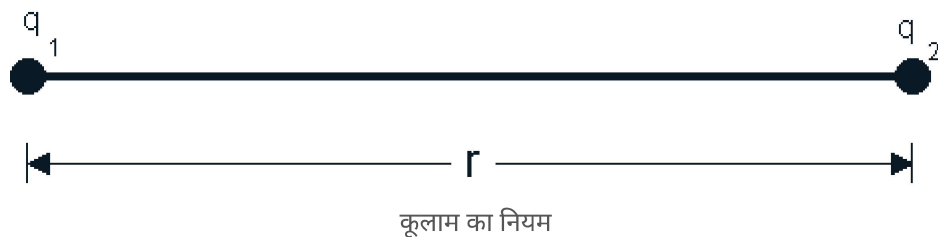


कूलाम का नियम

फ्रांसीसी वैज्ञानिक कूलाम ने प्रयोगों के आधार पर दो आवेशों के बीच लगने वाले बल के संबंध में एक नियम दिया जिसे " कूलाम का नियम " कहते हैं।



कूलाम के नियम के अनुसार, " दो स्थित बिंदु आवेशों के बीच लगने वाला आकर्षण तथा प्रतिकर्षण बल, दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है। "

माना दो आवेश q_1 तथा q_2 एक दूसरे से r दूरी पर हैं। तो उनके बीच लगने वाला बल

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{जहां } q_1 \text{ पहला आवेश, } q_2 \text{ दूसरा आवेश})$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

यहां k एक नियतांक है। जिसे परावैद्युतांक कहते हैं। इसका मान $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ होता है। इसका मात्रक न्यूटन-मीटर²/कूलाम² होता है।
तो अब

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

प्रयोग द्वारा $k \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$ का मान $9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$ होता है। तब कूलाम का नियम

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

कूलाम के नियम का सूत्र :-

दो स्थित बिंदु आवेशों के बीच लगने वाले बल, दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होता है। इसे ही कूलाम का नियम कहते हैं।

कूलाम के नियम का सूत्र -
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

या $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ का मान रखने पर कूलाम के नियम का सूत्र

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

ϵ तथा ϵ_0 को परिभाषित कीजिए। तथा $K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ का निगमन करो।

कूलाम के नियम से

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

यदि बिंदु आवेश वायु अथवा निर्वात के स्थान पर किसी अन्य परावैद्युत माध्यम जैसे मोम, तेल, कांच आदि में रखे हैं। तो उनके बीच लगने वाला वैद्युत बल

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{-समी. ①}$$

K एक नियतांक है। जिसका मान वायु अथवा निर्वात के लिए एक तथा अन्य परावैद्युत माध्यम के लिए एक से अधिक होता है।

निर्वात की विद्युतशीलता ϵ_0 :-

इसको वायु अथवा निर्वात की विद्युतशीलता कहते हैं इसका मान 8.85×10^{-12} होता है। तथा इसका मात्रक कूलाम²/न्यूटन-मीटर² होता है। एवं विमीय सूत्र $[M^{-1} L^{-3} T^4 A^2]$ है। इसको 'एपसाइलन नौट' कहते हैं।

परावैद्युत माध्यम की विद्युतशीलता ϵ :-

इसको परावैद्युत माध्यम की विद्युतशीलता कहते हैं। इसको 'एपसाइलन' नाम से जानते हैं।
तो इससे समी.① कुछ इस प्रकार भी लिखा जा सकता है।

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{-समी.②}$$

अब समी.① व समी.② की तुलना करने पर

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 K = \epsilon$$

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

अतः परावैद्युत माध्यम की विद्युतशीलता (ϵ) तथा वायु अथवा निर्वात की विद्युतशीलता (ϵ_0) के अनुपात को उसका परावैद्युतांक (k) कहते हैं।

निर्वात की विद्युतशीलता ϵ_0 का मान :-

हम जानते हैं कि

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$$

π का मान $22/7$ रखने पर

$$\frac{1 \times 7}{4 \times 22 \times \epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = \frac{1 \times 7}{4 \times 22 \times 9 \times 10^9} \text{ N-m}^2/\text{C}^2$$

हल करने पर

$$\boxed{\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N-m}^2}$$

आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल की परिभाषा

जैसे कि हम पहले भी पढ़ चुके हैं। कि दो समान प्रकार के आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं। तथा दो विपरीत प्रकार के आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते हैं इससे हमें यह ज्ञात होता है। कि आवेशों के बीच एक बल कार्य करता है। जिसे 'वैद्युत बल' कहते हैं।

"समान आवेशों के बीच लगने वाले वैद्युत बल को प्रतिकर्षण बल तथा विपरीत आवेशों के बीच लगने वाले बल को आकर्षण बल" कहते हैं।

सम्बंधित प्रश्न

Q.1 आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल को परिभाषित कीजिए।

अथवा आकर्षण तथा प्रतिकर्षण बल से आप क्या समझते हैं। अपने शब्दों में व्यक्त करो -

• कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न :-

1. निर्वात की विद्युतशीलता का मात्रक होता है - **कूलाम²/न्यूटन-मीटर²**
2. कूलाम के नियम का सदिश रूप क्या है। - $\vec{F} = \frac{1}{4\pi_0 k} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$
3. एक कूलाम आवेश में कितने इलेक्ट्रॉन होते हैं। - **6.25×10^{18}**
4. इलेक्ट्रॉन पर कितना आवेश होता है। - **1.6×10^{-19} कूलाम**
5. इलेक्ट्रॉन पर आवेश होता है। - **ऋणात्मक**
6. एक अल्फा कण पर आवेश होता है। - **3.2×10^{-19} कूलाम**
7. कूलाम का नियम में ϵ_0 का मान होता है। - **8.85×10^{-12} कूलाम²/न्यूटन-मीटर²**
8. इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान होता है। - **9.1×10^{-31} किलोग्राम**

• कुछ चुने हुए भौतिक नियतांकों के मान :-

1. प्रकाश की चाल (C) = **3.0×10^8 मीटर/सेकंड**
2. प्लांक नियतांक (h) = **6.67×10^{-34} जूल-सेकंड**
3. मूल आवेश (e) = **1.6×10^{-19} कूलाम**

4. प्रोटोन का आवेश कूलाम = $+1.6 \times 10^{-19}$ कूलाम

5. इलेक्ट्रॉन का आवेश = -1.6×10^{-19} कूलाम

6. इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान = 9.1×10^{-31} किलोग्राम

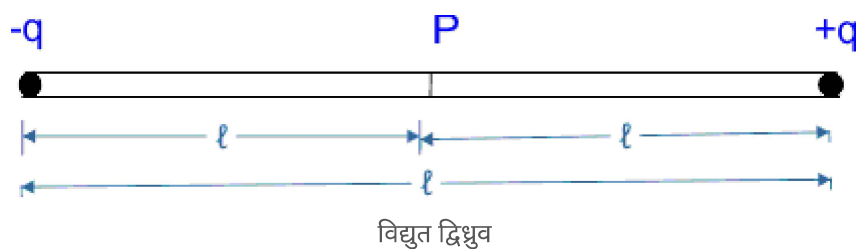
विद्युत द्विध्रुव | Electric dipole in Hindi | अक्षीय, निरक्षीय स्थिति class 12

Electric dipole in Hindi :-

इस पोस्ट में विद्युत द्विध्रुव से संबंधित सभी जानकारी एकत्रित किया गया है। जैसे- विद्युत द्विध्रुव किसे कहते हैं, विद्युत द्विध्रुव के कारण किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक, किसी विद्युत द्विध्रुव के कारण किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक, निरक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक।

विद्युत द्विध्रुव -

विद्युत द्विध्रुव एक ऐसा समायोजन है। जिसमें दो बराबर व विपरीत प्रकृति के आवेश एक दूसरे से अल्प दूरी पर होते हैं।



किसी एक ($+q$ या $-q$) आवेश तथा दोनों आवेशों के बीच की दूरी ($2l$) के गुणनफल को विद्युत **द्विध्रुव आघूर्ण** कहते हैं। इसे p से प्रदर्शित करते हैं।

विद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण $p = \text{आवेश} \times \text{बीच की दूरी}$

$$p = q \times 2l$$

$$p = 2ql$$

विद्युत द्विध्रुव का मात्रक कूलाम-मीटर होता है। तथा विमीय सूत्र [LTA] होता है। यह एक सदिश राशि है। जिसकी दिशा ऋणात्मक आवेश (-q) से धनात्मक आवेश(+q) की ओर होती है।

उदाहरण – अनेक अणु जैसे HCl, H₂O, HBr, NH₃ तथा CH₄ वैद्युत द्विध्रुव के उदाहरण हैं।

विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करने की दो स्थितियां हैं।

(1) अक्षीय स्थिति (2) निरक्षीय स्थिति

1- विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की अक्षीय या अक्ष स्थिति :-

संबंधित प्रश्न

Q.1– वैद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति या अक्ष स्थिति में किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजन ज्ञात कीजिए।

अथवा वैद्युत द्विध्रुव की अक्ष पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र स्थापित कीजिए।

अथवा वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$ सूत्र का निगमन करो।

अक्षीय स्थिति :- माना एक वैद्युत द्विध्रुव AB ऐसे माध्यम के स्थित है। जिसका परावैद्युतांक k है। अक्षीय स्थिति में इसके मध्य बिंदु O से r दूरी पर एक बिंदु P है। जिस पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की अक्षीय स्थिति

(**Note** – ये जो ऊपर article में परिभाषा लिखी गई है। ये कोई अपने मन से नहीं लिखी गई है। बल्कि यह चित्र से बनाई गई है। आप भी इसे रटे नहीं बल्कि चित्र को समझें, और बार-बार लिखने का अभ्यास करें।)

द्विध्रुव के आवेश +q के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{(r-l)^2} \quad (A \rightarrow P \text{ दिशा में})$$

इसी प्रकार द्विध्रुव के आवेश $-q$ के कारण बिंदु p पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{(r+l)^2} \quad (P \rightarrow B \text{ दिशा में})$$

(चूंकि तीव्रता एक सदिश राशि है। इसलिए ही $-q$ आवेश भी $+q$ हो जाता है)

E_1 व E_2 विपरीत दिशाओं में होने के कारण बिंदु O पर परिणामी तीव्रता

$$E = E_1 - E_2$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{(r-l)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{(r+l)^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k} \left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2} \right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k} \left[\frac{(r+l)^2 - (r-l)^2}{(r-l)^2 (r+l)^2} \right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k} \left[\frac{r^2 + l^2 + 2rl - r^2 - l^2 + 2rl}{(r^2 - l^2)^2} \right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k} \left[\frac{4rl}{(r^2 - l^2)^2} \right]$$

$$\because l < r \quad \therefore l^2 < r^2 \quad \text{अतः } l^2 \text{ को छोड़ने पर}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k} \left[\frac{4l}{r^3} \right]$$

$$E = \frac{2 \times 2ql}{4\pi\epsilon_0 k r^3} \quad (\because p = 2ql)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{2p}{r^3}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए $k=1$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$$

इस प्रकार **अक्षीय स्थिति** में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता E की दिशा ऋण आवेश से धन आवेश की ओर होती है।

2- विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की निरक्षीय या निरक्ष स्थिति :-

संबंधित प्रश्न

Q.1 वैद्युत द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति या अनुप्रस्थ स्थिति में किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजन ज्ञात कीजिए।

अथवा वैद्युत द्विध्रुव की निरक्ष पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र स्थापित कीजिए।

अथवा वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$ सूत्र का निगमन करो।

निरक्षीय या निरक्ष स्थिति :- माना एक वैद्युत द्विध्रुव AB ऐसे माध्यम के स्थित है। जिसका परावैद्युतांक k है। निरक्षीय स्थिति में इसके मध्य बिंदु O से r दूरी पर एक बिंदु P है। जिस पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

वैद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की निरक्षीय या निरक्ष स्थिति

द्विध्रुव के आवेश $+q$ के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{r^2 + l^2} \quad (A \rightarrow P \text{ दिशा में})$$

इसी प्रकार द्विध्रुव के आवेश $-q$ के कारण बिंदु p पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{r^2 + l^2} \quad (P \rightarrow B \text{ दिशा में})$$

E_1 व E_2 को क्षैतिज व ऊर्ध्वाधर घटकों में नियोजित करने पर ऊर्ध्वाधर घटक $E_1 \sin \theta$ तथा $E_2 \sin \theta$ बराबर व विपरीत होने पर निरस्त (खत्म) हो जाते हैं। जबकि क्षैतिज घटक $E_1 \cos \theta$ तथा $E_2 \cos \theta$ एक ही दिशा में होने के कारण जुड़ जाएंगे।

अतः बिंदु P पर परिणामी तीव्रता

$$E = E_1 \cos \theta + E_2 \cos \theta$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{r^2 + l^2} \cos \theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{r^2 + l^2} \cos \theta$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{2q \cos \theta}{r^2 + l^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{2q}{r^2 + l^2} \left(\frac{l}{\sqrt{r^2 + l^2}} \right) \quad (\because \cos = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} \Rightarrow \frac{l}{\sqrt{r^2 + l^2}})$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{2ql}{(r^2 + l^2)^{3/2}}$$

$$\because l < r \quad \therefore l^2 \ll r^2 \quad \text{अतः } l^2 \text{ को छोड़ने पर}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{p}{r^3}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए $k=1$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

इस प्रकार **निरक्षीय स्थिति** में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता E की दिशा धन आवेश से ऋण आवेश की ओर होती है।

Note – 12th Board Exam में इन दो स्थितियों में से कोई एक स्थिति आने की संभावना बहुत ज्यादा होती है। इसलिए आप इन्हें अच्छे से समझे और लिखकर अभ्यास करें।

इसे भी पढ़ें... [Gauss theorem in Hindi- गौस की प्रमेय](#)

एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बल युग्म के आघूर्ण :-

संबंधित प्रश्न-

Q. एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बल युग्म के आघूर्ण के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

अथवा एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बल युग्म के आघूर्ण सूत्र $\tau = pE \sin \theta$ का निगमन करो।

Ans – माना एक वैद्युत द्विध्रुव AB एक समान वैद्युत क्षेत्र E में क्षेत्र से कोण बनाते हुए रखा गया है। इस स्थिति में इसके +q

आवेश पर एक बल $F (=qE)$ क्षेत्र की दिशा में तथा $-q$ आवेश पर उतना ही बल $F (=qE)$ क्षेत्र की विपरीत दिशा में लगता है।
अतः यह बल एक युग्म बनाते हैं।

बल युग्म का आघूर्ण

जो द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र (E) के समांतर लाने का प्रयत्न करते हैं। अतः इसे प्रत्यानयन बल कहते हैं। इस प्रत्यानयन बल युग्म का आघूर्ण

$\tau = \text{बल} \times \text{लंबवत दूरी}$

$$\tau = F \times 2l \sin \theta$$

$$\tau = qE \times 2l \sin \theta \quad (\because E = \frac{F}{q})$$

$$\tau = 2ql \times \sin \theta \quad (\because p = 2ql)$$

$$\tau = pE \sin \theta$$

यदि $\theta = 0^\circ$ तब $\tau = pE \sin 0^\circ \Rightarrow \tau = pE \times 0 \Rightarrow$

$$\tau = 0$$

यदि $\theta = 90^\circ$ तब $\tau = pE \sin 90^\circ \Rightarrow \tau_{\max} = pE \times 1 \Rightarrow$



गौस की प्रमेय | Gauss theorem in Hindi, अनुप्रयोग, सूत्र, class 12

गौस की प्रमेय

परीक्षाओं में गौस की प्रमेय से सम्बंधित प्रश्न कुछ इस प्रकार पूछे जाते हैं। यहाँ Gauss theorem in Hindi हर टाइप के question को रखा गया है तथा उसके प्रकार भी बताये गये हैं की वह question किस-किस प्रकार से आ सकता है।

Gauss theorem in Hindi

गौस की प्रमेय के अनुसार , " किसी बंद पृष्ठ से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ पर उपस्थित कुल आवेश q का $1/\epsilon_0$ गुना होता है। " अर्थात्

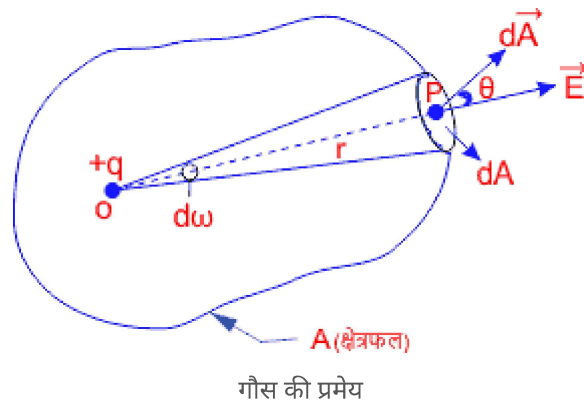
$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

जहाँ ϵ_0 वायु अथवा निर्वात की विद्युतशीलता है।
समाकलन रूप में गौस की प्रमेय

$$\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

जहाँ A बंद पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा E वैद्युत क्षेत्र है।

उत्पत्ति :- माना एक बिंदु आवेश +q एक बंद पृष्ठ (A) के भीतर बिंदु O पर स्थित है। पृष्ठ पर स्थित किसी बिंदु P की O से दूरी r है।



बिंदु P के चारों ओर एक अल्प क्षेत्रफल (लघु क्षेत्रफल) dA लेते हैं। तो इस अल्प क्षेत्रफल से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$d\phi_E = EdA \cos\theta$$

$$d\phi = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \right) dA \cos\theta$$

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{dA \cos\theta}{r^2} \right)$$

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (d\omega) \quad (\omega = \text{घनकोण है})$$

अब पूरे पृष्ठ से निर्गत वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (d\omega)$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\omega$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times 4\pi$$

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

गौस की प्रमेय का सूत्र

किसी बंद पृष्ठ से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ पर उपस्थित कुल आवेश q का $1/\epsilon_0$ गुना होता है। इसे ही गौस की प्रमेय कहते हैं।

गौस की प्रमेय का सूत्र $\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग के सूत्र

1. $E = \frac{\lambda \ell}{2\pi \epsilon_0 r}$

2. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

3. $E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

Note – अगर गौस की प्रमेय की केवल परिभाषा आती है। तो परिभाषा करें उत्पत्ति नहीं करें। अगर गौस की प्रमेय long questions में आती हैं। तो पूरा करें उत्पत्ति सहित।

Q.1 – स्थिर विद्युतकी में गौस की प्रमेय का उल्लेख कीजिए।

अथवा गौस की प्रमेय लिखो। तथा सूत्र का सत्यापन करो।

अथवा गौस की प्रमेय को उत्पत्ति सहित वर्णन कीजिए।

महत्वपूर्ण परिभाषाएं

(1) गौसियन पृष्ठ – गौस की प्रमेय में जिस बंद पृष्ठ का प्रयोग होता है। उसे गौसियन पृष्ठ कहते हैं। यह एक काल्पनिक पृष्ठ होता है।

(2) घनकोण – किसी गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल गोले के केंद्र पर जो कोण अंतरित करता है। उसे घनकोण कहते हैं। इसे ω (ओमेगा) से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{घनकोण}(\omega) = \frac{\text{गोले का क्षेत्रफल}}{(\text{त्रिज्या})^2}$$

$$\omega = \frac{4\pi r^2}{r^2}$$

$$\omega = 4\pi \text{ स्टेरेडियन}$$

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग

12th class में हम गौस की प्रमेय के तीन ही अनुप्रयोग पढ़ते हैं। तीनों अनुप्रयोग इस पोस्ट में विस्तारपूर्वक समझाए गए हैं। आशा है की यह गौस की प्रमेय के तीनों अनुप्रयोग आपको पसंद आएंगे।

1. अनंत लंबाई के एक समान आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना।

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग

माना एक अनंत लंबाई के आवेशित तार का रेखीय आवेश घनत्व है। तार के निकट r दूरी पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इसके लिए तार के चारों ओर एक बेलनाकार गौसियन पृष्ठ खींचते हैं। इस बेलनाकार पृष्ठ पर एक क्षेत्रफल अवयव dA लेते हैं। तो इस क्षेत्रफल अवयव dA से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$d\phi_E = EdA$$

बेलनाकार पृष्ठ से निर्गत कुल वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int EdA$$

$$\phi_E = E \int dA$$

$$\phi_E = E(2\pi r\ell) \quad (\because \text{बेलन का क्षेत्रफल } A = 2\pi r\ell)$$

दो समतल पृष्ठ से निर्गत वैद्युत फ्लक्स शून्य होगा। अर्थात्

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$d\phi_E = EdA \cos 90^\circ$$

$$d\phi_E = 0$$

अतः सम्पूर्ण गौसियन पृष्ठ से निर्गत वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = E(2\pi r\ell)$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E(2\pi r\ell) \quad (\text{गौस की प्रमेय से } \phi_E = \frac{q}{\epsilon_0})$$

$$\frac{\lambda\ell}{\epsilon_0} = E(2\pi r\ell)$$

$$E = \frac{\lambda\ell}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Note – इससे संबंधित प्रश्न कुछ ऐसे आते हैं।

Q. गौस की प्रमेय की सहायता से एक समान रूप से आवेशित अनंत लंबाई के सीधे तार के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

2. एक समान आवेशित अनंत विस्तार की समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना।

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग 2

माना आवेश $+q$ एक अनंत विस्तार की आवेशित समतल चादर (प्लेट) पर फैला है। इससे r दूरी पर एक बिंदु P है। जिस पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इसके लिए एक गौसियन पृष्ठ की कल्पना करते हैं। तो यह एक बेलनाकार पृष्ठ होगा। इस पृष्ठ के दोनों समतल सिरों से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\phi_E = \int E dA + \int E dA$$

$$\phi_E = EA + EA$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = 2EA$$

बेलनाकार पृष्ठ के द्वारा निर्गत फ्लक्स शून्य होगा। $\phi_E = 0$

यदि चादर (प्लेट) का पृष्ठ आवेश घनत्व σ है। तो

$$\frac{q}{\epsilon_0} = 2EA$$

$$\frac{\sigma A}{\epsilon_0} = 2EA \quad (\because \sigma = \frac{q}{A})$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Note – इससे संबंधित प्रश्न कुछ ऐसे आते हैं।

Q. गौस के नियम का उपयोग करके एक समान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण वैद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

अथवा एक समान आवेशित अचालक प्लेट के कारण उसके निकट स्थित किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

3. एक समान आवेशित पतले गोलीय कोश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना।

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग 3

माना R त्रिज्या का एक गोलीय कोश है। जिस पर +q आवेश एकसमान रूप से वितरित है। हमें इस कोश के बाहर, कोश के पृष्ठ पर तथा कोश के भीतर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

(i) कोश के बाहर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

इसके लिए आवेशित कोश के केंद्र O से r दूरी पर एक गोलीय कोश की कल्पना करते हैं। जिसे गोसियन पृष्ठ कहते हैं। इसके पृष्ठ पर एक क्षेत्रफल अवयव dA है। तो इससे होकर गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$d\phi_E = EdA$$

पूरे पृष्ठ के कारण निर्गत वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$E \phi_E = \oint EdA$$

$$E = E \oint dA$$

$$\phi_E = E(4\pi r^2) \quad \text{-समी. ①} \quad (\because \text{गोले का क्षेत्रफल } A=4\pi r^2)$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E(4\pi r^2)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

(ii) कोश के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

यदि बिंदु P कोश के पृष्ठ पर है। तो ($r = R$)

अतः विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

(iii) कोश के भीतर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

चूंकि बिंदु P से गुजरने वाले गोसियन पृष्ठ के भीतर कोई आवेश नहीं है। अतः गोसियन पृष्ठ से निर्गत वैद्युत फ्लक्स शून्य होगा।
गौस की प्रमेय से

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\because \text{आवेश नहीं है } \therefore q=0)$$

$$\phi_E = 0$$

अब समी. ① से

$$\phi_E = E(4\pi r^2)$$

$E = 0$

अतः गोलीय कोश के भीतर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होती है।

Note – इससे संबंधित प्रश्न कुछ ऐसे आते हैं।

Q.1 गौस की प्रमेय की सहायता से एक समान रूप से आवेशित गोलीय कोश के कारण -(i) कोश के बाहर, (ii) कोश के पृष्ठ पर तथा, (iii) कोश के भीतर, वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

अथवा गौस की प्रमेय से सिद्ध कीजिए। कि किसी आवेशित गोलीय कोश के भीतर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होती है। तथा कोश के बाहर बिंदुओं के लिए आवेशित कोश, केंद्र पर स्थित बिंदुवत् आवेश की भांति व्यवहार करता है।