Chapter -1

वास्तविक संख्याएँ

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।
2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या 0 है।
3. प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।
4. प्रत्येक पूर्ण संख्या एक प्राकृत संख्या नहीं होती , क्योंकि 0 एक ऐसी पूर्ण संख्या है जो कि प्राकृत संख्या नहीं है।
5. 0 एकमात्र ऐसा पूर्णांक है जो न तो धनात्मक हैं न ही ऋणात्मक।
6. सबसे छोटा और सबसे बड़ा पूर्णांक ज्ञात नहीं किया जा सकता।
7. प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्णांक होती है।
8. प्रत्येक पूर्ण संख्या एक पूर्णांक होती है।
9. परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के संग्रह को वास्तविक संख्या कहते हैं।
10. वास्तविक संख्या या तो परिमेय या अपरिमेय संख्या हो सकती है।
11. सबसे छोटी अथवा सबसे बड़ी परिमेय संख्या ज्ञात नहीं की जा सकती।
12. 0 एक परिमेय संख्या है।
13. प्रत्येक प्राकृत संख्या, पूर्ण संख्या अथवा पूर्णांक को एक परिमेय संख्या के रूप में लिखा जा सकता है।
14. वे सभी दशमलव वाली संख्याएँ, जिनमें दशमलव के बाद निश्चित अंक हो या फिर किसी अंक या अंक समूह की पुनरावृति हो, परिमेय संख्या होंगी।
15. प्रत्येक परिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या है। **UNIQUE CLASSES MOR [MONU SIR]**
16. वर्गमूल के अंदर की सभी संख्याएँ, जो पूर्ण वर्ग के रूप में हों, परिमेय संख्या होंगी।
17. π एक अपरिमेय संख्या है।
18. दो परिमेय संख्याओं के बीच अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती हैं।
19. 0 एक सम संख्या है।
20. ऋणात्मक संख्याएँ (पूर्णांक) भी सम अथवा विषम हो सकती हैं।
21. 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है, साथ ही 2 ही केवल एक सम अभाज्य संख्या है।
22. 4 सबसे छोटी भाज्य संख्या है।
23. 1 न तो भाज्य संख्या है तथा न ही अभाज्य संख्या है।

24. वे संख्या युग्म जिनमें आपस में एक के अलावा कोई भी गुणनखंड उभयनिष्ट न हो अर्थात संख्याओं का म॰स॰ 1 हो, सह-अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे – (51,11), (3,7),(8,9)

25. दो लगातार संख्याओं का म॰स॰ 1 होता है।

26. दो लगातार सम संख्याओं का म॰स॰ 2 होता है।

27. यदि a और b अभाज्य संख्याएँ हैं, तो a और b का ल॰ स॰ ab है।

28. दो या दो से अधिक अभाज्य संख्याओं का म॰ स॰ 1 होता है।
या यदि a और b अभाज्य संख्याएँ हैं, तो a और b का म॰ स॰ 1 है।

29. किसी पूर्णांक m के लिए सम संख्या का रूप है – 2m

30. किसी पूर्णांक m के लिए विषम संख्या का रूप है – 2m+1

31. दो दी गयी संख्याओं का गुणनफल = उनके HCF तथा LCM का गुणनफल।
या किसी धनात्मक पूर्णांक a तथा b के लिए (a, b) का म॰स॰ $\times$ (a, b) का ल॰ स॰ = a $\times$ b

32. यूक्लिड का विभाजन प्रमेयिका : $a = bq \times r, 0 \leq r < b$
यहाँ हम a को भाज्य, b को भाजक, q को भागफल तथा r को शेषफल कहते हैं।
अत: भाज्य = (भाजक $\times$ भागफल) + शेषफल UNIQUE CLASSES MOR [MONU SIR]

33. यूक्लिड का विभाजन एल्गोरिथ्म दो धनात्मक पूर्णांकों का म॰ स॰ (HCF) परिकलित करने की एक तकनीक है।

34. शब्द "एल्गोरिथ्म" 9वीं शताब्दी के एक फारसी गणितज्ञ अल-ख्वारिजमी के नाम से लिया गया है।

35. शब्द 'एलजबरा' (Algebra) भी इन्हीं की लिखित पुस्तक 'हिसाब अल-ज़बर या अल मुक़ाबला' से लिया गया है।

36. Carl Friedrich Gauss को प्राय: 'गणितज्ञों का राजकुमार' कहा जाता है।

37. एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योग या अंतर एक अपरिमेय संख्या होती है।

38. एक शून्येतर परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का गुणनफल या भागफल एक अपरिमेय संख्या होती है।

39. मान लीजिए $x = \frac{p}{q}$ जहाँ p और q सह-अभाज्य हैं, एक परिमेय संख्या ऐसी है कि q, $2^n 5^m$ के रूप का है, जहाँ n और m ऋणेतर पूर्णांक हैं। तब x का दशमलव प्रसार सांत होता है। UNIQUE CLASSES MOR [MONU SIR]

40. मान लीजिए $x = \frac{p}{q}$ जहाँ p और q अभाज्य हैं, एक परिमेय संख्या ऐसी है कि q का अभाज्य गुणनखंड $2^n 5^m$ के रूप का नहीं है, जहाँ n और m ऋणेतर पूर्णांक हैं। तब x का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होता है।

41. धनात्मक वास्तविक संख्याओं a और b के संबंध में निम्नलिखित सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं:

i. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

ii. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

iii. $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$

iv. $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$

v. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a-b$

42. मान लीजिए $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है और p और q परिमेय संख्याएँ हैं। तब

i. $a^p a^q = a^{p+q}$

ii. $(a^p)^q = a^{pq}$

iii. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

iv. $a^p b^p = (ab)^p$

Chapter 2

बहुपद

1. किसी बहुपद की घात पूर्ण संख्या होती है।
2. घात एक वाला बहुपद रैखिक बहुपद कहलाता है।
3. रैखिक बहुपद का आलेख एक सरल रेखा होता है।
4. रैखिक बहुपद का व्यापक रूप - $ax+b$
5. रैखिक बहुपद के शून्यक की संख्या 1 होती है।
6. घात 2 वाला बहुपद द्विघात बहुपद कहलाता है।
7. द्विघात बहुपद का आलेख परवलय होता है।
8. द्विघात बहुपद का सबसे व्यापक रूप - $ax^2+bx+c, a \neq 0$
9. द्विघात बहुपद के शून्यांकों की संख्या 2 होती है।
10. घात 3 वाला बहुपद त्रिघात बहुपद कहलाती है।
11. त्रिघात बहुपद का सबसे व्यापक रूप ax^3+bx^2+cx+d
12. अचर बहुपद का घात शून्य होता है।
13. शून्य बहुपद का घात परिभाषित नहीं है।
14. बहुपदों में विभाजन एल्गोरिथ्म - $p(x) = g(x)q(x) + r(x)$
15. यदि $p(x) = ax^2+bx+c, a \neq 0$ के शून्यक α तथा β हों →
    - $(\alpha+\beta) = -\frac{b}{a}$
    - $(\alpha\beta) = \frac{c}{a}$
    - $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = -\frac{b}{c}$
    - $\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$
    - $(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta$

- $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

16. यदि α, β, γ त्रिघती बहुपद $ax^3 + bx^2 + cx + d$ के शून्यक हैं, तो

- $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$
- $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
- $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

17. यदि किसी द्विघात बहुपद के शून्यक α तथा β हों तो यह बहुपद है,

$$p(x) = \{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}$$

18. यदि किसी त्रिघात बहुपद के शून्यक α , β, γ हों तो यह बहुपद है,

$$p(x) = x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma$$

Chapter 3

दो चरों में रैखिक समीकरण युग्म

- एक ही दो चरों वाले रैखिक समीकरण दो चरों वाले समीकरणों का एक युग्म बनाते है। (या समान)
- समीकरण के दोनों पक्षों में समान संख्या जोड़ी या घटाई जा सकती है।
- समीकरण के दोनों पक्षों में समान शून्येतर संख्या से गुणा या भाग दिया जाता है।
- दो चरों वाले रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चरों वाले प्रत्येक रैखिक समीकरण का आलेख एक सरल रेखा होता है।
- $x = 0$, y-अक्ष का समीकरण है और $y = 0$, x-अक्ष का समीकरण है।
- $x = a$ का आलेख y-अक्ष के समांतर एक सरल रेखा होता है।
- $y = a$ का आलेख x-अक्ष के समांतर एक सरल रेखा होता है।
- दो चरों वाले रैखिक समीकरण के आलेख पर स्थित प्रत्येक बिन्दु रैखिक समीकरण का एक हल होता है। साथ ही, रैखिक समीकरण का प्रत्येक हल रैखिक समीकरण के आलेख पर स्थित एक बिंदु होता है।
- $Y = kx$ के रूप की समीकरण का आलेख एक रेखा होती है जो सदैव मूलबिंदु से होकर जाती है।
- दो चरों x और y में रैखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप – UNIQUE CLASSES MOR [MONU SIR]
- $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
- $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

  जहाँ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ सभी वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $a_1 \neq 0$, $b_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$, $b_2 \neq 0$ है।

- यदि रैखिक समीकरणों का युग्म संगत होता है तो इसका या अद्वितीय हल हो या अपरिमित रूप से अनेक (या अविरोधी) ल हों।ह

  अपरिमित रूप से अनेक हलों की स्थिति में, रैखिक समीकरणों का यह युग्म आश्रित कहलाता है। इस प्रकार, इस स्थिति में,रैखिक समीकरणों का युग्म आश्रित और संगत होता है।
- रैखिक समीकरण का युग्म असंगत होता है (या विरोधी), यदि उसका कोई हल नहीं हो।
- मान लीजिए कि $a_1x + b_1\gamma + c_1 = 0$ और $\mathrm{a}_2\mathrm{x} + \mathrm{b}_2\mathrm{y} + \mathrm{c}_2 = 0$ दो चरों वाली में रैखिक समीकरणों का एक युग्म है।

  1. यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ है, तो
     i. रैखिक समीकरणों का युग्म संगत होता है;
     ii. युग्म का आलेख एक अद्वितीय बिन्दु पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखाओं का एक युग्म होता है तथा यही प्रतिच्छेद बिन्दु समीकरणों के युग्म का हल प्रदान करता है।
  2. यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ है, तो
     i. रैखिक समीकरणों का युग्म असंगत होता है (या विरोधी);
     ii. यहाँ आलेख समांतर रेखाओं का एक युग्म होगा और इसलिए समीकरणों के इस युग्म का कोई हल नहीं होगा।
  3. यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ है, तो
     i. रैखिक समीकरणों का युग्म आश्रित और संगत होता है;
     ii. यहाँ आलेख संपाती रेखाओं का एक युग्म होगा। इन रेखाओं पर स्थित प्रत्येक बिन्दु एक हल होगा। इसलिए, समीकरणों के इस युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।

Chapter 4

द्विघात समीकरण

1. द्विघात समीकरण: चर x में एक द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप की होती है, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $a \neq 0$ है।
2. द्विघात समीकरण के मूल: एक वास्तविक संख्या α द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का एक मूल कहलाती है, यदि $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$ हो।
3. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल वही होते हैं, जो द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक होते हैं।

4. द्विघात सूत्र : यदि $b^2 - 4ac \geq 0$ हो, तो द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के वास्तविक मूल $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ प्राप्त होते हैं।
5. व्यंजक $b^2 - 4ac$ द्विघात समीकरण का विविक्तकर कहलाता है।
6. एक द्विघात समीकरण के मूलों का अस्तित्व: एक द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के
   - दो भिन्न वास्तविक मूल होते हैं, यदि $b^2 - 4ac > 0$ है।
   - दो बराबर वास्तविक मूल होते हैं, यदि $b^2 - 4ac = 0$ है।
   - कोई वास्तविक मूल नहीं होते हैं, यदि $b^2 - 4ac < 0$ है।

Chapter 5

समांतर श्रेढ़ी

1. एक समांतर श्रेढ़ी (AP) संख्याओं की एक ऐसी सूची होती है जिसमें प्रत्येक पद अपने से पिछले पद में (प्रथम पद a को छोड़ कर) एक निश्चित संख्या d को जोड़ कर प्राप्त होता है। यह निश्चित संख्या d इस AP का सार्व अंतर कहलाती है। यह सार्व अंतर धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है।
2. एक AP का व्यापक रूप a, a+d, a+2d, a+3d,... है।
3. किसी AP का nवाँ पद (या व्यापक पद) $a_n = a + (n-1)d$ होता है, जहाँ a प्रथम पद और d सार्व अंतर है।
4. a_n को A०P० का व्यापक पद भी कहते हैं। यदि किसी A०P० में m पद हैं, तो a_m इसके अंतिम पद को निरूपित करता है, जिसे कभी-कभी l द्वारा भी व्यक्त किया जाता है।
5. किसी AP के प्रथम n पदों का योग S_n निम्नलिखित से प्राप्त होता है:
$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$
यदि n पदों वाली AP का अंतिम पद l है, तो इसके सभी पदों का योग निम्नलिखित से भी प्राप्त किया जा सकता है:
$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$
6. प्रथम n धन पूर्णांकों का योग सूत्र
$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ से प्राप्त किया जाता है।
7. यदि a,b,c, A०P० में हैं तब $b = \frac{a+c}{2}$ और b, a, तथा c का समांतर माध्य कहलाता है।

Chapter 6

त्रिभुज

1. दिये हुए दो भिन्न बिन्दुओं से होकर एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है।
2. एक रेखा का वह भाग जिसके दो अंत बिन्दु हों एक रेखाखण्ड कहलाता है।
3. रेखा का वह भाग जिसका एक अंत बिन्दु हो एक किरण कहलाता है।
4. यदि तीन या तीन से अधिक बिंदु एक ही रेखा पर स्थित हों, तो वे संरेख बिंदु कहलाती , अन्यथा वे असंरेख बिंदु कहलाते हैं।
5. जब दो किरणें एक ही अंत बिंदु से प्रारम्भ होती हैं, तो एक कोण बनता है।
6. कोण को बनाने वाली दोनों किरणें कोण की भुजाएँ कहलाती हैं।
7. वह उभयनिष्ठ अंत बिंदु कोण का शीर्ष कहलाता है।
8. एक न्यून कोण का माप $0°$ और $90°$ के बीच होता है, जबकि एक समकोण का माप ठीक $90°$ होता है।
9. $90°$ से अधिक परंतु $180°$ से कम माप वाला कोण अधिक कोण कहलाता है।
10. ऋजु कोण $180°$ के बराबर होता है।
11. वह कोण जो $180°$ से अधिक, परंतु $360°$ से कम माप का होता है एक प्रतिवर्ती कोण कहलाता है।
12. यदि दो कोणों का योग एक समकोण के बराबर हो, तो ऐसे कोण पूरक कोण कहलाते हैं।
13. वो दो कोण, जिनका योग $180°$ हो, संपूरक कोण कहलाते हैं।
14. वह रेखा जो दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है एक तिर्यक रेखा कहलाती है ।
15. यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।
16. यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर है, तो दोनों रेखाएँ परस्पर समांतर होती हैं।
17. यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो एकांतर अंत: कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।
18. यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि एकांतर अंत: कोणों का एक युग्म बराबर है, तो दोनों रेखाओं परस्पर समांतर होती हैं।
19. यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।
20. यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोणों का एक युग्म संपूरक है, तो दोनों रेखाओं परस्पर समांतर होती हैं।
21. वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर हों, परस्पर समांतर होती हैं।
22. किसी त्रिभुज के कोणों का योग $180°$ होता है।
23. यदि एक त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाए, तो इस प्रकार बना बाहिष्कोण दोनों अंत: अभिमुख (विपरीत) कोणों के योग के बराबर होता है।
24. एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ, तीन कोण और तीन शीर्ष होते हैं।

25. दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार हो और एक ही माप हो।

26. समान त्रिज्याओं वाले दो वृत सर्वांगसम होते हैं।

27. समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।

28. एक त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ बराबर हों समद्विबाहु त्रिभुज कहलाता है।

29. सर्वांगसम त्रिभुजों में संगत भाग बराबर होते हैं और 'सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भागों के लिए' हम संक्षेप में CPCT लिखते हैं।

30. त्रिभुज की सर्वांगसमता के लिए कसौटियाँ – SAS, ASA, AAS, RHS, SSS

31. त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

32. त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

33. किसी समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° का होता है।

34. किसी त्रिभुज में, दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

35. सभी वृत समरूप होते हैं।

36. सभी वर्ग समरूप होते हैं।

37. सभी समबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं।

38. सभी सर्वांगसम आकृतियाँ समरूप होती हैं, परंतु सभी समरूप आकृतियों होना का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

39. भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं, यदि 1) उनके सभी संगत कोण बराबर हों तथा 2) उनकी सभी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में हों।

40. यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हों, तो वो समानकोणिक त्रिभुज कहलाते हैं।

41. दो समानकोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात सदैव समान रहता है।

42. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

43. यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।

44. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।

45. यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लंब के दोनों ओर बने त्रिभुज सम्पूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं।

46. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

47. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

48. किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिन्दुओं को मिलने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है और उसका आधा होता है।

49. किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य-बिन्दु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

50. एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं।

51. त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके आधार और संगत शीर्षलंब के गुणनफल का आधा होता है।

52. त्रिभुज की माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।

Chapter 7

निर्देशांक ज्यामिती

1. फ्रांसीसी गणितज्ञ रेने दकार्ते ने 1637 ई॰ में एक तल के एक बिंदु की स्थिति का निर्धारित करने हेतु कार्तीय पद्धति की खोज की।
2. गणित की वह शाखा जिसमें ज्यामितीय समस्याओं को निर्देशांक अथवा कार्तीय पद्धति का प्रयोग पर बीजगणित द्वारा हल किया जाता है, निर्देशांक ज्यामिती है।
3. एक तल की एक बिंदु की स्थिति का निर्धारण हम दो परस्पर लंबवत रेखाओं के संदर्भ में करते हैं, जिन्हें हम निर्देशांक अक्ष कहते हैं।
4.

चतुर्थांश	चतुर्थांश के चिन्ह
I.	$(+, +)$
II.	$(-, +)$
III.	$(-, -)$
IV.	$(+, -)$

5. माना एक तल में P एक बिंदु है तथा बिंदु P के निर्देशांक (a,b) हैं। a को बिंदु P का X-निर्देशांक अथवा भुज कहते हैं। b को बिंदु P का y-निर्देशांक अथवा कोटि कहते हैं।
6. कार्तीय तल में किसी बिन्दु की स्थिति निर्धारण करने वाली क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं के नाम क्रमश: x-अक्ष तथा y-अक्ष हैं।
7. इन दोनों रेखाओं से बने तल के प्रत्येक भाग को चतुर्थांश या पाद कहते हैं।
8. जहाँ ये दो रेखाएँ प्रतिच्छेदित होती हैं उस बिंदु को मूलबिंदु कहलाता हैं।
9. मूलबिंदु के निर्देशांक = (0,0)
10. x-अक्ष के निर्देशांक = (x,0)
11. y-अक्ष के निरेशंक = (0,y)
12. y-अक्ष से किसी बिंदु कि दूरी को उसका x-निर्देशांक या भुज कहा जाता है। साथ ही, x-अक्ष से बिंदु की दूरी को y-निर्देशांक या कोटि कहा जाता है।
13. दूरी सूत्र : दो बिन्दुओं $P(x_1, y_1)$ और $Q(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ होती है ।
14. किसी बिन्दु $P(x, y)$की मूलबिंदु से दूरी $\sqrt{x^2 + y^2}$ होती है।

15. विभाजन सूत्र: उस बिन्दु P के निर्देशांक, जो बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को आंतरिक रूप से $m: n$ के अनुपात में विभाजित करता है, $\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$ होते है।

16. बिन्दुओं $P(x_1, y_1)$ और $Q(x_2, y_2)$ को मिलने वाले रेखाखण्ड के मध्य-बिन्दु के निर्देशांक $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}$ होते हैं।

17. शीर्षों $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$ होता है, जिसका शून्येतर मान होता है, जब तक कि A,B और C संरेख न हों। यह मान सदैव धनात्मक ही लिया जाता है।

18. शीर्षों $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ वाले त्रिभुज का केंद्रक : $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

19. यदि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 मात्रक हो, तो उसके शीर्ष संरेखी होंगे।

UNIQUE CLASSES MOR [MONU SIR]

Chapter 8

त्रिकोणमिति

1. $sin\theta = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}}$
2. $cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$
3. $tan\theta = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}}$
4. $\text{cosec}\theta = \frac{1}{sin\theta}$
5. $\sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$
6. $cot\theta = \frac{1}{tan\theta}$
7. $tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$
8. $cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}$

Trigonometric Identities (त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ)

i. $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

ii. $sec^2\theta = 1 + tan^2\theta$

iii. $cosec^2\theta = 1 + cot^2\theta$

पूरक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

1. $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$
2. $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$
3. $\tan(90° - \theta) = \cot\theta$
4. $cosec\,(90° - \theta) = \sec\theta$
5. $\sec(90° - \theta) = cosec\,(\theta)$
6. $\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

Trigonometric Ratios of Some Standard Angles

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	परिभाषित नहीं
cot	परिभाषित नहीं	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	परिभाषित नहीं
cosec	परिभाषित नहीं	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

UNIQUE CLASSES MOR [MONU SIR]

Chapter 9

त्रिकोणमिती के कुछ अनुप्रयोग

1. किसी प्रेक्षक की आँख से उस वस्तु के बिन्दु तक की रेखा जिसे प्रेक्षक देखता है 'दृष्टि रेखा' कहलाती है।
2. देखी गई वस्तु का उन्नयन कोण दृष्टि-रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता है जबकि यह क्षैतिज स्तर से ऊपर होता है अर्थात वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर ऊपर उठाना होता है।
3. देखी गई वस्तु का अवनमन कोण दृष्टि-रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता है जबकि क्षैतिज रेखा क्षैतिज स्तर से नीचे होती है अर्थात वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को झुकाना पड़ता है।

Chapter 10

वृत

1. यदि एक वृत पर दो बिन्दु P और Q लें, तो रेखाखण्ड PQ वृत की एक जीवा कहलाता है।
2. उस जीवा को जो वृत के केंद्र से होकर जाती है, वृत का व्यास कहते हैं।
3. व्यास वृत की सबसे लंबी जीवा होती है तथा सभी व्यासों की लंबाई समान होती है जो त्रिज्या की दो गुनी होती है।
4. किसी वृत की स्पर्श रेखा वह रेखा है जो वृत को केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है।
5. वृत के एक बिन्दु पर एक और केवल एक स्पर्श रेखा होती है।
6. एक वृत की अपरिमित रूप से अनेक स्पर्श रेखाएँ हो सकरी हैं।
7. वृत को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं।
8. एक वृत की दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।
9. वृत तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ट बिन्दु को स्पर्श बिंदु कहते हैं।
10. स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से होकर खींची गई त्रिज्या पर लंब होती है।
11. किसी बाहरी बिन्दु से वृत पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
12. किसी बाहरी बिन्दु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।
13. चतुर्भुज के कोणों का योग $360°$ होता है।
14. किसी समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।
15. एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख भुजाएँ बराबर होती है।
16. एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख कोण बराबर होती है।
17. समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
18. एक चतुर्भुज चक्रीय कहलाता है, यदि इसके चारों शीर्ष एक ही वृत पर स्थित होते हैं।
19. चक्रीय चतर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग $180°$ होता है।
20. हीरोन के सूत्र : त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ जहाँ a, b और c त्रिभुज की भुजाएँ हैं तथा s = त्रिभुज का अर्धपरिमाप $= \frac{a+b+c}{2}$

Chapter 12

वृतों से संबंधित क्षेत्रफल

1. एक महान भारतीय गणितज्ञ आर्यभट (476-550 ई०पू०) ने π के एक सन्निकट मान दिया।
2. दो बिन्दुओं के बीच के वृत के भाग को एक चाप कहते हैं।
3. सम्पूर्ण वृत की लंबाई को उसकी परिधि कहते हैं।
4. जीवा तथा प्रत्येक चाप के मध्य क्षेत्र को वृतखंड कहते हैं।
5. दो प्रकार के वृतखंड होते हैं – दीर्घ वृतखंड तथा लघु वृतखंड
6. केंद्र को एक चाप के सिरों से मिलाने वाली त्रिज्याओं एवं चाप के बीच के क्षेत्र को त्रिज्यखंड कहते हैं।
7. दो प्रकार के त्रिज्यखंड होते हैं – लघु त्रिज्यखंड तथा दीर्घ त्रिज्यखंड
8. वृत की बराबर जीवाएँ केंद्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।
9. एक वृत के केंद्र से जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लंब होती है।
10. एक वृतखंड में बने कोण बराबर होते हैं।
11. अर्धवृत का कोण समकोण होता है।
12. त्रिज्या r वाले वृत की परिधि = $2\pi r$
13. त्रिज्या r वाले वृत का क्षेत्रफल = πr^2
14. त्रिज्या r वाले वृत के एक त्रिज्यखंड, जिसका कोण अंशों में θ है, के संगत चाप की लंबाई $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ होती है।
15. त्रिज्या r वाले वृत के एक त्रिज्यखंड, जिसका कोण अंशों में θ है, का क्षेत्रफल $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ होता है।
16. एक वृतखंड का क्षेत्रफल = संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल – संगत त्रिभुज का क्षेत्रफल

Chapter 13

1. घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$
2. घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
3. बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$
4. बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$
5. शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl
6. शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(l + r)$
7. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

8. अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

9. अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

10. घनाभ का आयतन $= l \times b \times h$

11. घन का आयतन $= a^3$

12. बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

13. शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

14. गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

15. अर्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

16. शंकु के छिन्नक का आयतन $= \frac{1}{3}\pi h({r_1}^2 + {r_2}^2 + r_1 r_2)$

17. शंकु के छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi(r_1 + r_2)l$, where $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

18. शंकु के छिन्नक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi l\ (r_1 + r_2) + \pi {r_1}^2 + \pi {r_2}^2$, where $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

19. गोलाकार खोल का आयतन $= \frac{4}{3}\pi({r_1}^3 - {r_2}^3)$, जहाँ r_1 और r_2 क्रमश: बाहरी और आंतरिक त्रिज्याएँ हैं।

Chapter 14

1. एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किए गए तथ्यों या अंकों को, जो संख्यात्मक या अन्य रूप में हो सकते हैं, आंकड़ें (data) कहा जाता है।
2. अर्थपूर्ण सूचनाएँ उपलब्ध करने से संबन्धित अध्ययन गणित की एक शाखा में किया जाता है जिसे सांख्यिकी कहा जाता है।
3. आंकड़ों के अधिकतम और न्यूनतम मानों के अंतर को आंकड़ों का परिसर कहा जाता है।
4. वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य निम्नलिखित प्रकार ज्ञात किया जा सकता है:

   i. प्रत्यक्ष विधि : $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

   ii. कल्पित माध्य विधि : $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

   iii. पग-विचलन विधि : $\bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

   - पग-विचलन विधि तभी सुविधाजनक होगी, जबकि सभी d_i में कोई सार्व गुणनखंड है।
   - तीनों विधियों से प्राप्त माध्य एक ही है।

- कल्पित माध्य विधि और पग-विचलन विधि प्रत्यक्ष विधि के ही सरलतम रूप हैं।

5. वर्गीकृत आँकड़ों का बहुलक निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है:

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

6. वर्गीकृत आँकड़ों का बहुलक निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है:

$$\text{माध्यक} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

7. इन तीनों केंद्रीय प्रवृति के मापकों में एक आनुभाविक संबंध है, जो निम्नलिखित है: **3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य**

8. वर्ग चिन्ह = $\dfrac{\text{उपरि वर्ग सीमा + निचली वर्ग सीमा}}{2}$

9. संचयी बारंबारता बंटनों को आलेखीय रूप से संचयी बारंबारता वक्रों 'से कम प्रकार के' या 'से अधिक प्रकार के' तोरण द्वारा निरूपण किया जाता है।

10. संचयी बारंबारता वक्र को तोरण कहते है।

Chapter 15

1. घटना E की सैद्धांतिक (या परंपरागत) प्रायिकता P(E) को निम्नलिखित रूप में परिभाषित किया जाता है:

$$P(E) = \frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग के सभी संभावित परिणामों की}}$$

2. प्रायिकता की उपरोक्त परिभाषा 1795 में पियरे-साइमन लाप्लास ने दी थी।
3. एक निश्चित घटना की प्रायिकता 1 होती है।
4. एक असंभव घटना की प्रायिकता 0 होती है।
5. घटना E की प्रायिकता एक ऐसी संख्या P(E) है कि $0 \leq P(E) \leq 1$
6. वह घटना जिसका केवल एक ही परिणाम हो एक प्रारंभिक घटना कहलाती है। किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकता का योग 1 होता है।
7. किसी भी घटना E के लिए $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ होता है।
8. घटना 'E नहीं' को निरूपित करने वाली घटना $\bar{E}$ घटना E की पूरक घटना कहलाती है। हम यह भी कहते हैं कि E और $\bar{E}$ परस्पर पूरक घटनाएँ हैं।

ताश के पत्तों पर आधारित प्रायिकता-संबंधी सूचनाएँ

1. ताश की एक गड्डी में 52 पत्ते होते हैं। गड्डी को अच्छी तरह फेंटने से सभी परिणामों का समप्रायिक होना सुनिश्चित हो जाता है।

2. 52 ताश चार समूहों में बाँटे होते हैं। ये चार समूह हैं-

i. हुकुम
ii. चिड़ी
iii. ईंट
iv. पान

- इनमें से हुकुम तथा चिड़ी काले रंग के होते हैं।
- जबकि ईंट तथा पान लाल रंग के होते हैं।

3. प्रत्येक समूह के 13 पत्ते होते हैं। ये हैं –

i. इक्का
ii. बादशाह
iii. बेगम
iv. गुलाम
v. दहला (10)
vi. नहला (9)
vii. अट्ठा (8)
viii. सत्ता (7)
ix. छग्गा (6)
x. पंजा (5)
xi. चौगा (4)
xii. तिग्गी (3)
xiii. दुग्गी (2)

3. बादशाह, बेगम तथा गुलाम वाले 12 पत्ते फ़ेस कार्ड कहलाते हैं। स्पष्ट है कि 4 बेगम , 4 बादशाह तथा 4 गुलाम होते हैं।
4. इन्हें तस्वीर वाले पत्ते भी कहा जाता है, जिनकी कुल संख्या 12 है।