强度理论
强度理论概述

材料由于强度不足引起的失效现象主要是屈服和断裂两种类型，学界认为，无论是简单或复杂应力状态，引起失效的因素是相同的。亦即：引起失效的原因于应力状态无关，这类假说称为强度理论，利用强度理论便可以由简单应力状态的实验结果，建立复杂应力状态的强度条件。

四种常用强度理论

强度理论分为两类：

1. 解释断裂失效的，其中有最大拉应力理论与最大伸长线应变理论；
2. 解释屈服失效的，其中有最大切应力理论与最大畸变能密度理论。

最大拉应力理论（第一强度理论）

这一理论认为**最大拉应力**是引起断裂的主要因素，即认为无论是什么应力状态，只要最大拉应力达到与材料性质有关的某一极限值，则材料就发生断裂。单向拉伸只有σ_1，而当σ_1达到强度极限σ_b时，发生断裂。这样，根据这一理论，无论是什么应力状态，只要最大拉应力σ_1达到σ_b就断裂，得到断裂准则：

$$\sigma_1 = \sigma_b$$

按照第一强度理论建立的强度条件是：

$$\sigma_1 \leq [\sigma]$$

> 适用条件：
> 铸铁等脆性材料在单向拉伸下，断裂发生于拉应力最大的横截面。脆性材料的扭转也是沿拉应力最大的斜面发生断裂。这些都与最大拉应力理论相符，**这一理论没有考虑其他两个主应力的影响，且对于没有拉应力的状态无法应用。**

最大伸长线应变理论（第二强度理论）

这一理论认为**最大伸长线**是引起断裂的主要因素，即认为无论是什么应力状态，只要最大伸长线应变ε_1达到与材料性质有关的某一极限值，则材料就发生断裂。ε_1的极限值既然与应力状态无关，就可以由单向拉伸来确定。
按照该理论，任意应力状态下，只要ε_1达到极限值$\frac{\sigma_b}{E}$，材料就发生断裂，断裂准则为：

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_b}{E}$$

又有广义胡克定律：

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

得到断裂准则：

$$\frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{\sigma_b}{E}$$

强度条件：

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]$$

> 适用条件：
> 铸铁在拉-压二向应力，且压应力较大的情况下，试验结果与这一理论接近。
> 不过按照该理论，如果在受压试块的压力的垂直方向再加压力，使其成为二向受压，其强度应该与单向受压不同，但是混凝土、花岗石和砂岩的试验资料表明，两种情况的强度并无明显差别。还可注意到，按照该理论，铸铁在二向拉伸时比单向拉伸更安全，但是试验结果并不能证实这一点，对这种情况，还是第一强度理论接近试验结果。

最大切应力理论（第三强度理论）

这一理论认为**最大切应力**是引起屈服的主要因素，即认为无论是什么应力状态，只要最大切应力τ_1达到与材料性质有关的某一极限值，则材料就发生屈服。任意应力状态下，只要$\tau_{\max}$达到$\frac{\sigma_s}{2}$，就能引起材料的屈服。又，任意应力状态下，

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

于是得到屈服准则：

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_s}{2}$$

即：

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s$$

建立强度条件：

$$\sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]$$

> 适用条件：
> 二向应力状态下，最大切应力屈服准则与试验结果比较吻合

最大畸变能密度（第四强度理论）

这一理论认为**最大畸变能**是引起屈服的主要因素，即认为无论是什么应力状态，只要最大应变能ν_d达到与材料性质有关的某一极限值，则材料就发生屈服。
单向拉伸下，屈服应力为σ_s，相应的畸变能求出为

$$\frac{1+\mu}{6E}(2\sigma_s^2)$$

得到屈服准则：

$$\nu_d = \frac{1+\mu}{6E}(2\sigma_s^2)$$

在任意应力状态下，

$$\nu_d = \frac{1+\mu}{6E}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]$$

整理可得屈服准则：

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_s$$

得到强度条件：

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]}\leq[\sigma]$$

> 几种塑性材料钢、铜、铝的薄管试验资料表明，最大畸变能密度屈服准则与试验资料相当吻合，比第三强度理论更为符合试验结果

由第四强度理论，可以得到塑性材料的最大切应力与最大正应力之间的关系

$$[\tau]=\frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

莫尔强度理论条件

推导略

莫尔强度理论的强度条件为：

$$\sigma_1-\frac{[\sigma_t]}{[\sigma_c]}\sigma_3\leq[\sigma_t]$$

其中，$[\sigma_t]$与$[\sigma_c]$分别为材料的抗拉和抗压许用应力。
莫尔理论是以试验资料为基础的，经合乎逻辑的综合得出的，并不像前面的强度理论以失效提出假说为基础。无疑，莫尔理论的方法是比较正确的。