

2.10. Ejercicios

2.10.1. Ecuaciones de Variables Separables

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sqrt{x}}.$
2. $\frac{dy}{dx} = y - y^3.$
3. $s \ln r \frac{dr}{ds} = \left(\frac{s+1}{r} \right)^2.$
4. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}.$
5. $\frac{dy}{dx} = \operatorname{sen}^{-1} x.$
6. $r \frac{d\theta}{dr} = -\frac{\cos \theta}{\operatorname{sen} \theta}.$
7. $(1 + y^2)dx = (y - \sqrt{1 + y^2})(1 + x^2)^{\frac{3}{2}}dy.$
8. $(\sqrt{2} + \sqrt{2y})dy = (y + 1)ds$ donde $y = y(s).$
9. $\frac{dy}{dx} - y \tan x = 0.$

2.10.2. Ecuación de la forma $\frac{dy}{dx} = f(Ax + By + C)$

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

1. $4 \frac{dy}{dx} = (8x + 2y + 4)^{3/2} + 3.$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{(\sqrt{2}x + \pi y + e)^3}{10}.$
3. $dx = (t + 2x + 4)^{5/4}dt + dt.$
4. $\frac{dy}{dx} = 5 + \sqrt[3]{2y - 3x + 7}.$
5. $\frac{dy}{dx} = 2 - e^{x+y+1}.$

2.10.3. Ecuaciones diferenciales exactas

En cada problema determine si la ecuación diferencial es exacta. Si es exacta resolverla.

1. $\left(\frac{y}{x} - \ln y \right) dx + \left(\ln x - \frac{x}{y} \right) dxy = 0.$
2. $(2x - 1)dx + (3y + 5)dy = 0.$
3. $(2x + y)dx + (x + 6y)dy = 0.$
4. $(2x + y)dx - (x + 6y)dy = 0.$

5. $(x - y^3 - y^2 \sen x) dx = (3xy^2 + 2y \cos x) dy.$
6. $(3x^2y + e^y) dx + (x^3 + xe^y - 5y) dy = 0.$
7. $\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} - \frac{y}{t^2 + y^2}\right) dt + \left(ye^y + \frac{t}{t^2 + y^2}\right) dy = 0.$
8. $\left(\frac{1}{1 + y^2} + \cos x - 2xy\right) \frac{dy}{dx} = y(y + \sen x).$
9. $\frac{ydx + xdy}{1 - x^2y^2} + xdx = 0.$
10. $2x \left(1 + \sqrt{x^2 - y}\right) dx = \sqrt{x^2 - y} dy.$

2.10.4. Ecuaciones reducibles a diferenciales exactas

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

1. $(3x^2 - y^2) dy - 2xydx = 0.$
2. $e^x dx + (e^x \cot y + 2y \csc y) dy = 0.$
3. $(x \ln y - 2xy) dx + (x + y) dy = 0.$
4. $(y^2 + xy + 1) dx + (x^2 + xy + 1) dy = 0.$
5. $xdy - ydx = (1 + y^2) dy.$
6. $(y + x) dy = (y - x) dx.$
7. $dy + \frac{y}{x} dx = \sen x dx.$
8. $\cos x dx + \left(1 + \frac{2}{y}\right) \sen x dy = 0.$

2.10.5. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

1. $y' + y = e^{4x}.$
2. $x^3y' + xy = 8.$
3. $(1 + x) \frac{dy}{dx} - xy = x + x^2.$
4. $(x + 2)^2 \frac{dy}{dx} = 5 - 8y - 4xy.$
5. $y' + 2xy = y + 4x - 2.$
6. $\frac{dr}{d\theta} + r \sec \theta = \cos \theta.$
7. $(1 + x) \frac{dy}{dx} - xy = x + x^2.$
8. $3 \frac{dy}{dx} + 12y = 4.$
9. $x \frac{dy}{dx} + \frac{2x + 1}{x + 1} y = x - 1.$