

清 华 大 学

综 合 论 文 训 练

题目：认知无线网络中基于物理模型
的动态频谱分配与功率控制算法研
究

系 别：电子工程系

专 业：电子信息科学与技术

姓 名：耿泉

指导教师：陈巍

2009 年 6 月 20 日

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名： 耿泉 导师签名： 陈 巍 日 期： 2009年6月30日

中文摘要

本文研究了认知无线网络中的动态频谱分配和功率控制问题，设计提出了几种全局优化和次优化、集中式和分布式算法，并对算法的性能进行分析。

本文的贡献主要有三个方面：

首先，分别基于分支定界和广义线性分式规划单调方法提出了两种全局优化算法。第一种分支定界算法可以通过减小搜索空间有效提高搜索效率；后一种方法通过构建一系列多边形近似网络信干噪比的可行域，在其边界上找到最优解。

其次，我们提出了两种快速高效的近似算法求解 NP hard 优化问题。一种是基于网络干扰的启发式算法，通过分析可能产生的干扰迭代选择次用户使用信道；另一种方法将原混合整数规划问题松弛成连续线性规划问题，再由松弛问题的解推出原问题的次优解。

最后，借助凸优化和对偶分解理论将约束条件复杂的原问题进行分解，设计出实用的分布式算法。

实验仿真结果表明所设计的次优化算法快速高效，能够很好的找到接近最优解的次优解；分布式算法简单有效，可以应用在实际网络中。

关键词：动态频谱分配；功率控制；分支定界；凸优化；拉格朗日对偶；分布式算法

ABSTRACT

This paper studies dynamic spectrum allocation and power control in cognitive radio networks, designs optimal and approximate, centralized and distributed algorithms and analyzes their performances.

The main contributions of this paper are threefold:

Firstly, based on the branch and bound and the monotonic approach to generalized linear fractional programming, two kinds of global optimization algorithms are proposed. The first one can improve search efficiency by reducing search space. The second method finds the optimal solution by constructing a series of polyblocks to approximate the feasible SINR region.

Secondly, we propose two efficient approximation algorithms to solve NP hard optimization problem. One is an iterative heuristic algorithm based on the analysis of network interference. The other one is to relax the problem to linear programming problem, which can be solved to obtain a sub-optimal solution of the original problem.

Finally, we design a practical distributed algorithm via convex optimization and dual decomposition.

Simulation results show that the approximation algorithms are efficient and can find solutions close to the optimal solution; the distributed algorithm is simple and effective, which can be applied in real networks.

Keywords: Dynamic Spectrum Allocation; Power Control; Branch and Bound; Convex Optimization; Lagrangian Dual; Distributed Algorithm

目 录

第 1 章 引言	1
1.1 研究背景介绍	1
1.1.1 频谱资源的稀缺问题	1
1.1.2 动态频谱分配与功率控制	2
1.2 论文框架结构介绍	2
第 2 章 无线网络模型与相关研究介绍	5
2.1 协议模型	5
2.1.1 协议模型介绍	5
2.1.2 基于协议模型的动态频谱分配算法	6
2.1.3 协议模型和冲突图模型的缺陷	7
2.2 物理模型	8
2.2.1 物理模型介绍	8
2.2.2 基于物理模型的功率控制研究	9
2.2.3 基于物理模型的分布式功率控制算法研究	10
第 3 章 数学预备知识	13
3.1 凸优化理论 (Convex Optimization Theory)	13
3.1.1 凸优化问题	13
3.1.2 凸优化问题的求解方法	14
3.1.3 拉格朗日对偶理论	14
3.2 对偶分解理论	15
3.2.1 次梯度	16
3.2.2 次梯度方法	16
3.2.3 对偶分解	17
第 4 章 动态频谱分配与功率控制的全局优化算法	19
4.1 系统模型与假设	19

4.2 基于分支定界的全局优化算法.....	20
4.2.1 分支定界算法介绍	21
4.2.2 动态频谱分配的分支定界算法	21
4.3 基于广义线性分式规划单调方法的全局算法.....	24
4.3.1 模型重建	25
4.3.2 广义线性分式规划单调方法	26
4.3.3 仿真结果与讨论	31
第 5 章 动态频谱分配与功率控制的次优化近似算法	33
5.1 基于干扰的启发式算法	33
5.2 基于线性规划的松弛算法	36
5.2.1 模型重建	36
5.2.2 仿真结果	38
第 6 章 动态频谱分配与功率控制的分布式算法	39
6.1 无主用户情况下的分布式算法.....	39
6.1.1 松弛问题的对偶分解	39
6.1.2 基于对偶分解的分布式算法	41
6.1.3 模型的问题及改进方法	42
6.2 有主用户情况下的分布式算法.....	44
第 7 章 总结和展望	47
7.1 工作总结	47
7.2 前景展望	48
插图索引.....	51
参考文献.....	53
致 谢.....	55
声 明.....	57
附录 A 外文资料的调研阅读报告	59

第1章 引言

1.1 研究背景介绍

1.1.1 频谱资源的稀缺问题

随着人们对无线通信业务需求的不断增加，无线通信技术迅速发展，无线通信已经成为现代通信发展的趋势。在这种无线设备和无线通信业务不断增加的情况下，无线频谱资源变的极为稀缺与珍贵。由于无线通信射频信号传播的性质，在同一频段上不同无线设备发出的信号将会对其它的接收设备产生干扰。为了消除不同无线技术相互带来的干扰，现行政策是将无线电频谱被划分为不重叠的区域，并将不同的频段授权分配给不同的无线技术。这种静态分配频谱的方法虽然可以有效的解决无线干扰冲突的问题，但使得频谱利用率大大降低。因为当授权用户没有使用频谱时，其它未授权用户并不能使用这段专用频谱。美国联邦通信委员会(FCC)对 6 个城市的频谱使用情况调查发现，从 30MHz 到 3GHz 的频谱利用率仅为 5.2%（频谱测量结果来源于 <http://www.sharedspectrum.com>）。

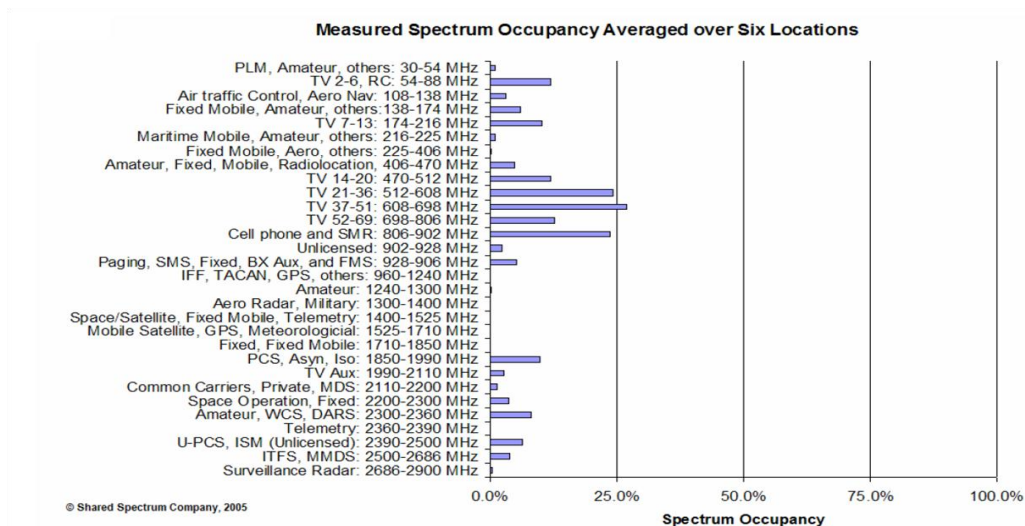


图1.1 从54MHz到3GHz的频谱分配情况及频谱使用率

1.1.2 动态频谱分配与功率控制

怎样更充分有效的提高频谱利用率成为当前无线通信领域研究的重要课题。认知无线电被认为是解决上述无线频谱利用率低的问题的最佳方案。认知无线电(Cognitive Radio)的概念起源于 1999 年 Joseph Mitolo 博士的奠基性工作[4]，其核心思想是 CR 具有学习能力，能与周围环境交互信息，以感知和利用在该空间的可用频谱，并限制和降低冲突的发生。

认知无线电中，用户被分为两类：取得授权使用频谱的主用户和未授权的次用户。主用户通过购买频谱获得专用频谱的权利，而次用户通过感知主用户的存在及其使用情况，在不影响主用户正常使用频谱的前提下动态接入频谱，从而有效的提高频谱的利用率。

动态频谱分配与功率控制认知无线电中起到重要的作用，动态频谱分配使得次用户可以动态选择接入频谱，而功率控制可以有效的减少次用户与次用户之间以及次用户与主用户之间的相互干扰，保证主用户的 QoS (Quality of Service)。与传统的无线网络中的功率控制与干扰管理方法相比，认知无线电中的频谱分配与功率控制面临更多的困难与挑战：

1. 如何在认知无线电中严格保证主用户的 QoS，使其正常通信不受影响；
2. 如何尽可能多的使次用户动态接入频谱，充分利用频谱和提高系统效用；
3. 如何设计分布式算法，使得次用户之间通过相互协作共同提高频谱利用率。

1.2 论文框架结构介绍

本次毕设论文主要针对上节提出的认知无线电中的动态频谱分配与功率控制面临的问题和挑战，给出相应的解决方法。论文的结构框架如下：

第 1 章介绍课题的研究背景和论文框架结构。

第 2 章对无线网络的基本模型以及动态频谱控制与功率控制的相关研究工作进行介绍。

第 3 章介绍了两个重要的数学理论：凸优化(Convex Optimization)与对偶分解理论(Dual Decomposition Theory)，内容包括凸分析、拉格朗日对偶、次梯度以及

对偶分解理论。论文中的松弛近似算法以及分布式算法的设计都基于这两种数学理论。

第 4 章提出我们研究课题的系统模型与假设，说明了研究的优化问题是一个 NP hard 问题，并给出两种分别基于分支定界算法和广义线性分式规划单调方法的全局优化算法。这两种全局优化算法虽然是指数复杂度的，但可以对所有次优化、启发式算法的性能提供一个很好的比较标准。

第 5 章给出了所求优化问题的两种次优化似算法。一种是基于物理模型干扰控制的启发式算法，该算法能够高效的找出次优解，大量实验表明，通过选取合适的参数启发式算法得到的次优解接近全局最优解。另一种是基于线性规划和凸优化的松弛算法，通过松弛 0-1 布尔变量为 $[0,1]$ 连续变量，将原混合整数规划问题松弛为凸优化问题，借助凸优化快速高效的算法(如内点法)，可以很快速的得到松弛问题的解，然后从松弛问题的最优解生成原问题的次优解。仿真实验表明，该方法快速高效并且对参数不敏感，产生的原问题次优解很好的接近全局最优解。

第 6 章提出了基于凸优化和分解理论的动态频谱分配与功率控制的分布式算法。第 5 章提出的集中式控制方法虽然很高效，但集中式控制存在很多缺点和不足，例如随着网络规模的增大，控制服务器的计算将成为瓶颈。基于上面考虑，我们对分布式算法进行了研究与设计，利用凸优化中的拉格朗日对偶和分解理论将复杂的优化问题分解成一系列子优化问题，每个次用户求解一个子优化问题，最后次用户之间通过广播拉格朗日乘子信息进行迭代。仿真实验表明，该分布式算法能很好的收敛到原松弛问题的最优解。

第 7 章对三个月来的毕业设计学习和工作进行了总结，并对毕设已经取得的成果提出未来可以完善的方向。

第2章 无线网络模型与相关研究介绍

Gupta 和 Kumar 在他们著名的论文《无线网络的容量》[5]中系统的研究了无线网络的容量，提出了两种无线网络的通信和干扰模型：协议模型和物理模型。本章对这两种模型进行简单的说明，并介绍了两种模型下已有的关于动态频谱分配与功率控制的研究工作。

2.1 协议模型

2.1.1 协议模型介绍

无线网络由多个节点组成，它们之间通过无线信道相互进行通信。与有线通信相比，无线信号会向空间各个方向传播，因此不同节点的发射信号会对其它接收节点产生干扰。所以在有线通信中，用信噪比(SNR)刻画接收到的信号质量，而在无线通信中使用信干噪比(SINR)。

在无线通信中，当接收端受到的干扰过大时，则无法正常接收到数据。协议模型假设：若节点 X_i 通过 m 信道向节点 X_j 传输数据，如果对于同时使用相同信道并传送数据的节点 X_k 满足

$$|X_k - X_j| \geq (1 + \Delta) |X_i - X_j| \quad (2-1)$$

(其中 $|X_i - X_j|$ 表示节点 X_i 到节点 X_j 的距离， Δ 为保护间隔)，则认为数据传输成功。

在协议模型的基础上，可以建立干扰距离模型。干扰距离模型假设每个发射结点有一个传输距离 R_1 和干扰距离 R_2 ，一般取 $R_2 = aR_1$ ，其中 a 为常数（1.5-2.5

之间)。如果接受节点在其它发射节点的干扰距离外，则可认为数据传送成功，否则认为受到干扰而传送失败。

2.1.2 基于协议模型的动态频谱分配算法

在认知无线电的研究中，有很多学者提出了基于协议模型的动态频谱分配算法（如[1]）。首先根据协议模型，将网络的拓扑结构和干扰情况用一个无向冲突图表示，每一条可用链路对应冲突图上的每一个顶点，而相互冲突的链路在图上将对应的顶点用一条边连接起来。这样用一个无向冲突图就可以将网络中的拓扑结构及干扰关系表示出来，而使系统效用最大化等价于从图中找出顶点集的一个最大子集，使得子集中的每两个顶点没有边相连接。

下面我们用一个具体例子来说明上面基于协议模型的冲突图的建模过程。

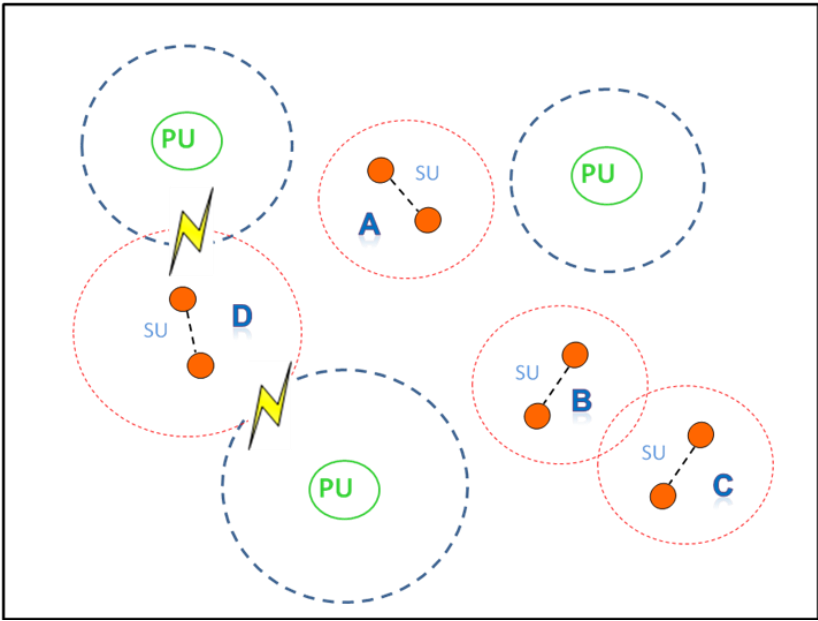


图2.1 一个简单的认知无线网络示例

图 2.1 中有三个主用户对和四个次用户对，虚线表示用户的干扰范围。次用户 D 与两个主用户的干扰范围相互重叠，因此为了保证主用户正常使用频谱不受干扰，次用户无法动态接入频谱。次用户 A、B 和 C 与主用户的干扰范围不重叠，但 B 和 C 的干扰范围有重叠的地方，因此也不能同时使用频谱。上面网络拓结构对应的无向冲突图如图 3 所示：

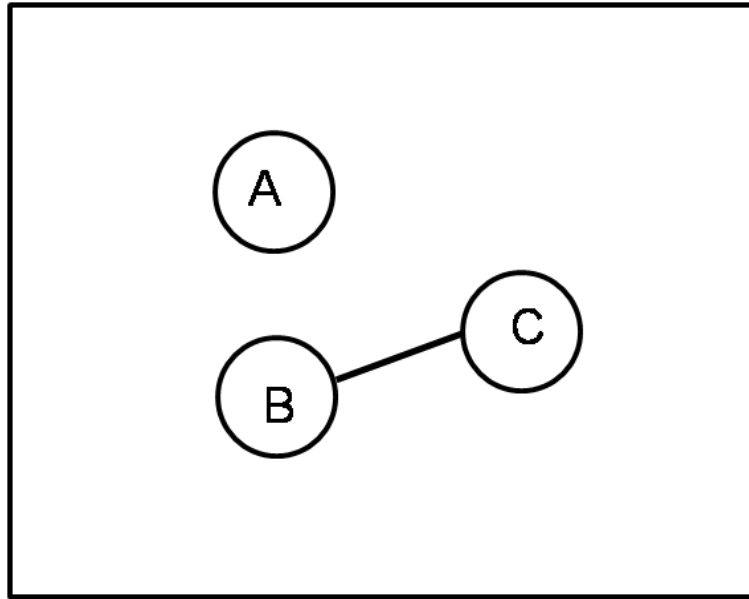


图2.2 图2.1中网络对应的冲突图

在文献[1]中，作者证明了从一个冲突图中选取最大的独立顶点集是 **NP hard** 问题，并给出了一个多项式时间的贪婪算法。此外基于此模型，作者还对频谱分配的公平性与高效性进行研究和讨论。

2.1.3 协议模型和冲突图模型的缺陷

基于协议模型的冲突图模型简化了问题的建模复杂性，但也有很严重的不足。由于实际环境中信号在空间各处都在传播并且功率密度变化是连续的，不同发射机发出的信号会叠加在一起，从而使得累积的干扰增大。协议模型由于对干扰估计的不准确性，可能会使系统性能恶化，并且对主用户产生严重的干扰，违背了认知无线电不影响主用户正常使用的基本原则。图 4 描述了一种可能的场景。

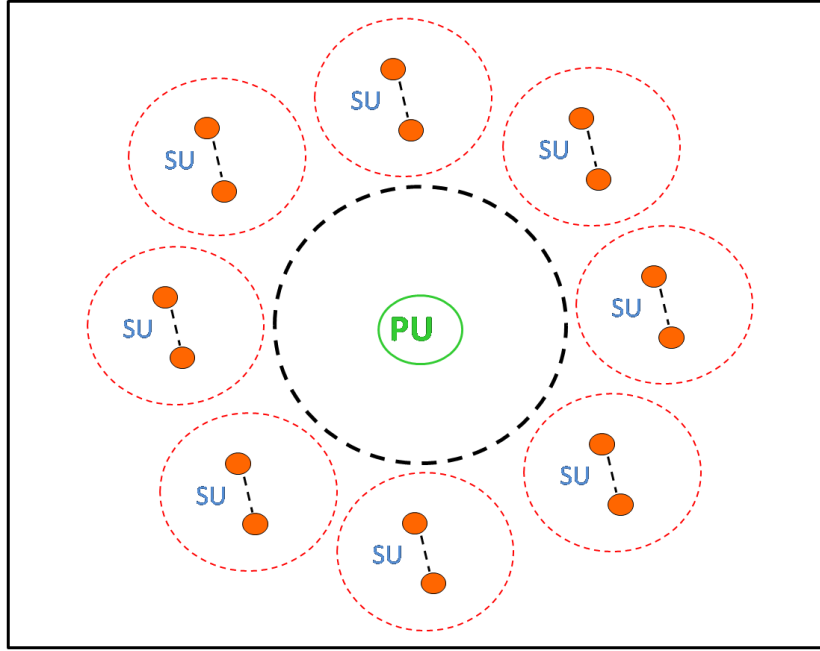


图2.3 次用户干扰累加的示例

在图 2.3 中，虽然每一个次用户与主用户的干扰范围都不重叠，根据冲突图模型每一个次用户都会动态接入使用频谱。而所以次用户产生的干扰累加在一起则会对主用户产生较大的影响，使其 QoS 得不到保证。此外，次用户与次用户之间也可能会因为信号叠加干扰，使得数据传送失败。

总结一下，基于协议模型的冲突图模型虽然可以对建模求解过程进行简化，但由于对干扰估计的不准确性在实际使用中可能造系统性能的恶化，并违反认知无线电的规则。因此，本次毕设我们对动态频谱分配的算法研究基于更准确、更贴近实际的物理模型，并且与功率控制结合起来。

2.2 物理模型

2.2.1 物理模型介绍

与协议模型相比，物理模型较为复杂，但也最符合实际。假设发射节点 X_i 通过信道 m 向接收节点发送数据，发射功率为 P_i ，那么接收端接收到的信号功率为 $P_i H_{ii}$ ，其中 H_{ii} 表示从发射端到接收端的信道增益(一般可以假设 H 与距离的 a 次

方成反比， $2 < a < 4$ ）。而接收端接收到的干扰与噪声等于 $N_i + \sum_{j \neq i} P_j H_{ji}$ ，其中 N 表示环境中的噪声功率， P_j 表示同时使用相同信道的其发射节点的发射功率， $P_j H_{ji}$ 表示发射结点 X_j 对接收结点 X_i 产生的干扰。因此接收端的信干噪比为

$$SINR = \frac{P_i H_{ii}}{N_i + \sum_{j \neq i} P_j H_{ji}} \quad (2-2)$$

当 $SINR$ 大于一定阈值 β 时，数据传送成功，否则传送失败。

在物理模型中，不同发射节点产生的干扰和噪声是相加的。因此与协议模型相反，即使单个次用户对主用户不会产生太大的干扰，但不同次用户的干扰累加起来则可能会产生严重干扰，影响主用户的正常工作。

2.2.2 基于物理模型的功率控制研究

基于物理模型的功率控制可以有效的对无线网络中的干扰进行控制，提高系统的吞吐率和效用，因此成为无线通信中重要的研究课题。无线网络中的功率控制研究很多，本节就与本课题相关的功率控制研究工作做一些介绍。

假设无线网络中有 N 对发射接收节点，信道增益矩阵为 $H_{n \times n}$ ，其中 H_{ij} 表示发射节点 i 到接收节点 j 的信道增益。定义矩阵 $G_{n \times n}$ 和向量 $\eta_{N \times 1}$ ，其中 $G_{ij} = \begin{cases} 0 & i = j \\ H_{ij} / H_{ii} & i \neq j \end{cases}$ ， $\eta_i = N_i / H_{ii}$ ，此外假设每个发射接收节点对的 $SINR$ 阈值为 γ_i ，发射节点的功率为 P 。

在物理模型中，当每个接收节点接收到的 $SINR$ 都刚好等于各自的 $SINR$ 阈值时，发射节点功率应满足公式 2-3。

$$P = D(\gamma)GP + D(\gamma)\eta \quad (2-3)$$

Zander 在论文[2]证明了，如果噪声不为 0，当且仅当矩阵 $D(\gamma)G$ 的谱半径小于 1 时，存在功率分配 P 使公式 2-3 成立。

可见，无线通信中每个节点对的信干噪比要求不一定能够同时满足要求，当且仅当矩阵 $D(\gamma)G$ 的谱半径小于 1 时才有可行的功率分配 P 。另外在实际应用中，每个发射节点的功率不可能无限增大，发射功率有一个上限值 P_{\max} ，这也限制了无线网络中 SINR 的可行解的范围。

当所有通信节点对的 SINR 不能全部满足时，必须限制一些节点对的通信，使得其它节点可以正常通信。如何限制哪些节点对的通信，并且最大化可以通信的节点对数目，是无线网络功率控制中非常具有挑战性的一个课题。Zander 在论文[2]中给出了一种多项式时间的启发式算法，基本算法是每次迭代删除第 k 对节点，如果矩阵 G 中第 k 行与第 k 列所有元素之和最大，直到更新后的矩阵 $D(\gamma)G$ 的谱半径小于 1。

2.2.3 基于物理模型的分布式功率控制算法研究

上节中 Zander 基于物理模型提出了一种集中式的功率控制方法，但由于集中式控制需要更多的网络连接、代价更高，并且随着网络规模的增大中央控制器的计算将成为瓶颈，如果服务器出现故障，整个网络则会瘫痪。因此在无线网络中，人们更感兴趣的是设计一种分布式算法，实现功率控制。

Foschini 和 Miljanic 在论文[3]中提出了一种简单而又高效的分布式算法，当公式 2-3 有合理解 P 时（即 $P > 0$ ），分布式算法通过迭代以指数速度收敛到方程的解，而且在迭代的过程中各个接收点只需要测量各自的 SINR，节点对之间不需要交换信息。

分布法算法中每个发射节点的功率迭代方程为：

$$P_i(t+1) = \frac{\gamma_i^{TH}}{\gamma_i(t)} P_i(t) \quad (2-4)$$

其中 γ_i^{TH} 为第 i 对通信节点的 SINR 阈值， $\gamma_i(t)$ 为第 t 次迭代过程中接收到 SINR。

上述算法可以快速高效的通过迭代收敛到方程组的解，但前提是上面的方程必须有合理的解。如果没有可行解，则算法不会收敛，理论上功率会趋向正无穷大。怎样设计功率控制的分布式算法通过限制一些节点对的通信，而使尽可能多的其它节点对正常通信仍是功率控制中非常具有挑战性的课题。第 7 章将介绍我们基于 Foschini 和 Miljanic 的算法设计的认知无线电中动态频谱分配与功率控制的分布式算法。

第3章 数学预备知识

这一章我们主要介绍了本次毕设用到的两个主要数学工具：凸优化与拉格朗日对偶分解理论，利用这两个优化理论我们提出了认知无线电中的动态频谱分配和功率控制的近似算法与分布式算法。

3.1 凸优化理论（Convex Optimization Theory）

许多实际工程问题可以建模成带有约束条件的优化问题，在某些情况下经过合适的变量代换，可以将问题变成凸优化模型。凸优化是一类特殊的数学优化的问题，其中包括最小二乘法和线性规划等。凸优化有相当完整的理论和快速有效的方法（如牛顿法、内点法），对于凸优化问题总是可以得到解析解或者快速高效的数值算法。如[6]中序言中所说，如果一个问题能够转化成凸优化模型，这个问题就解决了。

本节对凸优化理论作简单介绍，更详细的数学推导与分析可以参考文献[6]和[7]。

3.1.1 凸优化问题

标准的凸优化问题可以表达成下列形式：

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_0(x) \\ & \text{s.t.} \\ & \quad f_i(x) \leq 0, \quad i=1,2,3...,m \\ & \quad h_j(x) = 0, \quad j=1,2,3...,p \end{aligned} \tag{3-1}$$

其中， $x \in R^n$ 为优化变量， $f_i(x)$ 为凸函数， $i=0,1,2,3...,n$ ； $h_j(x)$ 为仿射函数（即线性函数加上常数项）， $j=1,2,3...,m$ 。

约束条件中的第一项称为不等式约束，第二项称为等式约束。如果没有约束条件，则称无约束优化问题。

如果不存在 $x \in R^n$ 使得所有约束条件都满足，则称优化问题是无解的，或记优化问题目标函数的最优值是 $+\infty$ 。当函数 $f_i(x)$ ， $h_j(x)$ 均为线性(仿射)函数时，则称优化问题为线性规划(LP)。

3.1.2 凸优化问题的求解方法

最近二十年来，凸优化问题的算法研究取得重大发展，学者们研究设计出了很多高效算法，其中在实际中广泛使用的是内点法(Interior Point Methods)。内点法通过使用牛顿法求解一系列无约束优化问题来求解凸优化问题，在迭代的每一步中解总是可行的，因此称为内点法。同时由于在迭代过程中使用罚函数替代约束条件，也称为罚函数法。

美国斯坦福大学 Stephen Boyd 教授等人开发了一套基于 MATLAB 平台的求解凸优化的工具包 CVX[8]，用户把从实际问题中抽象出来的凸优化模型输入到 CVX 的接口，即可快速高效的得到最优解。毕设中我们用 CVX 来求解建立的凸优化模型，即提高求解的速度又保证结果的正确性。

3.1.3 拉格朗日对偶理论

拉格朗日对偶理论的基本思想是将约束条件以加权和的形式转移到目标函数上，从而将原来带有约束的优化问题转化为无约束优化问题。对于优化问题(写分式)，我们定义拉格朗日函数如下：

$$L(x, \lambda, \nu) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) + \sum_{i=1}^p \nu_i h_i(x) \quad (3-2)$$

其中 λ_i 是与不等式约束相关联的拉格朗日乘子， ν_i 是与等式约束相关联的拉格朗日乘子。优化变量 x 称为主变量， λ 和 ν 称为对偶变量。

定义原问题的拉格朗日对偶函数为

$$g(\lambda, \nu) = \inf_{x \in X} L(x, \lambda, \nu) \quad (3-3)$$

其中 X 为 $f_i(x)$ 、 $h_j(x)$ 定义域的交集。

我们定义原问题的对偶问题：

$$\begin{aligned} & \underset{\lambda, \nu}{\text{maximize}} \quad g(\lambda, \nu) \\ & \text{s.t.} \quad \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (3-4)$$

容易证明，对偶问题一定是凸优化问题，即使原问题不是凸的。

根据对偶理论中的弱对偶定理

$$\min_x f_0(x) \geq \max_{\lambda, \nu} g(\lambda, \nu) \quad (3-5)$$

对于凸优化问题，在一定的条件下（[6]第 226 页），满足强对偶定理

$$\min_x f_0(x) = \max_{\lambda, \nu} g(\lambda, \nu) \quad (3-6)$$

当原问题很复杂时，可以通过对偶理论来求解较为简单的拉格朗日对偶问题。在强对偶定理成立的情况下，可以从对偶问题的最优解中得到原问题的最优解。另外对偶理论在大规模问题的分解算法中也起到重要作用。

3.2 对偶分解理论

当问题规模很大难于直接求解时，一种常用的方法就是将原问题分解成一系列简单的子问题，每一个子问题并行、快速的解决，然后求得原问题的解。当原问题比较简单，例如优化变量有 N 个，目标函数是每一个变量的函数之和，每个约束条件也只有一个变量，这样的问题可以很容易的分解成 N 个子问题，每个子问题对应的变量的最优解组合起来变得到原问题的最优解。但在实际的优化问题中，优化变量一起出现在约束限制中，相互关联，因此很难直接将原问题分解。

分解理论通过使用主分解或对偶分解将带有复杂约束限制条件的原问题分解成一系列子问题，前者基于原问题的分解，后者基于拉格朗日对偶理论。本节主要介绍分解理论中的对偶分解和一些具体的求解算法，关于分解理论更详细的介绍可以参考文献[9]。

3.2.1 次梯度

在介绍对偶分解理论之前，我们先介绍一下对偶分解算法中经常用到的次梯度的概念。对于连续可微函数，我们经常使用梯度方法来最小化或最大化目标函数值。但当函数不可微时，不能直接使用梯度，但仍然可以利用寻找函数“梯度”的思想。对于不可微函数 $f(x)$ ，我们称 g 是函数在 x 点的次梯度，如果 g 满足

$$f(y) \geq f(x) + g^T(y-x), \quad \forall y \in \text{Dom}(f) \quad (3-7)$$

其中 $\text{Dom}(f)$ 为函数 $f(x)$ 的定义域。

函数在 x 点所有可能的次梯度组成的集合称为函数在 x 点的次微分，记为 $\partial f(x)$ 。

关于次微分有一个基本定理：

如果函数 $f = \max_{i=1, \dots, m} f_i$ ，则

$$\partial f(x) = \text{Co} \cup \{\partial f_i(x) \mid f_i(x) = f(x)\} \quad (3-8)$$

这个定理可以帮助求解对偶分解算法中对偶函数的次梯度，我们将在 3.3.3 节中详细介绍。

3.2.2 次梯度方法

与梯度方法相似，次梯度方法用来求解不可微函数的最小值。下面以无约束优化问题为例，介绍次梯度方法。

假设函数 $f(x)$ 是凸函数且不可微，定义域为 \mathbf{R}^N ，优化问题是求 $f(x)$ 的最小值。次梯度方法像梯度方法一样，也采用迭代方法，迭代方程为：

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - a_k g^{(k)} \quad (3-9)$$

其中， $x^{(k)}$ 是第 k 次迭代的点， $g^{(k)}$ 是函数在 $x^{(k)}$ 点的任意一个次梯度值， $a_k > 0$ 是第 k 次迭代的步长。次梯度方法中的迭代步长 a_k 是事先确定的，例如取 a_k 为大于 0 的常数。

次梯度方法与梯度方法非常相似，但具有以下特点：(1)次梯度方法主要应用在不可微函数；(2)次梯度方法中每一次迭代的步长一般是事先确定的，不像在梯

度方法中可以动态的调整迭代步长；(3)另外一点与梯度方法不同的是，次梯度方法不是一个一直使目标函数下降的方法，有些时候目标函数值可能会增加。

与求解凸优化问题的内点法相比，次梯度方法往往会很慢，收敛速度取决于问题的规模。但次梯度方法也有很多的优点，得到广泛的应用。首先次梯度方法对内存的要求很小，所以它可以求解许多内点法无法求解的大规模问题。此外，通过将次梯度方法和对偶分解方法结合起来，可以针对特定问题设计一些简单的分布式算法。

3.2.3 对偶分解

当问题规模比较大、变量约束比较复杂时，对偶分解常常将原问题分解成一系列简单的子问题。例如有如下优化问题：

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \sum_i f_i(x) \\ & \text{s.t.} \quad x_i \in X_i, \quad \forall i \\ & \quad \quad \sum_i h_i(x_i) \leq c \end{aligned} \quad (3-10)$$

很显然如果没有约束条件，原问题可以很容易的分解。但约束条件 $\sum_i h_i(x_i) \leq c$ 使得原问题很难直接问题。对偶分解就是通过求原问题的拉格朗日对偶函数将约束条件移到目标函数中：

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \sum_i f_i(x) + \lambda^T (\sum_i h_i(x_i) - c) \\ & \text{s.t.} \quad x_i \in X_i, \quad \forall i \end{aligned} \quad (3-11)$$

而上面的优化问题可以很容易的分解成下列子优化问题：

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad g_i(\lambda) = f_i(x) + \lambda^T h_i(x_i) \\ & \text{s.t.} \quad x_i \in X_i \end{aligned} \quad (3-12)$$

而在更高层次的优化，通过更新拉格朗日乘子，求解原问题的拉格朗日对偶问题

$$\begin{aligned}
& \text{maximize } g(\lambda) = \sum_i g_i(\lambda) - \lambda^T c \\
& \text{s.t. } \lambda \geq 0
\end{aligned} \tag{3-13}$$

这种对偶分解方法实质上是在求解原问题的拉格朗日对偶问题，在强对偶定理成立的条件下，对偶问题的最优值等于原问题的最优值。

如果对偶函数 $g(\lambda)$ 可微，则可以通过梯度方法求解对偶问题。如果 $g(\lambda)$ 不可微，则可以通过上一节介绍的次梯度方法进行求解。根据次微分定理(公式 3-8)可知， $-g_i(\lambda)$ 的一个次梯度为 $s_i(\lambda) = -h_i(x^*)$ ，其中 x^* 是子优化问题（公式 3-12）的解。因此在用次梯度方法求解对偶问题(3-13)时，迭代方程为

$$\lambda(k+1) = \max(0, \lambda(k) + \alpha_k (\sum_i h_i(x_i) - c)) \tag{3-14}$$

其中 α_k 表示第 k 次迭代步长。

关于次梯度方法的步长选择及收敛性质更详细的讨论可以参考[7]中第 8 章。

第4章 动态频谱分配与功率控制的全局优化算法

认知无线网络中的动态频谱分配与功率控制是重要的研究课题，这一章我们给出问题的数学优化模型，并介绍了问题的两种全局优化算法。

4.1 系统模型与假设

假设在一个认知无线网络中有 N 个主用户和次用户，它们共享一个通信信道。已取得授权的主用户可以使用信道，而次用户只能在不影响主用户正常使用的前提下动态接入信道。在这个无线网络中，存在三种干扰：主用户之间的干扰，次用户之间的干扰，主用户与次用户之间的干扰。由于干扰的产生与叠加，所有次用户如果同时使用信道可能会对主用户产生严重的干扰，主用户的 QoS 得不到保证。如何选择哪些次用户使用信道，既保证主用户正常使用信道，同时又使系统效用最大化(这里我们指系统中有尽可能多的用户同时使用信道)，是一个重要的研究课题。

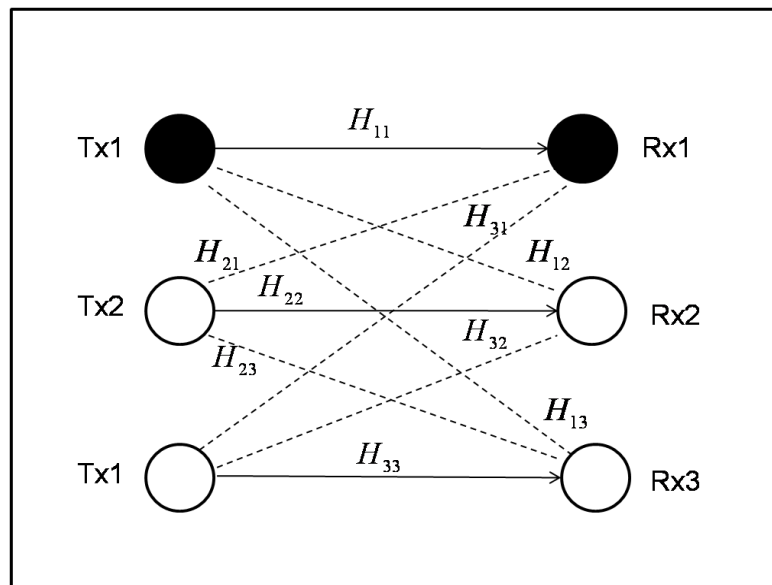


图4.1 认知无线电的一个简单例子（网络中有一对主用户、两对次用户）

问题的基本假设如下：

- (1) 每一个用户将干扰当成噪声处理；
- (2) 次用户只有在不影响主用户正常使用时才可以动态接入信道；
- (3) 对于使用信道的用户，当接收到的 SINR 大于一定阈值 γ_i^{TH} 时数据传送成功，否则传送失败；
- (4) 每个使用信道的次用户的发射功率受限，即 $P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}$
- (5) 主用户的发射功率为定值。

动态频谱分配和功率控制问题的数学优化模型为：

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize } |K| \\
 & \text{s.t.} \\
 & \quad \sum_{j \neq i} \frac{P_j H_{ji}}{P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}, \quad \forall i \in P \cup K \\
 & \quad P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}, \quad \forall i \in K \\
 & \quad P_i = 0, \quad \forall i \notin P \cup K \\
 & \quad K \subset S
 \end{aligned} \tag{4-1}$$

其中 K 表示使用信道的次用户组成的集合， $|K|$ 表示集合中元素的数目， P 表示主用户组成的集合， S 表示次用户组成的集合。

Zander[2]证明了在无线网络中的选择用户使信道的问题是 NP hard，而在认知无线网络中由于增加了主用户 QoS 保证的约束条件，问题变得更加复杂，更具有挑战性。

4.2 基于分支定界的全局优化算法

由于上面优化问题实质上是一个搜索问题，搜索空间是所有次用户集合的子集。直接搜索需要遍历所有的可能组合，共 $2^{|S|}$ 种组合，搜索空间随次用户的数目指数增长，但通过设计有效智能的搜索算法可以减少搜索空间的大小，提高运算速度。我们提出了一种基于分支定界的搜索算法来寻找全局最优解，可以有效的减少搜索次数。

4.2.1 分支定界算法介绍

分支定界 (Branch and Bound) 算法是一种在问题的解空间树上搜索问题的解的方法，通过一定的规则进行剪枝可以有效的减少搜索空间的大小[10]。

分支定界算法的搜索策略是：

- 1 产生当前扩展结点的所有孩子结点；
- 2 在产生的孩子结点中，抛弃那些不可能产生可行解（或最优解）的结点（即进行前剪枝）；
- 3 将其余的孩子结点加入活结点表；
- 4 从活结点表中选择下一个活结点作为新的扩展结点。

按上面步骤进行循环，直到找到问题的可行解（最优解）或活结点表为空。

4.2.2 动态频谱分配的分支定界算法

动态频谱分配问题中的解空间树构造如图 4.2 所示：

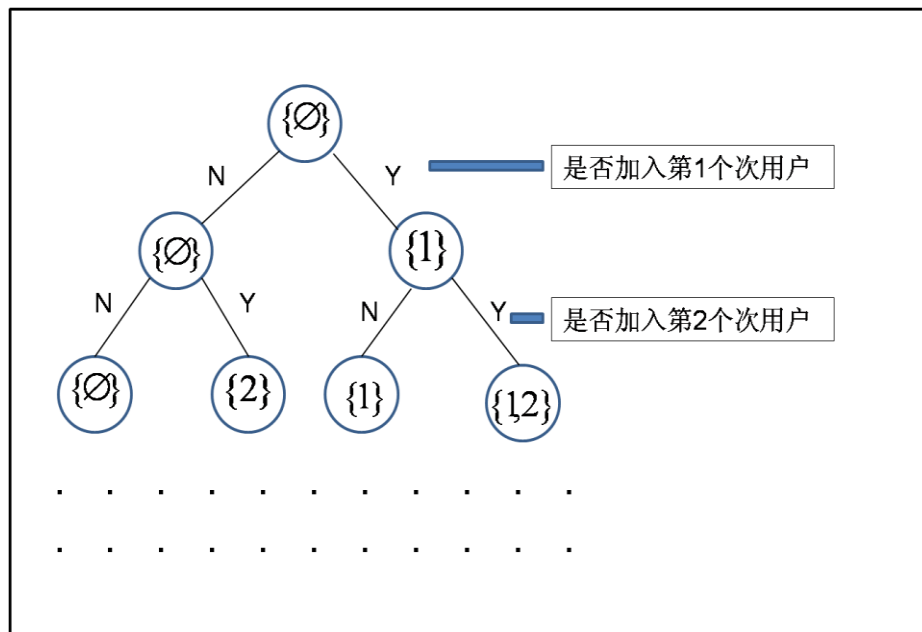


图4.2 动态频谱分配问题中的解空间树

首先树的根节点 K 为空集，然后根据是否将第 1 个次用户加入到集合 K 中分叉出两个节点，这两个节点再根据是否将第 2 个次户加入到集合中分叉出四个子

节点，依次类推，最后会产生 $2^{|S|}$ 个叶子节点。可见直接遍历所有可能，搜索空间将随着次用户的总数指数增加。

分支定界算法中关键的一步是剪枝规则，即如何确定是否删去解空间树上的某一支。在动态频谱分配这一具体优化问题中，有如下定理成立：

如果对于次用户全集 S 的某一子集 K_1 ，不存在满足约束条件的功率分配，那么对所有包含 K_1 的集合 K' 也不存在满足约束条件的功率分配。

这个证明很简单，我们举一个简单的例子说明：

在一个认知无线网络中有四个用户，标记为 s_1, s_2, s_3, s_4 ，则次用户全集 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ 。如果次用户 s_1, s_2 不能同时使用信道，即对于 S 子集 $K_1 = \{s_1, s_2\}$ 不存在满足 SINR 约束条件的功率分配。那么对任意的子集 $K' \supset K_1$ （例如 $K' = \{s_1, s_2, s_3\}$ ），也必然不存在满足约束条件的功率分配。我们用反证法证明：假设存在功率分配使得优化问题 4-1 的约束条件满足，即主用户和次用户 $\{s_1, s_2, s_3\}$ 的 SINR 都大于各自的阈值，将 K' 中集合 $K_1 = \{s_1, s_2\}$ 之外的次用户的功率设置为 0，即令它们停止使用信道，那么由于其它用户接受到的干扰将减小，所以各自的 SINR 会增大，从而一定满足约束限制条件。而这与对 $K_1 = \{s_1, s_2\}$ 不存在满足 SINR 约束条件的功率分配的前提相矛盾，因此假设不成立，即对任意 $K' \supset K_1$ ， K' 中的所有次用户不能同时使用信道。

上面这一定理可以帮助我们在搜索过程中有效的减小搜索空间。例如解空间树中的某一节点为 $K_1 = \{s_1, s_2\}$ ，当算法搜索到这一步时就可以直接删去此节点，而不用继续搜索该节点下的所有分支。

此外在搜索过程中我们可以记录已经搜索得到的最好解，同时对于每一个正在搜索的节点可以估计这个节点下所有分支解的上界，如果上界小于当前已经搜索得到的最好解，那么同样可以删去这个节点而不用搜索该节点下的所有分支，因为不可能得到更好的解。利用这一法则，同样可以有效的减少探索空间。一个简单的上界就是当前节点中元素的个数加上所有还未判断是否加入的次用户的总数。

总结一下，基于分支定界的动态频谱分配算法流程如下：

第 1 步，建立先进先出队列，并将空集加入队列，令 $N^{best} = 0$ ；

第 2 步，判断队列是否为空，若为空跳到最后一步，输出得到的最优解，否则取出队首元素；

第 3 步，判断取出的节点是否有可行解：若无，跳到第 2 步；若有，计算当前节点的元素数目是否大于 N^{best} 已经找到的最优解，若是将 N^{best} 赋值为当前节点元素数目。根据是否加入第下一个子用户，由当前节点分叉为两个子节点，分别加入到队列中，跳到第 2 步；若无次用户可加，直接跳到第 2 步；

第 4 步，输出全局最优解 N^{best} 。

下面我们给出一个分支算法求全局最优解的具体例子：

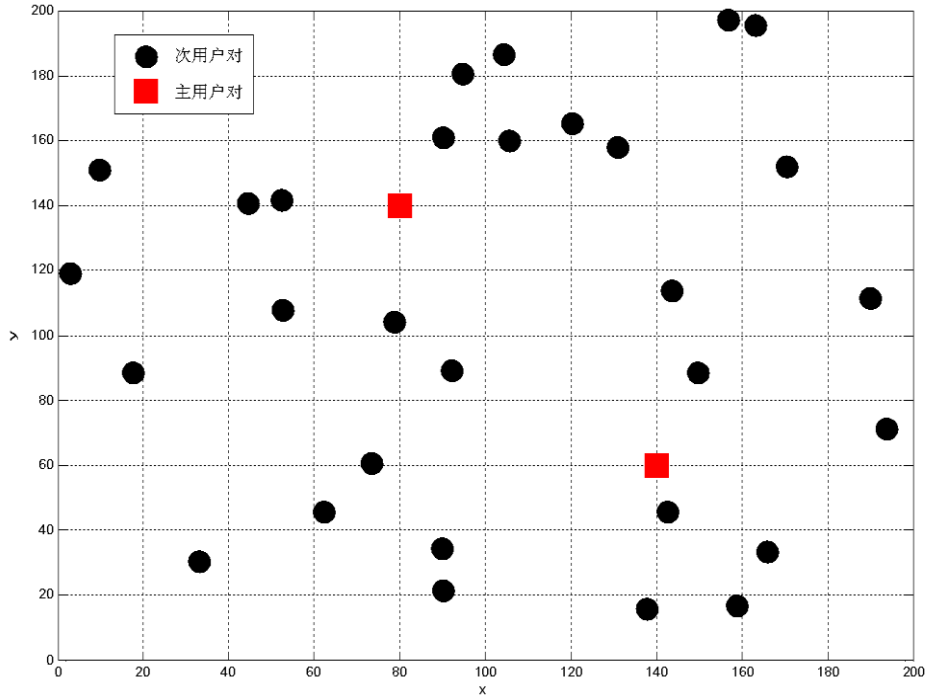


图4.3 一个认知无线网络：2对主用户，30对次用户

在图 4.3 中，正方形表示主用户对，圆形表示次用户对。网络中一共有 2 对主用户，30 对次用户，参数设置如下：

主用户信干噪比阈值 $\gamma_p^{TH} = 10$ ；

次用户信干噪比阈值 $\gamma_s^{TH} = 10$ ；

主用户固定功率	$P = 600$;
次用户最小功率	$P_{\min} = 0$;
次用户最大功率	$P_{\max} = 100$;
环境噪声	$n = -100\text{dB}$;
信道增益	$H = 1/d^2$;

通过分支定界算法，得到全局最优解为 12，即最多可以有 12 个次用户对同时使用信道。分支定界算法的搜索次数为 73497，而如果直接遍历所有可能则需要搜索 $2^{30} = 1.0737 \times 10^9$ ，可见好的分支定界算法可以大大减少搜索的次数，提高搜索的效率。

图 4.4 是分支定界算法求解得到的最优信道分配结果。

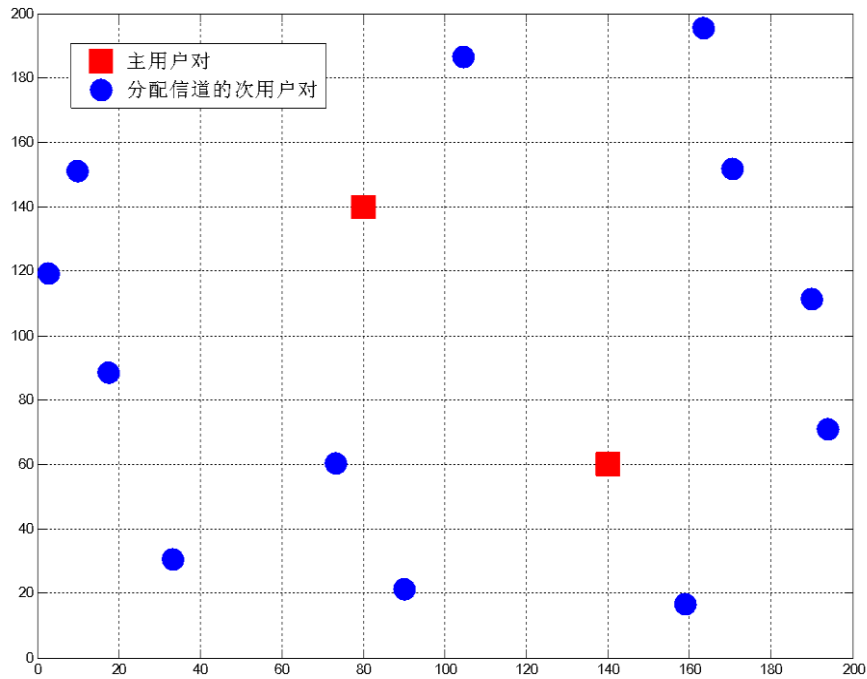


图4.4 分支定界算法得到的最优信道分配结果

4.3 基于广义线性分式规划单调方法的全局算法

分支定界算法的思想很直观，通过剪枝遍历搜索空间树找到全局最优解，但这种方法不能很好的反映出各个主用户对、次用户对相互干扰关系。这一节我

们使用一种基于广义线性分式规划单调方法的全局算法，通过求解认知无线电中各用户的 SINR 可行域来求解问题的最优解。

4.3.1 模型重建

在无线网络中，由于射频信号传输的广播性质，用户之间会产生相互干扰，使得用户不可能通过增大发射功率而使各自的 SINR 都无限制的都增大。例如在网络中有两个传输接收对，先固定第 1 对的 SINR 值为 γ_1 ：

$$\gamma_1 = \frac{P_1 H_{11}}{P_2 H_{21} + n_1} \quad (4-2)$$

所以第 2 对的 SINR 值为

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \frac{P_2 H_{22}}{P_1 H_{12} + n_2} = \frac{P_2 H_{22}}{\frac{\gamma_1 (P_2 H_{21} + n_1) H_{12}}{H_{11}} + n_2} \\ &= \frac{P_2 H_{22} H_{11}}{\gamma_1 P_2 H_{21} H_{12} + \gamma_1 n_1 H_{12} + H_{11} n_2} \end{aligned} \quad (4-3)$$

可见随着第 2 对节点发射功率 P_2 的增大， γ_2 也增大，但有一个上界

$$\gamma_2^{\max} = \frac{H_{22} H_{11}}{\gamma_1 H_{21} H_{12}} \quad (4-4)$$

（这里简单起见，我们对发射节点的功率没有做限制，实际上由于发射功率有一个上限， γ_2 会小于 γ_2^{\max} ）。

通过上面的分析我们定量说明了 γ_1 和 γ_2 之间的关系，在功率不受限的情况下，可行 SINR 区域的边界是一条反比例函数曲线。对于多个次用户，如果能够找到它们 SINR 区域的边界曲线，那么沿着边界曲线可以找到优化问题的最优解。下面我们动态频谱问题写出另一种等价的数学优化模型：

$$\begin{aligned}
& \text{maximize} \quad \sum_{i \in S} I(\gamma_i \geq \gamma_i^{TH}) \\
& \text{s.t.} \\
& \quad \frac{P_i H_{ii}}{\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}, \quad \forall i \in P \\
& \quad P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}, \quad \forall i \in S
\end{aligned} \tag{4-5}$$

其中 $P_{\min} = 0$ ， $I(\cdot)$ 为示性函数，若表达式为真则为 1，否则为 0。

通过上面的模型我们可以看出，原问题等价于在满足主用户 SINR 约束条件下，在次用户的 SINR 可行区域边界上寻找目标函数的最大值。但刻画 SINR 可行区域的边界是一个很难的问题，在文献[11]中，作者使用了一种基于广义线性分式规划单调方法的算法来求解无线网络系统效用最大化的优化问题，通过用一系列多边形来近似 SINR 的可行域来求解一定误差允许范围内的最优值。下面我们使用这种方法用来解决上面的动态频谱分配问题。

4.3.2 广义线性分式规划单调方法

如果一个问题可以表示成为下列形式，则称这个问题是广义线性分式规划

$$\text{maximize}_{x \in D} \quad \Phi \left\{ \frac{f_1(x)}{g_1(x)}, \frac{f_2(x)}{g_2(x)}, \dots, \frac{f_M(x)}{g_M(x)} \right\} \tag{4-6}$$

其中（1）变量 $x \in D$ ， D 为一个多面体；（2）函数 $f_i(x), g_i(x)$ 为线性函数；（3）函数 $\Phi(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M)$ 是关于 $\gamma \geq 0$ 的增函数。

比较式 4-6 与式 4-5，可以发现式 4-5 刚好可以写成广义线性分式规划的形式： x 与 p 对应， D 与主用户的 SINR 约束条件和功率限制组成的多面体相对应，

$$\sum_{i \in S} I(\gamma_i \geq \gamma_i^{TH}) \text{ 可以写成 } \Phi \left\{ \frac{f_1(p)}{g_1(p)}, \frac{f_2(p)}{g_2(p)}, \dots, \frac{f_M(p)}{g_M(p)} \right\} \text{ 的形式。}$$

如果变量功率 p 遍历其多面体可行域，我们可以得到所有可能 γ 组成的区域。图 4.5 是两个次用户对的 γ 组成的区域：

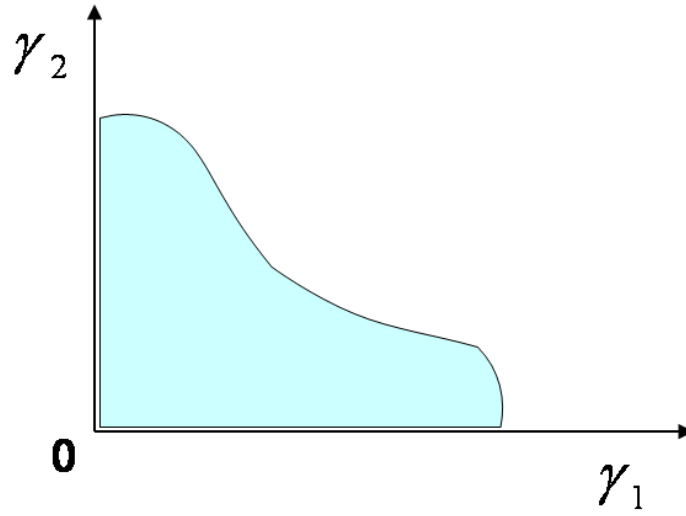


图4.5 两个次用户对的可信SINR区域

由于函数 Φ 是关于变量 γ 的增函数，因此优化问题的最优解一定可以在区域的边界上取得。但如何求解 γ 可行域的边界是一个很困难的问题，而单调方法（Monotonic Approach）的基本思想是用一系列多边形的并集来逼近可行域，在一定的误差允许范围内在边界上找上问题的最优解。

下面我们仍以两个次用户为例介绍这种方法：

首先可以很容易的找到一个点 $z_1 = (\overline{\gamma_1}, \overline{\gamma_2})$ ，使得 γ 的可行域包含于矩形 $[0, z_1]$ 中（这里的 z_1 可以简单的取为 $(\frac{P_{\max}}{n_1}, \frac{P_{\max}}{n_2})$ ），如图 4.6 所示。这时 $\Phi(z_1)$ 是原问题的一个上界，但并不能达到，因此 (γ_1, γ_2) 不能同时取得最大值。

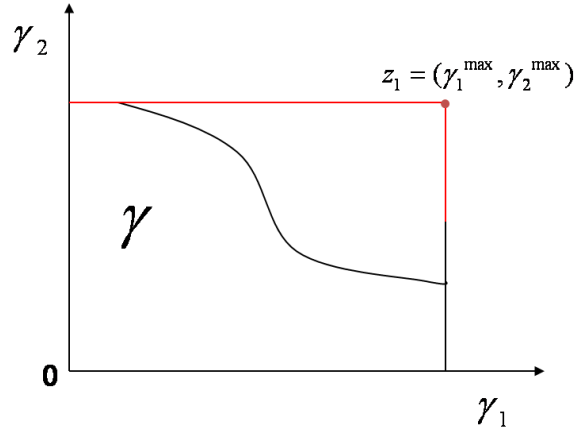


图4.6 确定顶点 z_1 ，使 $[0, z_1]$ 包含 γ 可行域

下一步，将 z_1 向可行域做投影，投影为

$$\pi^\gamma(z_1) = \alpha z_1 \quad (4-7)$$

其中 $\alpha = \arg \max \{\alpha z_1 \in \gamma\}$ ，如图 4.7 所示。求得投影之后，我们用点 z_2 和 z_3 代替点 z_1 ，可以证明 $\gamma \subset [0, z_2] \cup [0, z_3]$ ，即做完投影用新的顶点代替原来的顶点，得到的矩形并集仍然包含 γ 可行域，如图 4.8、4.9 所示。然后从新的顶点中选出目标函数值 $\Phi(z)$ 最大的点，对其做投影，得到新的矩形的并集逼近可行域 γ （如图 4.10、4.11 所示），直到满足一定的准则退出（如新的投影点与原顶点距离小于预先设定的 $\varepsilon > 0$ ），此时在一定误差允许范围内得到原问题的最优解。

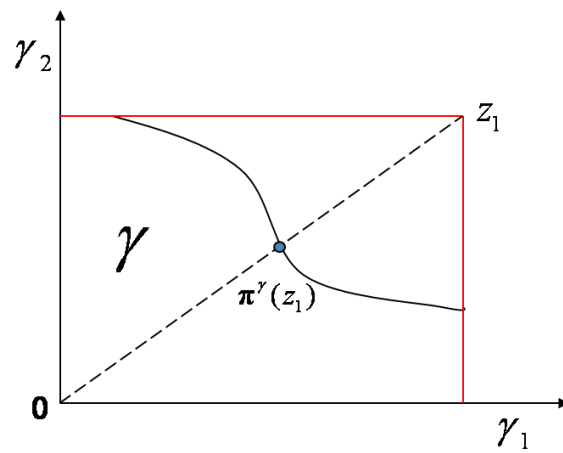


图4.7 将顶点 z_1 向 γ 可行域做投影得 $\pi^\gamma(z_1)$

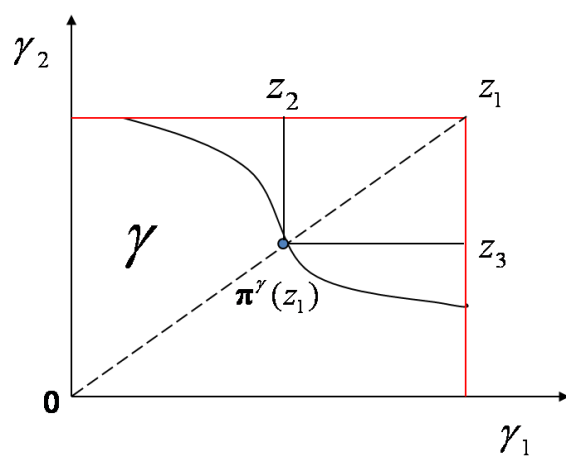


图4.8 由顶点 z_1 和投影 $\pi^\gamma(z_1)$ 得到新的顶点 z_2 和 z_3

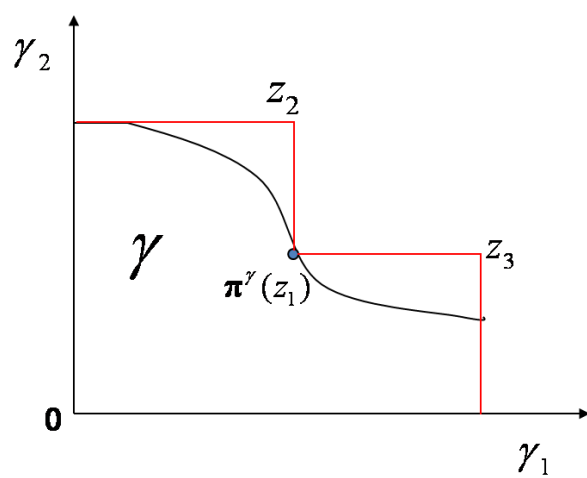


图4.9 由新顶点得到的多边形包含 γ 可行域

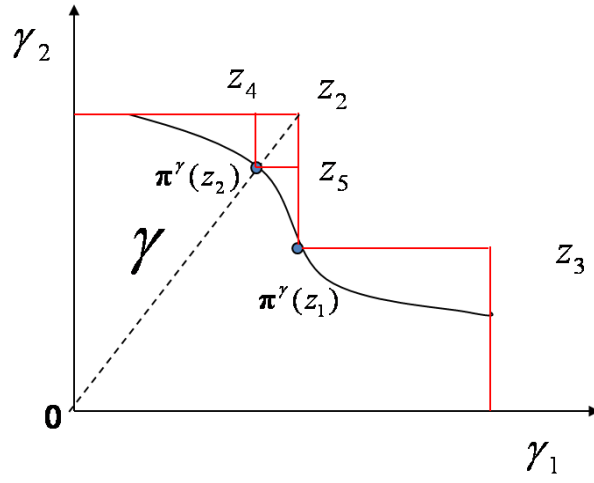


图4.10 对顶点 z_2 做投影，得到新的顶点 z_4 和 z_5

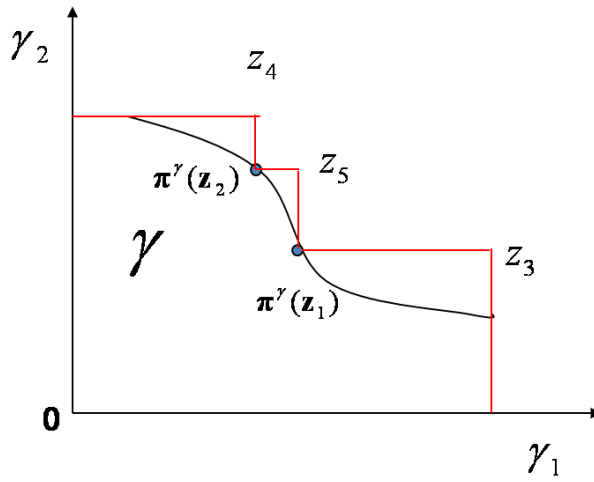


图4.11 由顶点 z_3 、 z_4 和 z_5 组成的多边形包含 γ 可行域

上面的算法主要来自对问题两个方面的观察：（1）对于所有的顶点 z ， $\max_z \Phi(z)$ 提供了问题的上界，如果取得最大值的顶点 z 在 γ 可行域的边界上，那么就找到了原问题的最优解；（2）通过做投影，将用新的顶点代替原来的顶点得到的矩形并集面积减小且仍包含可行域 γ 。文献[12]证明了上面广义线性分式规划单调方法收敛于全局最优解，但收敛速度仍是一个开放问题。

上述算法中重要的一步是计算顶点 z 在可行域 γ 的投影 $\pi^\gamma(z) = \alpha z_1$ ，这不是一件简单的问题，因为可行域 γ 的边界未知而且不规则。我们通过修改[11]中的投影算法来计算投影，算法流程为：

第 1 步，选择 $p^{(0)} \in [0, P^{\max}]$ ，令 $j=0$ ；

第 2 步，对于给定的 $P^{(j)}$ ，计算

$$\lambda^{(j)} = \min_{1 \leq i \leq M} \frac{f_i(p^{(j)})}{z_i g_i(p^{(j)})} \quad (4-8)$$

第 3 步，对于给定的 $\lambda^{(j)}$ ，求解

$$p^{(j+1)} = \arg \max_{p \in P} \min_{1 \leq i \leq M} (f_i(p) - \lambda^{(j)} z_i g_i(p)) \quad (4-9)$$

第 4 步， $j = j+1$ ；

第 5 步，如果 $\max_{p \in P} \min_{1 \leq i \leq M} (f_i(p) - \lambda^{(j-1)} z_i g_i(p)) \leq 0$ ，投影为 $\pi^\gamma(z) = \lambda^{(j-1)} z$ ，算法结束；否则跳回第 2 步。

上面第 3 步中的集合 P 即为满足主用户 SINR 约束条件与功率上界的功率的可行域，而第 3 步求 $p^{(j+1)}$ 是一个简单的线性规划问题，可以证明上面的算法以超线性迭代速度找到投影点。

4.3.3 仿真结果与讨论

我们用 MATLAB 实现了上面基于广义线性分式规划单调方法的算法来求解动态频谱分配问题，进行实验仿真。

在一个认知无线网络中，有 2 对主用户，3 对次用户，其它参数设置与 4.2.2 节相同。算法结果如图 4.12 所示，最多有两个次用户可以同时接入信道，同时得到取得最大值 $\Phi(z)$ 的顶点 $z = (12.2548, 23.7844, 6.4528)$ ，第 1、2 对次用户使用信道。

仿真中还发现，如果次用户对数目大于 4，则算法收敛速度极慢，这也与预期相同。因为优化问题是一个非凸函数，而求解非凸函数的全局最优解是很难的。虽然收敛速度很慢，上面的算法可以比较好的刻画可行域 γ 的边界，有利于进一步分析网络中用户之间的干扰关系。

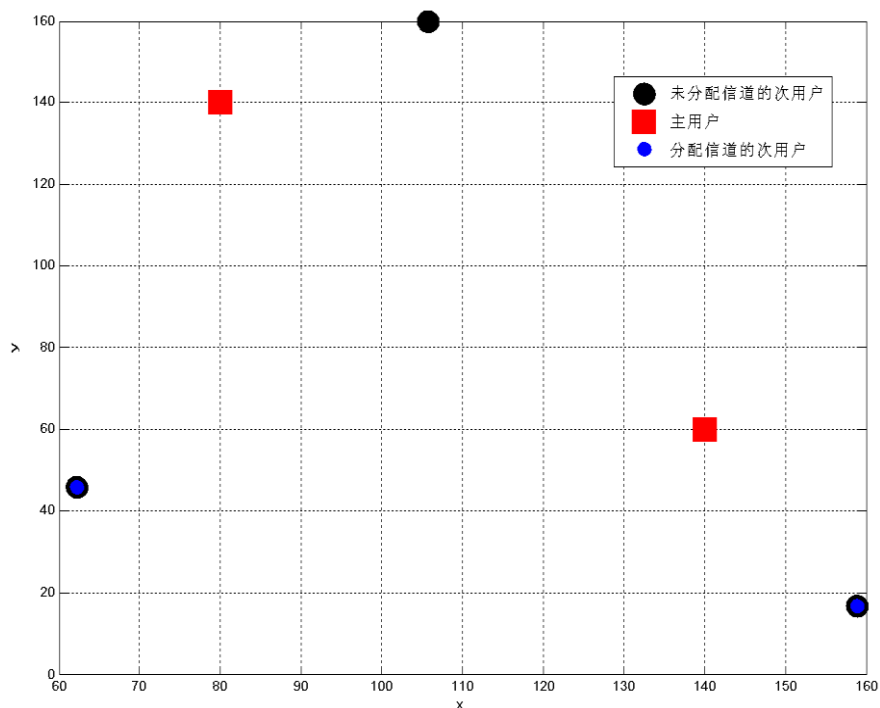


图4.12 基于广义线性分式规划单调方法得到的信道分配结果

第5章 动态频谱分配与功率控制的次优化近似算法

第4章介绍了两种求解动态频谱分配问题的全局优化算法,由于原问题是 NP hard, 实现的全局优化算法时间复杂度比较高, 收敛速度也很慢, 这就启发我们设计新的近似方法快速的求解次优解。这一章中我们介绍了实现的两种次优化算法: 基于干扰的启发式算法和基于线性规划的松弛算法。

5.1 基于干扰的启发式算法

认知无线网络中的动态频谱分配与功率控制问题实质上是一个混合整数规划, 最难的部分是选择哪些用户使用信道, 而确定次用户的使用情况后通过求解一个线性方程组即可获得最优功率分配。而选择哪些次用户是使用信道是一个 NP hard 整数规划, Zander[2]提出了一种启发式算法通过一次次的迭代限制次用户使用信道, 直到存在符合约束条件的功率分配为止。我们借用这种思想, 提出了一种认知无线网络中基于干扰的启发式算法, 仿真结果表明通过选择合适的参数, 该算法能快速高效的找到接近全局最优解的次优解。

算法的核心思想是通过在每一次迭代中选取一个次用户对使用信道, 直到不能满足同时使用信道的请求为止。对于迭代中将要选取分配信道的次用户对来说, 我们考虑三种干扰:

- (1) 该次用户对主用户产生的干扰总和 I_1
- (2) 该次用户对已分配信道的次用户产生的干扰总和 I_2
- (3) 该次用户对尚未分配信道的次用户产生的干扰总和 I_3

算法中考虑三种可能的干扰基于以下分析:

(1) I_1 反映了次用户对主用户的干扰大小, 而在认知无线网络中主用户的 SINR 是需要保证的, 因此在选择次用户使用信道时, 我们希望 I_1 越小越好;

(2) I_2 反映了次用户对已分配次用户的干扰，我们也希望越小越好，不影响已接入信道的用户的正常使用，但优先级要比 I_1 低一些；

(3) 最后 I_3 反映的是其使用信道后对尚未分配的用户使用信道的干扰。

然后我们对某一个次用户计算上面三种干扰的加权和，即

$I = w_1 I_1 + w_2 I_2 + w_3 I_3$ ($w_1 \geq w_2 \geq w_3$)，选择干扰最小的次用户对使用信道，并判断是否存在符合约束条件的功率分配：若存在，则开始下一次迭代；若否，去除刚刚选择的次用户，终止迭代，所有已经选择的次用户即为算法找到的最优解。

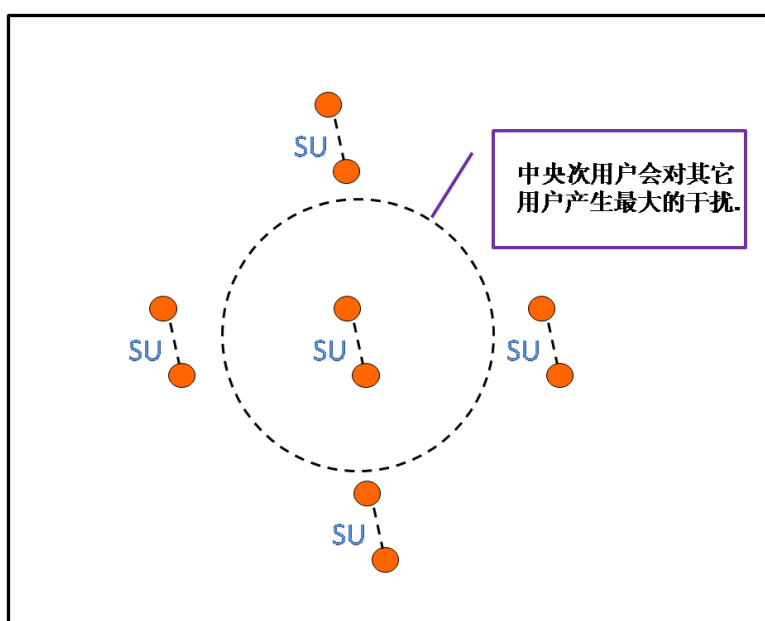


图5.1 认知无线网络中考虑干扰和的例子

我们选用 4.4.2 节的网络结构（3 对主用户，30 对次用户）和参数设置，仿真结果如下：

(1) $w_1 = 10, w_2 = 4, w_3 = 1$ ，最优解为 9，即从 30 对次用户中选取 9 对使用信道，如图 5.2 所示；

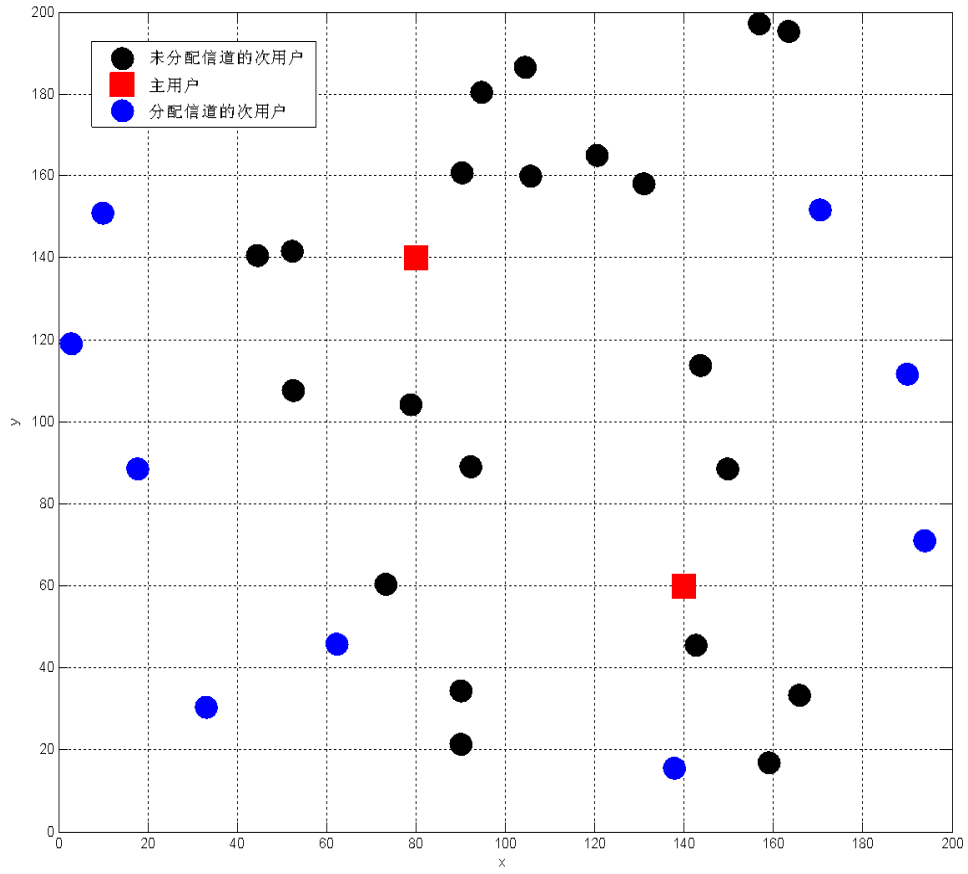


图5.2 $w_1=10, w_2=4, w_3=1$ ，启发式算法得到的分配结果

(2) $w_1=10, w_2=4, w_3=0$ ，最优解为 12，即从 30 对次用户中选取 12 对使用信道，如图 5.3 所示。

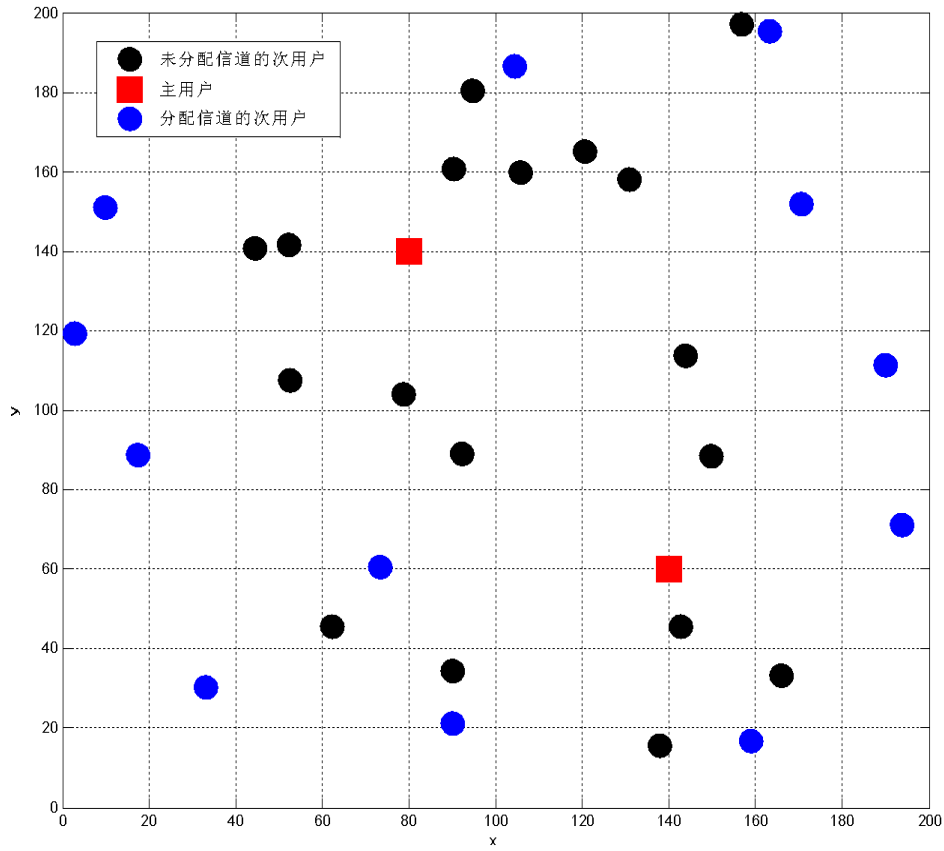


图5.3 $w_1 = 10, w_2 = 4, w_3 = 0$ ，启发式算法得到的分配结果

总结一下，上面的启发式算法通过分析用户之间的干扰关系迭代的选择次用户使用信道，算法快速高效，可以进行实时处理。而且大量仿真结果表明：在合适的参数下，基于干扰的启发式算法得到的次优解很接近全局最优解。

5.2 基于线性规划的松弛算法

上节基于干扰的启发式算法从网络中干扰的角度分析，迭代的选择次用户对接入信道。本节先对原优化问题重新建模，将混合整数规划的原问题松弛成连续线性优化问题，从松弛问题的解再推出原问题的次优解，仿真结果表明该算法得到的解接近全局最优解。

5.2.1 模型重建

动态频谱分配的优化问题（式 4-1）可以写成如下形式：

$$\begin{aligned}
& \text{minimize } \sum_i a_i \\
& s.t. \\
& \quad \frac{P_i H_{ii} + a_i w}{\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}, \quad \forall i \in P \cup S \\
& \quad P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}, \quad \forall i \in S \\
& \quad a_i = 0, \quad \forall i \in P \\
& \quad a_i = \{0,1\}, \quad \forall i \in S
\end{aligned} \tag{5-1}$$

其中优化变量为 0-1 变量 a_i 和连续变量功率 P_i ， w 为足够大的正数，使得当 $a_i = 1$ 时， $\frac{P_i H_{ii} + w}{\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}$ ， $\forall i \in S$ 一定成立。 $a_i = 0$ 表示次用户对 i 使用信道，否则表示不使用信道。只要 w 取得足够大，一定可以保证优化问题(5-1)存在可行解。目标函数 $\sum_i a_i$ 表示不能使用信道的次用户对数目之和，因此优化目标就是最小化目标函数，使尽可能多的次用户能够使用信道而且满足约束条件。

上面的优化问题是一个混合整数规划问题，仍然是个很难的问题，但通过松弛 0-1 变量 a_i 可能将上面问题松弛成一个连续线性规划问题：

$$\begin{aligned}
& \text{minimize } \sum_i a_i \\
& s.t. \\
& \quad \frac{P_i H_{ii} + a_i w}{\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}, \quad \forall i \in P \cup S \\
& \quad P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}, \quad \forall i \in S \\
& \quad a_i = 0, \quad \forall i \in P \\
& \quad 0 \leq a_i \leq 1, \quad \forall i \in S
\end{aligned} \tag{5-2}$$

而线性规划有很成熟高效的方法来求解，如单纯形、内点法，因此松弛后的问题可以很容易的快速准确的求解。如果松弛问题的解中变量 a_i 刚好取值为 0 和 1，那么我们就找到了原问题的全局最优解。但这种情况很少发生，大多数情况下 a_i 取值为[0,1]区间的小数。一个简单的做法是将得到连续解进行 0-1 离散化，得到原问题的一个近似解，例如设定一个阈值 β ，如果 $a_i \leq \beta$ ，则令 $a_i = 0$ ，否则

令 $a_i = 1$ 。但是由于离散问题解与连续问题解不是一一对应的，上面这种方法并不能保证得到一个较好的原问题的解，并且如何确定 β 也是一件较为困难的问题。

一种更有效的方法是将次用户中值最小的 a_i 设为 0，即选择尚未使用信道且 a_i 最小的次用户对使用信道，然后再求解新的线性规划松弛问题，选择下一个使用信道的次用户对，直到选择出来的次用户不能同时使用信道为止。

算法流程为：

第 1 步，计算当没有次用户使用信道时，主用户的 QoS 是否满足：若是，跳到第 2 步；若否，跳到第 4 步；

第 2 步，计算求解松弛后的优化问题，其中令已分配信道的次用户的 $a_i = 0$ ；

第 3 步，选取未分配信道的次用户中 a_i 值最小的次用户，分配信道使用，并检查是否存在满足约束条件的功率分配解：若存在，跳到第 2 步；否则除去前一个选中的次用户，跳到第 4 步；

第 4 步，输出算法得到的最优解，即分配信道的次用户对数目。

5.2.2 仿真结果

实验仿真结果表明，基于线性规划的松弛算法可以有效的找出原问题的次优解，下面我们以两个实验结果为例说明。

网络有 2 对主用户，10 对次用户，其它参数设置与 4.2.2 节相同，上面松弛算法得到的最优解为 5，而通过分支定界找到的全局最优解也为 5，而基于干扰的启发式算法求得解为 3（ $w_1 = 10, w_2 = 4, w_3 = 4$ ）；将次用户数目改为 25 对，松弛算法得到的最优解为 10，分支定界找到的全局最优解也为 10，基于干扰的启发式算法求得解为 8（参数同上）。经过多次实验比较发现，基于线性规划的松弛算法可以得到很好的次优解，而基于干扰的启发式算法性能与参数 w_1, w_2, w_3 的选择有关，需要多次调整参数来获得较好的解。

第6章 动态频谱分配与功率控制的分布式算法

第4章、第5章我们分别提出集中式控制的全局优化算法和次优化近似算法，但在实际网络中人们更希望能设计使用分布式算法，原因主要有以下两点：

- (1) 集中式控制需要一个外部服务器对整个网络进行控制，代价比较高，而且随着网络规模的增大，集中式控制将成为网络的瓶颈，扩展性不好；
- (2) 集中式控制的网络比较脆弱，一旦服务器出现故障，整个网络将会瘫痪。

因此动态频谱分配与功率控制的分布式算法的设计成为无线网络研究的热点课题，同时由于优化问题中约束条件非常复杂，各种变量相互约束，使得分布式算法的设计非常具有挑战性。本章介绍了一种基于对偶分解理论的分布式算法，我们先将原混合整数规划问题松弛成连续型凸优化问题，然后通过次梯度方法分布式求解拉格朗日对偶问题，在强对偶定理的保证下得到松弛问题的最优解，最后通过[2]提出的分布式算法得到功率分配的最优解。

6.1 无主用户情况下的分布式算法

由于在认知无线网络中，主用户不能和次用户协作，而且优化问题的约束条件很复杂，很难设计出一个比较好的分布式算法保证在迭代过程中主用户的QoS始终得到满足。我们先研究网络中没有主用户或者主用户不使用信道的情况，设计出一种分布式算法，然后将这一算法拓展到有主用户使用信道的场景。

6.1.1 松弛问题的对偶分解

由于松弛问题（式 5-2）的约束条件很复杂，变量之间相互关联，很难直接进行分解。对偶分解理论提供了一种有效的分解复杂优化问题的方法，而由于松弛问题是线性规划问题，在强对偶定理的保证下，求解对偶问题可以得到原问题的最优解。

假设网络中没有主用户或主用户不使用信道，优化问题（式 5-2）的拉格朗日对偶函数是：

$$\begin{aligned} \underset{\substack{0 \leq a_i \leq 1 \\ P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}}}{\text{minimize}} \quad g(\lambda) &= \sum_i a_i + \sum_i \lambda_i (\gamma_i^{TH} (\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i) - P_i H_{ii} - a_i w) \\ &= \sum_i f_i(a_i, P_i) + \sum_i \lambda_i \gamma_i^{TH} n_i \end{aligned} \quad (6-1)$$

其中

$$f_i(a_i, P_i, \lambda) = (1 - \lambda_i w) a_i + (\sum_{j \neq i} \lambda_j \gamma_j^{TH} H_{ij} - \lambda_i H_{ii}) P_i \quad (6-2)$$

可见上面的问题可以分解成一系列子问题，每个子问题的优化变量只出现各自的优化问题中，因此子问题可以同时分布式求解。

优化问题（式 5-2）的拉格朗日对偶问题是：

$$\underset{\lambda \geq 0}{\text{maximize}} \quad g(\lambda) \quad (6-3)$$

而对偶问题理论上可以通过次梯度方法进行求解（详细介绍参见论文第 3 章），对偶分解的分布式算法框如图 6.1 所示。

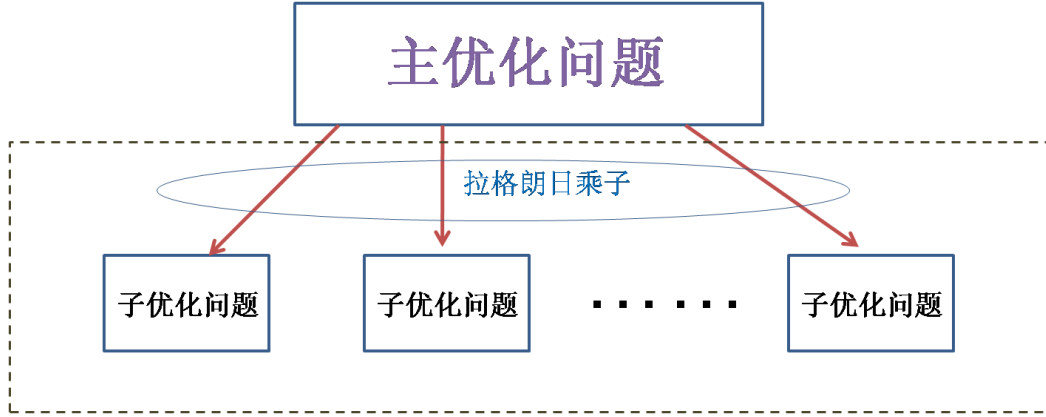


图6.1 对偶分解的分布式算法框架结构

6.1.2 基于对偶分解的分布式算法

将松弛问题对偶分解后，得到的分布式算法具体流程为：

第 1 步，令 $k=0$ ，每一个次用户选取初始值 $\lambda_i^{(k)} \geq 0$ ，并广播出去，接收到其它次用户的 $\lambda^{(k)}$ 值；

第 2 步，每一个尚未分配信道的次用户求解各自的子优化问题

$\underset{0 \leq a_i \leq 1, P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}}{\text{minimize}} f_i(a_i, P_i, \lambda^{(k)})$ ，求得 a_i, P_i ；每一个已经分配信道的次用户求解子优化问题

$\underset{P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}}{\text{minimize}} f_i(a_i = 0, P_i, \lambda^{(k)})$ ，求得 P_i ；

第 3 步，根据次梯度方法迭代步骤中的公式

$$\lambda_i^{(k+1)} = \max(0, \lambda_i^{(k)} + \alpha^{(k)} (\gamma_i^{TH} (\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i) - P_i H_{ii} - a_i w)) \quad (6-4)$$

对拉格朗日乘子进行迭代，其中 $\alpha^{(k)}$ 为 k 步迭代步长；

第 4 步， $k = k + 1$ ，如果没有满足迭代收敛准则，跳回第 2 步进行迭代；否则（1）若已经满足迭代收敛，终止迭代，各次用户广播各自的 a_i 值，最小值的那个次用户将自己的 a_i 置为 0，接入信道，然后跳到第 1 步重新进行迭代；（2）若判断迭代不会收敛（例如迭代超过预设的最大次数仍没有收敛），则终止迭代，前一次选出的次用户停止使用信道。

上面的分布式迭代算法选出满足约束条件、可以使用信道的次用户使用信道，即求出动态频谱分配优化问题的次优解，并按照[3]提出的分布式功率控制算法

$$P_i(t+1) = \frac{\gamma_i^{TH}}{\gamma_i(t)} P_i(t) \quad (6-5)$$

进行迭代，达到功率分配的最优解。

衡量一个分布式算法的好坏重要的一点是看网络中消息传递的总量，而在上面的分布式算法，每个次用户 i 只需要知道：（1）所有次用户的拉格朗日乘子 $\lambda^{(k)}$ 、 γ^{TH} ，（2）接受到的信号功率、干扰噪声和，（3） H_{ii} 和 $H_{ij}(i \neq j)$ 。 $\lambda^{(k)}$ 、 γ^{TH} 通过用户广播消息而使网络中每个次用户都获取参数值；信号功率、干扰噪声和可以由接收节点直接测量得到，不需要额外广播信息； H_{ii} 可以通过次用户发射接收节点对的反馈来获得，而 $H_{ij}(i \neq j)$ 可以通过接收节点周期性发射信标信号，发射节点测量接收到的信号来计算得到[13]。

6.1.3 模型的问题及改进方法

上节提出的分布式算法在理论分析方面没有问题，但在编程仿真时发现一个有趣的问题：次梯度方法迭代求解对偶问题（式 6-3）产生振荡现象，不能收敛到原松弛问题的最优解，下面我们分析具体原因并提出解决方法。

迭代过程中，每个次用户各自求解的子优化问题是：

$$\begin{aligned} \text{minimize } f_i(a_i, P_i, \lambda) &= (1 - \lambda_i w) a_i + \left(\sum_{j \neq i} \lambda_j \gamma_j^{TH} H_{ij} - \lambda_i H_{ii} \right) P_i \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq a_i \leq 1 \\ & 0 \leq P_i \leq P_{\max} \end{aligned} \quad (6-6)$$

上面优化问题的目标函数是一个线性函数，而线性函数在闭区间的端点取得最值，因此每个子问题的最优解一定在端点取得（即 $a_i=0$ 或 $a_i=1$ ， $P_i=0$ 或

$P_i = P_{\max}$), 除非目标函数的一次项系数为 0。而当一次项系数为 0 时, 变量取闭区间中的任意值都可以, 这样对偶问题的解与原问题的解不能一一对应, 对偶问题对变量的搜索也只在区间两个边界处振荡。

仿真的结果与我们的直观想象是相反的! 线性规划被认为是优化问题中最简单的问题, 但正是由于这种线性, 使得求解对偶问题最优解对应的变量 λ 与原问题最优解对应的变量 a 和 p 不是一一对应的, 因此造成了搜索迭代过程的振荡。

可见, 上面提出的优化模型实际中并不能通过分布式算法求解, 问题的关键就在于原问题的变量与对偶变量不是一一对应。凸分析对偶理论可以证明, 如果约束条件是线性的, 目标函数是严格凸的, 那么原问题和对偶问题最优解的变量是一一对应的, 而且对偶问题关于自变量 λ 是可微的 ([7]第 8 章)。因此, 我们尝试改变原问题的目标函数, 把线性函数 $\sum_i a_i$ 变成

$$\sum_i a_i^2 + \varepsilon \sum_i P_i^2 \quad (6-7)$$

其中 ε 是一个大于 0 的很小的常数。

将目标函数变成式式 6-7 后, 有三个优点:

(1) 改变后的目标函数关于变量 a_i 仍是增函数, 优化目标依然是使 a_i 越小越好, 而且 ε 选择为一个很小的常数, 所以 $\varepsilon \sum_i P_i^2$ 对目标函数值的贡献很小, 不影响最优解对应的 a_i 值;

(2) 目标函数是二次函数, 所以优化问题仍然是凸优化问题, 可以快速高效的求解, 而且强对偶定理成立, 即对偶问题与原问题的最优值相同;

(3) 目标函数关于变量 a 和 p 是严格凸的, 所以对偶问题是可微的, 对偶问题空间搜索迭代收敛到原问题的最优解, 而且可以通过对偶变量可以求得原问题最优值对应的 a 和 p 的值。

将优化问题的目标函数改写成式 6-7, 其它迭代算法不变, 仿真实验结果与预期相符, 通过分布式迭代可以收敛到松弛问题的对偶问题最优解。图 6.2 是求解选择前四个使用信道的次用户对迭代收敛曲线。

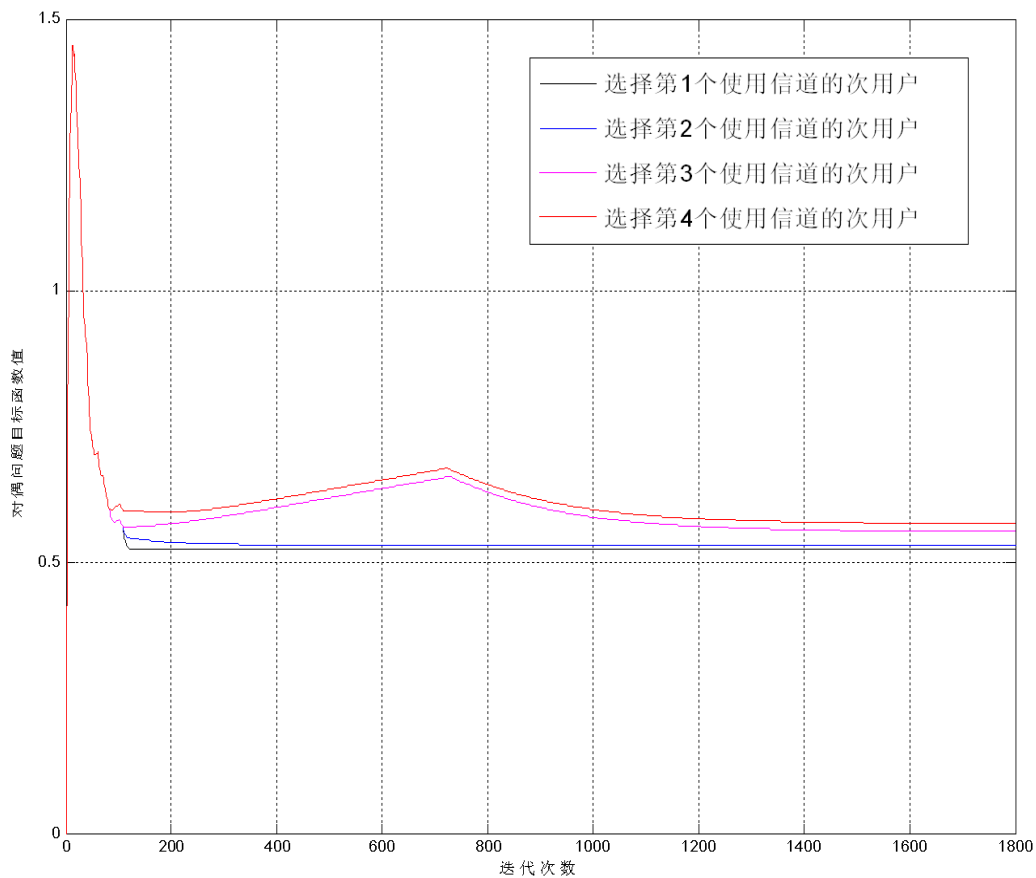


图6.2 分布式求解选择前四个使用信道的次用户对迭代曲线

6.2 有主用户情况下的分布式算法

当网络中出现主用户使用信道时，分布式设计算法变得更加复杂。因为在迭代过程中需要一直保证主用户的 QoS，而网络中主用户和次用户之间是没有相互协作的，这就很难保证主用户正常使用信道而不受次用户较大的干扰影响。

我们提出了一些假设，设计一种可能的分布式算法求解问题，基本思想仍基于拉格朗日对偶分解算法。

考虑主用户使用信道情况下的优化问题为：

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} \quad \sum_{i \in S} a_i^2 + \varepsilon \sum_{i \in S} P_i^2 \\
& \text{s.t.} \\
& \quad \frac{P_i H_{ii}}{\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}, \quad \forall i \in P \\
& \quad \frac{P_i H_{ii} + a_i w}{\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i} \geq \gamma_i^{TH}, \quad \forall i \in S \\
& \quad 0 \leq P_i \leq P_{\max}, \quad \forall i \in S \\
& \quad 0 \leq a_i \leq 1, \quad \forall i \in S
\end{aligned} \tag{6-8}$$

拉格朗日对偶函数是

$$\begin{aligned}
\text{minimize}_{0 \leq a_i \leq 1, P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max}} \quad g(\lambda) = & \sum_{i \in S} a_i^2 + \varepsilon \sum_{i \in S} P_i^2 + \sum_{i \in P} \lambda_i (\gamma_i^{TH} (\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i) - P_i H_{ii}) \\
& + \sum_{i \in S} \lambda_i (\gamma_i^{TH} (\sum_{j \neq i} P_j H_{ji} + n_i) - P_i H_{ii} - a_i w)
\end{aligned} \tag{6-9}$$

其中前面两项是原目标函数，后面两项分别对应主用户和次用户的 SINR 约束条件。通过与前一节相似的步骤，可以将上面问题进行对偶分解，但在迭代过程中与无主用户的情况有两点不同：

(1) 每个主用户对应一个拉格朗日乘子 λ_i ，按照前面设计的分布式算法每一个主用户需要广播各自的 λ_i ，并进行迭代更新，这与主用户不同次用户协作的原则相违背；

(2) 在迭代过程中主用户的 QoS 要得到保证，迭代过程中次用户不能直接通过主用户使用的信道发射功率进行迭代，因为这样有可能对主用户产生较大干扰。

为了解决上面两个问题，我们提出下面几个可行的措施：

(1) 在每个主用户对的接收端附近，放置一个节点，代替主用户广播各自对应的 λ_i ，并进行更新。

(2) 由于直接使用功率迭代无法保证主用户的 QoS, 次用户之间可以通过带外保护信道进行通信, 广播各自的功率信息 P_i 、拉格朗日乘子 λ_i 以及信道增益 H_{ij} 。

借助于主用户接收端附近的节点与次用户在保护信道中的通信, 可以避免直接通过功率迭代造成对主用户正常使用信道的干扰, 从而实现有主用户使用信道情况下的分布式控制算法。

第7章 总结和展望

7.1 工作总结

本次毕设工作主要针对认知无线网络中的动态频谱分配与功率控制展开研究工作，分别提出了全局优化算法、次优化算法和分布法算法，比较完整的解决了毕设的研究课题。回顾四个月来的学习和科研，就是一个不断发现问题、分析问题、解决问题的过程。毕设的工作可以分为四个阶段：

第一阶段：开题调研，确定研究课题和方向。从老师给的第一篇文献开始阅读调研，了解认知无线电和动态频谱分配问题的背景，确定了毕设的研究工作基于更准确、更切合实际的物理干扰模型。

第二阶段：研究优化问题的启发式算法。由于优化问题已经被证明是 **NP hard** 问题，直接找到全局最优解是很难的，我试着从物理模型本身着手，从问题的核心要素“网络中的干扰”出发，设计出一种基于干扰的启发式算法，可以快速高效求解优化问题的次优解。此外，还设计了一种基于线性规划的松弛解法，该方法也是线性时间复杂度，算法的性能也很好，更重要的是为后面的分布式算法设计提供思路。

第三阶段：设计优化问题的全局优化算法。第二阶段中我们已经设计出两种启发式算法，虽然能够快速求解得到问题的次优解，但解究竟好不好没有一个能够比较的标准，于是我们研究如何设计并实现全局优化算法。最简单的思想是把所有可能都罗列一遍，但这样时间、空间复杂度都很大，实际中很难实验，后来我们发现使用分支定界算法可以有效的减小探索空间，当问题规模为 30 时仍然可以在两分钟内求得最优解，为启发式算法得到的结果提供一个很好的比较标准。另外，我们直接从网络的 **SINR** 可行域出发，使用全局优化领域中关于广义线性分式规划的单调方法来刻画、估计网络 **SINR** 可行域的边界，从而求得优化问题的最优解。

第四阶段：研究优化问题的分布式算法。由于集中式控制本身的缺陷，在实际中使用更多的是分布式算法控制，然而认知无线网络中的优化问题约束限制条件复杂，很难直接将分解原问题从而进行分布式控制。我们先考虑没有主用户的情况下，基于拉格朗日对偶理论，将线性规划松弛问题进行对偶分解，再用次梯度法进行分布式迭代获得松弛问题的最优解。在实现中发现用次梯度求解线性规划的对偶问题会发生振荡现象，迭代并不收敛。我们基于凸优化理论重新建立二次优化模型，在强对偶定理的保证下，次梯度方法分布迭代求解对偶问题并得到原问题的最优解。我们进一步对分布式算法的优点进行了分析和讨论，并将设计的算法拓展到主用户使用信道的情况。

7.2 前景展望

随着人们对无线通信业务需求的不断增加，无线通信技术迅速发展，无线通信已经成为现代通信发展的趋势。频谱资源的严重稀缺成为现代通信发展面对的主要问题，这一挑战促使人们提出了开放频谱、频谱共享等概念，促进了认知无线电课题的研究。如何有效的进行动态频谱分配和功率控制一直是通信领域研究的热点课题，通过三个月的毕设研究，我们分别提出了全局优化和次优化、集中式与分布式算法，但模型仍有一些不足，还有很多可以改进的地方。

第一，很多工作都假设网络中的信道是慢衰落，即 H_{ij} 是相对稳定不变的，而在实际中信道可能是快速变化的。如何在快衰落的环境中设计有效的动态频谱分配和功率控制算法仍是值得进一步研究的课题。

第二，我们在模型中假设次用户之间完全相互协作，而在实际中次用户之间可能是非协作的，在非协作模型下如何有效的进行频谱分配值得深入学习研究。

第三，在无主用户使用信道的情况下，我们设计的分布式算法可以有效的通过分布式迭代收敛到线性规划松弛问题的最优解，但松弛问题的最优解与原问题的最优解有多大差距缺少理论上的严格分析。原优化问题是 NP hard，有没有更好的、可以快速求解的近似模型，保证次优解很好的接近全局最优解，仍是一个极具挑战性的问题。

虽然频谱稀缺是现代无线通信面临的严峻挑战，但我们相信随着认知无线电领域的研究不断取得进展与突破，通过动态使用频谱、频谱共享一定可以解决这个难题，无线通信将不断发展、推动社会进步。

插图索引

图 1.1	从 54MHz 到 3GHz 的频谱分配情况及频谱使用率	1
图 2.1	一个简单的认知无线网络示例	6
图 2.2	图 2.1 中网络对应的冲突图	7
图 2.3	次用户干扰累加的示例	8
图 4.1	认知无线电的一个简单例子（网络中有一对主用户、两对次用户）	19
图 4.2	动态频谱分配问题中的解空间树	21
图 4.3	一个认知无线网络：2 对主用户，30 对次用户	23
图 4.4	分支定界算法得到的最优信道分配结果	24
图 4.5	两个次用户对的可信 SINR 区域	27
图 4.6	确定顶点 z_1 ，使 $[0, z_1]$ 包含 γ 可行域	28
图 4.7	将顶点 z_1 向 γ 可行域做投影得 $\pi^\gamma(z_1)$	28
图 4.8	由顶点 z_1 和投影 $\pi^\gamma(z_1)$ 得到新的顶点 z_2 和 z_3	29
图 4.9	由新顶点得到的多边形包含 γ 可行域	29
图 4.10	对顶点 z_2 做投影，得到新的顶点 z_4 和 z_5	30
图 4.11	由顶点 z_3 、 z_4 和 z_5 组成的多边形包含 γ 可行域	30
图 4.12	基于广义线性分式规划单调方法得到的信道分配结果	32
图 5.1	认知无线网络中考虑干扰和的例子	34
图 5.2	$w_1 = 10, w_2 = 4, w_3 = 1$ ，启发式算法得到的分配结果	35
图 5.3	$w_1 = 10, w_2 = 4, w_3 = 0$ ，启发式算法得到的分配结果	36
图 6.1	对偶分解的分布式算法框架结构	41
图 6.2	分布式求解选择前四个使用信道的次用户对迭代曲线	44

参考文献

- [1] C. Peng, H. Zheng, and B.Y. Zhao, "Utilization and fairness in spectrum assignment for opportunistic spectrum access," ACM/Springer MONET, vol. 11, issue 4, pp. 555–576, Aug. 2006.
- [2] J. Zander, "Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems," IEEE Transactions on Vehicular Technology, (1):57–62, February 1992.
- [3] G. J. Foschini and Z. Miljanic, "A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence," IEEE Transactions on Vehicular Technology, 42(4):641–646, November 1993.
- [4] J. Mitola et al., "Cognitive radio: Making software radios more personal," IEEE Pers. Commun., vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Aug. 1999.
- [5] P. Gupta and P. R. Kumar, "The Capacity of Wireless Networks," IEEE Transactions on Information Theory, 46(2):388–404, March 2000.
- [6] S. Boyd and L. Vandenberghe, Convex Optimization. Cambridge University Press, 2004.
- [7] D. P. Bertsekas, A. Nedic ´ and A. E. Ozdaglar, Convex Analysis and Optimization. Belmont, MA: Athena Scientific, 2003.
- [8] M. Grant and S. Boyd. CVX: Matlab software for disciplined convex programming (web page and software). <http://stanford.edu/~boyd/cvx>, June 2009.
- [9] D. Palomar and M. Chiang, "A tutorial on decomposition method and distributed network resource allocation," IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 24, no. 8, pp. 1439–1451, Aug. 2006.
- [10] T. H. Cormen, C. E. Leiserson and R. L. Rivest, Introduction to Algorithms. The MIT Press, 1990.
- [11] L. Qian, Ying Jun Zhang, and J. W. Huang, "MAPEL: Achieving global optimality for a non-convex power control problem," IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 8, no. 3, pp. 1553-1563, March 2009.
- [12] N. T. H. Phuong and H. Tuy, "A Unified Monotonic Approach to Generalized Linear Fractional Programming," Journal of Global Optimization, Kluwer Academic Publishers, pp. 229-259, 2003.
- [13] J. Huang, R. A. Berry, and M. L. Honig, "Distributed interference compensation for wireless networks," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 24, no. 5, pp. 1074–1084, May 2006.

致 谢

非常感谢陈巍老师在毕业设计期间对我的帮助和指导，从他的身上我学到了一个年轻学者对科研工作应有的热情和勤奋。在四个月的科研训练中，陈老师给我提供了一个自由的科研环境，不断的鼓励我独立思考、设计解决方案。他从来没有告诉我应该用什么方法来解决什么问题，而是给了一些建议，鼓励我自己学习、探索、创新，使得我在课题研究过程中思路从来没有受到束缚，尝试了很多新的想法和方法。毕设期间的训练使我受益匪浅，为我以后的科研工作打下了坚实的基础。

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名： 耿泉 日 期： 2009年6月30日

附录 A 外文资料的调研阅读报告

A report on dynamic spectrum allocation and power control in wireless networks

Wireless technologies are developing rapidly, changing the way people communicate and making life more convenient. However, due to the broadcast nature of wireless communication, data rates and other Quality of Service (QoS) in a wireless network are determined not only by the transmission power, but also by the interference caused by other users using the same channel. The traditional method to eliminate interference is to statically divide the whole spectrum into different frequency bands, and various wireless technologies use different frequency bands exclusively. However, this kind of static assignment is very inefficient, and investigations find that on average only 5 to 10 percent are used. Studies have shown that reuse of these “wasted” spectrums can greatly improve system capacity, and dynamic spectrum allocation is a good way to reuse the channel and enhance the system utility.

Although the open spectrum approach to spectrum access can greatly improve the system performance by utilizing the spectrum opportunistically and dynamically, without proper control and coordination among secondary users, a simple and naive distributed spectrum management algorithms can lead to severe interferences and system performance degradation. Performing efficient spectrum allocation is a very complex and difficult process due to the complicated constraints.

Many dynamic spectrum allocation algorithms have been proposed to manage the interference in the wireless networks. In [1], the authors use the classic Protocol Model to study the utilization and fairness in spectrum assignment. The main idea of this paper is to reduce the practical problem to a variant of graph coloring problem, which is NP hard, and provide a heuristic greedy algorithm to enhance the system throughput. Nevertheless, these work based on ideal protocol model may face potential degradation, as their estimation of the interference is not accurate. The more practical and accurate

method is to use the Physical Model to study the spectrum management problem, which involves power control in wireless networks. Since 1990, there have been many works on power control in cellular radio systems, studying how to achieve optimal performance of cellular radio systems via Power Control. The main idea of power control in cellular networks is to adjust the power of each transmitter for a given channel allocation, such that the interference levels at the receiver locations are minimized and the SINR requirements of each user are satisfied. In [2], the author investigated the performance of transmitter power control algorithm and derived the necessary and sufficient condition of gain matrix and feasible SINR region. In addition, the author proposed a heuristic iteration method to find the sup-optimal solution of feasible SINR region. Compared to Centralized Control, distributed power control is of special interest, since centralized control involves added infrastructure, latency, and network vulnerability. Successful distributed power control enables each transmitter to adjust their transmission power, using only local measurements, and at last SINR requirements of all users are satisfied. In [3], Foschini and Miljanic studied the problem that: Given N deployed users and bases, is it possible to meet the SINR constraints with a central controller of power levels? When it is possible, can the same power levels be achieved with distributed algorithm? If so, how fast can such a distributed power control respond? The author answered the last two questions, and proposed a very simple but quite effective distributed autonomous power control algorithm, and demonstrated that the algorithm would exponentially converge to the optimal solution, given that the optimal solution exists.

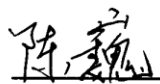
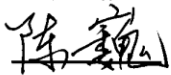
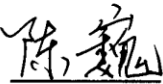
One powerful tool in analyzing the problem of power control in wireless networks is Convex Optimization. Convex optimization is a special class of mathematical optimization problems, which includes least-squares and linear programming problems. There are great advantages to recognizing or formulating a problem as a convex optimization problem. The most basic advantage is that the problem can then be solved, very reliably and efficiently, using interior-point methods or other special methods for convex optimization. There are also theoretical or conceptual advantages of formulating a problem as a convex optimization problem. The associated dual problem often has an interesting interpretation in terms of the original problem, and sometimes leads to an efficient or distributed method for solving it ([4]). Although many practical

problems are not convex, due to the hidden convexity, by using certain techniques, the nonconvex problems can be transformed into convex optimization problems. There are many works on formulating the power control problem into convex optimization. In [5], the author shows that in the high Signal to Interference Ratios (SIR) regime, the nonconvex problem can be turned into tractable geometric programming, which is a special kind of convex optimization. In the low SIR regimes, although it is hard to find convex formulations, the author gives a approximate algorithm which can find a sub-optimal solution by solving a series of geometric programs through the approach of successive convex approximation. Although centralized solutions of geometric programming have been extensively studied, the author proposes a distributed algorithm for power control which is geometric programming based. In summary, convex optimization theory is a very powerful and useful tool to study the optimization problem in wireless networks.

参考文献

- [1] C. Peng, H. Zheng, B.Y. Zhao, "Utilization and fairness in spectrum assignment for opportunistic spectrum access," ACM/Springer MONET, vol. 11, issue 4, pp. 555–576, Aug. 2006.
- [2] J. Zander, "Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems," IEEE Transactions on Vehicular Technology, (1):57–62, February 1992.
- [3] G. J. Foschini and Z. Miljanic, "A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence," IEEE Transactions on Vehicular Technology, 42(4):641–646, November 1993.
- [4] S. Boyd and L. Vandenberghe, Convex Optimization. Cambridge University Press, 2004.
- [5] M. Chiang, C.W. Tan, D. P. Palomar, D. O'neill, and D. Julian. Power control by geometric programming. IEEE Transactions on Wireless Communications, 6(7):2640–2651, July 2007.

综合论文训练记录表

学生姓名	耿 泉	学号	2005011080	班级	无 54
论文题目	认知无线网络中基于物理模型的动态频谱分配与功率控制算法研究				
主要内容以及进度安排	<p>本次毕设主要研究认知无线网络中的动态频谱分配和功率控制问题，建立系统优化模型，设计并分析全局优化和次优化、集中式和分布式算法。毕设工作分为四个阶段：</p> <p>第一阶段：开题调研，了解认知无线电和动态频谱分配问题的背景，确定研究课题和方向。</p> <p>第二阶段：对实际问题进行数学建模，并研究相应全局优化或次优化算法。</p> <p>第三阶段：进一步深入研究系统优化模型，设计实用简单的分布式算法，并分析算法的性能和可用性。</p> <p>第四阶段：对所完成的工作进行总结，完成论文写作。</p> <p style="text-align: right;">指导教师签字： </p> <p style="text-align: right;">考核组组长签字： </p> <p style="text-align: right;">2009 年 3 月 13 日</p>				
中期考核意见	<p>该同学已经顺利完成了文献调研工作，对研究内容有清晰的认识，相关领域的基础知识扎实，已经初步开展了一部分研究工作，取得了很好的初步成果。</p> <p style="text-align: right;">考核组组长签字： </p> <p style="text-align: right;">2009 年 4 月 27 日</p>				

指导教师评语	<p>动态和分布式功率控制是认知无线电的重要问题，本毕业设计研究认知无线网络中基于物理模型的功率控制算法研究，通过借鉴最优化理论中的成果，该毕业设计较大的降低了功率控制迭代的复杂度，同时实现了协议的分布式执行，这对于认知无线系统的具体协议设计有重要意义。论文写作规范，图表正确，思路清晰，是一篇优秀的毕设论文。</p> <p style="text-align: right;">指导教师签字: <u>陈巍</u> 2009年6月23日</p>
评阅教师评语	<p>本毕业设计以认知无线电作为研究题目，选择了动态频谱分配与功率控制进行研究，并且提出了两种全局优化模型，并给出了相应的可行解域的结果，具有一定的创新性，达到了毕业设计的科研训练要求，是一篇优秀的毕业设计论文。</p> <p style="text-align: right;">评阅教师签字: <u>张平</u> 2009年6月29日</p>
答辩小组评语	<p>本毕业设计研究认知无线网络中基于物理模型的功率控制算法，其选题具有理论意义和实用价值，论文写作规范，图表清晰，表明作者已经初步具备本领域进行科学研究的能力，答辩过程中表述清晰，回答问题正确。这是一篇优秀的毕业设计论文。</p> <p style="text-align: right;">答辩小组组长签字: <u>陈巍</u> 2009年6月30日</p>

总成绩: 89

教学负责人签字: 谷淑村

2009年6月30日