

* نظام المعادلات الخطية إما :-

1. ليس لديه حل .

2. لديه حل واحد .

3. لديه عدد لا نهائي من الحلول .

* ونقول أن نظام المعادلات الخطية متسق (Consistent) إذا كان

له حل واحد على الأقل أو أنه غير متسق (Inconsistent) .

المصفوفات

* المصفوفة :-

هي مجموعة من العناصر مرتبة على شكل مستطيل مكون من عدد

من الصفوف والأعمدة .

* المصفوفة المربعة :-

هي التي عدد الصفوف يساوي فيها عدد الصفوف مع عدد الأعمدة

* عناصر المصفوفة :-

هي جميع العناصر التي تتألف منها الصفوف والأعمدة .

* مصفوفة صف :-

هي المصفوفة المكونة من صف واحد . مثال : $[1 \ 2 \ 3]$

* مصفوفة عمود :-

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

هي المصفوفة المكونة من عمود واحد . مثال : $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

* المصفوفة العنقودية :-

هي المصفوفة التي جميع عناصرها أصفار .

* مصفوفة الوحدة :-

هي مصفوفة قطرية بحيث جميع عناصر القطر الرئيسي متساوية وتساوي 1

* عدد الصفوف =

هو عبارة عن عدد الصفوف في عدد الأعمدة .

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

* يمكن ضرب المصفوفتين A و B ونحصل على المصفوفة AB

إذا كان عدد أعمدة A يساوي عدد صفوف B .

* مصفوفة =

مجموعة المصفوفات غير البديلة

المعلومات المطلوبة للنظام الخطي يمكن تمثيلها بمصفوفة مستطيلة

تسمى مصفوفة (Matrix) .

$$\begin{matrix} a_{11} & x_1 & + & a_{12} & x_2 & = & b_1 \\ 1 & & & 2 & & & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a_{21} & x_1 & + & a_{22} & x_2 & = & b_2 \\ 2 & & & 2 & & & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

* مثال :-

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_2 - 8x_3 = 8 \quad \text{--- (4)}$$

$$-4x_1 + 5x_2 + 9x_3 = -9$$

من النظام أعلاه يمكننا أخذ معادلات كل متغير في عمود قائم بذاته

في المعادلة التالية والتي تسمى مصفوفة المعاملات (Matrix Coefficients)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -8 \\ -4 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

فسمى المصفوفة

الموسعة أو الممتدة

augmented matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 8 \\ -4 & 5 & 9 & -9 \end{bmatrix}$$

أما المصفوفة

* حل النظام الخطي :-

تتضمن الإستراتيجية الأساسية في استبدال النظام المراد حله بنظام

مكافئ له (لهما نفس مجموعة الحل) يكون الأضيق الأسهل في الإيجاد والحل .

* مثال :-

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$x_2 - 4x_3 = 4$$

$$-4x_1 + 5x_2 + 9x_3 = -9$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 9 & -9 \end{bmatrix}$$

أوجد حل النظام (*)

نضرب المعادلة (1) في (4) ونجمعها مع (3)

$$4x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 0$$

$$-4x_1 + 5x_2 + 9x_3 = -9$$

$$-3x_2 + 13x_3 = -9$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$x_2 - 4x_3 = 4$$

$$-3x_2 + 13x_3 = -9$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & -3 & 13 & -9 \end{bmatrix}$$

يعتبر المعادلة (2) في (3) وجمعها مع (3)

$$3x_2 - 12x_3 = 12$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-3x_2 + 12x_3 = 9$$

$$x_2 - 4x_3 = 4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = 3$$

$$x_3 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

يعتبر المعادلة (3) في (4) وجمعها مع (2)

$$x_2 - 4x_3 = 4$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4x_3 = 12$$

$$x_2 = 16$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = 16$$

$$x_3 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

يعتبر المعادلة (2) في (2) وجمعها مع المعادلة (1)

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_3 = 32$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 32 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2x_2 = 32$$

$$x_2 = 16$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 32 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_3 = 32$$

$$x_3 = 32$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 32 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

يعتبر المعادلة (3) في (3) وجمعها مع المعادلة (1)

$$x_1 + x_3 = 32$$

$$x_1 = 29$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$-x_3 = -3$$

$$x_2 = 16$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = 3$$

$$x_3 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(x_1, x_2, x_3) = (29, 16, 3)$$

* يوجد حل وحيد هو

Date : _____

No. : _____

(27)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 8 \\ -4 & 5 & 9 & -9 \end{bmatrix} \quad R_2/2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 9 & -9 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 4R + R = R \\ 1 \quad 3 \quad 3 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & -3 & 13 & 9 \end{bmatrix} \quad R_3 = 3R_2 + R_3 \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} R_2 = 4R + R \\ 3 \quad 2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad R_1 = -R_2 + R_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad R_1 = 2R_2 + R_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

* العمليات المصفية الأولية :-

1. جمع مضاعف صف مع صف آخر

2. تبديل صفين

3. ضرب صف بعدد غير صفري

* يقال أن المصفوفتين A و B متكافئتين مصفياً إذا وجدت سلسلة

من العمليات المصفية لتحويل A إلى B و B إلى A

* مثال :-

حدد ما إذا كان النظام الخطي التالي متسق أم لا .

$$x_2 - 4x_3 = 8$$

$$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$$

$$5x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 1$$