

Funktionale Programmierung**13. Übungsblatt**

Prof. Dr. Margarita Esponda

Thema: Primitiv rekursiven Funktionen**1. Aufgabe** (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgende Funktion **f** primitiv-rekursiv ist, wenn **h**, **k**, und **p** primitiv-rekursive Funktionen sind.

$$f : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } f(x, y, z) = p(x) \cdot h(z, x, y) + k(z)$$

2. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen primitiv-rekursiv sind, indem Sie diese nur unter Verwendung vordefinierter primitiv rekursiver Funktionen definieren.

a) $\max : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit $\max(x, y) = y$ falls $x \leq y$ und $\max(x, y) = x$, falls nicht.

b) Fakultätsfunktion

3. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende logische Funktionen primitiv-rekursiv sind.

a) $\text{and} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ logisches Und-Verknüpfung

b) $\text{equal} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ Test auf Gleichheit

Die Wahrheitswerte werden mit 0 (**False**) und 1 (**True**) dargestellt.

4. Aufgabe (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen primitiv-rekursiv sind.

a) $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x, y, z) = x + \frac{(x + z) \cdot (z + y + 2)}{2}$

b) $p : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $p(n) = 2^n - 1$

c) Abstand zwischen zwei natürlichen Zahlen $|n - m|$, $\text{abst} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$

$$\text{mit } \text{abst}(n, m) = \begin{cases} (n - m) & , \text{wenn } n > m \\ (m - n) & , \text{wenn } n \leq m \end{cases}$$

d) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 1 & , \text{wenn } n = 0 \\ f(n - 1) + n & , \text{sonnst} \end{cases}$

5. Aufgabe (10 Punkte)

Testen Sie Ihre Definitionen mit den in Haskell zur Verfügung gestellten Grundfunktionen sowie mit der Funktionen für die Kompositions- und Rekursionsschema.