

गणित/ MATHEMATICS

बहुवैकल्पिक प्रश्नोत्तर

समय : 1 घंटा 30 मिनट

Time : 1 Hr. 30 Min.

पूर्णांक : 40

Full Marks : 40

- इस विषय की दो प्रश्न पुस्तिकाएँ हैं। **प्रश्न पुस्तिका - (A)** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा **प्रश्न पुस्तिका - (B)** विषयोनेष प्रश्न (प्रश्न सह-उत्तर पुस्तिका) हैं।
- **प्रश्न पुस्तिका - (A)** के बहुविकल्पीय प्रश्नों के उत्तर आपको पहले हल करना है तथा उसके उपरान्त आप **प्रश्न पुस्तिका - (B)** (प्रश्न सह-उत्तर पुस्तिका) को हल करेंगे परीक्षार्थी को 11:20 पूर्वाह्न से 11:25 पूर्वाह्न की अवधि में **प्रश्न पुस्तिका-(B)** उपलब्ध कराया जाएगा।
- This subject consists of two Question Booklets. **Question Booklet- (A)** is of MCQ type of question and **Question Booklet-(B)** is of Subjective type of question (question-cum-answer booklet).
- **Question Booklet-(A)** MCQ Type has to be answered first and then **Question Booklet-(B)** (Question-cum-Answer Booklet). **Question Booklet-(B)** will be provided to candidate between 11:20 A.M to 11:25 A.M.

सामान्य निर्देश / GENERAL INSTRUCTIONS :

1. **प्रश्न पुस्तिका (A)** बहुविकल्पीय प्रश्न पर आधारित है। परीक्षार्थी सर्वप्रथम इसका उत्तर हल करेंगे।

समय - 9:45 पूर्वाह्न से 11:20 पूर्वाह्न।

This **Question Booklet-(A)** is of MCQ Type of questions. The candidate must answer this Booklet first.

Time-9:45 A.M. to 11:20 A.M.

2. सावधानी पूर्वक सभी विवरण OMR उत्तर पत्रक पर भरें। Carefully fill up the necessary particulars on the OMR Answer Sheet.
3. आप अपना पूरा हस्ताक्षर OMR उत्तर पत्रक में दी गई जगह पर करें।

Put your full signature on the OMR Answer Sheet in the space provided.

4. इस प्रश्न पुस्तिका में कुल 40 बहु-विकल्पीय प्रश्न हैं।

There are 40 Multiple Choice Questions in this Question Booklet.

5. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न की अधिमानता 1 अंक निर्धारित है।

All questions are compulsory. Each question carries 1 mark.

6. गलत उत्तर के लिए कोई अंक नहीं काटा जाएगा।

There is no negative marking for any wrong answer.

7. OMR उत्तर पत्रक के पृष्ठ 2 पर प्रदत्त सभी निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें तथा उसके अनुसार कार्य करें।

Read the instructions provided on page 2 of the OMR Answer Sheet carefully and do accordingly.

8. प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प दिये गये हैं। इनमें से सबसे उपयुक्त उत्तर को आप अपने OMR उत्तर पत्रक पर ठीक-ठीक गहरा काला करें। नीला या काला बॉल प्वाइंट कलम का ही प्रयोग करें। पेंसिल का प्रयोग वर्जित है।

Four options are given for each question. You have to darken duly the most suitable answer on your OMR Answer Sheet. Use only Blue or Black Ball-Point Pen. The use of Pencil is not allowed.

9. रफ कार्य हेतु प्रश्न पुस्तिका के अंत में दिये गये पृष्ठ का ही प्रयोग कीजिए। OMR उत्तर पत्रक पर कोई रफ कार्य न करें।

Use the page given at the end of the question booklet for Rough Work. Do not do any Rough Work on the OMR Answer Sheet.

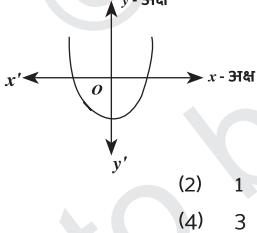
10. कृपया OMR उत्तर पत्रक पर प्रश्न पुस्तिका (A) के उत्तर देने के बाद OMR उत्तर पत्रक वीक्षक को लौटा दीजिये प्रश्न पुस्तिका (A) आप अपने साथ ले जा सकते हैं।

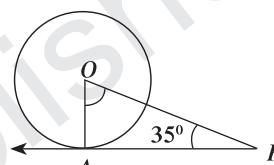
After answering Question Booklet-(A) in the OMR Answer Sheet, please hand over the OMR Answer Sheet to the invigilator. You are allowed to take the Question Booklet-(A) with you.

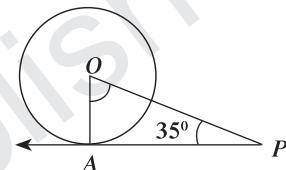
OMR उत्तर पत्रक पर दिये गये निर्देशों का ध्यानपूर्वक पालन कीजिए अन्यथा आपका OMR उत्तर पत्रक अमान्य होगा और उसकी जांच नहीं की जायेगी।

Adhere to the instructions provided in the OMR Answer Sheet very carefully otherwise your OMR Answer Sheet will be invalid and it will not be evaluated.

OBJECTIVE QUESTION

1. 5005 का अभाज्य गुणनखण्ड है
 (1) $6 \times 7 \times 11 \times 13$ (2) $5 \times 7 \times 11 \times 7 \times 13$
 (3) $5 \times 7 \times 11 \times 13$ (4) इनमें से कोई नहीं
- Ans. (3)
2. यदि विभाजन ऐलोरिथ्म $a = bq + r$ में $a = 72$, $q = 8$ और $r=0$ है तो b का मान होगा
 (1) 0 (2) 8
 (3) 9 (4) 72
- Ans. (3)
3. $3\sqrt{2}$ एक संख्या है।
 (1) परिमेय (2) अपरिमेय
 (3) पूर्णांक (4) प्राकृत
- Ans. (2)
4. $\frac{35}{50}$ का दशमलव प्रसार कैसा है?
 (1) सांत (2) असांत आवर्ती
 (3) असांत अनावर्ती (4) इनमें से कोई नहीं
- Ans. (1)
5. $y = p(x)$ का ग्राफ दिया गया है। बहुपद $p(x)$ के शून्यकों की संख्या है।
- 
- (1) 0 (2) 1
 (3) 2 (4) 3
- Ans. (3)
6. बहुपद $x^2 - 15$ का शून्यक है।
 (1) $\sqrt{15}, -\sqrt{15}$ (2) $-\sqrt{15}, -\sqrt{15}$
 (3) $-\sqrt{15}, \sqrt{15}$ (4) इनमें से कोई नहीं
- Ans. (3)
7. यदि बहुपद $x^2 - 2x - 8$ के शून्यक a और b हों तो $a+b$ का मान है।
 (1) 8 (2) -8
 (3) 2 (4) -2
- Ans. (3)
8. जब दो चर वाले रैखिक समीकरणों का आलेख प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं, तब उनके हल होंगे।
 (1) एक (2) दो
 (3) तीन (4) अनगिनत
- Ans. (1)
9. समीकरण निकाय $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ का अनन्त हल होंगे, यदि
- (1) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (2) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
 (3) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (4) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- Ans. (3)
10. रैखिक समीकरण युगम $2x + y = 5$ और $3x + 2y = 8$ का हल है।
 (1) $x = 2, y = -1$ (2) $x = -2, y = 1$
 (3) $x = 2, y = 1$ (4) $x = -2, y = -2$
- Ans. (3)
11. समीकरण निकाय $4x + py + 8 = 0$ और $2x + 2y + 2 = 0$ के अद्वितीय हल होने के लिए p का मान है।
 (1) $P = 4$ (2) $P = -4$
 (3) $P \neq 4$ (4) $P \neq -4$
- Ans. (3)
12. निम्न में से कौन द्विघात समीकरण है।
 (1) $(x+1)^2 = -2(x-3)$
 (2) $(x+2)^2 = 2x(x^2 - 1)$
 (3) $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$
 (4) इनमें से कोई नहीं
- Ans. (1)
13. द्विघात समीकरण $2x^2 - 7x + 6 = 0$ का विविक्तकर बराबर है।
 (1) 2 (2) -3
 (3) 1 (4) 3
- Ans. (3)
14. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - px + 4 = 0$ के मूल बराबर हों, तो p का मान होगा।
 (1) ± 3 (2) ± 4
 (3) ± 5 (4) ± 2
- Ans. (2)
15. द्विघात समीकरण $x^2 + 5x - 6 = 0$ का घात होगा।
 (1) 0 (2) 1
 (3) 2 (4) 3
- Ans. (3)
16. A.P. 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, का सार्व अंतर है।
 (1) 1.1 (2) 11
 (3) 0.6 (4) 6
- Ans. (1)
17. A.P. 10, 7, 4, ... का 30 वाँ पद है।
 (1) 97 (2) 77
 (3) -77 (4) -87
- Ans. (3)

- | | | | | | |
|------|--|-----------------------|------|--|-------------------------|
| 18. | 2 + 7 + 12 + ... 10 पदों का योग है | | 28. | $\sin^2 A + \cos^2 A$ का मान है | |
| (1) | 225 | (2) 235 | (1) | -1 | (2) 1 |
| (3) | 245 | (4) 255 | (3) | -2 | (4) 2 |
| Ans. | (3) | | Ans. | (2) | |
| 19. | सभी वर्ग होते हैं | | 29. | एक मीनार के शीर्ष का उत्तर्यन कोण उसके पाद से 15 m की दूरी पर 60° है, तो मीनार की ऊँचाई है | |
| (1) | समरूप | (2) सर्वांगसम | (1) | 20 m | (2) $15\sqrt{3}$ m |
| (3) | (1) और (2) दोनों | (4) इनमें से कोई नहीं | (3) | $25\sqrt{3}$ m | (4) 15 m |
| Ans. | (1) | | Ans. | (2) | |
| 20. | $\triangle ABC$ में D एवं E क्रमशः AB और AC पर दो बिन्दु हैं तथा $DE \parallel BC$ है। यदि $AD : DB = 2 : 3$ और $AE = 1.6 \text{ cm}$ तो EC का मान क्या होगा ? | | 30. | किसी वृत्त पर बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की संख्या होगी | |
| (1) | 1.2 सेमी | (2) 4.8 सेमी | (1) | 4 | (2) 3 |
| (3) | 2.4 सेमी | (4) इनमें से कोई नहीं | (3) | 2 | (4) 1 |
| Ans. | (3) | | Ans. | (3) | |
| 21. | यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ और $BC : EF = 3 : 5$, तो $ar(\triangle ABC) : ar(\triangle DEF)$ बराबर है | | 31. | दी गई आकृति में यदि $\angle OPA = 35^\circ$, तो $\angle AOP$ का मान होगा | |
| (1) | 9 : 5 | (2) 3 : 5 | |  | |
| (3) | 9 : 15 | (4) 9 : 25 | (1) | 55^\circ | (2) 45^\circ |
| Ans. | (4) | | (3) | 60^\circ | (4) 65^\circ |
| 22. | बिन्दुओं P (O, O) और Q (-3, -4) के बीच की दूरी है | | Ans. | (1) | |
| (1) | 2 इकाई | (2) 3 इकाई | 32. | यदि एक बिन्दु P से O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर PA एवं PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर 80° के कोण पर झुकी हों, तो $\angle POA$ बराबर है | |
| (3) | 4 इकाई | (4) 5 इकाई | (1) | 50^\circ | (2) 60^\circ |
| Ans. | (4) | | (3) | 70^\circ | (4) 80^\circ |
| 23. | बिन्दुओं (1, 2) और (3, 4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु है | | Ans. | (1) | |
| (1) | (1, 4) | (2) (2, 3) | 33. | निम्न में से कौन वृत्त के क्षेत्रफल का सूत्र है ? | |
| (3) | (4, 1) | (4) (3, 2) | (1) | πr^2 | (2) $2\pi r^2$ |
| Ans. | (2) | | (3) | $3\pi r^2$ | (4) इनमें से कोई नहीं |
| 24. | यदि A (0, 0), B (4, 0), C (0, 1) तो $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल होगा | | Ans. | (1) | |
| (1) | 3 | (2) 4 | 34. | यदि किसी अर्धवृत्ताकार खेत की त्रिज्या 7 cm है, तो उसका परिमाप है | |
| (3) | 2 | (4) 1 | (1) | 22 cm | (2) 36 cm |
| Ans. | (3) | | (3) | 44 cm | (4) इनमें से कोई नहीं |
| 25. | यदि $\cos A = \frac{3}{5}$, तो $\operatorname{cosec} A$ बराबर है : | | Ans. | (2) | |
| (1) | $\frac{4}{5}$ | (2) $\frac{5}{4}$ | 35. | 42 cm त्रिज्या वाले वृत्त के उस त्रिज्यरेखण्ड का क्षेत्रफल क्या होगा जिसका कोण 120° है? | |
| (3) | $\frac{3}{4}$ | (4) $\frac{5}{3}$ | (1) | 1838 cm^2 | (2) 1848 cm^2 |
| Ans. | (2) | | (3) | 1858 cm^2 | (4) इनमें से कोई नहीं |
| 26. | यदि $2 \sin A = \sqrt{3}$, तो A का मान है | | Ans. | (2) | |
| (1) | 30° | (2) 45° | 36. | घनाभ के कोरों की लम्बाई क्रमशः 3 cm 4 cm एवं 12 cm हैं, तो घनाभ के विकर्ण की लम्बाई है | |
| (3) | 60° | (4) 90° | (1) | 12 cm | (2) 13 cm |
| Ans. | (3) | | (3) | 14 cm | (4) 15 cm |
| 27. | $\cot(90^\circ - A)$ बराबर है | | Ans. | (2) | |
| (1) | $\operatorname{cosec} A$ | (2) $\cos A$ | | | |
| (3) | $\tan A$ | (4) $\sec A$ | | | |
| Ans. | (3) | | | | |



37. प्रथम तीन लगातार प्राकृत संख्याओं का माध्य होगा

(1) 1 (2) 2

(3) 3 (4) 4

Ans. (2)

38. संचयी बारंबारता वक्र कहलाती है

(1) तोरण (2) आयत चित्र

(3) दंडालेख (4) बारंबारता बहुभूज

Ans. (1)

39. किसी पासे को फेंकने पर सम संख्या आने की प्रायिकता है।

$$(1) \quad \frac{2}{3} \qquad (2) \quad \frac{1}{6}$$

$$(3) \quad \frac{1}{2} \qquad \qquad (4) \quad \frac{1}{2}$$

Ans (4)

40. निम्न में से कौन सी किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती ?

(1) 0.8 (2) 2.5

(3) 80% (4) $\frac{5}{6}$

Ans (2)

गणित/ MATHEMATICS

विषयनिष्ठ प्रश्नोत्तर

समय : 1 घंटा 30 मिनट

Time : 1 Hr. 30 Min.

पूर्णांक : 40

Full Marks : 40

सामान्य निर्देश :
GENERAL INSTRUCTIONS :

- प्रश्न पुस्तिका - (B) के प्रश्न विषयनिष्ठ हैं। यह प्रश्न—सह—उत्तर पुस्तिका है। प्रश्न पुस्तिका - (A) (बहुवैकल्पीय) का उत्तर देने के बाद ही परीक्षार्थी प्रदत्त स्थान पर प्रश्न—सह उत्तर पुस्तिका। [प्रश्न पुस्तिका - (B)] में उत्तर दें।

Questions Booklet-(B) is of Subjective type. It is Question-cum-Answer Booklet. The candidate has to answer the Question-cum-Answer Booklet [Question Booklet-(B)] in the space provided only after answering the Question Booklet-(A) (MCQ Type).

- परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

- दाहिनी ओर हाथिए पर दिए हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।

Figures in the right-hand margin indicate full marks.

- यह प्रश्न—सह—उत्तर पुस्तिका तीन खंडों में है, खण्ड-A, खण्ड-B, एवं खण्ड-C और कुल प्रश्नों की संख्या 19 है।

This Questions-cum-Answer Booklet is divided into three sections: Section-A, Section-B and Sections-C and the total number of questions is 19.

खण्ड-A में 7 अति लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिनमें से किन्हीं 5 प्रश्नों के उत्तर देना अनिवार्य है। खण्ड-B में 7 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 5 प्रश्नों के उत्तर देना अनिवार्य है। खण्ड-C में 5 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं जिनमें से किन्हीं 3 प्रश्नों के उत्तर देना अनिवार्य है।

In Section-A, there are 7 very short answer questions out of which any 5 questions are to be answered. In Section-B, there are 7 short answer questions, out of which any 5 questions are to be answered. In Section-C, there are 5 long answer questions, out of which any 3 questions are to be answered.

रचना के उत्तर में केवल अंकन दें।

Only sketches are to be given in the answers of construction.

सभी रफ कार्य प्रश्न—सह—उत्तर पुस्तिका के अंत में दिए गए पृष्ठ पर ही कीजिए, अन्यत्र कहीं नहीं।

Do all rough work only on the last page of the Question-cum-Answer Booklet and nowhere else.

परीक्षा के उपरांत प्रश्न पुस्तिका-(B) (प्रश्न—सह—पुस्तिका) वीक्षक को लौटा दीजिए।

After the completion of the examination hand over the Question Booklet-(B) (Question-cum-Answer Booklet) to the invigilator .

SUBJECTIVE QUESTION

Section - A

1. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 510 और 92 का HCF और LCM ज्ञात कीजिए।

हलः—

2	510
3	255
5	85
	17

2	92
2	46
	23

$$510 = 2 \times 3 \times 5 \times 17$$

$$92 = 2^2 \times 23$$

$$\text{HCF}(510, 92) = 2$$

$$\begin{aligned}\text{LCM}(510, 92) &= 2^2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23 \\ &= 23,460.\end{aligned}$$

2. बहुपद $p(x) = 3x^2 + 7x - 6$ को बहुपद $g(x) = x + 3$ से भाग दीजिए तथा भागफल एवं शेषफल लिखिए।

हलः— $p(x) = 3x^2 + 7x - 6$

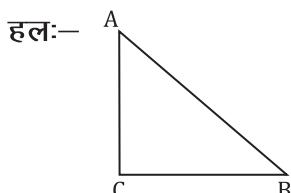
$$g(x) = x + 3$$

$$\begin{array}{r} x+3) 3x^2 + 7x - 6 \\ \underline{- (3x^2 + 9x)} \\ -2x - 6 \\ -2x - 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{भागफल} = 3x - 2$$

$$\text{शेषफल} = 0$$

3. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AC = BC$ है। यदि $AB^2 = 2AC^2$ है, तो सिद्ध किजिए कि ABC एक समकोण त्रिभुज है।



दिया है :— ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AC = BC$ है तथा $AB^2 = 2AC^2$

सिद्ध करना है :— ABC एक समकोण त्रिभुज है।

प्रमाणः—

$$\therefore AB^2 = 2AC^2 \quad (\text{दिया है})$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + AC^2$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad (\because AC = BC)$$

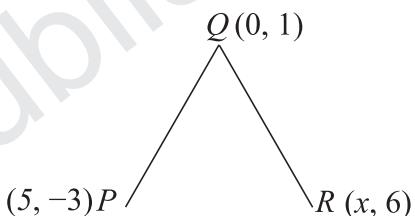
पाइथागोरस प्रमेय के विलोम से,

$$\angle ACB = 90^\circ$$

अतः ABC एक समकोण त्रिभुज है। Proved.

4. यदि $Q(0, 1)$, बिन्दुओं $P(5, -3)$ और $R(x, 6)$ से समदूरस्थ हैं तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हलः—



∴ बिन्दु $Q(0, 1)$ बिन्दुओं $P(5, -3)$ तथा $R(x, 6)$ से समदूरस्थ है।

$$\therefore PQ = QR$$

$$\therefore PQ^2 = QR^2$$

$$\therefore (5 - 0)^2 + (-3 - 1)^2 = (x - 0)^2 + (6 - 1)^2$$

$$\therefore 5^2 + (-4)^2 = x^2 + 5^2$$

$$\therefore 25 + 16 = x^2 + 25$$

$$\therefore x^2 = 16$$

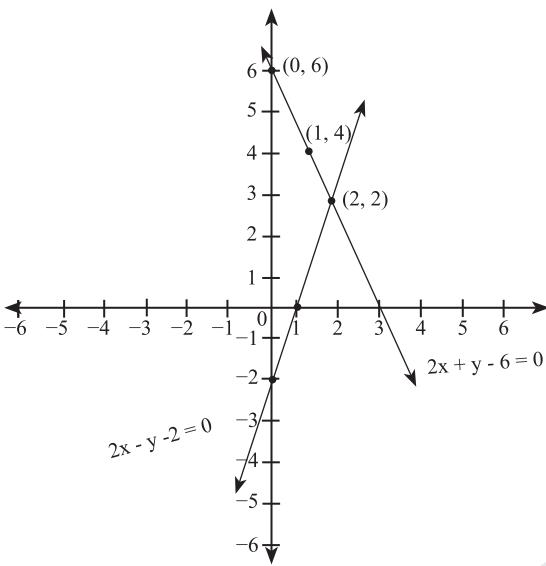
$$\therefore x = \pm 4$$

5. मान निकालिए: $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

हलः— $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &\Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1\end{aligned}$$

6. सिद्ध किजिए कि बाह्य बिन्दु से वृत पर खींचीं गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयाँ बराबर होती हैं।



\therefore समीकरणों को निरूपित करने वाली रेखाएँ एक दूसरे को बिंदु (2, 2) पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$$\begin{aligned} \therefore x &= 2 \\ \therefore y &= 2 \end{aligned} \quad \text{Ans.}$$

10. एक A.P में $a = 7$ और $a_{13} = 35$ दिया है। d और s_{13} ज्ञात किजिए।

हलः— $\therefore a = 7$

$$a_{13} = 35$$

$$d = ?$$

$$s_{13} = ?$$

$\therefore a_{13} = 35$ (दिया है)

$$\Rightarrow a + 12d = 35$$

$$\Rightarrow 7 + 12d = 35$$

$$\Rightarrow 12d = 35 - 7$$

$$\Rightarrow d = \frac{28}{12}$$

$$\therefore d = \frac{7}{3}.$$

अब,

$$s_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$$

$$\therefore s_{13} = \frac{13}{2} [a + a_{13}]$$

$$\therefore s_{13} = \frac{13}{2} [7 + 35]$$

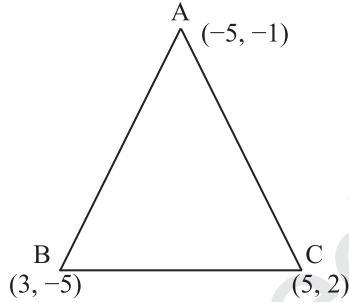
$$\therefore s_{13} = \frac{13}{2} \times 42^{21}$$

$$\therefore s_{13} = 273$$

$$\begin{aligned} \text{अतः } d &= \frac{7}{3} \\ s_{13} &= 273 \end{aligned} \quad \text{Ans.}$$

11. त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात किजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक $(-5, -1), (3, -5)$ और $(5, 2)$ हैं।

हलः—



यहाँ

$$x_1 = -5, y_1 = -1$$

$$x_2 = 3, y_2 = -5$$

$$x_3 = 5, y_3 = 2$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [-5(-5 - 2) + 3(2 - (-1)) + 5(-1 - (-5))] \\ &= \frac{1}{2} [-5 \times (-7) + 3 \times (2 + 1) + 5(-1 + 5)] \\ &= \frac{1}{2} [35 + 3 \times 3 + 5 \times 4] \\ &= \frac{1}{2} [35 + 9 + 20] \\ &= \frac{1}{2} \times 64 = 32 \text{ वर्ग मात्रक} \end{aligned}$$

अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल 32 वर्ग मात्रक है।

12. सिद्ध कीजिए: $\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = 2 \sec A$

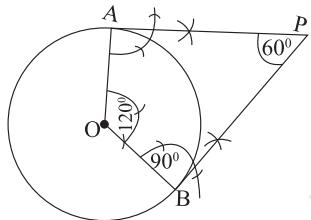
हलः L.H.S

$$\begin{aligned} &= \frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} \\ &= \frac{\cos^2 A + (1 + \sin A)^2}{(1 + \sin A) \cos A} \\ &= \frac{\cos^2 A + 1^2 + 2 \times 1 \times \sin A + \sin^2 A}{(1 + \sin A) \cos A} \\ &= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) + 1 + 2 \sin A}{(1 + \sin A) \cos A} \\ &= \frac{1 + 1 + 2 \sin A}{(1 + \sin A) \cos A} [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1] \\ &= \frac{2 + 2 \sin A}{(1 + \sin A) \cos A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2(1+\sin A)}{(1+\sin A) \cos A} \\
 &= 2 \times \frac{1}{\cos A} \\
 &= 2 \sec A \quad [\because \frac{1}{\cos A} = \sec A] \\
 &= \text{R.H.S} \\
 \therefore \text{L.H.S} &= \text{R.H.S} \quad \text{Proved.}
 \end{aligned}$$

13. 5 cm त्रिज्या के एक वृत पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचीएं जो परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों।

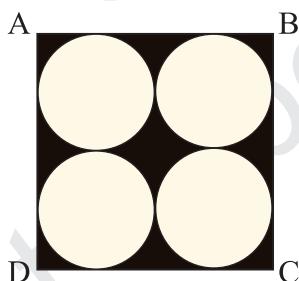
हल:-



PA और **PB** अभीष्ट स्पर्श रेखा का युग्म है।

14. आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ $ABCD$ भुजा 14cm का एक वर्ग है।

हल:-



वर्ग $ABCD$ में,

$$AB = BC = CD = AD = 14 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 \text{प्रत्येक वृत का व्यास } (d) &= \frac{14}{2} \\
 &= 7 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

$$\text{प्रत्येक वृत की त्रिज्या } (r) = \frac{7}{2} \text{ cm.}$$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल =

वर्ग $ABCD$ का क्षेत्रफल - 4 × वृत का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= (AB)^2 - 4 \times \pi r^2 \\
 &= (14)^2 - \frac{2}{7} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

$$= 196 - 154$$

$$= 42 \text{ cm}^2$$

अतः छायांकित भाग का क्षेत्रफल 42 cm^2 है।

Section - C

15. द्विघात समीकरण $3x^2 - 5x + 2 = 0$ का विविक्तकर, मूलों की प्रकृति तथा द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात करें।

हल:- दिया गया समीकरण है:

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\text{यहाँ } a = 3, b = -5 \text{ तथा } c = 2 \text{ है।}$$

$$\therefore \text{विविक्तकर (D)} = b^2 - 4ac$$

$$\therefore D = (-5)^2 - 4(3)(2)$$

$$\therefore D = 25 - 24$$

$$\therefore D = 1$$

$$\therefore D > 0$$

\therefore दिए गए द्विघात समीकरण के दो भिन्न वास्तविक मूल हैं।

\therefore हम जानते हैं कि

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \times 3}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$\therefore \alpha = \frac{5+1}{6} \text{ तथा } \beta = \frac{5-1}{6}$$

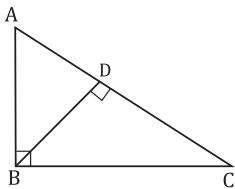
$$\therefore \alpha = 6/6 \text{ तथा } \beta = 4/6$$

$$\therefore \alpha = 1 \text{ तथा } \beta = 2/3$$

अतः अभीष्ट मूल 1 तथा $2/3$ हैं।

16. सिद्ध किजिए कि एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

हलः—



दिया गया है:- ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle ABC = 90^\circ$

सिद्ध करना है:- $AC^2 = AB^2 + BC^2$

रचना:- $BD \perp AC$ खींचा।

प्रमाण:-

ΔADB और ΔABC में

$$\angle A = \angle A \quad (\text{उभयनिष्ठ कोण})$$

$$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$$

$\therefore AA$ समरूपता की कसौटी से,

$\Delta ADB \sim \Delta ABC$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DB}{BC} = \frac{AB}{AC} \quad (\text{समरूप त्रिभुज के संगत भुजा})$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} \quad [\text{पहला और अंतिम पद को लेने पर}]$$

$$\therefore AB^2 = AD \times AC \quad \dots\dots\dots\dots(1)$$

पुनः-

ΔBDC और ΔABC में

$$\angle BDC = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle C = \angle C \quad (\text{उभयनिष्ठ कोण})$$

AA समरूपता की कसौटी से

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \quad (\text{समरूप त्रिभुज के संगत भुजा})$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \quad [\text{दूसरा और अंतिम पद लेने पर}]$$

$$\therefore BC^2 = DC \times AC \quad \dots\dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) तथा समीकरण (2) को जोड़ने पर

$$AB^2 + BC^2 = AD \times AC + DC \times AC$$

$$\Rightarrow AB^2 + BC^2 = (AD + DC) \times AC$$

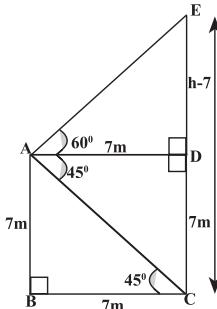
$$\Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC \times AC$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Hence Proved.

17. 7m ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इनके पाद का अवनमन कोण 45° है। केवल टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हलः—



माना AB एक 7cm ऊँचा भवन है तथा CE केबल टॉवर है।

पुनः,

माना, केबल टॉवर की ऊँचाई = h m

तो ED = (h - 7)m.

अब,

ΔABC में

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \tan 45^\circ$$

$$\therefore \frac{7}{BC} = 1$$

$$\therefore BC = 7\text{m.}$$

चतुर्भुज ABCD में

$$BC = AD = 7\text{m.} \dots\dots\dots\dots(1)$$

पुनः,

ΔADE में,

$$\therefore \frac{ED}{AD} = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \frac{h-7}{7} = \sqrt{3} \quad (\text{समी० 1})$$

$$\therefore h-7 = 7\sqrt{3}$$

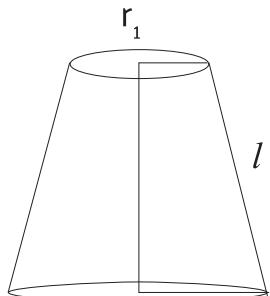
$$\therefore h = 7 + 7\sqrt{3}$$

$$\therefore h = 7(1 + \sqrt{3})\text{m.}$$

अतः केवल टॉवर की ऊँचाई $7(1 + \sqrt{3})\text{m.}$ है।

18. एक शंकु के छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई 4cm है तथा इसके तृतीय सिरों के परिमाप 18cm और 6cm है। इस छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:-



दिया गया है- छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई = $l=4\text{ cm}$

$$2\pi r_1 = 6 \text{ cm} \Rightarrow r_1 = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$$

$$2\pi r_2 = 18 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = \frac{18}{2\pi} = \frac{9}{\pi}$$

छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi l(r_1 + r_2)$$

$$= \pi \times 4 \left(\frac{3}{\pi} + \frac{9}{\pi} \right)$$

$$= \pi \times 4 \left(\frac{3+9}{\pi} \right)$$

$$= \pi \times 4 \times \frac{12}{\pi} = 48 \text{ cm}^2 \text{ Ans..}$$

19. निम्न आँकड़ों से माध्य ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
बारंबरता	3	10	11	8	3

हल:-

वर्ग अंतराल (f_i)	बारंबरता	वर्ग चिन्ह (x_i)	$f_i x_i$
45-55	3	50	150
55-65	10	60	600
65-75	11	70	770
75-85	8	80	640
85-95	3	90	270
योग	35		2430

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2430}{35} = 69.42 \text{ (लगभग)}$$

अतः दिए गए आँकड़ों का माध्य 69.42 (लगभग) है।