभुज का एक कोण 90° से अधिक हो, उसे अधिकोण त्रिभुज कहते हैं।

1. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ भुजा ^{2}
2. समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{a}{4} \times \sqrt{4b^2 - a^2}$
3. विषमबाहू त्रिभुजका क्षेत्रफल = हिरोन का क्षेत्रफल $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-C)}$

7. निर्देशांक ज्यामिति

1. क्षैतिज रेखा को x -अक्ष एवं ऊर्ध्वाधर रेखा को y -अक्ष कहते हैं।



2. मूल बिंदु :- जिस बिंदु पर क्षैतिज $(x$ - अक्ष) एवं ऊर्ध्वाधर रेखा (y - अक्ष) प्रतिच्छेद करती है उस बिंदु को मूल बिंदु कहते है।
3. मूल बिंदु का निर्देशांक (0,0) होता है।
4. किसी बिंदु के निर्देशांक में दो मान (x, y) होते हैं|जिनमे पहले (x) को भुज या x -निर्देशांक एवं दुसरे (y) को कोटि या y-निर्देशांक कहते है
5. किसी बिंदु की y-अक्ष से दुरी उस बिंदु की भुज या x निर्देशांक कहलाती है |
6. किसी बिंदु की x -अक्ष से दुरी उस बिंदु की कोटि या y - निर्देशांक कहलाती है |
7. x -पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक $(x, 0)$ एवं y -अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक $(0, y)$ होता है
8. दूरी सूत्र $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
9. मूल बिंदु से किसी बिंदु की दुरी $= \sqrt{x^2 + y^2}$
10. मध्य बिंदु का निर्देशांक $(x, y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
11. विभाजन सूत्र $= \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}\right), \left(\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

दूरी सूत्र $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

मूल बिंदु $= \sqrt{x^2 + y^2}$

मध्य बिंदु $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

बिभाजन सूत्र $= \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =

$\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

केन्द्रक $= \frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

8. त्रिकोणमिति

Category - 1

पाइथागोरस प्रमेय - $h^2 = p^2 + b^2$

कर्ण ^{2} = लंब ^{2} + आधार ^{2}

$Sin\theta = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{p}{h}$ $\qquad$ $Cosec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} = \frac{h}{p}$

$Cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{b}{h}$ $\qquad$ $Sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{h}{b}$

$tan\theta = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{p}{b}$ $\qquad$ $Cot\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} = \frac{b}{p}$

Category - 2

$Sin\theta \times Cosec\theta = 1$, $\quad cos\theta \times sec\theta = 1$, $\quad tan\theta \times Cot\theta = 1$

$\sin\theta = \frac{1}{cosec\theta}$ $\qquad$ $cosec\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$Cos\theta = \frac{1}{sec\theta}$ $\qquad$ $\sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{cot\theta}$ $\qquad$ $\cot\theta = \frac{1}{tan\theta}$

$\tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$

$\cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

डिग्री चार्ट

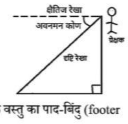
θ	0°	30°	45°	60°	90°
$Sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$Cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$Cot\theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
Sec θ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
Cosect	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

Category - 3

Type - 1
$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ $sin^2\theta = 1 - cos^2\theta$ $cos^2\theta = 1 - sin^2\theta$
Type - 2
$Sec^2\theta - tan^2\theta = 1$ $sec^2\theta = 1 + tan^2\theta$ $tan^2\theta = sec^2\theta - 1$
Type - 3
$cosec^2\theta - cot^2\theta = 1$ $cosec^2\theta = 1 + cot^2\theta$ $cot^2\theta = cosec^2\theta - 1$

9. त्रिकोणमिति

एक नजर मे -



- **दृष्टि रेखा (sight line)** - प्रेक्षक की आँख से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु के बिंदु को मिलाने वाली रेखा।
- **क्षैतिज रेखा (horizontal line)** - प्रेक्षक के पाद-बिंदु से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु के पाद-बिंदु को मिलाने वाली रेखा जबकि वस्तु का पाद-बिंदु (footer point) उसी तल पर हो जिस तल पर स्वयं प्रेक्षक खड़ा है।
- **उन्नयन कोण (elevation angle)** - दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण जबकि वह क्षैतिज स्तर से ऊपर हो।
- **अवनमन कोण (depression angle)** - दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण जबकि यह क्षैतिज स्तर से नीचे हो।
- **अवनमन कोण (depression angle) तथा उन्नयन कोण (elevation angle) बराबर होते है**

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

$cosec^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$cosec^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$cosec^2\theta - 1 = \cot^2\theta$

$\sin\theta \times cosec\,\theta = 1$

$\sin\theta = \frac{1}{cosec\,\theta}$

$cosec\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta \times \sec\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{sec\theta}$

$\sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$

$\tan\theta \times \cot\theta = 1$

$\tan\theta = \frac{1}{cot\theta}$

$\cot\theta = \frac{1}{tan\theta}$

$\tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$

$\cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}$

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\sec(90° - \theta) = cosec\,\theta$

$cosec(90° - \theta) = \sec\theta$

$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$

$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

10. वृत्त

- वृत पर अनेक स्पर्श रेखाएँ खिंची जा सकती है।
- वृत पर के किसी एक बिंदु से केवल एक ही स्पर्श रेखा खिंची जा सकती हैं
- वृत के किसी बाह्य बिंदु से वृत पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खिंची जा सकती हैं|
- वृत के किसी भीतरी बिंदु से कोई भी स्पर्श रेखा नहीं खिंची जा सकती हैं।
- वृत्त की स्पर्श रेखा वृत्त को एक बिंदु पर स्पर्श करती हैं।
- वृत्त के व्यास के दोनों सिरों पर खिचीं गई स्पर्श रेखा समान्तर होती हैं।
- वृत्त की जीवा वृत्त को किन्ही दो बिन्दुओं पर स्पर्श करती हैं।
- एक वृत्त की अनेक जीवाएं, अनेक त्रिज्याएँ एवं अनेक व्यास होते हैं।
- वृत्त की केंद्र से होकर जाने वाली जीवा, वृत्त का व्यास कहलाती हैं।
- वृत्त की सबसे बड़ी जीवा व्यास होती हैं।
- वृत्त को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा छेदक रेखा कहलाती हैं।
- स्पर्श रेखा वृत्त को जिस बिंदु पर स्पर्श करती हैं, उसे स्पर्श बिंदु कहते हैं।
- वृत्त के केंद्र पर बना कोण 306° एवं अर्धवृत्त के केंद्र पर बना कोण 90° का होता हैं।
- स्पर्श रेखा से खिंची गई वृत्त की त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लंब होती हैं।
- यदि दो वृत्त एक दुसरे को स्पर्श करते हो, तो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्याएं तीन होती हैं।
- यदि दो वृत्त एक दुसरे को प्रतिच्छेद करती है, तो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या दो होगी

11. वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

वृत का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

अर्धवृत का क्षेत्रफल $= \frac{\pi r^2}{2}$

चतुर्थांश का क्षेत्रफल $= \frac{1}{4}\pi r^2$

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360°}\pi r^2$

लघु वृतखंड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360°}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2 \sin\theta$

दीर्घ वृतखंड का क्षेत्रफल$= \frac{360°-\theta}{360°}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2 \sin\theta$

वृत का परिमाप $= 2\pi r$

अर्ध वृत का परिमा $= r(\pi + 2)$

चांप की लम्बाई $= \frac{\theta}{360°}2\pi r$

12. क्षेत्रफल एवं आयतन

घन का कुल पृष्ट क्षेत्रफल $= 6a^2$

घन का आयतन $= a^3$

घन का विकर्ण $= \sqrt{3}a$

बेलन का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

बेलन का वक्र पृष्ट क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

अर्धगोले का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

अर्धगोले का पूर्णपृष्ठ क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

अर्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

शंकु का पूर्णपृष्ठ क्षेत्रफल $= \pi r(l+r)$

शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल $= \pi rl$

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

(a) $L = \sqrt{r^2 + h^2}$

(b) $H = \sqrt{l^2 - r^2}$

(c) $R = \sqrt{l^2 - h^2}$

छिन्नक का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल =

$\pi l(r_1 + r_2) + \pi(r_1^2 + r_2^2)$

शंकु के छिन्नक का आयतन $= \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

शंकु के छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \pi l(r_1 + r_2)$ जहां $l = \sqrt{h^2 + (r_1 + r_2)^2}$

13. सांख्यिकी

माध्य $= \frac{\Sigma fi.xi}{\Sigma fi}$

माध्यक $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right)h$

बहुलक $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right)h$

बहुलक = 3माध्यक - 2माध्य

परिसर = उच्च मान — निम्न मान

वर्ग चिन्ह $= \frac{\text{निम्न सीमा + उच्च सीमा}}{2}$

14.प्रायिकता

प्रायिकता का सूत्र $= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$

$P(E) + P(E^-) = 1$

$P(E) = 1 - P(E^-)$

निश्चित घटना की प्रायिकता = 1

असंभव घटना की प्रायिकता = 0

प्रायिकता का अधिक मान = 1

प्रायिकता का न्यूनतम मान = 0

$P(E) = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$

$p(E) + p(E') = 1$