

2

STEP 1.

(a) 2, 67 互质 使用 Fermat's Little Thm, $2^{66} \equiv 1 \pmod{67}$

Step 2. $700 = 66 \times 10 + 40 \Rightarrow 2^{700} = (2^{66})^{10} \cdot 2^{40}, (2^{66})^{10} \equiv 1^{10} \equiv 1 \pmod{67}$

Step 3. $\Rightarrow 2^{700} \equiv 2^{40} \pmod{67}$

$$2^8 = 256 \pmod{67} = 55$$

$$2^{16} \pmod{67} \equiv 55^2 \pmod{67} = 10$$

$$2^{40} = (2^{16})^2 \cdot 2^8 \pmod{67} = 10^2 \cdot 55 \pmod{67} = 6 \#$$

(b)

$$\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{43} \\ x \equiv 15 \pmod{67} \end{cases}$$

$$x \% 43 = 0, x \% 67 = 15$$

$$\Rightarrow 43k + 4 = 15 \pmod{67} \Rightarrow 43k = 11 \pmod{67}$$

$$\Rightarrow k = 43^{-1} \pmod{67} \Rightarrow \text{By Extended Euclidean thm.}$$

$$= -14 \pmod{67} = 53 \pmod{67} \Rightarrow k = 53 \times 11 = 583 \pmod{67} = 47$$

$$k = 47, x = 47 \cdot 43 + 4 = 2025 \#$$

(c)

$$39! \pmod{43}$$

$$42! \equiv -1 \pmod{43}$$

$$42! = 39! \times 40 \times 41 \times 42 \Rightarrow (40)(41)(42) \pmod{43} = (-3)(-2)(-1) \pmod{43}$$

$$\downarrow \quad \quad \quad 37 \quad \quad \quad = -6 \pmod{43}$$

$$6! \pmod{43} = 36$$

$$\rightarrow 39! \pmod{43} = 36 \#$$

$$\text{CNT}(x) = \text{fft}(x) \pmod{11} = [4 \ 0 \ 2 \ 0 \ 9 \ 0 \ 7 \ 0 \ 9 \ 0 \ 2 \ 0]^T$$

#

p=11

	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2
	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
mod 11	1	4	9	5	4	3	5	9	4	1

$$\text{Legendre Sequence} = [0, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, -1] \#$$

5

① $p[n] = \delta[n] + 0.4\delta[n-20] + 0.2\delta[n-30]$ #

② 想要: $h[n] * p[n] = \delta[n] \Leftrightarrow H(z)P(z) = 1$

$\Rightarrow H(z) = \frac{1}{1+0.4z^{-20}+0.2z^{-30}} \xrightarrow{z^{-1}} \hat{x}[n] = y[n] - 0.4\hat{x}[n-20] - 0.2\hat{x}[n-30]$ #

6

① 一般來說聽不到，因為不在聽覺範圍。

② 如果信號無明顯振幅下降、停頓 \Rightarrow 無法靠振幅判斷音節邊界。

③ 大多數樂器和人聲無法產生純正正弦波而是基頻加上諧波。
 \Rightarrow 產生和弦效果。

(人聲有口腔、鼻腔共鳴、樂器則為壓主波)

✗

7

① 算 data 的 entropy, entropy 較高者代表 uniformity 低, 較難壓縮。

② 因為影像有 \sim 組的 uniformity, 比聲音更容易編碼。
(還有 RGB 通道的)

- ③
1. 音樂能量集中在基頻與倍頻 ($f_0, 2f_0, 3f_0$) \Rightarrow 利用頻域一致性來壓縮。
 2. 音樂 $f_0 = f_{00} \times 2^{\frac{k}{12}}$, 音高可表示為中央 C 的公式 \Rightarrow 利用頻率一致性
 3. 音樂 (尤其流行音樂) 有固定節奏 \Rightarrow 利用時間一致性 ✗

• Bonus (学号 4.9).

为啥在语音辨识上要使用 mel-cepstrum 而不是一般白化 cepstrum?

Mel: $x[n] \xrightarrow{F.T} x[k] \rightarrow \frac{1}{M} \sum \log |x[k]|^2 \{ B_n[k] \} \cos\left[\frac{\pi n(m+1/2)}{M}\right]$

- ① 使用三角滤波, 强调人耳低频部分。
- ② 取对 \Rightarrow 符合人的生理听感。
- ③ DCT, 得到互相独立的特征。✕