简谐振动及其描述

- **简谐振动的运动学描述**
  - 简谐振动表达式
    - $x = A\cos(\omega t+\varphi)$
      - $a = -\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)$
      - $v = -\omega A\sin(\omega t+\varphi)$
  - 简谐振动特征量
    - 振幅 表示物体在简谐振动过程中离开平衡位置的最大位移的绝对值 $A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$
    - 周期 振动物体完成一次全振动所经历的时间 $T=\frac{2\pi}{\omega}$
    - 频率 振动物体在单位时间里完成全振动的次数 $\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$
    - 角频率 物体在2Π秒内所完成的全振动的次数 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$
    - 初相位 t=0时的相位 $\varphi\in[-\pi,\ \pi]$ — $\tan\varphi=-\frac{v_0}{x_0\omega}$
    - 相位 决定振动系统运动状态的物理量称为相位 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$
    - 相位差
      - 同相 $\Delta\varphi=2k\pi$
      - 反相 $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$
- **简谐振动的旋转矢量表示法**
- **简谐振动的动力学规律**
  - 简谐振动的动力学性质
    - 简谐振动的特征方程 $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$
    - 回复力 简谐运动的质点所受的合外力F和它的位移成正比，但反向，这样的力称为回复力 $F=-kx$
    - 角频率 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$
    - 周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
    - 频率 $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
  - 单摆
    - 简谐振动特征方程 $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{l}\theta=0$
    - 回复力 $F=-mg\sin\theta\approx-mg\theta$
    - 角频率 $\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$
    - 周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
    - 振动表达式 $\theta=\theta_m\cos(\omega t+\varphi)$
- **简谐振动的能量**
  - 动能
    - $E_K=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)$
    - $\overline{E_k}=\frac{1}{4}kA^2$
  - 势能
    - $E_p=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$
    - $\overline{E_p}=\frac{1}{4}kA^2$
  - 总能量
    - 弹簧振子的动能和势能随时间做周期性变化，其周期为谐振动周期的一般，总能量与振幅的平方成正比关系，机械能守恒
    - $E=\frac{1}{2}mv_m^2$
- **简谐振动的合成**
  - 同一直线上两个同频率简谐振动的合成
    - $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)}$
    - $\varphi=\arctan\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$
    - 相位差 $\Delta\varphi=2k\pi$ — $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2}=A_1+A_2$
    - 相位差 $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$ — $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2-2A_1A_2}=|A_1-A_2|$
  - 同一直线上不同频率的简谐振动的合成
    - 振动方程 $x=x_1+x_2=A\cos(\omega_1t+\varphi)+A\cos(\omega_2t+\varphi)=2A\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\cos\left(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t+\varphi\right)$
    - 拍现象：频率较大但相差很小的同方向振动合成时，所产生的和振动忽强忽弱的现象
    - 拍频率：单位时间里和振动加强或减弱的次数称为拍频率 $\nu_{拍}=2\times\frac{1}{2\pi}\left|\frac{\omega_2-\omega_1}{2}\right|=\nu_2-\nu_1$
    - 拍周期：和振动由一个最大值通过最小值到下一个最大值所需要时间称为拍周期 $T=\frac{1}{\nu_{拍}}=\left|\frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}\right|$
  - 两个相互垂直的同频率简谐振动的合成
    - 和振动轨迹方程 $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-2\frac{xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)$
    - $\frac{\omega_y}{\omega_x}=\frac{\text{曲线与平行于}x\text{轴的直线切点数}}{\text{曲线与平行于y轴的直线切点数}}$
- **阻尼振动 受迫振动 共振**

波动学基础

机械波的产生和传播

- 机械波产生的条件
  - 激发波动的振动系统，即波源
  - 传播机械波动的弹性介质
- 纵波和横波
  - 横波:介质中质点振动方向与波的传播方向互相垂直的波
  - 纵波:介质中质点振动方向与波的传播方向相互平行的波
- 波射线 波阵面 同相面
  - 波射线:表示波传播方向的射线称为波射线
  - 波阵面:某一时刻t波动所到达各点连成的面称为波阵面
  - 同相面:波在传播的过程中，所有振动相位相同的点连成的面称为同相面
- 平面波 球面波 柱面波
  - 平面波:很大的平面波源可以产生平面波
  - 球面波:点波源可以产生球面波
  - 柱面波:线波源可以产生柱面波
- 波速 波长 波的周期和频率
  - 波速
    - 单位时间里振动状态（或相位）传播的距离称为波的传播速度，用u表示
    - 只有在固体中才能传播横波
      - 在无限大均匀各向同性介质中传播：$u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$，G为介质的切变模量，ρ为介质的密度
      - 在张紧的弦上传播：$u=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$，F为弦上的张力，μ为弦的线密度
    - 在流体中只能传播纵波
      - 理论上流体中纵波的传播速度：$u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$，K为介质的体积模量，ρ是介质的密度
      - 在均匀细棒中传播：$u=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$，E为介质的杨氏模量，ρ是介质的体密度
    - 对于大多数金属材料而言，杨氏模量大于切变量，固体中纵波的传播速度大于横波的传播速度
  - 波长:沿着波的传播方向，两个相邻的同相位质点之间的距离叫做波长，用λ表示
  - 波的周期:传播一个波长的距离所需要的时间，叫做波的周期，用T表示
  - 波的频率:波的周期的倒数称为波的频率，用v表示
  - 波速 波长 周期与频率的关系
    - $u=\frac{\lambda}{T}$
    - $u=\lambda\nu$

平面谐振波的波函数

- 平面简谐波的波函数表达式
  - 平面谐振波：在平面波传播的过程中，振源作简谐振动，而且它所经历的所有质元都做振幅相等的简谐振动，且频率相同
  - $y=A\cos\left[\omega\left(t\mp\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]=A\cos\left[2\pi\left(\nu t\mp\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$
    - 沿x轴正方向用负号，沿x负方向用正号
- 波函数的物理意义
  - 若x=x0,那么y只是t的函数，此时波函数的物理意义表示x0处质点的振动方程
  - 若t=t0 那么y只是x的函数，此时波函数表示在给定时刻波线上不同质点的振动位移
  - 若x和t都发生变化，那么波函数反映了波形的传播，这样的波叫做行波
  - 同一时刻t同一波线上，x1与x2的两质点相位差为：$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(x_2-x_1)$
  - 波源问题：若波源在x0处振动方程为：$y_{x_0}=A\cos(\omega t+\varphi)$
    - $y_{x_0}=A\cos[\omega(t-\frac{x-x_0}{u})+\varphi]$，$x>x_0$
    - $y_{x_0}=A\cos[\omega(t+\frac{x-x_0}{u})+\varphi]$，$x<x_0$
- 波动方程
  - 任意平面波可以认为是由许多个不同频率的平面简谐波的合成：$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

波的能量（表达式相位为0）

- 体积元的动能：$\Delta E_k=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$
- 体积元的弹性势能：$\Delta E_p=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$
- 总机械能：$\Delta E_k=\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$
- 波的能量密度：$w=\frac{\Delta E}{\Delta V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$
- 平均能量密度:能量密度在一个周期内的平均值：$\overline{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$
- 能流:单位时间通过介质中垂直于传播方向上某面积的能量：$\overline{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$
- 平均能流密度 波的强度：单位时间通过垂直于波线的单位面积的平均能量：$I=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho u\omega^2A^2$

惠更斯原理

- 介质中波动传到各点都可以看作是发射子波的波源，而在其后的任意时刻，这些子波的包络就是新的波阵面

波的干涉及驻波

- 波的叠加原理:各列波在相遇区域内，任一点的振动为每列波所引起的振动的叠加
- 波的干涉 条件：频率相同 振动方向相同 相位差恒定的波源发出的波的叠加。
  - $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda})}$
  - $\varphi=\arctan\frac{A_1\sin(\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}r_1)+A_2\sin(\varphi_2-\frac{2\pi}{\lambda}r_2)}{A_1\cos(\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}r_1)+A_2\cos(\varphi_2-\frac{2\pi}{\lambda}r_2)}$
  - $I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda})$
  - $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi(\frac{r_2-r_1}{\lambda})$
  - 干涉相长：$\Delta\varphi=2k\pi$，$A=A_1+A_2$
  - 干涉相消：$\Delta\varphi=(2k+1)\pi, A=|A_1-A_2|$
- 驻波：在同一介质中两列频率相同，振动方向相同，振幅也相同的相干波，在同一直线沿相反方向传播时，叠加而成驻波
  - $y=2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}\cos 2\pi\nu t$
  - 当$\frac{2\pi}{\lambda}x=k\pi$时，$|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x|=2A$，即波腹的位置为，$x=k\frac{\lambda}{2}$
  - 当$\frac{2\pi}{\lambda}x=k\pi+\frac{\pi}{2}$时，$|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x|=0$，即波节的位置为$x=(2k+1)\pi$
  - 波从波疏介质射入波密介质，有半波损失；反之，则无；发生半波损失相位改变Π
  - 相邻两个波腹或波节的距离为波长的一半
  - 各点做简谐振动的频率相同，在驻波中没有振动状态或相位的传播，也没有能量的传播
- 弦线上的驻波
  - 弦线两端固定，有半波损失
  - $\nu_n=n\frac{u}{2L}$，$n=1$称为基频，其余称为谐频
  - 共振：外界驱动力频率与系统的某一固有频率相等时，将产生强驻波

声波

- 可闻声波:频率20~20000Hz
- 超声波：频率>20000Hz
- 次声波：频率<20Hz
- 声强
  - $I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u$
  - $L=10\lg\frac{I}{I_0}$，其中$I_0=10^{-12}W\cdot m^{-2}$，单位为分贝，符号为$dB$

多普勒效应

- 如果波源和接收器相对介质运动，则接收器接收到的波的频率和波源的振动频率不同