Trabalho 2 de Laboratório
DAS5131 Controle Multivariável

Hector Bessa Silveira

2018/2

Orientações Gerais

a) Leia todo o roteiro do trabalho com atenção. Este trabalho abrange o conteúdo dos Labs 9 a 12 + Capítulo 4 da Teoria.

b) O trabalho deverá ser feito com o mesmo grupo do Trabalho 1. As apresentações serão no dia 21 de novembro.

c) O trabalho deverá ser apresentado na aula do dia 21 de novembro, com duração entre 18 e 20 minutos + 10 minutos de perguntas. Todos os membros do grupo devem apresentar. Será avaliado o tempo da apresentação, e a organização, clareza, profundidade e domínio técnico nos slides e na apresentação. **Dica**: ensaie a apresentação, e **certifique-se de que todos os itens do roteiro foram atendidos!**

d) Utilizar fundo branco em **todos** os gráficos.

Questão 1. Considere novamente a Questão 1 do Trabalho 1.

1. Reprojete a realimentação de estado e o controlador-observador da Questão 1 do Trabalho 1, mas agora com base no sistema discreto equivalente associado ao sistema linearizado. Relembre que o sistema é não-detectável quando a saída é $y = x_1$. Assim, considere que até 2 variáveis de estado quaisquer podem ser medidas. **Não se esqueça de determinar e apresentar as especificações de projeto!**

2. Realize a implementação digital de uma realimentação de estado e de um controlador-observador na planta real com base nos seguintes métodos: (a) discretização do controlador; e (b) discretização do modelo linearizado da planta. Apresente e analise os resultados obtidos, mostrando também uma comparação gráfica (plot) entre a dinâmica das variáveis de estado e do controle do sistema real em malha-fechada com os simulados pelo modelo. Mostre também uma comparação entre as variáveis de estados do sistema real em malha-fechada com os estados estimados. Por fim, apresente uma comparação entre os métodos (a) e (b) através de gráficos em função do tempo da planta real.

Questão 2. Considere o robô de dois graus de liberdade ilustrado na Figura 1.

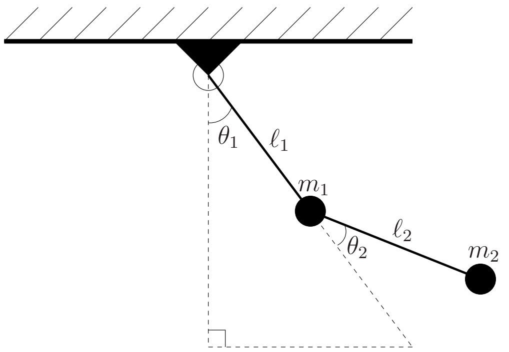

Figura 1: Robô de dois graus de liberdade.

Os dois discos escuros representam massas unitárias ($m_1 = m_2 = 1$) ligadas por braços de comprimento unitário ($\ell_1 = \ell_2 = 1$). Podemos aplicar torques de controle τ_1 e τ_2 através de motores elétricos de modo a controlar os graus de liberdade correspondentes θ_1 e θ_2. O modelo associado a este robô é:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ -M(\theta)^{-1}[C(\theta,\dot{\theta}) + K(\theta)] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ M(\theta)^{-1} \end{pmatrix} \tau,$$

onde $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ é o vetor de deslocamentos angulares, $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)$ é o vetor é velocidades angulares e $\tau = (\tau_1, \tau_2)$ é o vetor dos torques aplicados pelos motores. Para estes valores de massa e comprimento, as matrizes M, K e C são dadas por

$$M(\theta) = \begin{pmatrix} 3 + 2\cos\theta_2 & 1 + \cos\theta_2 \\ 1 + \cos\theta_2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{pmatrix} -\dot{\theta}_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\sin\theta_2 \\ \dot{\theta}_1^2 \sin\theta_2 \end{pmatrix},$$

$$K(\theta) = \begin{pmatrix} 2g\sin\theta_1 + g\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ g\sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix},$$

onde g é a aceleração da gravidade.

Obs: Ressaltamos que o sistema apresenta comportamento caótico em malha-aberta ($\tau = 0$), pois corresponde a um pêndulo duplo. Veja

`http://www.physics.usyd.edu.au/~wheat/dpend_html`

Caos é um comportamento aperiódico de longo prazo em um sistema dinâmico (determinístico) que exibe sensibilidade às condições iniciais. Aqui, **comportamento aperiódico de longo prazo** significa que existem soluções que não convergem para pontos de equilíbrio, soluções periódicas ou soluções quasi-periódicas quando $t \to \infty$. O termo **determinístico** significa que o sistema não possui entradas, ruídos ou parâmetros que variam de maneira randômica. E, **sensibilidade às condições iniciais**, significa que soluções com condições iniciais próximas se separam com rapidez exponencial. Portanto, uma pequena mudança, perturbação ou incerteza na condição inicial leva a uma solução com comportamento futuro significativamente diferente. Citando Edward Lorenz (meteorologista e um dos pioneiros no estudo do caos): "**Caos: Quando o presente determina o futuro, mas o presente aproximado não determina o futuro de maneira aproximada.**" Sensibilidade às condições iniciais é popularmente conhecido como **efeito borboleta** (termo decorrente de um artigo de Lorenz de 1972 entitulado *"Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil set off a Tornado in Texas?"*): o bater das asas da borboleta representa uma pequena mudança nas condições iniciais do sistema, causando assim uma cadeia de eventos que leva a um comportamento futuro significativamente diferente. Caso a borboleta não tivesse batido suas asas, a solução do sistema poderia ter sido bem diferente.

Pede-se:

(a) Mostre que o problema de desacoplamento é solúvel para a saída $y = (y_1, y_2) = h(x)$

dada por

$$\begin{aligned} y_1 &= \ell_1 \cos\theta_1 + \ell_2 \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ y_2 &= \ell_1 \sin\theta_1 + \ell_2 \sin(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned}$$

Note que $X = y_2$ e $Y = y_1$ são as coordenadas cartesianas (X, Y) do manipulador (massa m_2). Seja $u = (u_1, u_2) = \tau = (\tau_1, \tau_2)$ e $x = (\theta, \dot{\theta}) = (\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)$. Utilizando o Maple ou o pacote de cálculo simbólico do Matlab, mostre que[1]

$$y^{(2)} = a(x) + A(x)u,$$

com

$$A(x) = \begin{pmatrix} \dfrac{\sin(\theta_1) - \sin(\theta_1 + 2\theta_2)}{-3 + \cos(2\theta_2)} & \dfrac{-\sin(\theta_1) + 3\sin(\theta_1 + \theta_2) - \sin(\theta_1 - \theta_2) + \sin(\theta_1 + 2\theta_2)}{-3 + \cos(2\theta_2)} \\[2ex] \dfrac{-\cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + 2\theta_2)}{-3 + \cos(2\theta_2)} & \dfrac{\cos(\theta_1) - 3\cos(\theta_1 + \theta_2) + \cos(\theta_1 - \theta_2) - \cos(\theta_1 + 2\theta_2)}{-3 + \cos(2\theta_2)} \end{pmatrix}$$

e

$$\det A(x) = \frac{-2\sin(\theta_2)}{-3 + \cos(2\theta_2)}.$$

Analise as singularidades de $A(x)$ e interprete-as fisicamente (veja a Figura 1).

(b) Projete uma realimentação para o rastreamento da trajetória $\bar{y}(t) = (\bar{y}_1(t), \bar{y}_2(t))$, com $\bar{y}_1(t) = A\sin(t) + C$, $\bar{y}_2(t) = A\cos(t) + B$, nos seguintes casos:

(i) $A = 0$: nesse caso o controlador se resume a uma estabilização do manipulador no ponto fixado (B, C). Escolha B, C e a condição inicial de modo a se evitar as singularidades de $A(x)$.

(ii) $A > 0$: nesse caso desejamos rastrear uma trajetória circular. Escolha A, B, C e a condição inicial de modo a se evitar as singularidades de $A(x)$.

Utilize o LQR para a realimentação estabilizante. **Dica**: Represente $\ddot{e} = v$ por equação de estado.

(c) Nas simulações acima, apresente a saída y_1 versus y_2 (use XY Graph no Simulink/Matlab) para visualizar a trajetória do manipulador. Apresente o comportamento dos erros de rastreamento $e(t) = (e_1(t), e_2(t)) = y(t) - \bar{y}(t)$ em função do tempo, assim como o esforço de controle $u(t)$. A condição inicial $x(0)$ deve estar

[1]Dica: no Matlab, utilize os comandos `jacobian` e `simplify`.

fora do ponto fixo no caso (i), e ser exterior ao círculo no caso (ii). Mostre por simulação que o sistema em malha-fechada está de fato **desacoplado**. **Dica**: aplique uma variação do tipo degrau em uma das saídas de referência.

(d) Fixe uma condição inicial $x(0)$, e determine os parâmetros reais $a, b, c, d, f, \alpha, \beta$ (com $\alpha, \beta > 0$) nas saídas de referência

$$\bar{y}_1(t) = a\sin(t) + b(1 - e^{-\alpha}t) + c$$
$$\bar{y}_2(t) = a\cos(t) + d(1 - e^{-\beta}t) + f$$

de modo que (A, B, C são os mesmos escolhidos anteriormente):

- $\bar{y}_1(t)$ oscile em torno de C com amplitude A;
- $\bar{y}_2(t)$ oscile em torno de B com amplitude A;
- seja assegurado **rastreamento perfeito** em malha-fechada.

Apresente e analise os resultados de simulação obtidos.

O arquivo `robosim.mdl` é uma sugestão de estrutura de simulação no Simulink/Matlab. O arquivo `modelorobo.m` é uma sugestão de como implementar o modelo do robô no Simulink/Matlab e, inspirado no mesmo, elabore os arquivos `geracao.m`, `yyponto.m`, `controledesacoplante.m`. Elabore também o arquivo `matrizf.m`, que deve ser executado antes da simulação, para definir a matriz de estabilização F. Note que `robosim.mdl` possui a estrutura de controle abordada nas Notas de Aula e, portanto, F é uma matriz bloco diagonal da forma

$$F = \begin{pmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_2 \end{pmatrix}.$$

O arquivo `ajuda.m` contém os valores das derivadas de y, da matriz $A(x)$ e do vetor $a(x)$, calculados através de pacotes simbólicos.