



中南大学  
CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

交通运输工程学院  
School of Traffic & Transportation Engineering

# 大学物理公式整理

编辑 欧宇恒

date: February 18, 2023

本文档仅作为公式整理，并不能作为知识清单的知识点汇总使用

## Contents

<b>§1 静电场</b>	<b>6</b>
1.1 库仑定律与若干带电系统电场与电势大小	6
1.1.1 电偶极子电场大小	6
1.1.2 均匀带电细直棒外任意一点场强大小	6
1.1.3 均匀带电圆环轴线上距环心 $x$ 处的电场与电势大小	7
1.1.4 无限大均匀带电平面的场强大小	8
1.1.5 均匀带电球面的电势分布	8
1.2 高斯定理	8
1.3 静电场的环路定理	8
1.4 电势能	8
1.5 电势	9
<b>§2 静电场中的导体与电介质</b>	<b>9</b>
2.1 导体表面附近的场强	9
2.2 电场与电势计算总结	9
2.3 电极化强度	9
2.3.1 有关电极化强度的定理 1	9
2.3.2 有关电极化强度的定理 2	10
2.4 电介质中的高斯定理	10
2.5 电容和电容器	10
2.5.1 电容的定义式	10
2.5.2 平行板电容器	10
2.5.3 电容器的连接	10
2.6 电场的能量	11
2.6.1 电容器的能量	11
2.6.2 电场能量	11
<b>§3 恒定磁场</b>	<b>11</b>
3.1 电流密度	11
3.2 欧姆定律的微分形式	11
3.3 磁矩	12
3.4 磁场中的高斯定理与环路定理	12
3.5 毕奥萨伐尔定律	12
3.6 毕奥萨伐尔定律的应用	12
3.6.1 载流直导线的磁场	12
3.6.2 圆形电流轴线上的磁场	13
3.6.3 长直螺线管的磁场分布	13
3.7 磁场对载流导线和载流线圈的作用	14
3.7.1 对载流导线的作用：安培定律	14

3.7.2 对载流线圈的作用：磁力矩	14
3.7.3 磁力做功	14
3.8 磁场对运动电荷的作用	14
3.9 霍尔作用	14
<b>§4 磁场中的磁介质</b>	<b>15</b>
4.1 相对磁导率	15
4.2 磁化强度与磁化电流的关系	15
4.3 磁介质中的高斯定理与安培环路定理	16
4.3.1 磁介质中的高斯定理	16
4.3.2 磁介质中的安培环路定理	16
4.4 磁极化率	16
<b>§5 变化的电磁场</b>	<b>16</b>
5.1 法拉第电磁感应定律	16
5.2 楞次定律	17
5.3 动生电动势	17
5.4 感生电动势与感生电场	17
5.5 感生电场的运用	18
5.5.1 电子感应加速器	18
5.5.2 涡电流	18
5.6 自感、互感	19
5.6.1 自感系数	19
5.6.2 互感	19
5.7 自感磁能	19
5.7.1 互感磁能	20
5.8 磁场能量	20
5.9 电场能量与磁场能量相比较	20
5.10 麦克斯韦电磁场理论（物理学史上的神级理论！）	20
5.10.1 全电流定律	22
5.11 各向同性介质的物质方程	22
5.12 电磁波	23
5.12.1 电磁波波动方程	23
5.12.2 平面电磁波基本性质	23
5.12.3 电磁波能量密度	23
5.12.4 电磁波能量	23
5.12.5 电磁波的能流密度	23

<b>§6 量子力学</b>	<b>24</b>
6.1 早期量子论	24
6.1.1 黑体	24
6.1.2 斯特藩-玻尔兹曼定律	24
6.1.3 维恩位移定律	24
6.2 光电效应	25
6.2.1 光电效应伏安特性曲线	25
6.2.2 光电效应的规律与易错点	25
6.2.3 定量分析	25
6.3 光的波粒二象性	25
6.3.1 光子能量	25
6.3.2 光子质量	26
6.3.3 光子动量	26
6.4 康普顿效应	26
6.4.1 效应内容:	26
6.4.2 试验规律 (了解即可)	26
6.4.3 定量分析	26
6.5 玻尔的氢原子理论	27
6.5.1 巴耳末系公式	27
6.5.2 三个假设	27
6.5.3 三个量子化	27
6.5.4 巴耳末系的最短波长与最长波长	27
6.6 德布罗意波	28
6.6.1 德布罗意关系式	28
6.6.2 相关实验汇总	28
6.7 不确定关系	28
6.7.1 动量与位置的不确定关系	28
6.7.2 能量与时间的不确定关系	28
6.8 薛定谔方程	29
6.8.1 定态波函数	29
6.8.2 波函数的计算	29
6.8.3 隧穿效应	30
6.8.4 一维线性谐振子	30
6.9 氢原子的量子理论	30
6.9.1 三个量子数	30
6.10 多电子原子中电子分布规律	30
6.10.1 电子的轨道磁矩	30
6.10.2 电子自旋	30
6.10.3 电子排布规律	31

6.11 泡利不相容原理 . . . . .	31
<b>§7 激光</b>	<b>31</b>

## §1 静电场

### 1.1 库仑定律与若干带电系统电场与电势大小

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

表征两点电荷之间的静电力  
电场的定义式：

$$\vec{E} = \frac{\Sigma \vec{F}}{q}$$

#### 1.1.1 电偶极子电场大小

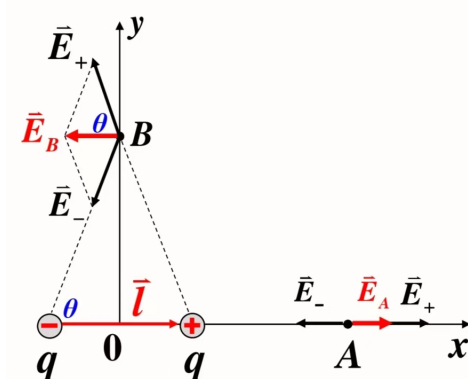


Figure 1: 电偶极子示意图

A 处场强——

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}$$

B 处场强——

$$\vec{E}_B = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{r^3}$$

其中， $\vec{p} = q\vec{l}$ ，由负电荷指向正电荷；  
只需要记结论，不需要记推导（太复杂啦）

#### 1.1.2 均匀带电细直棒外任意一点场强大小

（如图 2所示）

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

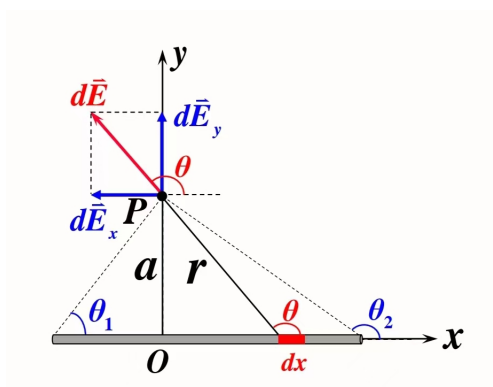


Figure 2: 均匀带电细直棒外任意一点场强

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

(注意  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的位置顺序不同, 了解即可, 不必硬记)

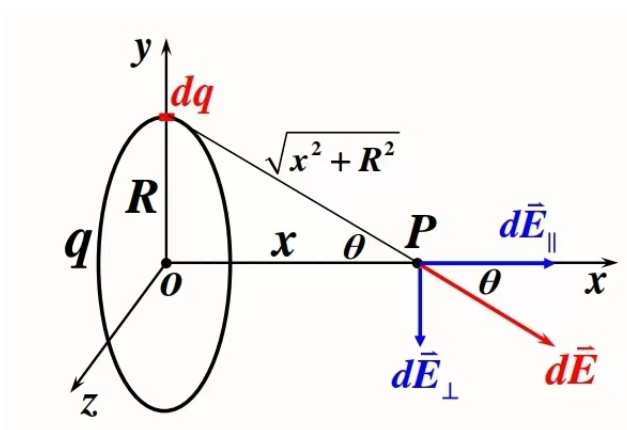
对于无限长均匀带电细直棒

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

若  $\lambda > 0$ , 则  $\vec{E}$  垂直细棒向外; 若  $\lambda < 0$ , 则  $\vec{E}$  垂直细棒向内;

### 1.1.3 均匀带电圆环轴线上距环心 $x$ 处的电场与电势大小

(如图 3所示)

Figure 3: 均匀带电圆环轴线上距环心  $x$  处的电场

$$\vec{E} = \frac{xq}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{i}$$

场强沿轴线方向

电势大小：

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\sqrt{R^2 + x^2}}$$

#### 1.1.4 无限大均匀带电平面的场强大小

(如图 4所示)

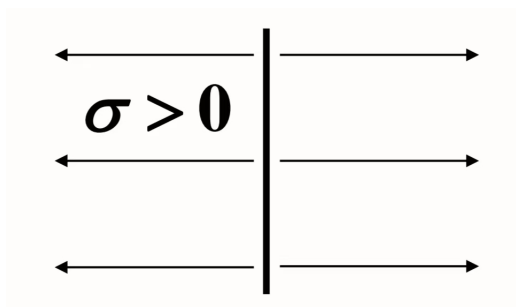


Figure 4: 无限大均匀带电平面的场强

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

#### 1.1.5 均匀带电球面的电势分布

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, & r < R \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & r > R \end{cases}$$

### 1.2 高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

(由于本文档仅做公式整理，故不展开公式的具体运用，下同)

### 1.3 静电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

### 1.4 电势能

$$W_a = \int_a^\infty q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



$q_0$  在静电场中  $a$  点的电势能, 等于将  $q_0$  从  $a$  点移到电势能零点, 静电力所做的功

## 1.5 电势

$$\varphi_a = \frac{W_a}{q} = \int_a^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电势叠加原理: 代数加和  $\varphi = \int d\varphi$

## §2 静电场中的导体与电介质

### 2.1 导体表面附近的场强

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

方向与导体垂直

### 2.2 电场与电势计算总结

$$\begin{aligned} \text{计算 } \vec{E} \left\{ \begin{array}{ll} 1. \text{ 定义} & \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \rightarrow \text{点电荷} \rightarrow \vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ 2. \text{ 叠加原理} & \vec{E} = \Sigma \vec{E}_i \\ 3. \text{ 高斯定理} & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0} \\ 4. \text{ 电势梯度法} & \vec{E} = -\text{gradu} = -\nabla u \end{array} \right. \\ \\ \text{计算 } \varphi \left\{ \begin{array}{ll} 1. \text{ 定义法} & \varphi_a = \int_a^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ 2. \text{ 叠加法} & \varphi = \int_\Omega \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} \end{array} \right. \end{aligned}$$

### 2.3 电极化强度

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\chi_e$ : 电极化率, 满足:

$$\chi_e = \varepsilon_r - 1$$

#### 2.3.1 有关电极化强度的定理 1

一、均匀介质极化时, 其表面上某点的极化电荷面密度, 等于该处电极化强度沿外法线方向的分量 (如图 5 所示)

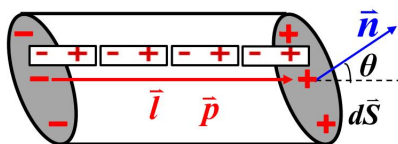


Figure 5: 有关电极化强度的定理 1 示意图

$$\sigma' = P \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{n}_0 = P_n$$

### 2.3.2 有关电极化强度的定理 2

二、在电场中，穿过任意闭合曲面的电极化强度通量等于该闭合曲面内极化电荷总量的负值

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\Sigma q'$$

## 2.4 电介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\Sigma q_i + \Sigma q'_i}{\epsilon_0}$$

其中， $q'$  为极化电荷  
介质中的高斯定理：

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \Sigma q_i$$

其中， $\vec{D}$  是电位移矢量，

$$\vec{D} = \begin{cases} \epsilon_0 \vec{E} & \text{真空中} \\ \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} & \text{介质中} \end{cases}$$

## 2.5 电容和电容器

### 2.5.1 电容的定义式

$$C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

### 2.5.2 平行板电容器

$$C = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$$

### 2.5.3 电容器的连接

串联：

$$\frac{1}{C_{eq}} = \Sigma \frac{1}{C_i}$$

并联:

$$C_{eq} = \Sigma C_i$$

## 2.6 电场的能量

### 2.6.1 电容器的能量

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

### 2.6.2 电场能量

电场能量密度:

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

一定体积内的电场能量

$$W_e = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 dV = \int_V \frac{1}{2}DE dV = \int_V \frac{1}{2\varepsilon}D^2 dV$$

## §3 恒定磁场

### 3.1 电流密度

$$\vec{J} = qn\vec{v}$$

电流和电流密度之间的关系:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

### 3.2 欧姆定律的微分形式

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{E} = \vec{J}\rho$$

其中,  $\sigma$  为电导率,  $\rho$  为电阻率

### 3.3 磁矩

对载流线圈（平面），定义磁矩：

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$\vec{n}$ ：载流线圈的法线方向，与电流构成右手螺旋

### 3.4 磁场中的高斯定理与环路定理

高斯定理：

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

安培环路定理：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

### 3.5 毕奥萨伐尔定律

考虑电流元产生的磁场：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

### 3.6 毕奥萨伐尔定律的应用

#### 3.6.1 载流直导线的磁场

（见图 6所示）

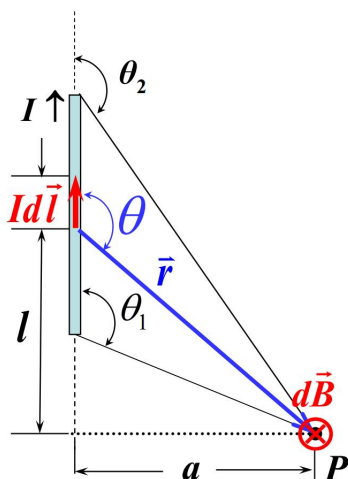


Figure 6: 载流直导线的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

无限长载流直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

### 3.6.2 圆形电流轴线上的磁场

(见图 7所示)

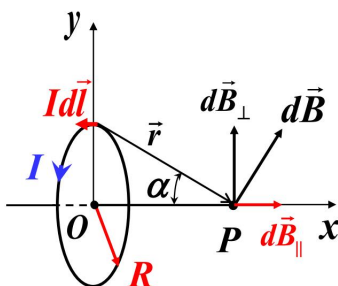


Figure 7: 圆形电流轴线上的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{i}$$

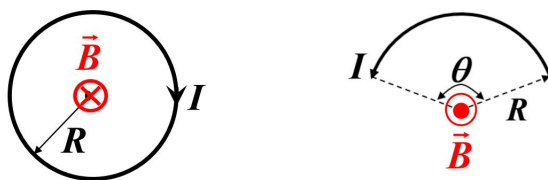


Figure 8: 圆弧电流在圆心处的磁感应强度

圆心处的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

圆弧电流在圆心处的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R}$$

### 3.6.3 长直螺线管的磁场分布

(见图 9所示)

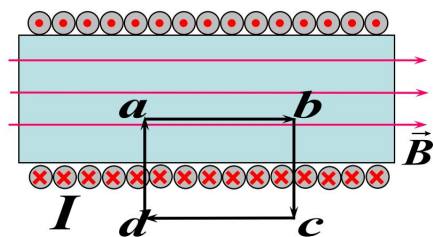


Figure 9: 长直螺线管的磁场分布

$$B = \begin{cases} \mu_0 n I & \text{内} \\ 0 & \text{外} \end{cases}$$

其中,  $n$  为单位长度导线匝数

### 3.7 磁场对载流导线和载流线圈的作用

#### 3.7.1 对载流导线的作用：安培定律

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

#### 3.7.2 对载流线圈的作用：磁力矩

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

若线圈有  $N$  匝, 则:

$$\vec{M} = N \vec{p}_m \times \vec{B}$$

#### 3.7.3 磁力做功

$$W = I \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} d\Phi_m = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1})$$

### 3.8 磁场对运动电荷的作用

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

### 3.9 霍尔作用

霍尔电势差:

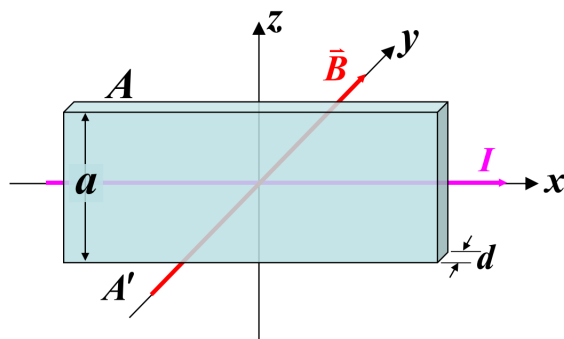


Figure 10: 霍尔作用

$$U_H = R_H \frac{IB}{d}$$

$R_H$  为霍尔系数,  $R_H = \frac{1}{nq}$ , 其中  $n$  为电荷密度。

## §4 磁场中的磁介质

### 4.1 相对磁导率

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

$$\begin{cases} B > B_0 & \text{顺磁质 } \mu_r > 1 \\ B < B_0 & \text{抗磁质 } \mu_r < 1 \\ B \gg B_0 & \text{铁磁质 } \mu_r > 1 \end{cases}$$

绝对磁导率:

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

### 4.2 磁化强度与磁化电流的关系

磁化强度:

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}$$

关系 1:

磁化面电流密度等于磁化强度沿介质表面的分量

$$\vec{j}_s = \vec{M} \times \vec{e}_n$$

关系 2:

磁化强度对闭合回路  $L$  的线积分, 等于穿过以  $L$  为周界的任意曲面的磁化电流的代数和

$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \Sigma I_s$$

### 4.3 磁介质中的高斯定理与安培环路定理

#### 4.3.1 磁介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

#### 4.3.2 磁介质中的安培环路定理

磁介质中:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma (I_{0i} + I_{si})$$

需要包含传导电流与极化电流  
令:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$$

则有: (此处省略 n 行推导过程)

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Sigma I_{0i}$$

此时只包括了传导电流。

### 4.4 磁极化率

磁极化率  $\chi_m$  满足:

$$\chi_m = \mu_r - 1$$

(可类比电场中的电极化率)

## §5 变化的电磁场

### 5.1 法拉第电磁感应定律

引入磁链物理量—— $\Psi_m = N \cdot \Phi_m$

通过法拉第电磁感应定律计算



——电动势  $\varepsilon_i$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi_m}{dt}$$

——电流  $I$

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{N}{R} \frac{d\Phi_m}{dt}$$

——一段时间内通过线圈的电量  $q$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I dt = \int_{t_1}^{t_2} -\frac{N}{R} \frac{d\Phi_m}{dt} dt = \int_{t_1}^{t_2} -\frac{N}{R} d\Phi_m = \frac{N}{R} (\Phi_{m1} - \Phi_{m2})$$

注意是初始磁通减末磁通

## 5.2 楞次定律

高中的“增反减同”仍可适用，以此来判断感应电动势的方向

右手定则：B 穿手心，拇指为切割磁感线速度方向，四指为感应电流方向

## 5.3 动生电动势

非静电力：

$$\vec{f} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

非静电场强：

$$\vec{E}_k = \frac{f}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

导线线元  $d\vec{l}$  的电动势：

$$d\varepsilon = \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

整段导线电动势即把  $d\varepsilon$  对  $d\vec{l}$  积分

## 5.4 感生电动势与感生电场

麦克斯韦假设：

涡旋电场的环路积分 = - B 对 t 的偏导数在以环路为边界的面积上的通量  
即：

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

S 的法线方向与边界环路方向满足右手螺旋定则

## 5.5 感生电场的运用

### 5.5.1 电子感应加速器

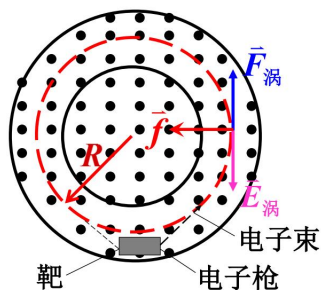


Figure 11: 电子感应加速器示意图

不同于回旋加速器，这里的感应加速器要求半径不变，此时磁场分布应该满足一定条件  
由于

$$R = \frac{mv}{eB_R}$$

故，有：

$$eR \frac{dB_R}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}$$

而右边式子

$$\frac{d(mv)}{dt} = F_{\text{涡}} = eE_{\text{涡}}$$

又有，

$$E_{\text{涡}} = \frac{1}{2\pi R} \frac{d\Phi_m}{dt}$$

故：

$$\frac{dB_R}{dt} = \frac{1}{2\pi R^2} \frac{d\Phi_m}{dt} \quad (*)$$

考虑到电子圆轨道磁通量为  $\Phi_m = \pi R^2 \bar{B}$ ，其中， $\bar{B}$  为电子轨道圆内的平均磁感应强度。

将 (\*) 式左右两边对  $dt$  积分，得到  $B_R = \frac{1}{2} \bar{B}$

电子圆轨道内的磁感应强度若满足该条件，则可以使电子保持在恒定轨道上被加速。

### 5.5.2 涡电流

趋肤效应——涡电流主要分布在导体表层

题型：计算圆柱形涡电流的热功率与热功率密度

## 5.6 自感、互感

### 5.6.1 自感系数

- 自感系数定义： $\Psi_m = LI$ ，其中  $\Psi_m$  为磁通链， $L$  为自感系数
- 自感电动势的计算

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

- 题型：计算长直螺线管的自感系数

**基本思路：**求出长直螺线管内部的磁链大小，比去电流  $I$ ，得到自感系数（根据定义即可）

**注意：**这里有些题目需要考虑清楚匝数  $N$  的选取

### 5.6.2 互感

$$\Psi_{21} = M_{21}I_1, \Psi_{12} = M_{12}I_2$$

其中， $M_{21} = M_{12}$ （可以证明得到）

## 5.7 自感磁能

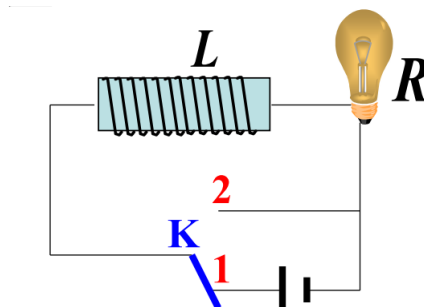


Figure 12: 电路示意图

由全欧姆定律可知：

$$-L \frac{di}{dt} + \varepsilon = iR$$

两边同乘  $i$ ，并且同时对时间积分：

$$\int_0^{+\infty} \varepsilon i dt = \int_0^I L i di + \int_0^{+\infty} i^2 R dt = \frac{1}{2} L I^2 + \int_0^{+\infty} i^2 R dt$$

上式的物理意义在于：电源对外做功，一部分转化为自感线圈中储存的磁场能，一部分转化为电阻的焦耳热，而自感线圈中存储的这部分磁能被称为自感磁能，并且能写出其表达式：

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

到此为止，我们一共有三种计算自感系数的方法：

1. 定义法：  $L = \frac{\Psi}{I}$
2. 感生电动势：  $\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$
3. 磁场能量法：  $W = \frac{1}{2}LI^2$

### 5.7.1 互感磁能

由上述自感磁能的推导我们可知：电源所做功被转化为两部分：**1. 线圈中产生的焦耳热** **2. 反抗自感电动势做功**，但是当线圈存在互感时，还需要加上 **3. 反抗互感电动势做功**，而这一部分能量我们称之为**互感磁能**，系统总磁能为：

$$W = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2$$

## 5.8 磁场能量

首先，我们先以螺线管为例，推导出磁场能量密度：

对螺线管而言：  $L = \mu n^2 V$ ;  $H = nI$ ;  $B = \mu nI$

此时磁场能量为：

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu n^2 V \left( \frac{B}{\mu n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu} V$$

可得单位体积内磁场能量，即磁场能量密度  $w_E$  为：

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}BH$$

可以通过一系列理论证明（不要求掌握哈），上述能量密度公式对于任意磁场均成立且对于任意磁场，其能量为：

$$W = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV = \int_V \frac{1}{2}\mu H^2 dV = \int_V \frac{1}{2}BH dV$$

有了能量公式便可以计算出磁能，进而通过“磁场能量法”计算出自感系数。

## 5.9 电场能量与磁场能量相比较

如 0 下页表 1 所示

## 5.10 麦克斯韦电磁场理论（物理学史上的神级理论!）

麦克斯韦方程组：

电场能量	磁场能量
电容器储能	自感线圈储能
$\frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU = \frac{Q^2}{2C}$	$\frac{1}{2}LI^2$
电场能量密度	磁场能量密度
$w_e = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{D^2}{2\epsilon}$	$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$
电场能	磁场能（没啥差别，本质就是密度对体积积分）
$W_E = \int_V w_e dV$	$W_m = \int_V w_m dV$
电场能量法求电容 $C$	磁场能量法求电感 $L$

Table 1: 电场能量与磁场能量相比较

$$\begin{cases} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i = \int_V \rho dV \\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S j d\vec{S} \end{cases}$$

接下来我们借由前几章已经学过的知识对四个式子进行物理意义上的解释

1.  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i = \int_V \rho dV$

表示电介质中的高斯定理，对任意闭合曲面，电位移矢量在该闭合曲面上的通量等于闭合回路内所有自由电荷的代数和（不包括极化电荷）

注意：该式中电通量流入为负，流出为正。

2.  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

静电场中的环路定理，体现了电场为无旋场，不是闭合曲线，环路积分得 0

3.  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

稳恒磁场中的高斯定理，体现了磁场为无源场，是闭合曲线，对任意曲面通量得 0

4.  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_i = \oint_S j d\vec{S}$

稳恒磁场中的环路定理，对任意闭合回路，磁场强度的环路积分等于穿过由该环路所构成曲面的传导电流代数和

对于变化的电场会产生变化的磁场，即有：

$$\oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

而对于变化的磁场如何产生变化的电场呢？

麦克斯韦提出了全电流定律，这本是麦克斯韦为解释传统电磁理论在电容中的不适用性而引入位移电流后得出的式子，具体推导过程了解即可。

### 5.10.1 全电流定律

全电流定律表述如下：

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S (j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

**物理意义：**变化磁场中的环路定理，对任意闭合回路，磁场强度的环路积分等于穿过由该环路所构成曲面的传导电流与位移电流的代数和，其中  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  为位移电流密度

**位移电流的定义：**单位时间内极板上电荷的增加（减少）等于流入（或流出）极板的电流

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d\Phi_d}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

从定义式中可看出，位移电流可认为是两极板间电位移通量随时间的变化率。

位移电流的方向：

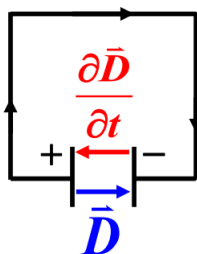


Figure 13: 位移电流方向示意图

当电容器放电时， $q \downarrow \rightarrow \sigma \downarrow D \downarrow$

(其中借用了电位移矢量的边界条件： $D$  在边界处的法向分量为该边界处电荷面密度)

故， $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  与  $\vec{D}$  反向

## 5.11 各向同性介质的物质方程

当有介质存在时， $\vec{E}$  和  $\vec{B}$  的存在与介质的特性有关，故需要补充物质方程以使麦克斯韦方程组更加完备，现补充物质方程如下：

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \text{ 欧姆定律的微分形式, 其中 } \sigma \text{ 为电导率, 而非面密度} \end{cases}$$

## 5.12 电磁波

### 5.12.1 电磁波波动方程

由麦克斯韦理论，在自由空间中的电场和磁场满足：

$$\oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

### 5.12.2 平面电磁波基本性质

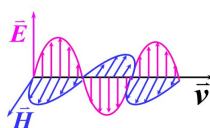


Figure 14: 平面电磁波示意图

1. 电磁波是横波， $\vec{E}, \vec{H}, \vec{v}$  相互垂直，呈右螺关系
2.  $\vec{E}$  和  $\vec{H}$  同相位、同频率
3. 电磁场中任意一点都满足

$$\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$$

4. 电磁波传播速度

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

### 5.12.3 电磁波能量密度

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2) = \varepsilon E^2 = \mu H^2$$

### 5.12.4 电磁波能量

$$W = \int_V w dV = \int_V \varepsilon E^2 dV = \int_V \mu H^2 dV$$

### 5.12.5 电磁波的能流密度

坡印廷矢量——

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

## §6 量子力学

### 6.1 早期量子论

#### 6.1.1 黑体

1. 黑体是能全部吸收各种入射电磁波的物体，它不是黑色的！（震声！）
2. 单色辐射本领  $M_\lambda(T)$  定义：单位时间内，从物体表面单位面积上发射的波长在  $\lambda$  附近单位波长间隔内的辐射能。

3. 辐射出射度（辐出度） $M(T)$  定义：单位时间内，从物体表面单位面积发射的各种波长的总辐射能  
计算公式：

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$

$M(T)$  在量值上等于单位表面积的辐射功率

如果已知太阳的半径，再通过后面提到的斯特藩-玻尔兹曼定律求出  $M(T)$ ，即可求出太阳的辐射功率——

$$P = 4\pi R^2 \times M(T) = 4\pi R^2 \times \sigma T^4$$

4. 上述的  $T$ ，又可以用维恩位移定律  $\lambda_m T = b$  求得。——这个思路已经在历年考题中出现了 5,6 次，务必记牢。

#### 6.1.2 斯特藩-玻尔兹曼定律

1. 黑体辐射的总辐射本领（辐射出射度）

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$

2. 定律公式：

$$M(T) = \sigma T^4$$

3. 斯特藩-玻尔兹曼常量  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ （可以不用记）

#### 6.1.3 维恩位移定律

1. 定律公式：

$$\lambda_m T = b$$

2. 维恩常数  $b = 2.898 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$
3. 黑体温度升高时，单色辐出度最大值向短波方向移动



## 6.2 光电效应

### 6.2.1 光电效应伏安特性曲线

(如图 15所示)

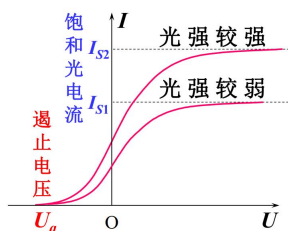


Figure 15: 光电效应伏安特性曲线

### 6.2.2 光电效应的规律与易错点

1. 饱和光电流与入射光强度成正比
2. 最大初动能与入射光频率有关，与入射光强度无关
3. 截止电压与入射光频率有关，与入射光强度无关
4. 最大初动能与频率成线性关系

### 6.2.3 定量分析

1. 爱因斯坦光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

其中， $\nu$  为入射光频率， $\frac{1}{2}mv^2$  为出射电子动能， $W$  为逸出功，每个金属的逸出功都不一样， $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

2. 引入截止电压  $U_a$

$$eU_a = \frac{1}{2}mv^2$$

3. 红限频率  $\nu_0$  即为：出射电子动能为 0 时的频率，此时为临界状态

$$h\nu_0 = W$$

4. 爱因斯坦的光电效应方程与光量子理论体现了光的粒子性。

## 6.3 光的波粒二象性

### 6.3.1 光子能量

$$\varepsilon = h\nu$$

$$\varepsilon = mc^2$$

### 6.3.2 光子质量

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$$

### 6.3.3 光子动量

$$p = mc = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

## 6.4 康普顿效应

### 6.4.1 效应内容：

X 射线通过物质散射时，发现散射光中除了有原波长的 X 光以外，还产生了波长增长的 X 光，这种现象称为康普顿效应。

### 6.4.2 试验规律（了解即可）

1. 散射 X 射线波长有两个峰值，即：散射光中有波长不变的 X 射线，也有波长变长的 X 射线
2. 波长的改变量与散射角有关
3. 不同元素的散射物质，在同一散射角下，波长改变量  $\Delta\lambda$  相同
4. 波长为  $\lambda$  的散射光强度随散射物质原子序数增加而减小

### 6.4.3 定量分析

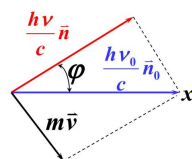


Figure 16: 动量守恒示意图

1. 能量守恒——

$$mc^2 + h\nu = m_0c^2 + h\nu_0$$

2. 动量守恒——

$$\frac{h\nu_0}{c} \vec{n} = m\vec{v} + \frac{h\nu}{c} \vec{n}$$

3. 康普顿散射公式——

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

4. 康普顿效应体现了光的粒子性。

## 6.5 玻尔的氢原子理论

### 6.5.1 巴耳末系公式

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2})$$

其中,  $n = 3, 4, 5, \dots$

### 6.5.2 三个假设

1. 定态假设原子其电子只能在确定轨道上绕核作圆周运动
2. 频率假设原子从一较大能量  $E_n$  的定态向另一较低能量  $E_k$  的定态跃迁时, 辐射一个光子, 光子频率满足:

$$h\nu = E_n - E_k$$

3. 轨道角动量量子化假设原子中电子绕核运动的轨道角动量是量子化的;
4.  $L = n\hbar$  其中,  $n$  为量子数,  $\hbar$  为约化普朗克常数。

### 6.5.3 三个量子化

1. 角动量量子化 (同上)
2. 轨道半径量子化

$$r_n = 0.53n^2 \text{Å}$$

其中,  $n = 1, 2, 3, \dots$

3. 能量量子化

$$E_n = \frac{-13.58}{n^2} \text{eV}$$

其中,  $n = 1, 2, 3, \dots$

### 6.5.4 巴耳末系的最短波长与最长波长

最长波长  $\lambda_{\max}$  是由  $n = 3 \rightarrow n = 2$  跃迁产生的光波

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2})$$

最短波长  $\lambda_{\min}$  是由  $n = \infty \rightarrow n = 2$  跃迁产生的光波

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R\left(\frac{1}{2^2}\right)$$

期末常考：最短波长与最长波长的比值？最长波长与第二长波长比值？

注：跃迁到  $n = 2$  的光波属于巴耳末系

## 6.6 德布罗意波

### 6.6.1 德布罗意关系式

1. 能量公式（同上）

$$E = mc^2 = h\nu$$

2. 动量公式（同上）

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

3. 自由粒子速度较小时

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

### 6.6.2 相关实验汇总

1. 戴维孙-革末进行了电子衍射实验，证明了电子的波动性
2. G.M. 进汤姆逊进行了电子衍射实验，证明了电子的波动性
3. 斯特恩实验证明中性原子和分子也具有波动性

## 6.7 不确定关系

### 6.7.1 动量与位置的不确定关系

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

动量与位置不能同时确定

### 6.7.2 能量与时间的不确定关系

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

能量与时间不能同时确定

## 6.8 薛定谔方程

### 6.8.1 定态波函数

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi = (E - U) \Psi$$

其中,  $\nabla^2$  是拉普拉斯算符, 在一维波函数里满足:

$$\nabla^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$E$  为能量,  $U$  为势能函数

注:

1. 波函数为复数函数, 无确定的物理意义
2. 波函数模的平方表征概率密度函数

$$w = |\Psi(x)|^2$$

3. 归一化条件: (一维情况下)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w dx = 1$$

4. 波函数的标准条件: 单值、有限、连续 (考过一次);
5. 等价条件:  $\Psi = C\Psi$ , 其中  $C$  为常数, 使得  $\Psi$  能够满足归一化条件;

### 6.8.2 波函数的计算

(常考题型, 建议记结论)

假定波函数

$$\Psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

由概率密度函数的归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = 1$$

由积分结果可以得到

$$A = \sqrt{\frac{2}{a}} \text{ (记! )}$$

求:  $0 \rightarrow a/2$  区间内, 粒子出现概率

计算方法:

$$\int_0^{a/2} \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = \frac{1}{2}$$

小规律:

$0 \rightarrow ma$  区间内, 粒子出现概率为  $m$ , 和  $n$  无关, 和  $a$  也无关

推论:

$ma \rightarrow qa$  区间内, 粒子出现概率为  $q - m$ , 和  $n$  无关, 和  $a$  也无关

### 6.8.3 隧穿效应

势垒越宽透过的概率越小

$(U_0 - E)$  越大透过的概率越小

隧道效应是不确定原理的体现, 其本质是微观粒子的波粒二象性

### 6.8.4 一维线性谐振子

谐振子能量

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$$

其中,  $n = 0, 1, 2, \dots$

## 6.9 氢原子的量子理论

### 6.9.1 三个量子数

主量子数  $n$ :  $n = 1, 2, 3, \dots$

角量子数  $l$ :  $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ , 角动量  $L = \sqrt{l(l + 1)}\hbar$

角动量空间取向量子化-磁量子数  $m_l$

$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

## 6.10 多电子原子中电子分布规律

(参见高中化学-物构部分)

斯特恩—盖拉赫实验证明了角动量的空间取向是量子化的

### 6.10.1 电子的轨道磁矩

(了解即可)

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{L}$$

### 6.10.2 电子自旋

电子自旋角动量——

$$S = \sqrt{s(s + 1)}\hbar$$

其中,  $s$  为自旋量子数,  $s = \frac{1}{2}$   
自旋磁量子数  $m_s = \pm\frac{1}{2}$

6.10.3 电子排布规律

用四个量子数表征  $(n, l, m_l, m_s)$   
例: 电子在 3d 轨道上:  
 $n = 3, l = 2, m_l = 0, \pm 1, \pm 2, m_s = \pm\frac{1}{2}$   
注:

1.  $l$  的记号
- |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $l$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 记号  | s | p | d | f | g | h | i | k | l |
2. 磁量子数  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$
3. 自旋量子数  $m_s = \pm\frac{1}{2}$

6.11 泡利不相容原理

1. 当  $n$  给定时,  $l$  的可能取值有  $n$  个
2. 当  $l$  给定时,  $m_l$  的可能取值有  $2l + 1$  个
3. 当  $n, l, m_l$  给定时,  $m_s = \pm\frac{1}{2}$  共 2 个
4. 给定主量子数为  $n$  的壳层上, 可能有的最多电子数为  $2n^2$

§7 激光

1. 受激辐射光放大是激光产生的基本机制
2. 粒子数反转是产生激光的最关键因素

激光的特性

1. 单色性好
2. 相干性好
3. 方向性好
4. 亮度高, 能量集中

激光产生的条件

受激辐射, 粒子数反转, 三能极系统, 谐振腔 (没有自发辐射)