

Đề 1

Câu 1. (2 điểm)

Có một bệnh nhân mà bác sĩ chẩn đoán mắc bệnh A với xác suất là 70%, mắc bệnh B với xác suất là 30%. Để thêm thông tin chẩn đoán bác sĩ đã cho xét nghiệm sinh hóa. Sau 3 lần xét nghiệm thấy có 1 lần dương tính, biết rằng khả năng dương tính của mỗi lần xét nghiệm đối với bệnh A và bệnh B tương ứng là 10% và 30%. Hãy cho biết nên chẩn đoán bệnh nhân mắc bệnh nào?

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Cho ĐLNN liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \notin [1; 4] \\ k(x-1) & \text{khi } x \in [1; 4] \end{cases}$$

a. Tìm hằng số k. Tính $P(X^2)$

b. Tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$ của ĐLNN X và tính EX ; DX

2. Cho ĐLNN rời rạc Y độc lập với X có bảng phân phối xác suất:

Y	-1	0	1	2
P	0,2	0,1	0,3	0,4

Gọi ĐTN $Z = 2^Y$. Tính EZ ; DZ ; $E(X+Z)$; $E(X.Z)$; $DX-2Z$

Câu 3. (2,0 điểm)

Để định mức thời gian gia công một chi tiết máy, người ta theo dõi ngẫu nhiên một quá trình gia công 25 chi tiết đó và thu được kết quả sau:

Thời gian(phút)	15 - 17	17 - 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25
- Số chi tiết (n)	3	6	10	12	2

Biết rằng thời gian gia công chi tiết là ĐLNN tuân theo quy luật phân phối chuẩn, với độ tin cậy $\beta = 0,95$, hãy tìm khoảng ước lượng thời gian trung bình gia công chi tiết đó bằng khoảng tin cậy đối xứng.

Câu 4. (2,0 điểm)

Bệnh A có thể chữa bằng một trong hai loại thuốc H hoặc K. Người ta dùng thử thuốc H cho 250 bệnh nhân bị bệnh A và thấy có 210 người khỏi bệnh và dùng thử thuốc K cho 200 bệnh nhân bị bệnh A và thấy có 175 người khỏi bệnh. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$ có thể kết luận thuốc K có khả năng chữa khỏi bệnh A tốt hơn thuốc H hay không ?

*Cho biết: $t_{(0,025; 24)} = 2,064$; $t_{(0,025; 25)} = 2,069$; $t_{(0,5; 25)} = 1,708$; $t_{(0,5; 24)} = 1,711$; $U_{0,95} = 1,645$; $U_{0,975} = 1,96$; $U_{0,99} = 2,33$

Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm .

Đề 2

Câu 1.

Biết rằng tỷ lệ người mắc bệnh Z ở một địa phương là 2%. Người ta sử dụng một phản ứng mà nếu người bị bệnh thì phản ứng luôn luôn dương tính, nếu không bị bệnh thì phản ứng có thể dương tính với xác suất 0,2.

- Tìm xác suất để phản ứng dương tính.
- Tìm tỷ lệ người bị bệnh, tỷ lệ người không bị bệnh trong nhóm người có phản ứng dương tính.
- Qua phương pháp thử này, ta có thể ước lượng tỷ lệ mắc bệnh là bao nhiêu.

Câu 2.

- Có ĐLNN liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$p(x) = \frac{c}{1+x^2} \quad (-\infty < x < +\infty)$$

- Tìm hằng số c. Tính $P(0 < x < 1)$.
 - Tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$ của ĐLNN X.
- Tìm ĐLNN X và Y độc lập.

X có phân phối chuẩn với hàm mật độ

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$$

Y có phân phối đều trên khoảng (0;2).

Tính EX ; EY ; DX ; DY ; $E(X+Y)$; $E(X.Y)$; EX^2 ; $D(X+Y)$; EY^2 .

Câu 3.

Năng suất của một loại cây trồng dùng để làm thuốc là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Khi thu hoạch loại cây thuốc này tại một số điểm ta có số liệu sau:

Năng suất (tạ/ha)	31	32	33	34	35
Số điểm (n_i)	4	7	10	7	3

- Với độ tin cậy $\beta = 0,9$ hãy tìm khoảng ước lượng đối xứng năng suất trung bình của loại cây thuốc trên.
- Trước đây năng suất trung bình của loại cây thuốc này là 31,5 tạ/ha . với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ có thể cho rằng năng suất đã tăng lên hay không ?

Cho biết $t_{0,05}^{(30)} = 1,797$; $t_{0,025}^{(30)} = 2,042$; $t_{0,1}^{(30)} = 1,310$

Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm .

Đề 3

Câu 1.

Cho ĐLNN liên tục X có hàm mật độ xác suất :

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \notin (0; \pi) \\ \frac{\sin x}{2} & \text{khi } x \in (0; \pi) \end{cases}$$

- Tính hàm phân phối xác suất $F(x)$ của ĐLNN X .
- Tìm $P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4})$
- Tính $E(X)$; $D(X)$

Câu 2.

Có hai lô gà giống: Lô thứ nhất gồm 15 con, trong đó có 3 con trống. Lô thứ hai gồm 20 con, trong đó có 4 con trống. Một con từ lô thứ hai nhảy sang lô một. Từ lô một ta bắt ngẫu nhiên ra 1 con.

- Tìm xác suất để con gà bắt ra là con gà trống.
- Tìm xác suất để con gà trống bắt ra đó là con gà nhảy qua từ lô thứ hai sang.

Câu 3.

Sau khi cải tiến kỹ thuật cho dây chuyền sản xuất hộp thuốc dạng viên nén của công ty được. Người ta sản xuất thử 100 hộp thuốc và thu được bảng số liệu sau:

Thời gian sản xuất 1 hộp thuốc (phút)	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22
Số hộp thuốc (n_i)	6	10	24	30	18	12

Biết rằng thời gian sản xuất là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

- Hãy ước lượng thời gian trung bình sản xuất hộp thuốc viên nén của công ty này bằng khoảng tin cậy đối xứng với độ tin cậy $\beta = 95\%$.
- Biết rằng theo định mức cũ thì thời gian để sản xuất một hộp thuốc dạng viên nén đó là 20 phút. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$ có thể nói rằng việc cải tiến kỹ thuật đã làm giảm bớt được thời gian sản xuất một hộp thuốc hay không ?

Cho biết $t_{(0,05;99)} = 1,645$; $t_{(0,0025;99)} = 1,96$; $t_{(0,005;99)} = 2,576$

Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm .

Đề 4

Câu 1.

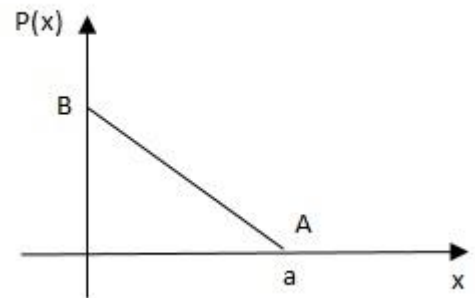
Có hai tổ sinh viên y khoa năm 4 được phân công đi lâm sàng tại khoa ngoại bệnh viện. Tổ 1 có 6 nam và 4 nữ. Tổ 2 có 3 nam và 7 nữ. Đội tình nguyện cần lập một nhóm gồm 3 người từ hai tổ này phát cháo miễn phí cho bệnh nhân. Để khách quan từ mỗi tổ người ta chọn ngẫu nhiên ra 1 người, sau đó trong số còn lại của 2 tổ người ta chọn ngẫu nhiên ra 1 người.

- Tìm xác suất để người thứ ba được chọn ra là nam
- Tìm xác suất để người thứ ba được chọn ra thuộc tổ 2.

Câu 2.

Cho đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ như hình vẽ:

- Hãy viết biểu thức hàm mật độ xác suất của ĐLNN X .
- Tính $P(\frac{a}{2} < X < a)$
- Tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$ của X .
- Tính $E(X)$, $D(X)$.



Câu 3.

Kiểm tra trọng lượng của một số trẻ sơ sinh trong bệnh viện, người ta thu được kết quả cho ở bảng số liệu sau:

X (trọng lượng kg)	2,7 – 3,0	3,0 – 3,3	3,3 – 3,6	3,6 – 3,9	3,9 – 4,2
Số cháu bé n_i	16	17	35	20	12

Biết rằng trọng lượng của trẻ tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

- Hãy tìm khoảng tin cậy đối xứng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh với độ tin cậy $\beta = 95\%$.
- Có tài liệu cho rằng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh là 3,5kg. Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$ hãy cho nhận xét về tính chính xác của tài liệu này.

Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm.

Đề 5

Câu 1.

Một kho hạt giống có chứa 50% hạt giống loại A, 30% hạt giống loại B và 20% hạt giống loại C. Cho biết tỉ lệ nảy mầm của từng loại hạt giống A,B,C lần lượt là 0,85 ; 0,90 ; 0,95 .

- Lấy ngẫu nhiên một hạt giống bất kì từ kho đem đi gieo. Tính xác suất để hạt giống đó nảy mầm.
- Lấy ngẫu nhiên một hạt giống bất kì từ kho đem gieo thì thấy hạt giống đó không nảy mầm. Hỏi khả năng hạt giống đó thuộc loại nào ?

Câu 2.

Cho ĐLNN liên tục X có hàm mật độ xác suất :

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \in (0; \pi) \\ \frac{\sin x}{2} & \text{khi } x \notin (0; \pi) \end{cases}$$

- Tìm $P(0 \leq x \leq \pi)$
- Tính $E(X)$; $D(X)$

Câu 3.

Kiểm tra trọng lượng của một số trẻ sơ sinh trong bệnh viện, người ta thu được kết quả cho ở bảng số liệu sau:

X (trọng lượng kg)	2,7 – 3,0	3,0 – 3,3	3,3 – 3,6	3,6 – 3,9	3,9 – 4,2
Số cháu bé n_i	16	17	35	20	12

Biết rằng trọng lượng của trẻ tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

- Hãy tìm khoảng tin cậy đối xứng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh với độ tin cậy $\beta = 95\%$.
- Có tài liệu cho rằng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh là 3,5kg. Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$ hãy cho nhận xét về tính chính xác của tài liệu này.

Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm .

Đề 6

Câu 1.

Biết rằng tỷ lệ cha mắt đen, con mắt đen là 0,782; Tỷ lệ cha mắt đen, con mắt xanh là 0,078. Cha mắt xanh, con mắt đen là 0,089; Tỷ lệ cha mắt xanh, con mắt xanh là 0,05.

- Tìm khả năng con mắt đen, biết rằng cha mắt đen.
- Tìm khả năng con mắt xanh, biết rằng cha mắt xanh.

Câu 2.

Cho hàm :

$$p(x) = \frac{c}{\sqrt{4-x^2}} \text{ với } (-2 < x < 2)$$

- Hãy xác định c để hàm số $p(x)$ để hàm mật độ xác suất của ĐLNN X nhận giá trị tập trung trong $(-2,2)$
- Tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$ của ĐLNN X .
- Tính $P(-1 < x < 1)$

Câu 3.

Để nghiên cứu mức sống của một quốc gia, một trong những chỉ tiêu người ta khảo sát là trọng lượng của trẻ sơ sinh. Vào năm 1998, người ta đã tiến hành cân thử 6000 cháu bé, kết quả được cho bởi bảng số liệu sau:

X (trọng lượng gram)	2550	2650	2750	2850	2950	3050	3150
Số cháu bé n_i	425	892	961	1533	1226	734	229

Biết rằng trọng lượng của trẻ tuân theo quy luật phân phối chuẩn $N(a, \alpha)$,

- Hãy tìm khoảng tin cậy đối xứng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$.
- Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ có thể cho rằng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh năm 1998 là 3000 gram được không.

Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm .

Đề 7

Câu 1: (2 điểm)

Xét các gia đình có 2 con. Các lần sinh là độc lập nhau và khả năng sinh con gái trong mỗi lần sinh là 0,51 (xác suất này được lấy bằng xác suất đẻ con gái theo kết quả điều tra dân số năm 1988)

- Tìm xác suất để gia đình này có 2 con gái.
- Tìm xác suất để gia đình này có 2 con gái, biết rằng họ có ít nhất một con gái.

Câu 2: (3,5 điểm)

1. Cho ĐLNN X có bảng phân phối xác suất:

X	2	4	X3
P	0,5	0,3	p3

- Tìm x3 và p3 nếu biết $E(X) = 4$.
- Viết biểu thức hàm phân phối xác suất của X.
- Tìm $P(0 < X \leq 4)$.

2. Cho ĐLNN Y có hàm phân phối xác suất:

$$P_{(Y)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan y$$

- Tìm hệ số P ($0 < Y < 1$)
- Tìm hàm mật độ xác suất của ĐLNN Y.

Câu 3: (4,5 điểm)

Trước đây, định mức tiêu hao nhiên liệu cho một loại động cơ trong một ca sản xuất thuốc viên nén là 1,4 lít. Sau một thời gian sản xuất, do tình hình thay đổi, người ta theo dõi 100 động cơ và thu được các số liệu sau:

Lượng tiêu hao (X/lít)	1,0 - 1,2	1,2 - 1,4	1,4 - 1,6	1,6 - 1,8	1,8 - 2,0
Số động cơ n_i	14	25	30	20	11

Biết rằng mức nhiên liệu tiêu hao là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

- Hãy tìm khoảng ước lượng định mức nhiên liệu tiêu hao trung bình cho một loạt động cơ trong một ca sản xuất thuốc viên với độ tin cậy $\beta = 95\%$.
- Theo anh chị có cần thay đổi định mức tiêu hao nhiên liệu hay không. Yêu cầu kết luận với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$

Đề 8

Câu 1. (2 điểm)

Có 2 khay đựng mẫu máu xét nghiệm, khay thứ nhất có 8 mẫu, trong đó có 5 mẫu âm tính, 3 mẫu dương tính. Khay thứ hai có 3 mẫu âm tính, 2 mẫu dương tính. Từ mỗi khay, ta lấy ngẫu nhiên ra một mẫu máu. Sau đó trong 2 mẫu lấy được, ta lấy ngẫu nhiên ra một mẫu. Tìm xác suất sao cho mẫu máu được lấy ra sau cùng là dương tính.

Câu 2: (4 điểm)

1. Cho 2 ĐLNN X và Y độc lập.

X có phân phối đều trên (0;2)

Y có phân phối chuẩn với hàm mật độ $p(y) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{(y+1)^2}{6}}$

Tính EX; EY; DX; DY; E(X.Y); E(X-Y)²; E(X-Y+X²Y²); E(X-Y²); D(X.Y)

2. Tuổi thọ của một loại côn trùng là ĐLNN liên tục Z (đơn vị đo bằng tháng) có hàm mật độ xác suất:

$$p(z) = \begin{cases} cz^2(4-z) & \text{khi } z \in [0; 4] \\ 0 & \text{khi } z \notin [0; 4] \end{cases}$$

- Tìm hằng số c
- Tìm hàm phân phối xác suất F(z) của ĐLNN Z với hằng số c tìm được ở trên.
- Tìm xác suất để côn trùng chết trước khi nó được 1 tháng tuổi.
- Tính E(Z), D(Z).

Câu 3. (4 điểm)

Kiểm tra trọng lượng của một trẻ sơ sinh tuân trong một bệnh viện, ta thu được kết quả cho ở bảng sau:

X (trọng lượng kg)	2,7 – 3,0	3,0 – 3,3	3,3 – 3,6	3,6 – 3,9	3,9 – 4,2
n _i Số trẻ	16	17	35	20	12

Biết rằng trọng lượng của trẻ sơ sinh tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

- Hãy tìm khoảng tin cậy đôi xương trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh với độ tin cậy $\beta = 95\%$.
- Có tài liệu cho rằng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh là 2,5 kg. Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$ hãy cho nhận xét về tính chính xác của tài liệu này.

Đề 9

Câu 1. (2,5 điểm).

Trong một làng có tỷ lệ nam:nữ là 12:13. Khả năng mắc bệnh bạch tạng ở nam là 0,6% ở nữ là 0,35%,

- Hãy tìm tỷ lệ mắc bệnh bạch tạng chung của cả làng.
- Gặp trong làng một người không mắc bệnh . Tìm xác suất để người đó là nam? Người đó là nữ ?

Câu 2. (3,5 điểm)

1. Cho $p(x) = \frac{4c}{e^x - e^{-x}}$ ($-\infty < x < +\infty$) là hàm mật độ của ĐLNN liên tục X.

- Tìm hằng số c.
- Tìm hàm phân phối xác suất F(x) của ĐLNN X.

2. ĐLNN liên tục Y có hàm mật độ xác suất:

$$p(y) = \begin{cases} 0 & \text{khi } y \notin (0; \pi) \\ \frac{\sin y}{2} & \text{khi } y \in (0; \pi) \end{cases}$$

- Tính $P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{4})$
- Tính $E(X)$, $D(X)$.

Câu 3. (4 điểm)

Kiểm tra trọng lượng của một trẻ sơ sinh tuân trong một bệnh viện, ta thu được kết quả cho ở bảng sau:

X (trọng lượng kg)	2,7 – 3,0	3,0 – 3,3	3,3 – 3,6	3,6 – 3,9	3,9 – 4,2
n_i Số trẻ	16	17	35	20	12

Biết rằng trọng lượng của trẻ sơ sinh tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

- Hãy tìm khoảng tin cậy đối xứng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh với độ tin cậy $\beta = 95\%$.
- Có tài liệu cho rằng trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh là 2,5 kg. Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$ hãy cho nhận xét về tính chính xác của tài liệu này.