



中南大学
CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

控制工程基础创新性研讨报告

题目： 倒立摆位置 PID 控制、一二阶系统响应
与多连组小车仿真与 GUI 设计程序报告

学生 1 姓名及分工： 欧宇恒 软件设计 结果分析

学生 2 姓名及分工： 许刚强 软件设计

学生 3 姓名及分工： 庄明宇 软件设计

学生 4 姓名及分工： 尚子婷 方案 GUI 设计

学生 5 姓名及分工： 石婷雨 方案流程设计

指导老师： 肖友刚

2023 年 11 月 10 日

目 录

一、 控制工程基础创新性研讨方案设计	1
1.1 倒立摆的位置和摆杆摆角双闭环控制	1
1.2 一、二阶系统参数变化对系统输出的影响规律	2
1.3 多连组小车	4
二、 控制工程基础创新性研讨流程	4
2.1 倒立摆的位置和摆杆摆角双闭环控制	5
2.2 一、二阶系统参数变化对系统输出的影响规律	5
2.3 多连组小车	5
三、 控制工程基础创新性研讨软件设计	5
3.1 一般系统的输出显示界面设计	6
3.2 多连组小车输出显示界面设计	8
3.3 PID 控制器下的一阶倒立摆仿真	9
四、 控制工程基础创新性研讨效果分析	11
4.1 一阶二阶响应系统输出结果	11
4.2 多连组小车输出结果	13
4.3 PID 控制器下的一阶倒立摆仿真结果分析	15

一、控制工程基础性创新性研讨方案设计

1.1 倒立摆的位置和摆杆摆角双闭环控制

倒立摆的位置和摆杆摆角是一种用于研究和验证控制理论，特别是非线性控制理论的经典实验。它通过控制倒立摆的平衡状态，来研究控制系统的稳定性和性能。我们小组将采用一个简单的物理倒立摆模型，并使用一个 PID（比例-积分-微分）控制器来对其进行控制。

本实验需要的设备包括：物理倒立摆、传感器、控制器（包括电源、PID 控制器和电机驱动器）、电源、以及计算机和相关软件。首先，将物理倒立摆放置在一个稳定的平台上，并使用传感器来监测倒立摆的角度。然后，将角度数据传入控制器，控制器根据预设的 PID 控制算法来计算需要的控制信号，进而驱动电机带动小车移动，以调整倒立摆的状态。我们将通过调整 PID 控制器的三个参数(比例增益、积分增益和微分增益)来观察和控制倒立摆的平衡状态。同时，我们也将记录和比较在不同参数设置下的系统响应和稳定性。

系统建模可以分为两种：机理建模和实验建模。对于倒立摆系统，由于其本身是不稳定的系统，实验建模存在一定的困难。机理建模就是在了解研究对象的运动规律基础上，通过物理、化学等学科的知识 and 数学手段建立起系统内部变量、输入变量以及输出变量之间的数学关系。

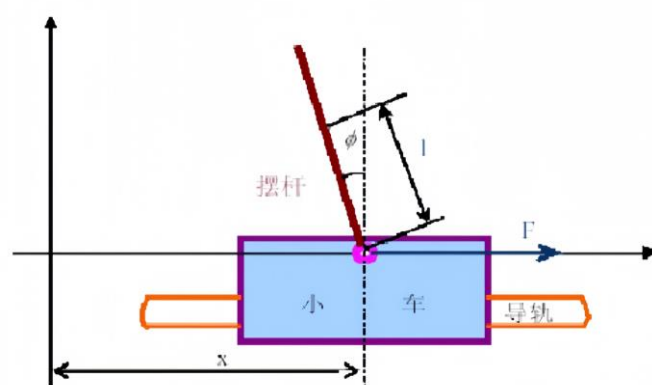


图 1 直线一级倒立摆系统

M 小车质量

m 摆杆质量

b 小车摩擦系数

l 摆杆转动轴心到质心长度

I 摆杆惯量 加在小车上的力

x 小车位置

ϕ 摆杆与垂直向上方向的夹角

θ 摆杆与垂直向下方向的夹角

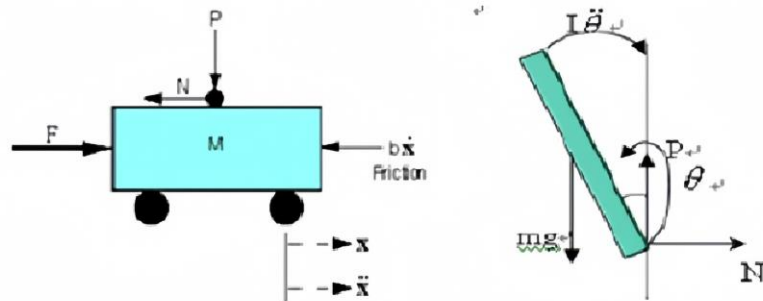


图 2 小车及摆杆受力分析——N 和 P 为小车与摆杆相互作用力的水平和垂直方向的分量
小车水平方向的合力：

$$M\ddot{x} = F - b\dot{x} - N$$

摆杆水平方向的合力：

$$N = m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta$$

摆杆水平方向的运动方程：

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F$$

摆杆力矩平衡方程：

$$-Pl \sin \theta - Nl \sin \theta = I\ddot{\theta}$$

摆杆垂直方向的合力：

$$P - mg = m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) = -ml\ddot{\theta} \sin \theta - ml\dot{\theta}^2 \cos \theta$$

摆杆垂直方向的运动方程：

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -m\ddot{x} \cos \theta$$

1.2 一、二阶系统参数变化对系统输出的影响规律

本小组通过 GUI 设计脉冲、阶跃和斜坡信号的输入，并使用适当的模拟工具来模

拟系统的响应。此外，引入了不同频率的正弦信号，以观察系统对不同频率输入的响应。

首先，本小组明确了实验设计的步骤和内容。以下是设计方案，以一、二阶系统在脉冲、阶跃、斜坡及不同频率正弦信号下的输出响应为研究对象。

1.系统模型建立：

一阶系统和二阶系统分别可以用如下方式表示：

	一阶响应	二阶响应
传递函数	$G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$	$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$
脉冲信号 $v = 0$	$X_i(s) = 1$ $X_o(s) = X_i(s) \times G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$	$X_i(s) = 1$ $X_o(s) = X_i(s) \times G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$
阶跃信号 $v = 1$	$X_i(s) = \frac{1}{s}$ $X_o(s) = \frac{1}{Ts + 1} \times \frac{1}{s}$	$X_i(s) = \frac{1}{s}$ $X_o(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \times \frac{1}{s}$
斜坡信号 $v = 2$	$X_i(s) = \frac{1}{s^2}$ $X_o(s) = \frac{1}{Ts + 1} \times \frac{1}{s^2}$	$X_i(s) = \frac{1}{s^2}$ $X_o(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \times \frac{1}{s^2}$

2.输入信号生成：

本小组使用 Signal Generation Block Diagram 来生成所需的输入信号，包括脉冲、阶跃、斜坡及不同频率正弦信号。

3.系统仿真：

使用 Simulation Block Diagram 来模拟一、二阶系统的响应。将生成的输入信号连接到系统的输入端，并将系统的输出连接到 Scope Block 以观察输出响应

4.系统参数变化：

在一阶和二阶系统中，可以通过改变 K 和 T（或 T1 和 T2）的值来观察系统参数变化对输出响应的影响。

5.输出数据分析：

通过测量 Scope Block 中的输出响应，可以得出系统的快速性（如达到稳态所需的时间）和准确性（如最大误差）指标。这些数据可以通过 Data Acquisition Block Diagram 进行收集和分析。

6. 控制系统设计依据：

根据实验结果，本小组得出在各种输入信号和系统参数变化下，系统的输出响应表

现。这些数据可以为控制系统设计提供依据，以选择合适的控制策略和参数调整方法。

7.优化:

通过合理的界面设计，可以提高用户的操作效率和实验的准确性。程序调试与优化在完成实验设计后，需要进行程序调试和优化工作。可以使用 **Debugging Block Diagram** 来调试程序，查找并解决可能存在的错误或问题。同时，也可以使用 **Optimization Block Diagram** 来优化程序的性能和效率，以提高实验的响应速度和数据处理能力。

1.3 多连组小车

使用 MATLAB GUI 界面，将质量、弹簧、阻尼、作用力及频率设置成可调参数，并通过图形显示控件实时显示小车的位移、速度及加速度。

1.创建 GUI 界面:

使用 MATLAB GUIDE 创建一个 GUI 界面，包括以下控件:

- 文本框控件 (**Edit Text**): 用于输入小车的质量、弹簧常数、阻尼系数、作用力及频率等参数。
- 图形显示控件 (**Axes**): 用于实时显示小车的位移、速度及加速度曲线。

2.编写回调函数:

在 GUI 界面的回调函数中，编写代码以响应控件的调节操作，并更新图形显示控件的数据。

- 文本框控件回调函数: 当用户在文本框中输入参数值时，更新相应的变量。
- 计算函数: 根据当前的质量、弹簧常数、阻尼系数、作用力及频率等参数，使用数值方法（如欧拉法或四阶龙格-库塔法）求解微分方程，得到小车的位移、速度及加速度数据。
- 图形显示控件回调函数: 在每个绘图区域中绘制小车的位移、速度及加速度曲线。可以使用 **plot** 函数将数据绘制成曲线，并使用 **xlabel**、**ylabel** 和 **title** 等函数添加坐标轴标签和标题。

3.运行和测试

运行 GUI 程序，测试可调参数和图形显示控件的功能是否正常。可以调节各项参数，观察小车的位移、速度及加速度曲线的变化情况，以验证程序的正确性。

二、控制工程基础创新性研讨流程

2.1 倒立摆的位置和摆杆摆角双闭环控制

- 1.收集数据：在各种不同的 PID 参数设置下，记录倒立摆系统的响应数据。
- 2.分析数据：对比和分析在不同参数设置下的系统响应数据，找出最佳的控制参数。
- 3.模型验证：使用找到的最佳控制参数，对倒立摆系统进行控制，观察和验证系统的稳定性。
- 4.讨论和结论：根据实验结果进行讨论，并得出结论。

2.2 一、二阶系统参数变化对系统输出的影响规律

- 1.使用 GUI 设计一、二阶系统模型；
- 2.对系统进行初始化并设置参数（如 K_1 、 α_1 、 K_2 、 α_2 、 α_3 ）；
- 3.分别对脉冲、阶跃、斜坡及不同频率正弦信号作为输入信号进行测试；
- 4.记录并分析输出响应；
- 5.改变系统参数，重复步骤 3 和 4；
- 6.根据实验数据，得出参数变化对系统输出响应的影响规律；
- 7.计算并分析系统的快速性及准确性指标。

2.3 多连组小车

- 1.初始化界面：创建一个用户界面(U1)，包括质量、弹簧、阻尼、作用力和频率等参数的输入框，以及显示小车位移、速度和加速度的图表或图形。
- 2.定义小车模型：在程序中定义小车的物理模型，包括质量、弹簧常数、阻尼常数、作用力和频率等参数。
- 3.设置参数：在 UI 中创建按钮或其他交互元素，允许用户改变小车模型的参数。当用户改变参数时，程序应更新小车模型的相关参数。
- 4.模拟运动：根据当前设置的参数，使用数值方法(例如 Euler 方法或更精确的积分方法)来模拟小车的运动。计算小车的位移、速度和加速度，并更新 UI 中的图表或图形。
- 5.更新 UI：使用一个定时器或事件驱动的方式，周期性地(例如每秒)更新 UI 上的图表或图形，反映小车当前的状态(位移、速度和加速度)。

三、控制工程基础创新性研讨软件设计

3.1 一般系统的输出显示界面设计

对于一阶系统来说，其传递函数 $G(s)=\frac{1}{Ts+1}$

1. 在脉冲信号 $v=0$ 的输入下

$$X_i(s)=1, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{1}{Ts+1}$$

2. 在阶跃信号 $v=1$ 的输入下

$$X_i(s)=\frac{1}{s}, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{1}{Ts+1} \times \frac{1}{s}$$

3. 在斜坡信号 $v=2$ 的输入下

$$X_i(s)=\frac{1}{s^2}, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{1}{Ts+1} \times \frac{1}{s^2}$$

4. 在正弦信号 $A\sin\omega t$ 的输入下

$$X_i(s)=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{1}{Ts+1} \times \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

于是本小组利用 `input=get(handles.popupmenu1,'value');`选择本小组输入信号的类型。

四个选项分别对应着单位脉冲信号，单位阶跃信号，单位斜坡信号和单位正弦输入信号。

`T=str2num(get(handles.edit2,'string'))`;则是用来输入一阶系统的时间常数。

`w=str2num(get(handles.edit1,'string'))`;用来输入单位正弦输入的输入频率。

对于二阶系统来说，其传递函数 $G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

1. 在脉冲信号 $v=0$ 的输入下

$$X_i(s)=1, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

2. 在阶跃信号 $v=1$ 的输入下

$$X_i(s)=\frac{1}{s}, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \times \frac{1}{s}$$

3. 在斜坡信号 $v=2$ 的输入下

$$X_i(s)=\frac{1}{s^2}, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \times \frac{1}{s^2}$$

4. 在正弦信号 $A\sin\omega t$ 的输入下

$$X_i(s)=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}, X_o(s)=X_i(s) \times G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \times \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

`input=get(handles.popupmenu1,'value');`选择本小组输入信号的类型

四个选项分别对应着单位脉冲信号，单位阶跃信号，单位斜坡信号和单位正弦输入

信号。

`zn=get(handles.slider1,'value');`是用来输入二阶系统的阻尼比。

阻尼比不仅可以直接输入，同时可以手动调节

`wn=str2num(get(handles.edit3,'string'));`是用来输入二阶系统固有频率

`w=str2num(get(handles.edit1,'string'));`用来输入单位正弦输入的输入频率。

在输入为单位阶跃响应时，本小组对其性能指标也进行了计算输出

`ts=4/(zn*wn);`

`Ts=['调整时间 ts: ' num2str(ts)];`计算输出了调整时间

`mp=exp(-1*zn*pi/sqrt(1-zn^2))*100;`

`Mp=['超调量 Mp: ' num2str(mp) '%'];`计算输出了最大超调量

`tr=(pi-b)/wd;`

`Tr=['上升时间 tr: ' num2str(tr)];`计算输出了上升时间

`tp=pi/wd;`

`Tp=['峰值时间 tp: ' num2str(tp)];`计算输出了峰值时间

`n=(ts*wd)/(2*pi);`

`N=['震荡次数 N: ' num2str(n)];`计算输出了震荡次数

对于一阶系统和二阶系统本小组取从 1 到 20 步长 0.0001 的时间 t 进行输出。

`function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)`

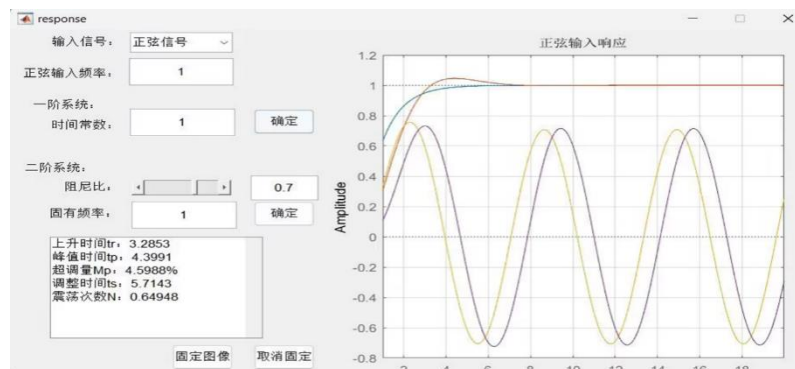
`hold on;`本小组利用这样一串代码对图像进行固定便于不同参数的图像进行比较。

`function pushbutton4_Callback(hObject, eventdata, handles)`

`hold off;`这串代码则是对已经固定的图像取消固定。然后利用 `cla(handles.axes1);`

清除绘图区图像。`grid on;`开启网格线。

页面设计如图：



3.2 多连组小车输出显示界面设计

对于八个小车的系统来说，本小组运用状态方程进行 GUI 的设计。

$$\dot{X} = A\dot{X} + Bu$$

$$Y = CX + Du$$

这里 X 是从 X_1 到 X_8 和从 \dot{X}_1 到 \dot{X}_8 的 16×1 的列向量， \dot{X} 是 X 的导数。 Y 是从 X_1 到 X_8 ，从 \dot{X}_1 到 \dot{X}_8 和从 \ddot{X}_1 到 \ddot{X}_8 的 24×1 的列向量。 u 是 $P\sin\omega t$ 的 1×1 的向量。

本小组先计算出 ABCD 的值然后利用 ss 函数将八个小车系统转换成状态空间。并利用 lism 函数将状态空间输出。

```
M=diag([m,m,m,m,m,m,m,m]);
```

```
a=diag([3,2,2,2,2,2,2,3])+diag([-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1],1)+diag([-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1],-1);
```

```
K=k.*a;
```

```
C=c.*a;
```

这是对求 ABCD 进行的计算准备。

```
A=[zeros(8),eye(8);-inv(M)*K,-inv(M)*C];
```

```
B=[zeros(8,1);[1 0 0 0 0 0 0 0]'];
```

```
C1=[eye(8) zeros(8);zeros(8) eye(8);-inv(M)*K,-inv(M)*C];
```

```
D=[zeros(16,1);b];
```

这里就是计算出的 ABCD 的向量。

```
sys=ss(A,B,C1,D);
```

```
[y,t,~]=lsim(sys,u,t);
```

建立状态空间，并对给定输入得到输出。

t=0:0.0001:20;这里取从 0 到 20 步长为 0.0001 的时间数。

```
plot(handles.axes1,t,y(:,1),t,y(:,2),t,y(:,3),t,y(:,4),t,y(:,5),t,y(:,6),t,y(:,7),t,y(:,8));
```

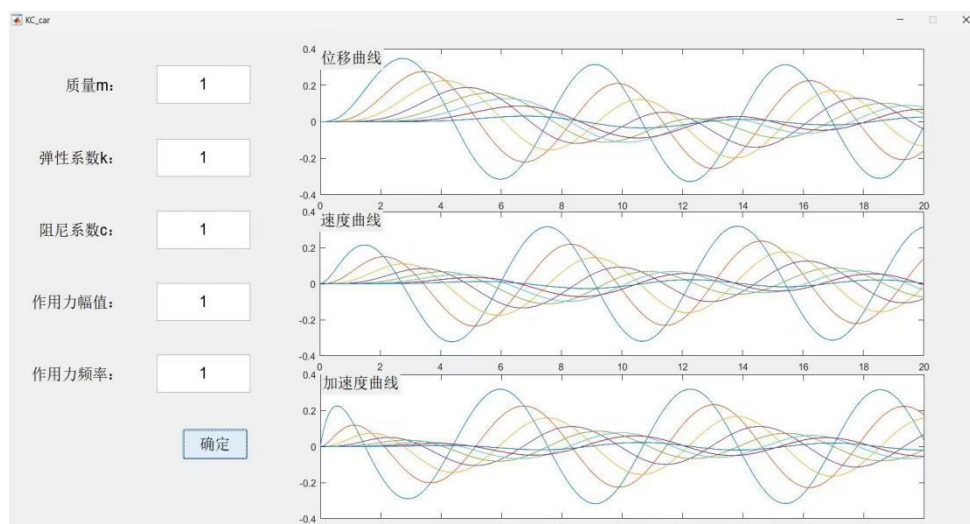
```
plot(handles.axes2,t,y(:,9),t,y(:,10),t,y(:,11),t,y(:,12),t,y(:,13),t,y(:,14),t,y(:,15),t,y(:,16));
```

```
plot(handles.axes3,t,y(:,17),t,y(:,18),t,y(:,19),t,y(:,20),t,y(:,21),t,y(:,22),t,y(:,23),t,y(:,24))
```

;

这里对八个小车的位移，速度，加速度分组进行输出

如图为各项参数均为 1 时的界面输出图像：



3.3 PID 控制器下的一阶倒立摆仿真

经典控制理论的研究对象主要是单输入单输出的系统，控制器设计时一般需要有关被控对象的精准模型。PID 控制因其结构简单，容易调节，且不需要对系统建立精确的模型，在实际控制中应用广泛。在控制理论和技术高速发展的今天，工业过程控制中 90% 以上的控制回路都具有 PID 结构。

(一) PID 调节器

$$G_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$$

PID 控制器的控制作用有以下几点；

(1) 比例系数 K_p 直接决定控制作用的强弱，加大 K_p 可以减少系统的稳态误差，提高系统的动态响应速度，但 K_p 过大会使动态质量变坏，引起被控制量振荡甚至导致闭环系统不稳定。

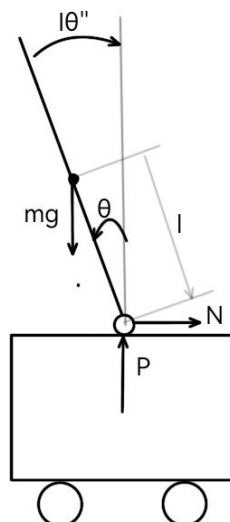
(2) 在比例调节的基础上加上积分控制可以消除系统的稳态误差，因为只要存在偏差，它的积分所产生的控制量就会用来消除稳态误差，直到积分的值为 0，控制作用才停止。但是它将使系统的动态过程变慢，而且过强的积分作用会使系统超调量增大，从而使系统稳定性变坏。

(3) 微分的控制作用是跟偏差的变化速度有关的。微分控制能够预测偏差，产生超前的校正作用，它有助于减少超调，克服振荡，使系统趋于稳定，并能加快系统的响应速度，减少调整时间，从而改善系统的动态性能。但是微分作用的不足之处是放大了噪声信号。

(二) 单回路 PID 调节器的设计

由下图可以列写出系统的运动微分方程：

$$\begin{aligned}x_s &= x - l \sin \theta & a_x &= \ddot{x}_s \\y &= l(1 - \cos \theta) & a_y &= \ddot{y} \\mg - ma_y &= P & m \cdot a_x &= N \\I\ddot{\theta} &= lP \sin \theta + lN \cos \theta\end{aligned}$$



以小车加速度为输入，摆杆角度为输出，求解得：

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} = mgl \sin \theta + m\ddot{x}l \cos \theta$$

将其线性化得到：

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} = mgl\theta + m\ddot{x}l$$

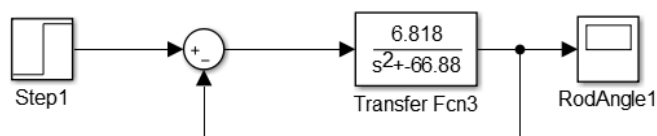
求系统的传递函数 $G(s)$ ：

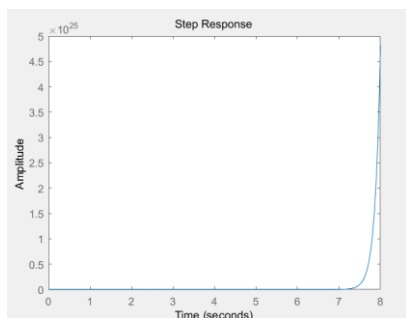
$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{ml}{(I + ml^2)s^2 - mgl}$$

由于实验杆的质量和长度是已知的， g 取 $9.8m/s^2$ ：

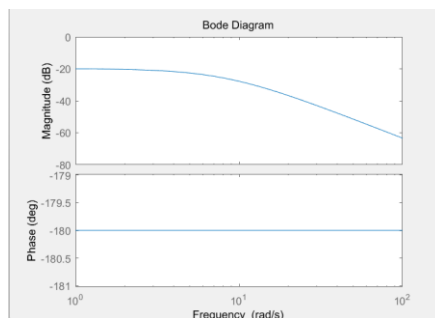
$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{6.818}{s^2 - 66.88}$$

运用时域分析法和频域分析法分析系统稳定性，绘制其闭环系统阶跃输入响应曲线和 bode 图，可以发现原闭环系统是不稳定的，所以得加入 PID 控制器使其稳定。



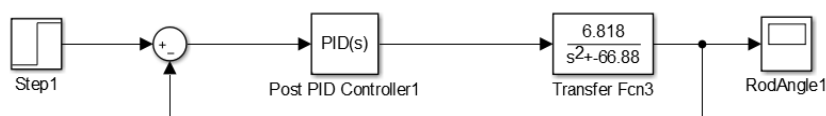


闭环系统阶跃输入响应曲线



开环传递函数的 bode 图

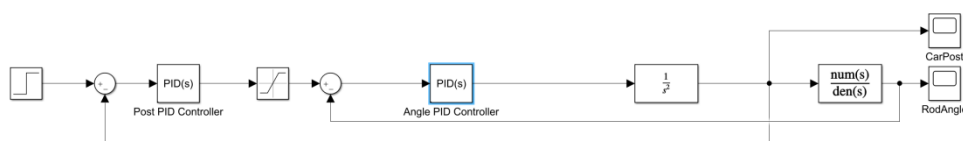
设计单回路 PID 控制器，建立以下仿真，其中 simulink 的 PID 控制器总共有四个参数；N 表示滤波系数，在控制过程中，微分项将会放大高频噪声的作用，所以在微分项引入滤波系数 N，将有效缓解高频噪声带来的影响。



(三) 双回路 PID 调节器的设计

前面单回路 PID 调节器只能控制摆杆的角度，并不能控制小车的位置，所以小车会朝一个方向运动，若是想控制电机的位置，使得倒立摆系统稳定在固定位置附近，还需要设计位置 PID 控制回路。

建立双回路 PID 仿真如下，通过调节参数，最终本小组得到了一个比较理想的输出摆角和位置曲线。

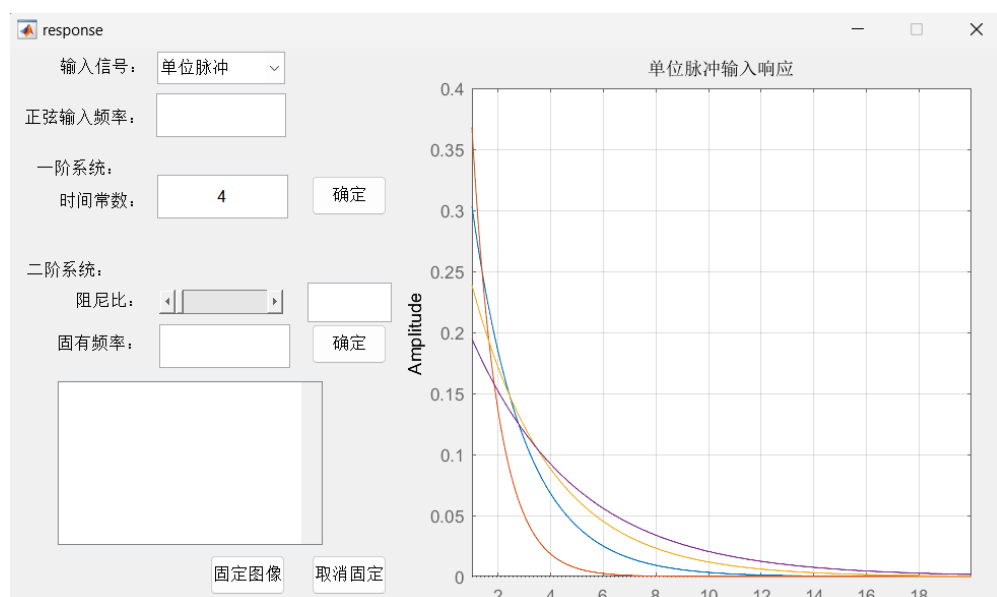


四、控制工程基础创新性研讨效果分析

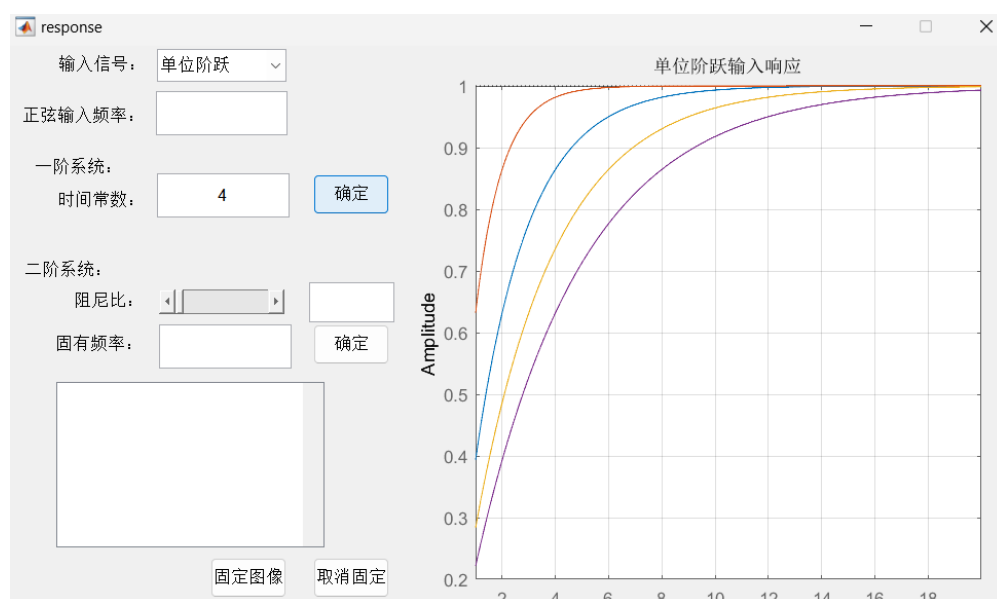
4.1 一阶二阶响应系统输出结果

对于一阶系统而言，在一定时间常数和确定输入响应下，程序画出系统的时域响应，经过测试本小组发现，在单位脉冲响应下，一阶系统响应幅值逐渐递减，并且收敛至 0，不存在稳定误差，为稳定系统。并且，随着时间常数的增大，0 时刻的响应幅值逐渐降低，但是到达稳态时间延长，系统快速性减弱。在单位阶跃响应下，一阶系统响应幅值

逐渐递增，收敛至 1，不存在稳态误差，为稳定系统。随着时间常数增大，0 时刻响应幅值始终保持在零点，但是到达稳态时间延长，系统快速性减弱。



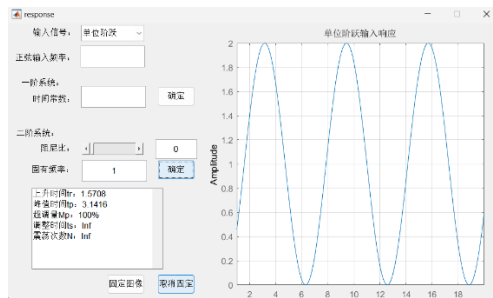
一阶系统单位脉冲输入响应



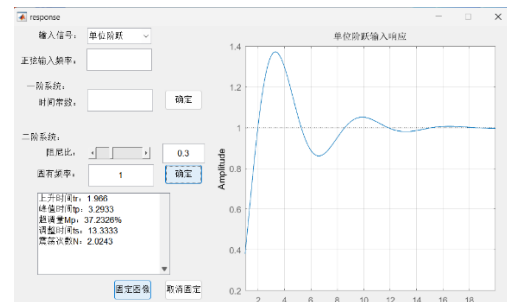
一阶系统单位阶跃输入响应

对于二阶系统，本小组着重研究了阻尼度对于二阶系统单位阶跃输入的响应曲线影响，分别测试了当 $\xi = 0$ ， $\xi = 0.3$ ， $\xi = 1$ ， $\xi = 2, 3, 4$ 四组 ξ 值对于单位阶跃输入响应曲线的影响，如下图所示。由图得到，在 $\xi = 0$ 时，系统产生等幅振荡，响应曲线为正弦波动曲线；而当 $\xi = 0.3$ 时，此时 $\xi < 1$ ，系统产生较大的超调量，但最终收敛于 1，不存在稳态误差，随着 ξ 继续增大，系统超调量逐渐降低，并且在 $\xi = 1$ 时达到 0，之后继续增加阻尼度 ξ ，系统超调量依然保持为 0，但是此时收敛时间变慢，系统保证了稳

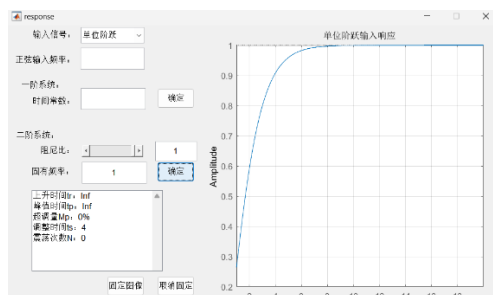
定性但快速性减弱。



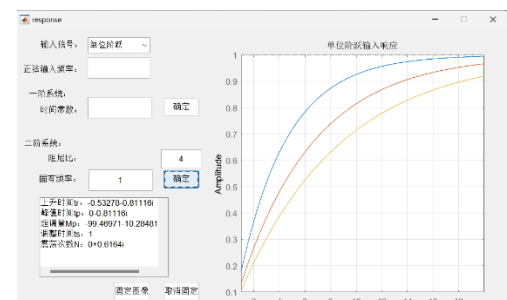
$\xi = 0$ 时单位阶跃输入响应曲线



$\xi = 0.3$ 时单位阶跃输入响应曲线



$\xi = 1$ 时单位阶跃输入响应曲线

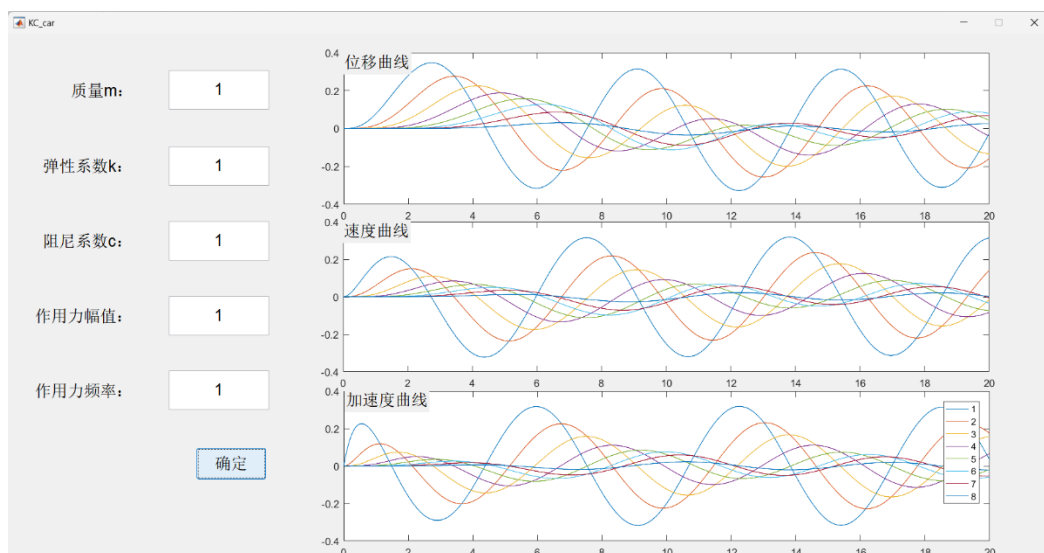


$\xi = 2, 3, 4$ 时单位阶跃输入响应曲线

4.2 多连组小车输出结果

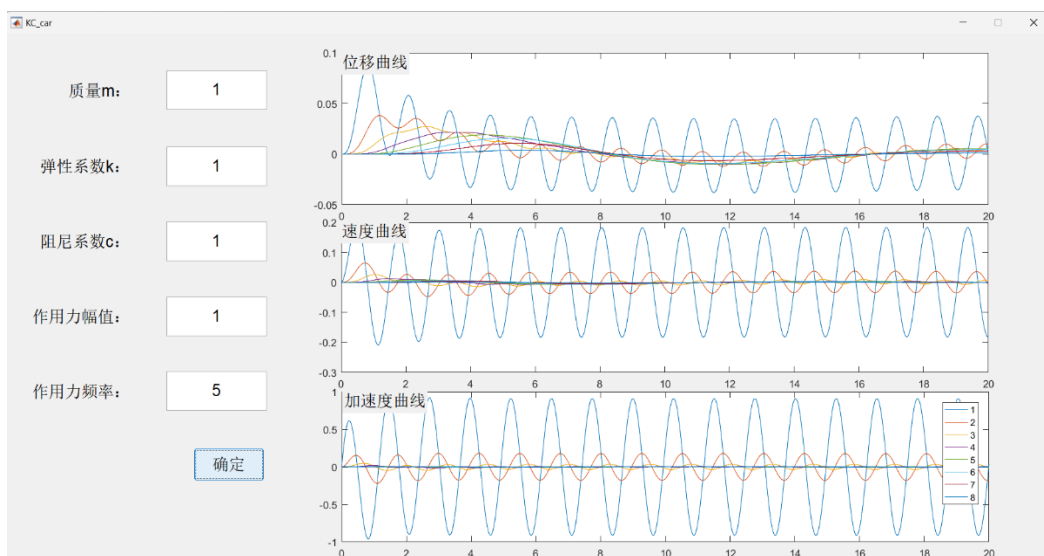
考虑到在实际情况下，多连组小车的质量、弹性系数、阻尼系数并不受人为改变，而是相对较为固定的值，本小组着重研究了在外加作用力幅值一定的情况下，随着外加作用力频率的变化，多连组小车的系统响应曲线。

首先，本小组考虑了单位质量、单位弹性系数、单位阻尼系数在单位力作用下的位移、速度、加速度响应曲线，如下图所示。可以看出，在单位力作用下，多连组小车的响应存在“延迟效应”，即：从响应速度上来看，离作用力位置越远的小车发生响应的的时间越慢，从响应幅值上来看，离作用力位置越远的小车，发生响应的最大幅值最小振动逐渐减缓。



单位力作用下的单位系统的位移、速度、加速度响应曲线

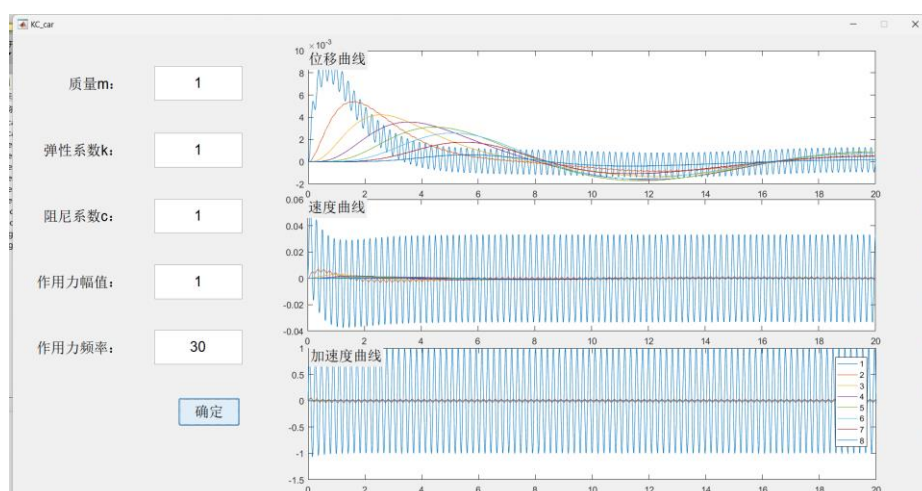
本小组继续增加作用力频率，当增加至 5Hz 时，位移、速度、加速度响应曲线如下图所示：



频率为 5Hz 的单位力作用下的单位系统的位移、速度、加速度响应曲线

由图可知，在增加单位力频率后，系统振动频率也相应地增加，位移、速度、加速度振荡频率增大，值得注意的是，第一辆小车与第二辆小车，在作用力作用的短时间内，存在一定的超调量，并且该超调量含有一定的高频波动分量，为继续探究该波动分量的影响，本小组决定继续增大频率，当频率增大到 30Hz 时，可以发现，此时的位移、速度、加速度曲线频率较前两组的结果提高显著，而第一辆小车的位移曲线逐渐向第一组靠拢，即：类似于单位频率单位力作用下的小车变化曲线，但是其中存在大量的高频波动分量，最终系统稳定在等幅振荡。因此本小组认为，在高频作用力作用下，多连组小车的运动模式由高频振动分量与低频相应分量两部分组成，后续可通过频域分析的有关算法对小

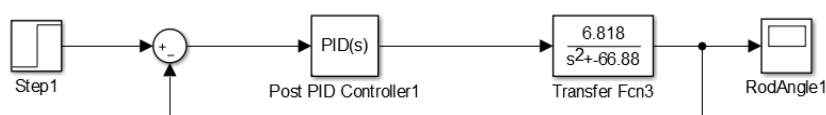
车的振动模式做进一步分析。



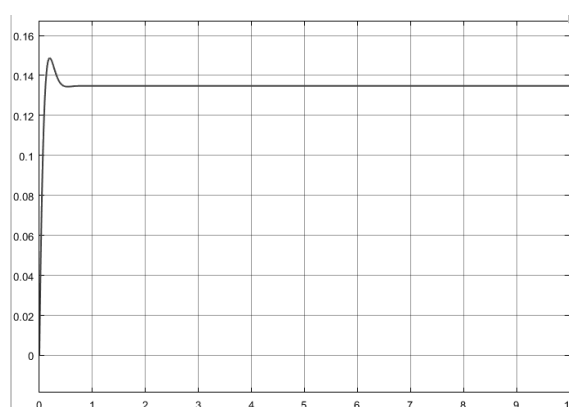
频率为 30Hz 的单位力作用下的单位系统的位移、速度、加速度响应曲线

4.3 PID 控制器下的一阶倒立摆仿真结果分析

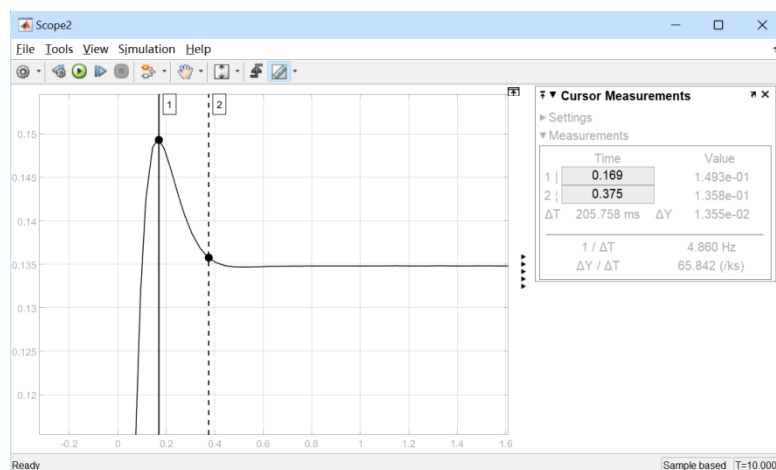
4.3.1 单回路 PID 控制器仿真结果分析



对于单回路 PID 控制器，本小组通过测试调整参数发现，当 $P=38$ ， $I=0$ ， $D=3$ 时，系统的摆角输出曲线有较好的表现，如下图所示。



系统摆角阶跃输出曲线

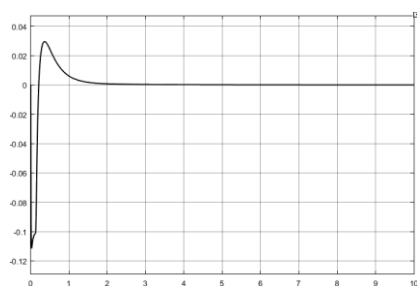


系统摆角阶跃输出曲线取值度量

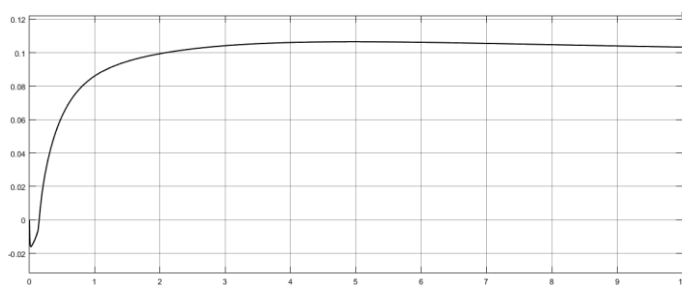
通过曲线测量，可以得到，摆角曲线超调量为 0.169，并且在 0.375s 内收敛至 0.135 角度，稳态误差在可接受范围内，但摆角曲线超调量过大，不易维持稳定状态。

4.3.2 双回路 PID 控制器仿真结果分析

在引入双回路 PID 控制器，得到响应曲线如下：其中摆杆稳定时间为 2s，最大摆角为 6° ，相较单回路 PID 控制器相比，双回路控制器的超调量控制得较好，且最终摆角收敛至 0，系统保持稳定。



摆角响应曲线



位置响应曲线