Dzakia Rayhana
140810160015

Analisis Algoritma

1. m = victor
   victor → Bertha
   if (Bertha == free) //True
   (Victor, Bertha)

2. m = wyatt
   wyatt → Diane
   if (Diane == free) //true
   (wyatt, diane)

3. m = Xavier
   Xavier → Bertha
   If (bertha == free) //false
   Else
     If (bertha prefer victor) //false
     Else (bertha prefer Xavier) //true
       (Xavier, bertha)
       Victor free

4. m = Yancey
   Yancey → Amy
   If (Amy == free) //true
   (Yancey, Amy)

5. m = Zeus
   Zeus → Bertha
   If (Bertha == free) //false
   Else If (bertha prefer Xavier) // true
     (Xavier, Bertha)
     Zeus free

6. m = Victor
   Victor → Amy
   If (Amy == free) //false
   Else
     If (amy prefer yancey) //false
     Else (amy prefer victor) //true

(Victor, Amy)
Yancey free

7. m = Zeus
   Zeus → Diane
   If (Diane == free) //false
   Else
     If (Diane prefer wyatt) //false
     Else (Diane prefer zeus) //true
       (Zeus, Diane)
       Wyatt free

8. m = Yancey
   yancey → Diane
   if (diane == free) //false
   else if (diane prefer zeus) //true
     (Zeus, Diane)
     Yancey free

9. m = wyatt
   wyatt → bertha
   if (bertha == free) // false
   else if (bertha prefer Xavier) //true
     (Xavier, Bertha)
     Wyatt free

10. m = yancey
    yancey → clare
    if (clare == free) //true
      (Yancey, Clare)

11. m = wyatt
    wyatt → Amy
    if (amy == free) //false
    else if (amy prefer victor) //true
      (Victor, Amy)
      Wyatt free

12. m = wyatt
    wyatt → Clare
    if (clare == free) //false

else
  if (clare prefer yancey) //false
  else (clare prefer wyatt) //true
    (Wyatt, Clare)
    Yancey free

13. m = yancey
    yancey → Erika
    if (Erika == free) //true
    (Yancey, Erika)

Pasangan tunangan :

- Xavier, Bertha
- Wyatt, Clare
- Victor, Amy
- Zeus, Diane
- Yancey, Erika

<u>Jawaban Worksheet</u>

Teorema (1.3)

Algoritma G-S berakhir setelah paling banyak n2 iterasi menggunakan While Loop.

Dalam setiap iterasi loop sementara, seorang pria lajang melamar wanita berikutnya dalam daftar pilihannya, seseorang yang belum pernah ia ajukan sebelumnya. Karena ada n laki-laki dan setiap daftar preferensi memiliki n panjang, ada sebagian besar tunangan yang dapat terjadi. Jadi jumlah iterasi yang dapat terjadi paling banyak adalah n2. Selanjutnya membuktikan bahwa pencocokan yang dikembalikan stabil. Untuk melakukan itu, bisa melakukan dua pengamatan yaitu yang pertama pada urutan pria yang bertunangan dengan wanita, dan yang kedua pada pria lajang.

Teorema (1.4)

Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan.

Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan. Buktinya dengan kontradiksi. Misalkan ada waktu tertentu dalam pelaksanaan algoritma ketika seorang pria lajang, namun telah mengusulkan kepada setiap wanita. Ini berarti bahwa pada saat ini, setiap wanita telah diusulkan setidaknya satu kali. Dengan Lemma 1, didapatkan bahwa setiap wanita bertunangan. Jadi, kita memiliki n wanita yang bertunangan dan karenanya n pria yang bertunangan, yang menyiratkan bahwa m juga terlibat bertentangan dengan asumsi kita bahwa m adalah lajang.

Teorema (1.5)

Himpunan S yang dikembalikan saat terminasi adalah perfect matching.

Pria pasti hanya akan melamar apabila belum atau pasangan sebelumnya tidak cocok. Wanita akan selalu memilih pria terbaik untuk bertunangan dengannya. Dengan itu Himpunan S adalah perfect matching dikarenakan teori diatas.

Teorema (1.6)

Sebuah eksekusi algoritma G-S mengembalikan satu set pasangan S. Set S adalah pasangan yang stabil.

Pertama, amati bahwa tidak ada pria yang bisa ditolak oleh semua wanita. Asumsikan bahwa beberapa pria telah ditolak oleh semua wanita. Di bawah algoritma, seorang wanita bebas tidak akan menolak permohonan tunangan pria, yaitu, hanya wanita yang cocok yang dapat menolak permohonan tunangan pria. Dengan demikian, sudah ditolak oleh semua wanita, maka semua wanita pasti sudah cocok. Namun, seorang wanita hanya dapat dicocokkan dengan paling banyak satu pria, menyiratkan bahwa jika free, maka paling banyak 1 wanita dicocokkan. dengan demikian, setidaknya salah satu harus tetap, free dan tidak dapat ditolak oleh semua wanita. Kedua, setiap iterasi dari loop sementara melibatkan tepat satu permohonan tunangan. Perhatikan bahwa karena pria bergerak monoton di daftar preferensi mereka, tidak ada pria yang akan melamar wanita yang sama dua kali. Karena tidak ada pria yang bisa ditolak oleh setiap wanita, dalam kasus terburuk, seorang pria akan melamar semua wanita sebelum dicocokkan. Dengan demikian, jumlah iterasi dari loop sementara paling tidak sebelum algoritma berhenti, dan ketika berhenti, setiap pria dan wanita dicocokkan. Sekarang kita tahu algoritma Gale-Shapley akan berhenti. Tetapi masih harus ditunjukkan bahwa itu juga menghasilkan pencocokan yang stabil pada setiap set preferensi yang mungkin, yaitu, benar. LetSdenote pencocokan yang dihasilkan oleh algoritma Gale-Shapley. Kami mengklaim bahwa pencocokan selalu stabil.