<u>قواعد المنطق الاستدلالي</u> Rules of Inferential Logic

Rule of Inference	Tautology	Name
p $p \to q$ $\therefore q$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$	Modus ponens
$\sim q$ $p \to q$ $\therefore \sim p$	$[\sim q \wedge (p \to q)] \to \sim q$	Modus tollens
$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$	Hypothetical Syllogism
$p \vee q$ $\sim p$ $\therefore q$	$[(p \vee q) \wedge \sim p] \to q$	Disjunctive Syllogism
p $\therefore p \vee q$	$p \to (p \vee q)$	Addition
$p \wedge q$ $\therefore p$	$(p \wedge q) \to p$	Simplification
p q $\therefore p \wedge q$	$[(p) \wedge (q)] \to p \wedge q$	Conjunction
$p \vee q$ $\sim p \vee q$ $\therefore q \vee r$	$[(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)] \to (q \vee r)$	Resolution

مثال: حدد أياً من قواعد المنطق الاستدلالي هي الاساس للحجة التالية: "درجة الحرارة مرتفعة اليوم. عليه، إما درجة الحرارة مرتفعة اليوم او إنها تمطر الان."

الحل: لتكن p هي القضية "درجة الحرارة مرتفعة اليوم"، ولتكن q هي القضية "إنها تمطر الان." هذه الحجة تأخذ الشكل التالي: $\begin{array}{l} p \\ \therefore p \vee q \end{array}$

وعليه فإن قاعدة Simplification هي التي تم استخدامها في الحجة اعلاه.

عادة تستخدم القواعد اعلاه عندما يكون عدد القضايا المكونة للحجة كبيرا حتي لا نلجأ الي جداول الصواب. المثال التالي يوضح ذلك.

مثال: وضح ان المقدمات "الطقس ليس مشمساً بعد ظهر اليوم وهو اكثر برودة من البارحة،" "سنذهب للسباحة فقط اذا كان الطقس مشمساً،" "اذا لم نذهب للسباحة، فإننا سنخرج في نزهة، " و "اذا خرجنا في نزهة، فإننا سنكون بالمنزل قبل مغيب الشمس" تؤدي الي الخلاصة "سنكون بالمنزل قبل مغيب الشمس" وذلك باستخدام قواعد المنطق الاستدلالي.

الحل:

لتكن p هي القضية "سيكون الطقس مشمس بعد ظهر اليوم،" q هي القضية "الطقس اكثر برودة من البارحة،" r هي القضية "سنذهب للسباحة،" s هي القضية "سنخرج في نزهة،" و t هي القضية "سنكون بالمنزل قبل مغيب الشمس."

يتوجب علينا اثبات ان الحجة التالية متحققة:

$$\begin{array}{l} \sim p \wedge q \\ r \rightarrow p \\ \sim r \rightarrow s \\ s \rightarrow t \\ \therefore t \end{array}$$

يمكننا استخدام جداول الصواب كما في الامثلة السابقة، ولكننا سنحصل في هذه الحالة علي 32 صف في جدول الصواب (لدينا 5 متغيرات قضايا propositional variables).

يمكننا استخدام قواعد المنطق الاستدلالي كالتالي:

	Step	Reason
1.	$\sim p \wedge q$	Premise
2.	$\sim p$	Simplification using (1)
3.	$r \rightarrow p$	Premise
4.	$\sim r$	Modus tollens using (2) and (3)
5.	$\sim r \rightarrow s$	Premise
6.	s	Modus ponens using (4) and (5)
7.	$s \rightarrow t$	Premise
8.	t	Modus ponens using (6) and (7)

جامعة الخرطوم، كلية العلوم الرياضية

مادة أساسيات الرياضيات - ب 101 - السنة الأولى

الإسناد والمسورات Predicates and Quantifiers

في الرياضيات عادةً ما نواجه عبارات مثل $x+3>0$ ، $x=y-2$. هذه العبارات ليست بقضايا إذا لم تحدد قيم للمتغيرات x و y .

تعريف: الإسناد predicate هو التعبير الذي يستلزم متغيراً واحداً أو أكثر، معرف على نطاق Domain يسمى بنطاق الحديث Domain of discourse. تعويض قيمة (قيم) معينة للمتغير (للمتغيرات) ينتج قضية تحتمل أن تكون صواباً أو خطأً.

على سبيل المثال الإسناد " $P(n)$ حيث n عدد فردي" إسناد على فئة الأعداد الطبيعية. حيث نلاحظ مثلاً أن $P(1)$ صائبة، في حين أن $P(2)$ خاطئة.

في التعبير $P(x)$ ، يسمى x بالمتغير الحر Free variable، و بتغيير قيمة x تتغير قيمة الصواب للإسناد $P(x)$. الفئة التي يكون عندها الإسناد $P(x)$ صائباً تسمى بفئة الصواب Truth set للإسناد $P(x)$ و يرمز لها بالرمز T_P .

مثال: ليكن لدينا الاسناد التالي: $Q(x,y)\equiv x=y+3$ حيث المجال هومجموعة الأعداد $0,1,2,\ldots$. نلاحظ أن $Q(1,2)\equiv 1=2+3$ خاطئة، بينما $Q(3,0)\equiv 3=0+3$ تكون صائبة. و فئة الصواب T_Q للإسناد $Q(x,y)$ تعرف بأنها $T_Q=\{(n+3,\ n): n=0,1,2,\ldots\}$.

ترميز: إذا كان $P(x)$ و $Q(x)$ إسنادان لهما نفس مجال التعريف، عندئذٍ الرمز $P(x)\Rightarrow Q(x)$ يعني أن كل عنصر في فئة الصواب لـ $P(x)$ هو عنصر في فئة الصواب لـ $Q(x)$. إذا كان الإسنادان $P(x)$ و $Q(x)$ لهما مجال مشترك D بحيث $T_P=T_Q$ ، عندئذٍ نستخدم الترميز $P(x)\Leftrightarrow Q(x)$.

مثال: إذا كان $P(x)$ هو الإسناد " x قاسم للعدد 4 $P(x)\equiv$ " و $Q(x)$ هو الاسناد " x قاسم للعدد 8 $Q(x)\equiv$ ". بين أن $P(x)\Rightarrow Q(x)$.

الحل: نوجد فئة الصواب لكلٍّ من الإسنادين $P(x)$ و $Q(x)$ كما يلي:

$T_P=\{1,2,4\}$ و $T_Q=\{1,2,4,8\}$

و حيث أن كل عنصر $x\in T_P$ يحقق $x\in T_Q$ مما فإن $P(x)\Rightarrow Q(x)$.

مثال: لتكن $D=R$ (فئة الأعداد الحقيقية). اعتبر الاسنادين $P(x): -2\le x\le 2$ و $Q(x): |x|\le 2$. بين أن $P(x)\Leftrightarrow Q(x)$.

الحل: إذا كان $x\in T_P$ فإن بعد x من الأصل على الأكثر هو 2، أي أن $|x|\le 2$ ، و من ثم فإن $x\in T_Q$. من جهةٍ أخرى، إذا كان $x\in T_Q$ فإن $(x-2)(x+2)\le 0$ ، و بحل هذه المتباينة نجد أن $-2\le x\le 2$ و من ثم فإن $x\in T_P$.