

(VVI) 01. AP का पहला पद 2 और सार्व अंतर 3 हो तो 8वां पद ज्ञात कीजिए।

2. A:P: 24, 21, 18, का सार्व अंतर ज्ञात करे।

3. A.P: 3, 1, -1, -3..... के लिए क्रमशः प्रथम पद a और सार्व अंतर d ज्ञात कीजिए।

4. A.P: 7, 13, 19..... 205 में कितने पद हैं—

5. A.P: 10, 7, 4..... का 30 वाँ पद होगा—

(VII) 01.28cm त्रिज्या वाले वृत्ताकार तार को मोड़कर एक वर्ग बनाया गया है, तो वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

02. एक बिन्दु A से वृत्त की स्पर्श रेखा की लम्बाई 4 सेमी हैं और A की केन्द्र से दूरी 5 सेमी हैं, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

03. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।

04. यदि एक बिन्दु P से O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर PA, PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर 80° के कोण पर झुकी हो तो $\angle POA$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. एक वृत्त खींचिए और एक दी गई रेखा के समांतर दो ऐसी रेखाएँ खींचिए कि उनमें से एक स्पर्श रेखा हो तथा दूसरी छेदक रेखा हो।

(VVI) 1.यदि **R(5,6)** बिंदुओं **A(6,5)** एवं **B(4,y)** को मिलाने वाली रेखाखंड **AB** का मध्य—बिंदु है तो **Y** का मान ज्ञात कीजिए

(M.VVI)2.X- अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए,जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।

3. बिन्दुओं $(-5, 7), (-1, 3)$ के बीच दूरी ज्ञात कीजिए।

(VVI)4.बिंदुओं के युग्मों के बीच की दूरी ज्ञात करें। $(a, b), (-a, -b)$

5. बिन्दुओं **P(5,-12)** और **Q(9 -9)** के बीच की दूरी ज्ञात करें।

(Model)1.यदि प्रकाश की उंचाई 60° है तथा उनसे बनने वाले स्तंभ की छाया की लंबाई 20मी0 हो तब स्तंभ की उचाई क्या होगी?

(Model)2. एक वृत के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि **22cm** है।

(M.VVI)3.एक घड़ी की मिनट की सूई की लम्बाई **14cm** है। इस सूई द्वारा **5**मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4.6cmत्रिज्या वाले एक वृत के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका कोण **60°** है।

5. त्रिज्या **12cm**वाले एक वृत की कोई जीवा केन्द्र पर **120°** का कोण अंतरित करती है। संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 $(\pi=3.14=\sqrt{3})$

(Model)1.यदि किसी घन के विकर्ण की लंबाई $6\sqrt{3}\text{cm}$ है, तो इसके संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?

13.7cm त्रिज्या तथा 5cm उंचाई वाले लम्ब वृतीय बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

12.उस शकु का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या और उंचाई क्रमशः 6cm और 8cm है।

Model)01.सिद्ध करें $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

02.सिद्ध कीजिए कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(M.VVI)03.सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

04.सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(Model) 1.2cosec²30° + xSin²60°=10, x का मान ज्ञात कीजिए।

(M.VVI)02.मान निकालिए:
 $2\tan 45^\circ + \sin^2 45^\circ - \cos^2 45^\circ$

(M.VVI)3.मान निकालिए:
 $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

4.मान निकालिए:

$$\frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ}$$

(M.VVI)5.मान निकालिए:
 $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

6.यदि $15 \cot A = 8$ तो $\sin A$ का मान ज्ञात करें।

7.मान निकालिए:

$$\frac{2 \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$$

(Model) 1. क्या AP (समानांतर श्रेणी) 11,8,5,2..... का एक पद -150 है, क्यों, हल करें।

2. A.P.:3, 8, 13...253 में अंतिम पद से 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।

3. $a=3, n=8$ और $s=192$ दिया गया है। d ज्ञात करें।

4. समान्तर श्रेणी 21,42,63,84..... का कौन सा पद 420 है।

(M.VVI) 42. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छ्या निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद लाल हो

1) एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

- (i) एक अभाज्य संख्या (ii) एक विषम संख्या

2) 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्ढी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

- (1) लाल रंग का बादशाह (2) ईट का बेगम होगी।

3) अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्ढी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इसकी प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यह पत्ता
(a) एक इकका होगा **(b)** एक इकका नहीं होगा।

4) एक थैले में **5** लाल और **4** सफेद गेंद हैं। इस थैले में से यादृच्छ्या निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद

- (1) लाल हो (2) लाल नहीं हो।

Imp 5) एक पासे को एक बार फेंका जाता है। एक विषम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

6) एक पासा को एक बार उछाला जाता है। 5 से बड़ी संख्या पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

01. यदि नीचे दिये हुए बंटन का माध्यक 28.5 हो तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	आवृति
0-10	5
10-20	x
20-30	20
30-40	15
40-50	y
50-60	5
Total	60

02 माध्य ज्ञात कीजिए।(Find the mean)

वर्ग अंतराल	बारंबारता
45-55	3
55-65	10
65-75	11
75-85	8
85-95	3

03 माध्य ज्ञात कीजिए।(Find the mean)

वर्ग अंतराल	बारंबारता
100-150	4
150-200	5
200-250	12
250-300	2
300-350	2

04. माध्य ज्ञात कीजिए।(Find the mean)

वर्ग अंतराल	बारंबारता
100-120	12
120-140	14
140-160	8
160-180	6
180-200	10

05. माध्य ज्ञात कीजिए।(Find the mean)

वर्ग अंतराल	बारंबारता
5-15	6
15-25	11
25-35	21
35-45	23
45-55	14
55-65	5

(VVI) 1. भूमि के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद-बिंदु से 30° मीटर की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

2. धरती पर एक मीनार उर्ध्वाधर खड़ी है। मीनार के पाद बिंदु से 10m दूर स्थित बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

20. त्रिभुज ABC में, जिसका कोण B समकोण है, भुजा AB = 5cm और $\angle ACB = 30^{\circ}$ है। भुजाओं BC और AC की लंबाइयां ज्ञात करें।

1. सर्कस का एक कामगार 20m लंबी एक डोरी पर चल रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है तथा एक खंभे के शिखर से बंधी हुई है। यदि डोरी का भूमि से बना कोण 30° हो, तो खंभे की उंचाई ज्ञात कीजिए।

3. एक ठेकेदार बच्चों को खेलने के लिए 1.5m उंचा एक फिसलन पट्टी लगाता है, जो भूमि के साथ 30° के कोण पर झुका हुआ है। फिसलन पट्टी की लंबाई ज्ञात करे।

5.1. 1.5m लंबा एक प्रेक्षक एक चिमनी से 28.5m की दूरी पर है। उसकी आंखों से चिमनी के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। चिमनी की उंचाई ज्ञात कीजिए।

4. एक बिजली मिस्ट्री को एक **5m** ऊंचे पर आ गई खराबी की मरम्मत करनी है। मरम्मत का काम करने के लिए उसे खंभे के शिखर से **1.3m** नीचे एक बिंदु तक वह पहुंचना चाहती है। यहां तक पहुंचने के लिए प्रयुक्त सीढ़ी की लंबाई कितनी होनी चाहिए जिससे कि क्षैतिज से 60° के कोण से झुकाने पर वह अपेक्षित स्थिति तक पहुंच जाए? $\sqrt{3}=1.73$

5) भूमि के एक बिंदु से एक **20m** ऊंचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः **45°** और **60°** है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

4. भुजा 7cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है। अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(M.VVI)1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिजाएं 1cm है तथा शंकु की उचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।

(M.VVI)3. दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64cm^2 है के संगत पलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

9.एक शंकु की उंचाई 12cm है और आधार की त्रिज्या 7cm है। इस शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

10. 14cm त्रिज्या अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

8.एक गोले का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल 154cm^2 है। गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

8.उंचाई 220cm और आधार व्यास 24cm वाले एक बेलन जिस पर उंचाई 60cm और त्रिज्या 5cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है से लोहे का एक स्तंभ बना है। इस स्तंभ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है कि 1cm^2 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8g होता है।

14.5cm भुजा वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर 4.2cm व्यास वाला एक अर्धगोला रखा हुआ है। इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11.एक शंकु की तिर्यक ऊँचाई 16cm है और आधार की त्रिज्या 14cm है। इस शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

12.उस शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः 6cm और 8cm है।

(M.VVI) 1. यदि बिंदु $(1,2), (4,y), (X,6)$ और $(3,5)$ इसी क्रम में लेने पर एक समानांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो X और Y ज्ञात कीजिए।

2. यदि बिंदु $A(6,1), B(8,2), C(9,4)$ और $D(P,3)$ एक समानांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम में हो तो P का मान ज्ञात कीजिए।

3. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष इसी क्रम में $(3,0), (4,5), (-1,4)$ और $(-2,-1)$ हैं।

4) वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें, बिंदुओं A(1, -5) और B (-4, 5) को मिलाने वाले रेखाखंड X-अक्ष से विभाजित होता है।

5) उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं (-1, 7) और (4, -3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से 2 : 3 में विभाजित करता है।

6) बिंदुओं (-3, 10) और (6, -8) को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिंदु (-1, 6) किस अनुपात में विभाजित करता है।

7) उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिंदुओं (4, -3) और (8, 5) को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से 3:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

8.यदि $Q(0,1)$,बिंदुओं $P(5,-3)$ और $R(x,6)$ से समदूरस्थ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

9. x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए,ताकि बिंदु (x,y) बिंदुओं $(7,1)$ और $(3,5)$ से समदूरस्थ हो।

10.बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए,जहां AB एक वृत का व्यास है जिसका केंद्र $(2,-3)$ है तथा B के निर्देशांक $(1,4)$ है।

11.बिंदुओं $(5,-6)$ और $(-1,-4)$ जो जोड़ने वाले रेखाखंड को y -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है?

(M.VVI)47.एक ठोस में,उंचाई 120 सेमी और त्रिज्या 60 सेमी वाला एक शंकु सम्मिलित है,जो 60सेमी त्रिज्या वाले एक अद्वगोले पर आरोपित है।इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंबवृतीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है कि यह बेलन की तली को स्पर्श करे।यदि बेलन की त्रिज्या 60सेमी और उंचाई 180सेमी है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

24.लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए एक वस्तु बनाई गई है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की उंचाई **10cm** है और आधार की त्रिज्या 35 है तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15.उंचाई 2.4cm और व्यास 1.4cm वाले एक ठोस बेलन में से इसी उंचाई और इसी व्यास वाला एक शंकवाकार खोल काट लिया जाता है।शेष बचे ठोस का निकटम वर्ग सेंटीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

16.एक खिलौना की त्रिज्या 3.5cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्द्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण उंचाई 15.5cm है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

17.एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी उंचाई 8cm है और इसका उपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5cm है।यह उपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियां जिनमें 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है,बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(M.VVI) 18. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने लिए चार शंक्वाकार गढ़े बने हुए हैं। घनाभ की विमाएं $15\text{cm} \times 10\text{cm} \times 13.5\text{cm}$ हैं। प्रत्येक गढ़े की त्रिज्या 0.5cm है और गहराई 1.4cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए। (देखिए आकृति)

19. एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5cm और व्यास 2.5cm है।

(M.VVI) 1. एक सीधा राजमार्ग मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को 30° के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एक समान चाल से चलता है। छः सेंकेंड बाद कार का अवनमन कोण 60° हो गया। इस बिंदु से मीनार के पाद तक पहुंचने में लगा समय ज्ञात कीजिए।

3) भूमि से **60m** की उचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को स्थायी रूप से भूमि के एक से बांध दिया गया है। भूमि के साथ डोरी का झुकाव **60°** है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है डोरी की लंबाई ज्ञात कीजिए।

4) 7m ऊँचे भवन के शिखर के एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण **60⁰** है और इसके पाद अवनमन कोण **45⁰** है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात करें।

5) एक मीनार के पाद बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण **30⁰** है। और भवन के पाद बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण **60⁰** है। यदि मीनार की ऊँचाई **50m** हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात करें।

(M.VVI)6) एक नदी के पूल के एक बिन्दु से नदी के समुख किनारों के अवनमन कोण क्रमशः **30⁰** और **45⁰** है। यदि पूल किनारे से 3 मी की ऊँचाई पर हो, तो नदी की चौड़ाई ज्ञात करें।

7. एक 80m चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान उंचाई वाले दो खंभे लगे हुए हैं। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिंदु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60^0 और 30^0 हैं। खंभों की उंचाई और खंभों से बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए

8) भूमि के एक बिन्दु P से एक 10m ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30^0 है। भवन के शिखर पर एक ध्वज को लहराया गया है और P से ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण 45^0 है। ध्वजदण्ड लम्बाई ज्ञात कीजिए।

9. एक समतल जमीन पर खड़ी मीनार की छाया उस स्थिति में **40m** अधिक लंबी हो जाती है जबकि सूर्य का उत्तरतांश 60° से घटकर 30° हो जाता है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

12) समुन्द्र-तल से **75m** ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुन्द्री जहाजों के अवनमन कोण 30° तथा 45° है। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Imp 10) एक बहुमंजिल भवन के शिखर से देखने पर एक **8m** ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमश **30^0** और **45^0** है। बहुमंजिल भवन की ऊँचाई तथा दो भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

12) एक पेड़स्टल के शिखर पर एक **1.6m** ऊँची मूर्ति लगी है। भूमि के एक बिंदु से मूर्ति के शिखर का उन्नयण कोण **60^0** है और उसी बिंदु से पेड़स्टल के शिखर का उन्नयण कोण **45^0** है। पेड़स्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

11) 1.5mलंबा एक लड़का **30m** ऊँचे भवन से कुछ दूर पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँखों से भवन के शिखर का उन्नयन कोण **30⁰**से **60⁰**हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है।

(M.VVI)2 आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छुने लगता है और इसके साथ **30⁰**का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिंदु की दूरी जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, **8m**है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

1.सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से किसी वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

(M.VVI) 2.सिद्ध कीजिए कि वृत की किसी बिंदु पर स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या लंब होती है (प्रमेय 10.1)

3.सिद्ध कीजिए कि वृत्त के परिगत बनी चतुर्भुज की आमने – सामने की भुजाएं केंद्र पर संपूरक कोण अंतरित करती हैं।

(M.VVI)4.सिद्ध कीजिए कि बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाईयां बराबर होती हैं। (प्रमेय 10.2)

5. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है।

3. दो संकेद्रीय वृतों की त्रिज्याएँ $5\text{सेमी}0$ तथा $3\text{सेमी}0$ हैं। बड़े वृत की उस जिवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत को स्पर्श करती हो।

(M.VVI) 1. सर्वसमिका $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$ का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि $\frac{\sin A - \cos A + 1}{\sin A + \cos A -} = \frac{1}{\sec A - \tan A}$

$$9. (\csc \theta - \cot \theta)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

5. सर्वसमिका $\csc^2 A = 1 + \cot^2 A$ को लागू करके
$$\frac{\cot A - \sin A + 1}{\cos A + \sin A - 1} = \csc A + \cot A$$

4.
$$\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$$

(संकेतः—वाम पक्ष और दायां पक्ष को अलग—अलग सरल कीजिए।)

$$(M.VVI) 6. \sqrt{\frac{1+\sin A+1}{1-\sin A-1}} = \sec A + \tan A$$

$$7. \frac{\sin \theta - 2\sin^3 \theta}{2\cos^3 \theta - \cos \theta} = \tan \theta$$

$$8. (\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A)^2 = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A$$

$$(M.VVI) 9. (\csc A - \sin A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{\tan A + \cot A}$$

$$2. \frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A} = 2\sec A$$

$$\text{(M.VVI) } 3. \frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \sec\theta \cosec\theta$$

(संकेतः—व्यंजक को $\sin\theta$ और $\cos\theta$ के पदों में लिखिए।

$$12. \text{ सिद्ध कीजिए कि } \sec A(1-\sin A)(\sec A+\tan A) = 1$$

$$10. \left(\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \left(\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \tan^2 A$$

11. अनुपातों $\cos A$, $\tan A$ और $\sec A$ को $\sin A$ के पदों में व्यक्त कीजिए।

51. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{OD}$ है दर्शाइए कि ABCD एक समलंब चतुर्भुज है।

5.थेल्स प्रमेय के विलोम का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्ही दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है।

8.यदि दो त्रिभुजों में, संगत कोण बराबर हो, तो उनकी संगत भुजाएं एक ही अनुपात में (समानुपाती) होती है और इसलिए ये त्रिभुज समरूप होते हैं।

(M.VVI)1) थेल्स प्रमेयः—सिद्ध कीजिए कि यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं के भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती है।

4. थेल्स प्रमेय का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की एक भुजा के मध्य-बिंदु से होकर दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

6.यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करें, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।

(M.VVI) 7. ABCD एक समलंब है जिसमें AB||DC है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है।

52. एक विद्यार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई कारों की संख्याएं नोट की ओर उन्हें नीचे दी गई सारणी में व्यक्त किया। सारणी में दिया प्रत्येक प्रेषण 3 मिनट के अंतराल में उस स्थान से होकर जाने वाली कारों की संख्याओं से संबंधित है। ऐसे 100 अंतरालों पर प्रेक्षण लिए गए। इस आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

कारों की संख्या	आवृति
0–10	7
10–20	14
20–30	13
30–40	12
40–50	20
50–60	11
60–70	15
70–80	08

VVI) 12. निम्न आंकड़ों से बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	बारंबारता
65-85	4
85-105	5
105-125	13
125-145	20
145-165	14
165-185	8
185-205	4

VVI) 12. निम्न अँकड़ो से बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	बारंबारता
10-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38
100-120	29

VVI) 12. माध्यक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	बारंबारता
40-45	2
40-50	3
50-55	8
55-60	6
60-65	6
65-70	3
70-75	2

VVI) 12. निम्न ऑकड़ो से बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	बारंबारता
15-20	3
20-25	8
25-30	9
30-35	10
35-40	3
40-45	0
45-50	0
50-55	2

VVI) 12. निम्न ऑकड़ो से माध्यक ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	बारंबारता
65-85	4
85-105	5
105-125	13
125-145	20
145-165	14
165-185	8
185-205	4

(Model) 1. निम्न आँकड़ो से बहुलक ज्ञात कीजिए () 2. नि

वर्ग अन्तराल	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बारंबारता	6	8	15	9	8

(VVI) 2. निम्न आँकड़ो से बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अन्तराल	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
बारंबारता	6	11	21	23	14	5

आँकड़ो से माध्य ज्ञात कीजिए

वर्ग अंतराल	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
बारम्बारता	4	5	12	2	2

हल.

वर्ग अन्तराल (C.I.)	बारम्बारता (f)	वर्ग चिन्ह (x)	$f_i x_i$
100-150	4	125	500
150-200	5	175	875
200-250	12	225	2700
250-300	2	275	550
300-350	2	325	650
योग	25		5275

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{5275}{25} = 211 \text{ Ans.}$$

32. निम्न आँकड़ों से माध्य ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	50-52	52-54	54-56	56-58	58-60
बारम्बारता	15	110	135	115	25

हल.

वर्ग अन्तराल (C.I.)	बारम्बारता (f)	वर्ग चिन्ह (x)	$f_i x_i$
50-52	15	51	765
52-54	110	53	5830
54-56	135	55	7425
56-58	115	57	6555
58-60	25	59	1475
योग	400		22050

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{22050}{400} = 55.125$$

33. निम्न आँकड़ों से माध्यिका ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
बारम्बारता	6	9	12	6	7

वर्ग अन्तराल (C.I.)	बारम्बारता (f)	संचयी बारम्बारता (cf)
100-150	6	6
150-200	9	15=c
200-250	12=f	27
250-300	6	33
300-350	7	40
योग	40	

(VVI) 1. निम्न ऑकडो स बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्ग अन्तराल	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36	36-42
बारंबारता	6	11	25	35	18	12	6

44. निम्नांकित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेब, खर्च दर्शाता है। यदि माध्य जेब खर्च ₹ 18 है तो लुप्त बारंबारता f ज्ञात कीजिए।

दैनिक जेब भत्ता (₹ में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल.

C.I.	f_i	वर्ग चिन्ह (x_i)	$f_i x_i$
11-13	7	12	84
13-15	6	14	84
15-17	9	16	144
17-19	13	18	234
19-21	f	20	$20f$
21-23	5	22	110
23-25	4	24	96
योग	$44+f$		$752+20f$

$$\begin{aligned}
 \text{माध्य } (\bar{x}) &= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} & \Rightarrow 752 + 20f = 44 \times 18 + 18f \\
 &= \frac{18}{1} = \frac{752 + 20f}{44 + f} & \Rightarrow 20f - 18f = 792 - 752 \\
 && \Rightarrow 2f = 40 \\
 && \therefore f = \frac{40}{2} = 20 \text{ Ans.}
 \end{aligned}$$

(M.VVI)4) द्विघात समीकरण $2x^2 - 7x + 3 = 0$ का विविक्तकर मूलों की प्रकृति तथा द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

1) द्विघात समीकरण $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ का विविक्तकर, मूलों की प्रकृति तथा द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

(M.VVI)3) द्विघात समीकरण $3x^2 - 6x + 2 = 0$ का
(a)विविक्तकर **(b)**मूलों की प्रकृति तथा **(c)**द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

4) द्विघात समीकरण $3x^2 - 5x + 2 = 0$ का (a) विविक्तकर (b) मूलों की प्रकृति तथा (c) द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए

5) द्विघात समीकरण $2x^2 - 6x + 3 = 0$ का विविक्तकर मूलों की प्रकृति तथा द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

6) द्विघात समीकरण $x^2 + 4x + 5 = 0$ का (a) विविक्तकर (b) मूलों की प्रकृति तथा (c) द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

7) द्विघात समीकरण $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ का (a) विविक्तकर (b) मूलों की प्रकृति तथा (c) द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

8) द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 4 = 0$ का विविक्तकर मूलों की प्रकृति तथा द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

(M.VVI)10) द्विघात समीकरण $2x^2 - 3x + 5 = 0$ का विविक्तकर, मूलों की प्रकृति तथा द्विघाती सूत्र का उपयोग कर मूल ज्ञात कीजिए।

(M.VVI)4) त्रिज्या 12cm वाले एक वृत्त की कोई जीवा केन्द्र पर 120° का कोण अंतरित करती है। संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi=3.14=\sqrt{3}$)

12. किसी कार के दो वाइपर हैं परस्पर कभी आच्छादित नहीं होते हैं। प्रत्येक वाइपर की पती की लंबाई 25cm है और 115° के कोण तक घूम कर सफाई कर सकता है। पतियों की प्रत्येक बहार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ हो जाता है, वह ज्ञात कीजिए।

14. त्रिज्या 21cm वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर 60° का कोण अंतरित करता है। ज्ञात कीजिए।
क. चाप की लंबाई ख. चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ग. संगत जीवा द्वारा बनाए गए वृत्तखंड का क्षेत्रफल

10. जहाजों को समुद्र में जलस्तर के नीचे स्थित चट्टानों की चेतावनी देने के लिए एक लाइट हाउस 80° कोण वाले एक त्रिज्यखंड में **16.5km** की दूरी तक लाल रंग का प्रकाश फैलाता है। समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें जहाजों को चेतावनी दी जा सके। ($\pi=3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

11. एक छतरी में आठ ताने हैं, जो बराबर दूरी पर लगे हुए हैं। छतरी को **45cm** त्रिज्या वाला एक सपाट वृत्त मानते हुए इसकी दो कमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

17. त्रिज्या **4cm** वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 30° है। साथ ही, संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। ($\pi=3.14$ का प्रयोग कीजिए)

13.10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत की कोई जीवा केंद्र पर एक समकोण अंतरित करती है। निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
क. संगत लघु वृतखंड ख. संगत दीर्घ त्रिज्यखंड

9.15m भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूंटे से एक घोड़े को 5m लंबी रस्सी से बांध दिया गया है। मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा घास चर सकता है ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

15. एक वृताकार ब्रूच को चांदी के तार से बनाया जाना है जिसका व्यास 35mm है। तार को वृत के 5व्यासों को बनाने में भी प्रयुक्त किया गया है जो उसे 10 बराबर त्रिज्यखंडों में विभाजित करता है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। तो ज्ञात कीजिए।
क. कुल वांछित चांदी के तार की लंबाई
ख. ब्रूच के प्रत्येक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल