Définition: Un type A est contractible, s'il existe un $a : A$, nommé la centre de contraction, tel que pour tous les $x : A$, $a = x$.

Définition: Une application $f : A \to B$ est une équivalence, si pour tous les $y : B$, sa fibre, $\{x : A \mid fx = y\}$, est contractible. Nous écrivons $A \simeq B$, s'il existe une équivalence $A \to B$.

Lemme: Pour tout type A, l'identité, $1_A := \lambda_{x:A} x : A \to A$, est une équivalence.

Démonstration: Pour tout $y : A$, soit $\{y\}_A := \{x : A \mid x = y\}$ sa fibre par rapport de 1_A et soit $\bar{y} := (y, r_A y) : \{y\}_A$. Comme pour tous les $y : A$, $(y, r_A y) = y$, nous pouvons appliquer Id-induction sur y, $x : A$ et $z : (x = y)$ pour obtenir que

$$(x, z) = y$$

. Donc, pour les $y : A$, nous pouvons appliquer Σ -élimination sur $u : \{y\}_A$ pour obtenir que $u = y$, de façon que $\{y\}_A$ soit contractible. Alors, $1_A : A \to A$ est une équivalence. $\square$

Corollaire: Si U est un univers, alors, pour les $X, Y : U$,

$$(*) X = Y \to X \simeq Y$$

.

Démonstration: Nous pouvons appliquer le lemme pour obtenir que pour les $X : U$, $X \simeq X$. Donc, nous pouvons appliquer Id-induction sur $X, Y : U$ pour obtenir que $(*)$. $\square$

Définition: Un univers U est univalent, si pour les $X, Y : U$, l'application $E_{X,Y} : X = Y \to X \simeq Y$ dans $(*)$ est une équivalence.