정규모집단에서의 추론

-표본의 크기가 작을 때-

t 분포

- 모집단의 분포가 $N(\mu, \sigma^2)$일 때, 크기가 n인 표본의 평균 $\bar{X}$의 분포는 $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 이고, 이를 표준화시키면

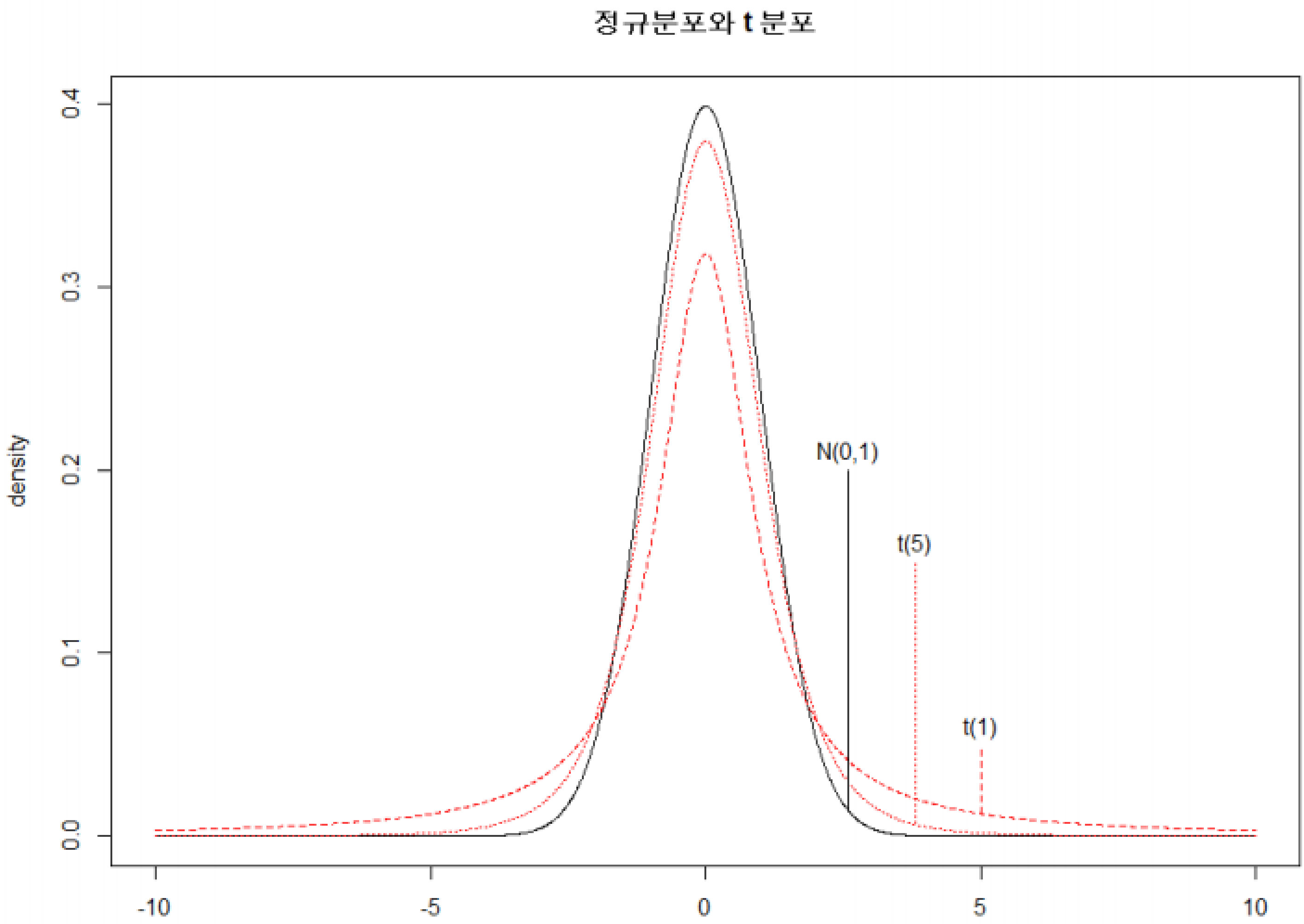
$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

이 된다. 그러나 일반적으로 σ는 미지수이기 때문에 s로 추정하여 사용한다.

- 표본의 크기가 큰 경우에는 σ를 s 로 대체하여도 그 분포가 큰 영향을 받지 않지만, 표본의 크기가 작은 경우에는 더 이상 정규분포를 따르지 않고, t 분포를 따른다.

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

t 분포



모평균에 대한 추론

- 구간추정: 기존 정규분포를 이용한 신뢰구간과 그 형태가 유사하다.

- 정규모집단으로부터 크기가 30미만인 표본을 추출할 때, 모평균에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$\left(\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

혹은

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$$

가설 검정(t-검정)

- 검정통계량: 기존 정규분포를 이용한 검정통계량과 그 형태가 동일하다.

- 가설 $H_0: \mu = \mu_0$를 검정통계량

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

H_0가 맞을 때, 검정통계량의 분포는 $t(n-1)$를 따르며, 각 대립가설에 대한 유의수준 α를 갖는 기각역은 다음과 같다.

$H_1: \mu < \mu_0$일 때 $R: t \le -t_\alpha(n-1)$ (단측검정)
$H_1: \mu > \mu_0$일 때 $R: t \ge t_\alpha(n-1)$ (단측검정)
$H_1: \mu \ne \mu_0$일 때 $R: |t| \ge t_{\alpha/2}(n-1)$ (양측검정)