一种改进的月面巡视器惯性/视觉组合导航观测模型

宁晓琳 [1,2]，徐勇志 [*1]

（1.北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院，北京 100191；2.惯性技术重点实验室，北京 100191）

摘要 惯性/视觉组合导航是月面巡视器的一种重要自主导航手段。传统的以惯性与视觉相对运动参数差为观测量的惯性/视觉组合导航方法，为了使相对旋转差的观测模型简单，对惯性观测姿态的误差定义与平台失准角定义之间做了近似处理。本文发现当航向角较大时该近似误差的模可超过平台失准角，说明该近似误差是不可忽略的。在此基础上，本文在惯性观测姿态的误差定义与平台失准角定义一致的基础上，建立了更精确的观测模型。通过月面仿真和地面模拟实验表明该新模型的位置、姿态精度优于传统模型。

关键词 惯性导航；视觉导航；组合导航；观测模型；月面巡视器

1 引言

深空探测巡视器的高精度自主导航是完成行星表面巡视探测任务的关键技术之一。惯性导航与视觉导航相结合的导航方法已经成功应用于 NASA 于 2004 年发射的“勇气号”和“机遇号”[1]、2012 年发射的“好奇号”[2]以及中国于 2013 年发射的“玉兔号”[3]。惯性/视觉组合导航是一种有效的惯性导航与视觉导航相结合的方法，本文以月面巡视器为例进行相关研究。

惯性/视觉组合导航方法通常基于惯性系统建立状态模型，基于视觉信息建立观测模型，观测量的构建主要包括三种类型：特征点坐标[4, 5]、视觉相对运动参数[6]、惯性与视觉相对运动参数差[7, 8]。其中，以特征点坐标和惯性与视觉相对运动参数差为观测量的传统组合导航观测模型中，为了使观测模型简单，所采用的惯性观测姿态的误差定义与平台失准角定义之间存在不一致，导致需要对观测模型做相应的近似处理。本文以相对运动参数差形式观测量的组合导航方法为例，针对该近似处理研究观测模型的优化方法。

首先在典型情况下分析了该近似处理的误差，发现当航向角较大时近似误差的模可超过平台失准角的模，是不可忽略的。然后在惯性观测姿态的误差定义与平台失准角定义一致的基础上，提出了一种相对旋转差误差分析的新方法，建立了更精确的观测模型。最后在月面仿真实验与地面模拟实验中验证了所提出的新组合导航模型可实现较传统模型更高的位置、姿态导航精度。

2 相关坐标系

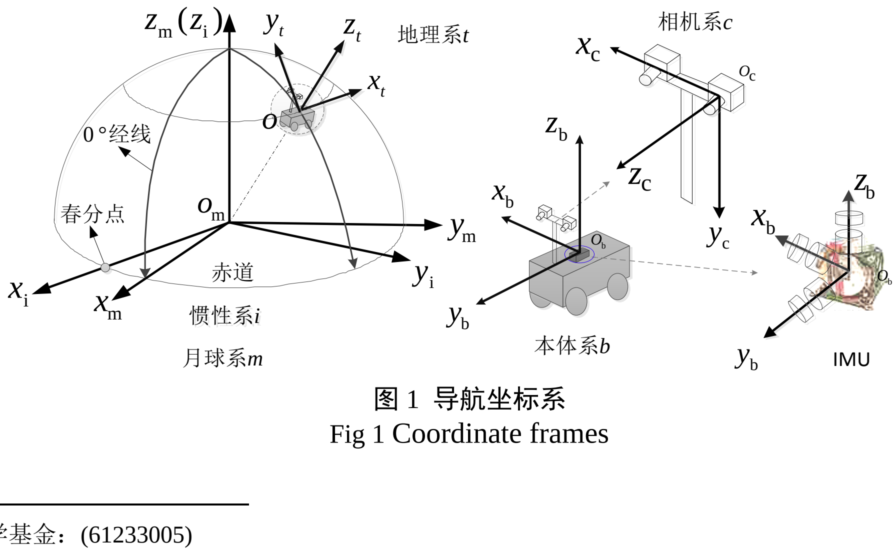


图 1 导航坐标系

Fig 1 Coordinate frames

国家自然科学基金：(61233005)

本文中所涉及坐标系均定义为右手坐标系，包括：月球坐标系(m，$o_m x_m y_m z_m$)、惯性坐标系(i，$o_m x_i y_i z_i$)、地理坐标系（t，$o_b x_t y_t z_t$)、世界坐标系(w，$o_w x_w y_w z_w$)、本体坐标系(b，$o_b x_b y_b z_b$)、相机坐标系(c，$o_c x_c y_c z_c$)。各导航坐标系关系如图 1 所示。其中 t 系采用当地东北天坐标系，w 系定义为初始时刻的 t 系。b 系以巡视器质心 O_b 为原点，x 轴指向巡视器右方，y 轴指向巡视器前进方向。c 系以左相机光心为原点，x 轴沿像素阵列指向右方，y 轴沿像素阵列指向下方，z 轴沿光轴指向视场方向。

3 基于世界坐标系下惯导误差方程的状态模型

以运动参数误差和 IMU 漂移为状态量，以世界坐标系下的惯导误差方程作为状态模型[9]：

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\phi}^T & \delta\boldsymbol{v}^T & \delta\boldsymbol{r}^T & \boldsymbol{\varepsilon}^T & \nabla^T\end{bmatrix}^T \tag{1}$$

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\phi}}=-\boldsymbol{\omega}_{iw}^w\times\boldsymbol{\phi}+\boldsymbol{R}_b^w\boldsymbol{\varepsilon}\\ \delta\dot{\boldsymbol{v}}=-(\boldsymbol{R}_b^w\boldsymbol{f}^b)\times\boldsymbol{\phi}-2\boldsymbol{\omega}_{iw}^w\times\delta\boldsymbol{v}+\boldsymbol{R}_b^w\nabla\\ \delta\dot{\boldsymbol{r}}=\delta\boldsymbol{v}\\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}=\boldsymbol{0}\\ \dot{\nabla}=\boldsymbol{0}\end{cases} \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{\phi}$ 为平台失准角，$\delta\boldsymbol{v}$ 为速度误差，$\delta\boldsymbol{r}$ 为位置误差，$\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 ∇ 分别为陀螺和加计常值漂移，$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 和 $\boldsymbol{f}^b$ 分别为陀螺和加计输出数据，$\boldsymbol{R}_w^b$ 为姿态矩阵。$\boldsymbol{\omega}_{iw}^w$ 为 w 系相对 i 系的转动角速度，设 $\boldsymbol{\omega}_{im}^m$ 为月球自转角速度矢量，$\boldsymbol{R}_m^w$ 为初始时刻 m 系到 w 系的旋转矩阵，则 $\boldsymbol{\omega}_{iw}^w$ 的计算方法为：

$$\boldsymbol{\omega}_{iw}^w=\boldsymbol{R}_m^w\boldsymbol{\omega}_{im}^m \tag{3}$$

4 基于相对运动参数差的观测模型

首先给出了观测量计算方法和传统观测模型，然后提出了改进的相对旋转差观测模型。由于视觉系统的采样频率低于惯性系统，组合导航系统以视觉采样周期进行信息融合，本文中所指 k 时刻均以视觉采样周期为基准。

4.1 基于相对运动参数差的观测量

定义k时刻本体坐标系 b_k 相对 k-1 时刻本体坐标系 b_{k-1} 的相对旋转四元数 $\boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k}$ 和平移矢量 $\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k}^{b_{k-1}}$ 为相对运动参数。以下先分别介绍视觉相对运动参数 $\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}$、$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}}$ 和惯性相对运动参数 $\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}$、$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{INS}}^{b_{k-1}}$，然后给出基于视觉与惯性相对运动参数差的观测量计算方法。

（1） 视觉相对运动参数

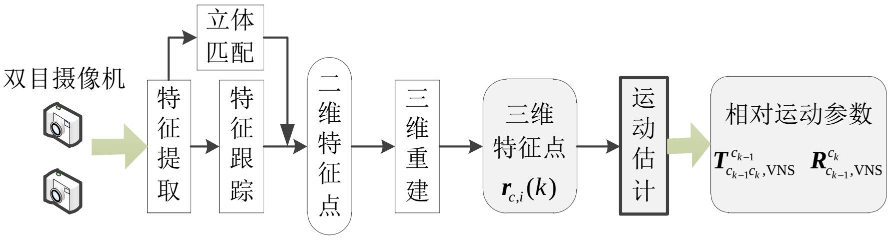


图 2 视觉导航流程

Fig 2 Vision navigation workflow

本文采用的双目视觉导航流程如图 2 所示[10, 11]，经过特征点提取[12]、立体匹配、特征跟踪得到二维图像特征点，对二维特征点进行三维重建得到相机坐标系下的三维特征点。设 k 时刻匹配与跟踪成功的 N 个特征点的相机系坐标为 $\boldsymbol{r}_{c,i}(k)\quad(i=1\cdots N)$，则通过解如下线性方程组可得到相机坐

标系的相对运动参数$\boldsymbol{T}_{c_{k-1}c_k,\mathrm{VNS}}^{c_{k-1}}$和$\boldsymbol{R}_{c_{k-1},\mathrm{VNS}}^{c_k}$：

$$\boldsymbol{r}_{c,i}(k)=\boldsymbol{R}_{c_{k-1},VNS}^{c_k}[\boldsymbol{r}_{c,i}(k-1)+\boldsymbol{T}_{c_{k-1}c_k,\mathrm{VNS}}^{c_{k-1}}]\ (i=1\cdots N) \tag{4}$$

将$\boldsymbol{T}_{c_{k-1}c_k,\mathrm{VNS}}^{c_{k-1}}$和$\boldsymbol{R}_{c_{k-1},\mathrm{VNS}}^{c_k}$转换到本体系可得$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}}$和$\boldsymbol{R}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}$：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}&=\boldsymbol{R}_c^b\boldsymbol{R}_{c_{k-1}}^{c_k}\boldsymbol{R}_b^c\\ \boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}}&=\boldsymbol{R}_c^b\boldsymbol{T}_{c_{k-1}c_k,\mathrm{VNS}}^{c_{k-1}}+(\boldsymbol{R}_{b_k}^{b_{k-1}}-\boldsymbol{I})\boldsymbol{T}_{bc}^b\end{aligned} \tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{T}_{bc}^b$为相机系相对本体系的平移矢量。令$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}=\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{R}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k})$，函数$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{R})$将姿态矩阵$\boldsymbol{R}$转换为四元数形式。

（2） 惯性相对运动参数

惯性相对运动参数计算方法为：

$$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}=\hat{\boldsymbol{q}}_{b_{k-1}}^{w}\circ\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{INS}}^{b_{k-1}}=\hat{\boldsymbol{R}}_w^{b_{k-1}}(\boldsymbol{r}_{k,\mathrm{INS}}-\hat{\boldsymbol{r}}_{k-1}) \tag{7}$$

其中，$\hat{\boldsymbol{r}}_{k-1}$和$\hat{\boldsymbol{q}}_w^{b_{k-1}}$分别为 k-1 时刻组合导航系统的位置和姿态估计值，$\boldsymbol{r}_{k,\mathrm{INS}}$和$\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k}$为 k 时刻惯性导航估计的位置和姿态。

（3） 惯性与视觉相对运动参数差

以惯性和视觉相对旋转四元数之差$\boldsymbol{z}_q$和相对平移矢量之差$\boldsymbol{z}_r$作为观测量：

$$\boldsymbol{z}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}_q\\ \boldsymbol{z}_r\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_q(\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}{}^{-1}\circ\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k})\\ \boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{INS}}^{b_{k-1}}-\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}}\end{bmatrix} \tag{8}$$

其中函数$\boldsymbol{f}_q(\boldsymbol{q})$为：

$$\boldsymbol{q}=\begin{bmatrix}\lambda_0 & \boldsymbol{\lambda}\end{bmatrix}^T,\ \boldsymbol{f}_q(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{\lambda}^T \tag{9}$$

由于$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}{}^{-1}\circ\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}$对应旋转为小角度，其$\lambda_0$近似为 1，$\boldsymbol{f}_q(\boldsymbol{q})$可有效描述该旋转信息。

4.2 传统观测模型

为了使观测模型简单，传统 INS/VNS 组合导航中通常使用以下观测模型[7, 8, 13-15]。

（1） 相对旋转差$\boldsymbol{z}_q$的观测方程

定义惯性观测姿态四元数$\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^b$的误差$\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS}}$为：

$$\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS}}=\boldsymbol{q}_b^w\circ\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^b \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{q}_w^b$为真实姿态四元数。

状态方程(2)中平台失准角$\boldsymbol{\phi}$的定义为：

$$\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\phi}\times]=\boldsymbol{R}_b^w\boldsymbol{R}_{w,\mathrm{INS}}^b \tag{11}$$

其中$\boldsymbol{R}_w^b$和$\boldsymbol{R}_{w,\mathrm{INS}}^b$分别为真实和惯导估计的姿态矩阵。将(11)转化为四元数形式：

$$\begin{bmatrix}1\\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}\end{bmatrix}=\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^b\circ\boldsymbol{q}_b^w \tag{12}$$

$\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS}}$与$\boldsymbol{\phi}$具有近似关系：

$$\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS}} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} \tag{13}$$

根据式(10)可得到$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}$的表达式为：

$$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k} = \hat{\boldsymbol{q}}_{b_{k-1}}^{w} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} \approx \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{w} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} = \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{w} \circ \boldsymbol{q}_{w}^{b_k} \circ \boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS},k} = \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS},k} \tag{14}$$

设视觉相对旋转四元数$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}$的误差表达式为：

$$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k} = \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{VNS},k} = \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \end{bmatrix} \tag{15}$$

其中$\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{VNS},k}$和$\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k}$分别为$\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}$的四元数和欧拉角形式误差。

由(14)和(15)可得惯性与视觉的旋转四元数之差的误差模型为：

$$\begin{aligned} {\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k} &= {\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{VNS},k}}^{-1} \circ {\boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k}}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS},k} = {\boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{VNS},k}}^{-1} \circ \boldsymbol{\delta q}_{\mathrm{INS},k} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{1}{4}{\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k}}^{T}\boldsymbol{\phi}_{k} \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{k} - \frac{1}{4}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \times \boldsymbol{\phi}_{k} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{16}$$

取上式的矢量部分得到观测量$\boldsymbol{z}_q$：

$$\boldsymbol{z}_q = \boldsymbol{f}_q({\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}) = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{k} - \frac{1}{4}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \times \boldsymbol{\phi}_{k} \approx \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{k} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \tag{17}$$

（2） 相对平移差$\boldsymbol{z}_r$的观测方程

将$\delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{\mathrm{INS}} - \boldsymbol{r}$代入$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{INS}}^{b_{k-1}}$定义(7)可得：

$$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{INS}}^{b_{k-1}} = \hat{\boldsymbol{R}}_{w}^{b_{k-1}}(\boldsymbol{r}_k + \boldsymbol{\delta r}_k - \hat{\boldsymbol{r}}_{k-1}) = \hat{\boldsymbol{R}}_{w}^{b_{k-1}}(\boldsymbol{r}_k - \hat{\boldsymbol{r}}_{k-1}) + \hat{\boldsymbol{R}}_{w}^{b_{k-1}}\boldsymbol{\delta r}_k \approx \boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k}^{b_{k-1}} + \hat{\boldsymbol{R}}_{w}^{b_{k-1}}\boldsymbol{\delta r}_k \tag{18}$$

设视觉相对平移矢量$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}}$的误差表达式为：

$$\boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}} = \boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k}^{b_{k-1}} + \Delta\boldsymbol{T}_{k,\mathrm{VNS}} \tag{19}$$

结合(18)和(19)可得视觉与惯性相对平移矢量差$\boldsymbol{z}_r$的误差表达式：

$$\boldsymbol{z}_r = \boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{INS}}^{b_{k-1}} - \boldsymbol{T}_{b_{k-1}b_k,\mathrm{VNS}}^{b_{k-1}} \approx \hat{\boldsymbol{R}}_{w}^{b_{k-1}}\boldsymbol{\delta r}_k + \Delta\boldsymbol{T}_{k,\mathrm{VNS}} \tag{20}$$

（3） 传统观测方程

综合(17)和(20)可得传统惯性/视觉组合导航方法的观测方程为：

$$\boldsymbol{z}(\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{X}(\boldsymbol{k}) + \boldsymbol{V}_1 \tag{21}$$

其中，$\boldsymbol{H}_1$为观测矩阵：

$$\boldsymbol{H}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{q1} \\ \boldsymbol{H}_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\boldsymbol{I}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times6} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} & \hat{\boldsymbol{R}}_{w}^{b_{k-1}} & \boldsymbol{0}_{3\times6} \end{bmatrix} \tag{22}$$

$\boldsymbol{V}_1$为观测噪声：

$$\boldsymbol{V}_1=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k}\\ \Delta\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{k},\mathrm{VNS}}\end{bmatrix} \tag{23}$$

从(22)可见传统方法的观测矩阵 $\boldsymbol{H}_{q1}$ 非常简单。

4.3 传统观测模型误差分析

传统观测模型中，为了简化 $\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}$ 的误差表达式(14)，所采用的 $\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b}$ 误差定义(10)与平台失准角定义(12)之间存在不一致，导致需要进行如式(13)的近似处理，该近似处理可等效描述为：

$$\begin{bmatrix}1\\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}\end{bmatrix}\circ\boldsymbol{q}_w^{b_k}\approx\boldsymbol{q}_w^{b_k}\circ\begin{bmatrix}1\\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}\end{bmatrix} \tag{24}$$

为了分析(24)所引起的误差，定义 $\Delta\boldsymbol{q}$ 为：

$$\Delta\boldsymbol{q}=\boldsymbol{q}_b^w\circ\begin{bmatrix}1\\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}\end{bmatrix}\circ\boldsymbol{q}_w^b\circ\begin{bmatrix}1\\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}\end{bmatrix} \tag{25}$$

设 $\boldsymbol{q}_w^b$ 对应的姿态角为 $\boldsymbol{\theta}$，$\Delta\boldsymbol{q}$ 对应的误差角为 $\Delta\boldsymbol{\phi}$：

$$\boldsymbol{\theta}=f_{\mathrm{o}}(\boldsymbol{q}_w^b) \tag{26}$$

$$\Delta\boldsymbol{\phi}=f_{\mathrm{o}}(\Delta\boldsymbol{q})=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\phi}_x & \Delta\boldsymbol{\phi}_y & \Delta\boldsymbol{\phi}_z\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

其中，函数 $f_{\mathrm{o}}()$ 将四元数转换为欧拉角。

定义 ΔP 从整体上反映该近似处理的程度：

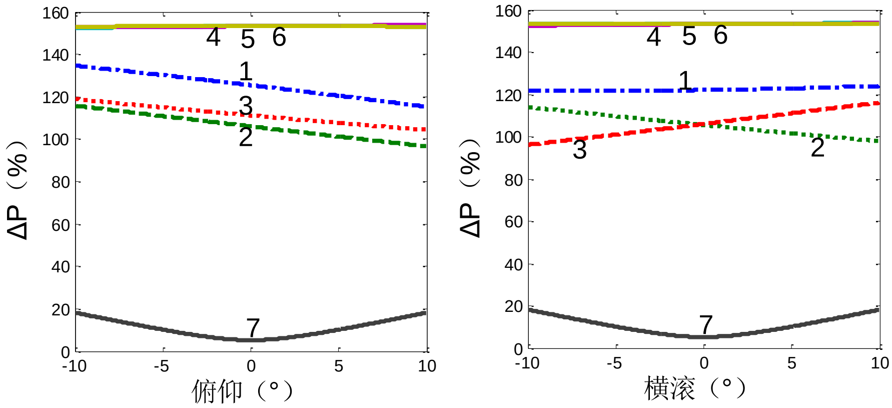
$$\Delta P=\frac{|\Delta\boldsymbol{\phi}|}{|\boldsymbol{\phi}|}*100\% \tag{28}$$

从式(25)和(28)可见 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 和 ΔP 受姿态 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\phi}$ 中共六个参数影响，图 3 基于一些典型情况分析了 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 和 ΔP 的大小，表 1 描述了图 3 中各子图所采用的 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\phi}$ 参数设置。图 3 的每个子图中仅变化一维姿态角从而独立分析俯仰、横滚和航向的影响，图 3(a)、(b)和(c)中均考虑了 7 种 $\boldsymbol{\phi}$ 的情况，图 3(d)比较了(c)中 $\boldsymbol{\phi}$ 为第 1 情况时的 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 各维大小。图 3(a)和(b)分别反映了-10°~10°的俯仰角和横滚角变化对 ΔP 影响比较小，且当 $\boldsymbol{\phi}$ 只有航向分量时 ΔP 较小。图 3(c)表明在 $\boldsymbol{\phi}$ 为 1~6 条件下，当航向角大于 130°时，ΔP 均超过 100%。图 3(d)反映了近似误差 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 主要体现在俯仰与横滚分量中，航向分量较小，这是由于姿态 $\boldsymbol{\theta}$ 中的俯仰角与横滚角较小的缘故。综上，由图 3 可得出结论传统方法中式(13)的近似处理误差较大，不可忽略。同时因为 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 主要体现在俯仰与横滚分量中，虽然该近似处理整体误差很大，但在俯仰与横滚不大的运动中不至于产生致命的影响。然而由于不同时刻俯仰、横滚角与航向角之间存在耦合关系，该近似处理仍将通过积分解算过程进一步影响航向角精度。

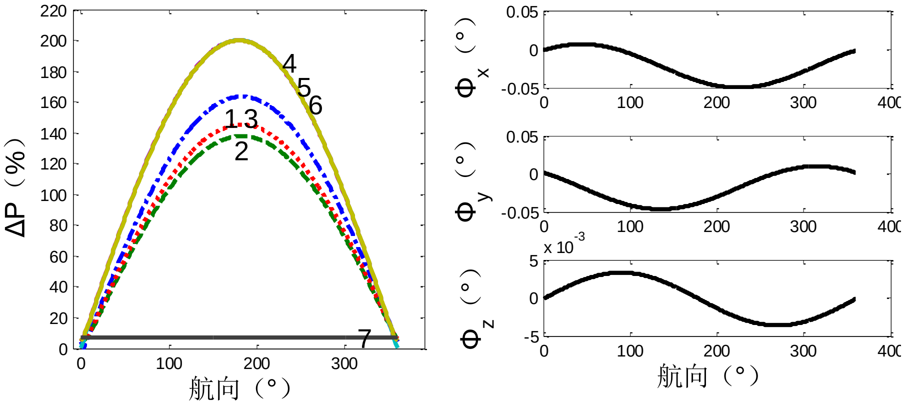
表 1 ΔP 和 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 分析参数设置

Table 1. Parameters setting in analysis of ΔP and $\Delta\boldsymbol{\phi}$

子图	姿态 $\boldsymbol{\theta}$ (°)			平台失准角 $\boldsymbol{\phi}$ (°)
	俯仰	横滚	航向	
(a)	-10~10	3	100	1：[1 1 1]*A，2：[0 1 1]*A，3：[1 0 1]*A 4：[1 1 0]*A，5：[1 0 0]*A，6：[0 1 0]*A 7：[0 0 1]*A，A=0.02°
(b)	3	-10~10	100	
(c)	3	3	0~360	
(d)	3	3	0~360	[1 1 1]*0.02°



(a) ΔP 与俯仰角和 $\boldsymbol{\phi}$ 的关系　　(b) ΔP 与横滚角和 $\boldsymbol{\phi}$ 的关系



(c) ΔP 与航向角和 $\boldsymbol{\phi}$ 的关系　　(d) $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 与航向角的关系

图 3　ΔP 与 $\Delta\boldsymbol{\phi}$ 分析曲线

Fig 3 analysis of ΔP and $\Delta\boldsymbol{\phi}$

4.4 改进的 $\boldsymbol{z}_q$ 观测模型

针对传统 $\boldsymbol{z}_q$ 观测模型中 $\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}$ 的误差分析过程近似处理较大的问题，提出一种新的 $\boldsymbol{z}_q$ 误差分析方法。定义 $\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b}$ 的误差 $\Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS}}$ 为：

$$\Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS}} = \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b} \circ \boldsymbol{q}_{b}^{w} \tag{29}$$

上式定义与惯导误差方程中平台失准角定义一致，因此满足 $\Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi} \end{bmatrix}$。根据以上定义，新的 $\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}$ 误差表达式为：

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k} &= \hat{\boldsymbol{q}}_{b_{k-1}}^{w} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} \approx \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{w} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} = \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w}^{b_k} \\
&= \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{w} \circ \boldsymbol{q}_{w}^{b_k} \circ \boldsymbol{q}_{b_k}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w}^{b_k} \\
&= \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \boldsymbol{q}_{b_k}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w}^{b_k} \\
&= \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ (\boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k}) \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ (\Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k}{}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k}) \\
&= \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k}
\end{aligned} \tag{30}$$

结合式(30)与式(15)，可得新的相对旋转四元数误差表达式如下：

$$
\begin{aligned}
{\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k} &= \delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{VNS},k}^{-1} \circ {\boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k}}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_{k-1}}^{b_k} \circ \boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} \\
&= \delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{VNS},k}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \Delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \end{bmatrix} \circ \boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_k \end{bmatrix} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k} \\
&= \boldsymbol{M}^*(\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w}) \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{VNS},k} \end{bmatrix} \circ \boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_k \end{bmatrix} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k}
\end{aligned} \tag{31}
$$

其中，根据四元数乘法规则，函数 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$ 和 $\boldsymbol{M}^*(\boldsymbol{q})$ 的定义分别为：

$$
\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix}, \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & -\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\lambda} & \lambda_0 \mathrm{I} + [\boldsymbol{\lambda}\times] \end{bmatrix}, \boldsymbol{M}^*(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & -\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\lambda} & \lambda_0 \mathrm{I} - [\boldsymbol{\lambda}\times] \end{bmatrix} \tag{32}
$$

得到改进的相对旋转差 $\boldsymbol{z}_q$ 的观测方程：

$$
\boldsymbol{z}_q = \boldsymbol{f}_q({\boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{VNS}}^{b_k}}^{-1} \circ \boldsymbol{q}_{b_{k-1},\mathrm{INS}}^{b_k}) = \boldsymbol{f}_q(\boldsymbol{M}^*(\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w}) \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}_k \end{bmatrix}) + \boldsymbol{V}_q \tag{33}
$$

其中 $\boldsymbol{V}_q$ 为观测噪声：

$$
\boldsymbol{V}_q = \boldsymbol{f}_q(\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{VNS},k} \end{bmatrix} \circ \boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w} \circ \delta\boldsymbol{q}_{\mathrm{INS},k} \circ \boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k})
$$

由新的观测方程(33)可得到传统观测矩阵(22)中 $\boldsymbol{H}_{q1}$ 相应的改进形式为：

$$
\boldsymbol{H}_{q2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\boldsymbol{f}_M(\boldsymbol{M}^*(\boldsymbol{q}_{w,\mathrm{INS}}^{b_k})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_{b_k,\mathrm{INS}}^{w})) & \boldsymbol{0}_{3\times12} \end{bmatrix} \tag{34}
$$

其中函数 $\boldsymbol{f}_M(\boldsymbol{M})$ 定义为取矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的右下三角 3×3 矩阵：

$$
\boldsymbol{M}_{4\times4} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{M}_1)_{1\times1} & (\boldsymbol{M}_2)_{1\times3} \\ (\boldsymbol{M}_3)_{3\times1} & (\boldsymbol{M}_4)_{3\times3} \end{bmatrix}, \boldsymbol{f}_M(\boldsymbol{M}) = (\boldsymbol{M}_4)_{3\times3} \tag{35}
$$

5 实验验证

为了对改进的观测模型进行验证，分别进行了月面仿真和地面模拟实验。

5.1 月面仿真实验

月面仿真系统主要包括惯性仿真系统、视觉仿真系统和组合导航程序三部分，其工作流程如图 4 所示。仿真 IMU 数据通过惯导轨迹发生器生成的真实数据与实际测量的噪声叠加得到，导航图像通过基于月面三维场景模型生成，图 5 为场景中采集的典型图像。

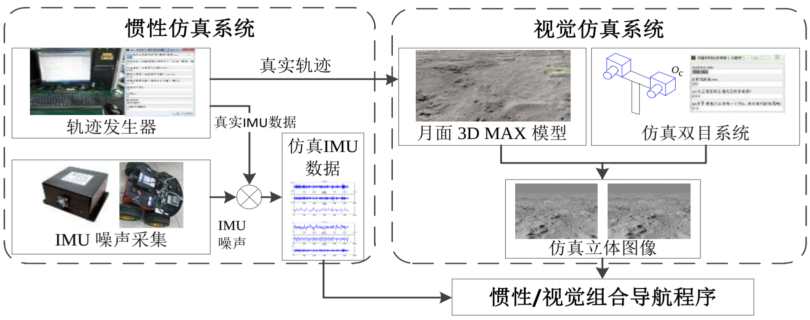


图 4 月面仿真系统流程
Fig 4 Lunar surface simulation system workflow

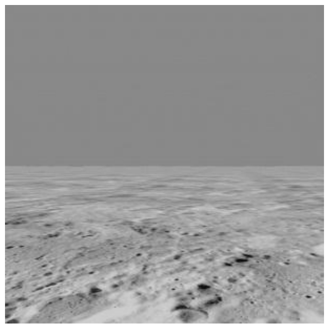


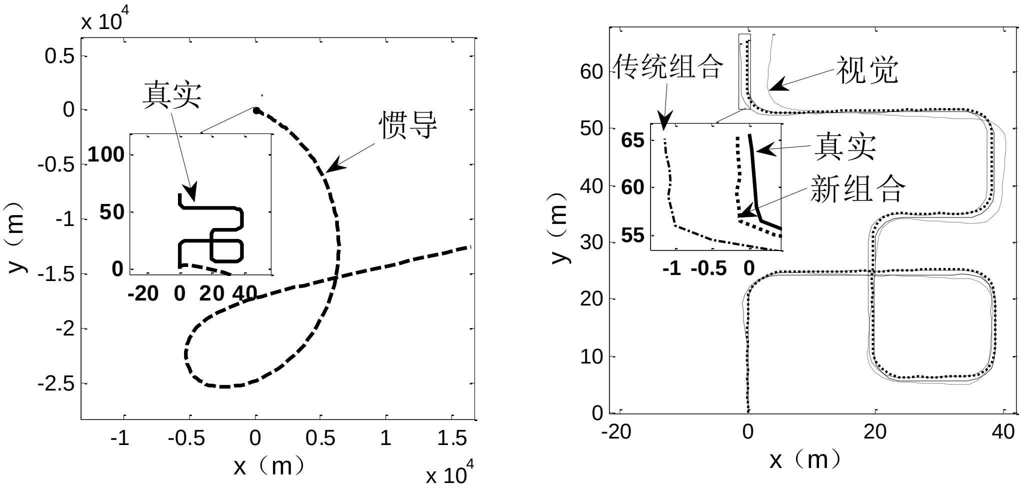
图 5 典型图像
Fig 5 Typical images

（1） 仿真条件

仿真系统中加计漂移为 100ug，陀螺漂移为 1 °/h，IMU 采样频率 100HZ。双目相机的分辨率为 1024×1024，视场角为 45 °，基线距离为 20cm，相机高度为 1.65m，视觉系统的采样频率为 0.02HZ。仿真实验时间长 93min，运动路程为 204.24m。

（2） 仿真结果

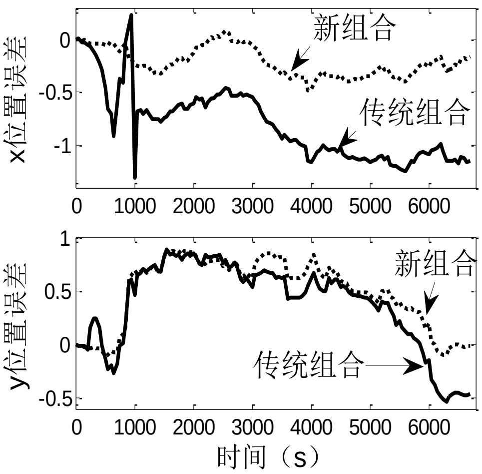
图 6(a)比较了惯性导航和真实的位置轨迹，图中可见惯性导航位置误差发散严重。图 6(b)比较了视觉导航、传统组合导航、新组合导航以及真实的位置轨迹，可见视觉导航能够较好跟随真实轨迹，但位置误差积累仍然比较明显，两种组合导航模型位置轨迹均较视觉导航更接近真实轨迹，其中新组合导航模型明显精度高于传统模型。图 9 比较了两种组合导航模型的位置误差，新组合导航模型在 x 和 y 方向上的位置误差估计精度均好于传统方法，尤其是 x 方向位置误差始终保持在 0 附近。图 9 比较了两种组合导航模型的姿态误差，传统方法的俯仰误差和横滚误差波动方差较大，而新方法更为平滑，且新方法的航向角误差发散程度明显低于传统方法。



（a）惯性导航位置轨迹　　（b）视觉与组合导航位置轨迹

图 6 仿真位置轨迹

Fig 6 Simulation positions



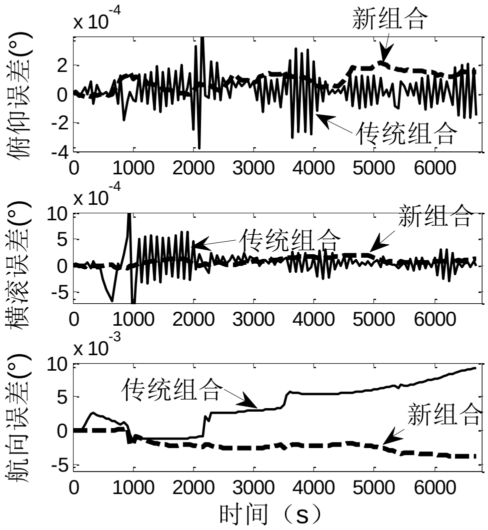


图 7 仿真位置误差　　**图 8 仿真姿态误差**

Fig 7 Simulation position errors　　Fig 8 Simulation atttiude errors

表 2 给出了月面仿真实验中各导航方法的终点位置和姿态误差，两种组合导航模型的位置和姿态精度均优于惯性导航与视觉导航。新组合导航模型终点位置误差为 0.159m，相对路程 204.24m 的百分比为 0.079%，与传统组合导航方法的 0.611%相比减小了 87.07%。两种组合导航模型的俯仰误

差与横滚误差均较小，新模型的航向角误差为-0.221°，其绝对值相比传统方法的 0.532°减小了58.46%。

表 2 仿真实验终点位置和姿态误差

Table 2. Simulation final position and attitude errors

导航方法	终点位置误差		终点姿态误差(°)		
	误差绝对值(m)	百分比(%)	俯仰	横滚	航向
INS	21386	10475	0.609	0.596	1.876
VNS	4.086	2.00	1.050	-0.098	-6.262
传统组合	1.238	0.611	-0.008	0.000	0.532
新组合	0.159	0.079	0.008	0.007	-0.221

5.2 地面模拟实验

（1） 实验条件

本文的地面模拟实验采用 KITTI Vision[16]的数据集 *2011_09_30_drive_0028*。实验中陀螺漂移为36°/h，加计漂移为 1020.4μg，IMU 数据采集频率为 100HZ。双目相机分辨率为 1226×370，基线距离为 54cm，高度为 1.65m，图像采集频率为 10HZ。本实验共长 8.63 分钟，行驶路程 4128.86m，图9 为实验中采集的典型图样。

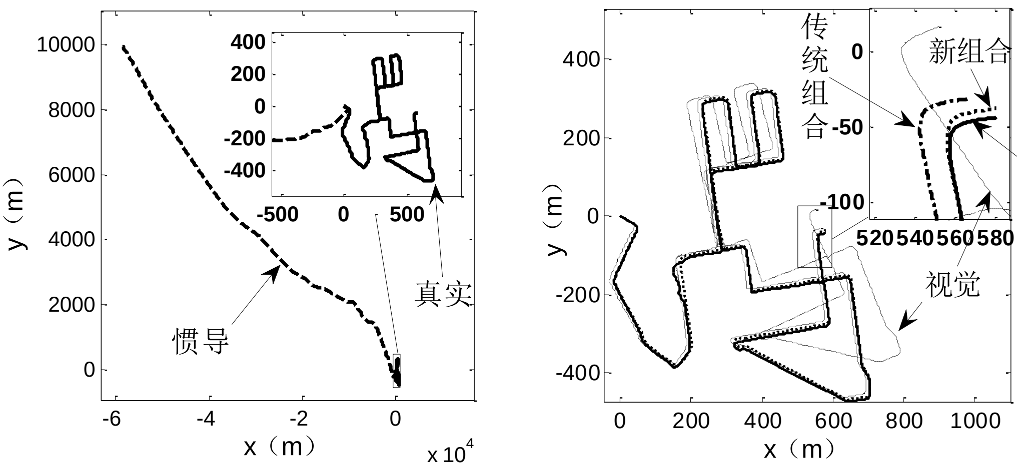
(a) 左图 (b)右图

图 9 地面实验典型图片

Fig 9 Experiment typical images

(2) 实验结果

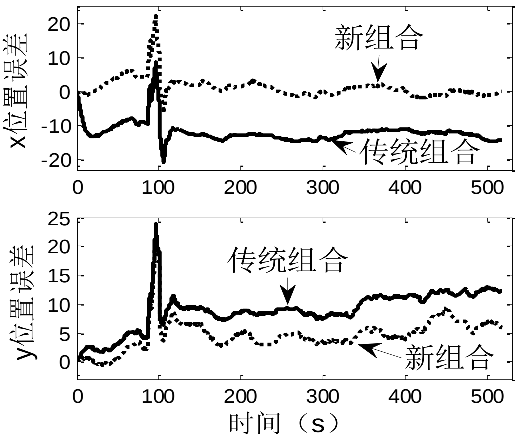
图 10(a)比较了地面模拟实验的惯性导航和真实位置轨迹，图中可见惯性导航位置误差发散严重。图 10 比较了视觉导航、传统组合导航、新组合导航和真实位置轨迹，图中可见两种组合导航模型相比视觉导航位置精度均显著提高，而新组合导航模型位置曲线比传统模型更接近真实轨迹。图11 比较了两种组合导航模型的位置误差，新模型各维的位置误差均低于传统方法。图 15(a)、(b)和(c)分别比较了两种组合导航模型的俯仰、横滚和航向误差，从图 15(a)和图 15(b)中可见两种组合导航模型的俯仰误差和横滚误差曲线都在 0°附近波动，新方法的波动方差略小。传统方法的航向角曲线在-4°到 5°之间波动，而新方法的航向角曲线在-1.2°到 1.7°之间波动，精度提高显著。



（a）惯性导航位置轨迹　　　　　　　　（b）视觉与组合导航位置轨迹

图 10 地面实验导航位置轨迹

Fig 10 Experiment navigation positions



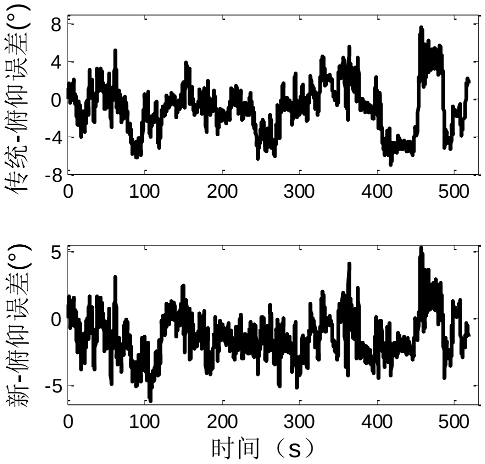
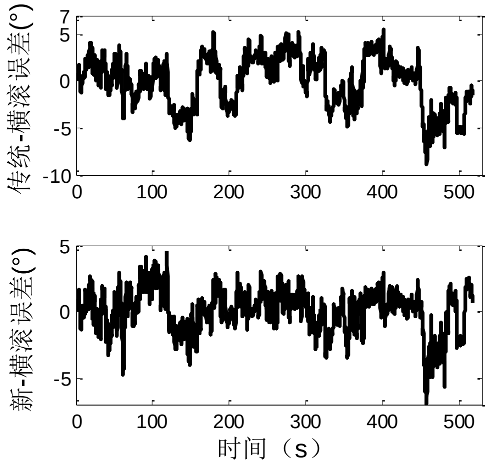
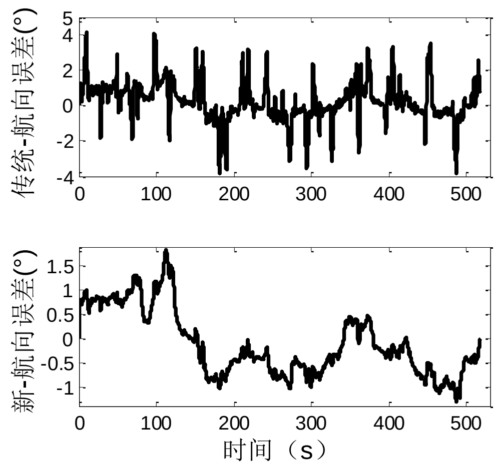


图 11 地面实验位置误差

Fig 11 Experiment position errors

图 15（a）组合导航俯仰误差





（b）组合导航横滚误差　　　　　　　　（c）组合导航航向误差

图 12 地面实验姿态误差

Fig 12 Experiment attitude errors

表 3 给出了地面模拟实验中各导航方法的终点位置和姿态误差，两种组合导航模型的位置精度和姿态精度相比惯性导航和视觉导航均有所提高。在路程为 4128.9m 的实验中，新方法的终点位置误差绝对值为 5.908m，相对值为 0.143%，相比传统方法位置误差 0.456%减小了 68.6%。新组合导航方法终点姿态误差均低于传统方法，尤其是终点航向误差从 0.810 °减小到-0.105 °。

表 3 地面实验终点位置和姿态误差
Table 3. Experiment final position and attitude errors

导航方法	终点位置误差		终点姿态误差(°)		
	误差绝对值(m)	百分比(%)	俯仰	横滚	航向
INS	59906	1450.9	1.935	-0.946	0.181
VNS	66.706	1.615	6.075	12.176	17.681
传统INS/VNS	18.845	0.456	1.649	-1.464	0.810
新 INS/VNS	5.908	0.143	-1.381	0.648	-0.105

6. 结论

本文首先阐述了以惯性与视觉相对运动参数差为观测量的传统惯性/视觉组合导航方法中，为了使观测模型简单，对惯性观测姿态的误差定义与平台失准角定义之间所做的近似处理。其次在典型情况下定量分析了该近似处理的误差，发现当航向角较大时该近似误差的模可超过平台失准角的模，说明该近似误差不可忽略。最后在惯性观测姿态误差定义与平台失准角定义一致的基础上，提出了一种更精确的惯性与视觉相对旋转差的误差分析方法，建立了改进的观测模型。在月面仿真和地面模拟实验中验证了所提出的新观测模型位置、姿态精度均优于传统模型，其中位置误差减小达 68%以上。

参考文献（References）

[1] Maimone M, Cheng Y, Matthies L. Two years of visual odometry on the mars exploration rovers [J]. Journal of Field Robotics, 2007, 24(3): 169-186.

[2] Grotzinger J P, Crisp J, Vasavada A R, et al. Mars Science Laboratory mission and science investigation [J]. Space science reviews, 2012, 170(1-4): 5-56.

[3] 刘传凯, 王保丰, 镓 王, et al. 嫦娥三号巡视器的惯导与视觉组合定姿定位 [J]. 飞行器测控学报, 2014, 33(3): 250-257.

Liu Chuankai, Wang Baofeng, Wang Jia，et al．Integrated INSand vision based orientation determination and positioning of CE 3 lunar rover[J]．Journal of Spacecraft TT&C Technology，2014，33(3)：250-257.

[4] Mourikis A I, Trawny N, Roumeliotis S I, et al. Vision-Aided Inertial Navigation for Spacecraft Entry, Descent, and Landing [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(2): 264-280.

[5] Li M, Mourikis A I. Optimization-based estimator design for vision-aided inertial navigation [J]. Robotics, 2013, 241-248.

[6] Tardif J-P, George M, Laverne M, et al. A new approach to vi-sion-aided inertial navigation [C]// proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, Taiwan:IEEE,2010,10: 4161-4168.

[7] Mourikis A I, Roumeliotis S I. On the treatment of relative-pose measurements for mobile robot localization[C]// proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2006: 2277-2284

[8] Roumeliotis S I, Johnson A E, Montgomery J F. Augmenting Inertial Navigation with Image-Based Motion Estimation [M]. International Conference on Robotics and Automation. 2002: 4326-4333.

[9] Titterton D H, Weston J L. Strapdown Inertial Navigation Technology (2nd Edition) [M]. UK: Institution of Engineering and Technology, 2004.

[10]王宝丰, 周建亮, 唐歌实, et al. 嫦娥三号巡视器视觉定位方法 [J]. 中国科学: 信息科学, 2014, 44(4): 452-460.

Wang Baofeng, Zhou Jianliang, Tang Geshi, et al. Research on visual localization method of lunar rover[J].

Science China., 2014, 44(4):452-60.
[11] Lu W, Xiang Z, Liu J. High-performance visual odometry with two-stage local binocular BA and GPU[C]// proceedings of the Intelligent Vehicles Symposium (IV), Australia: IEEE, 2013,7: 1107-1112
[12] Lowe D G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, NO.2): 91-110.
[13] Fang Q, Huang S X. UKF for Integrated Vision and Inertial Sensors Based on Three-View Geometry [J]. Sensors Journal, IEEE, 2013, 13(7): 2711-2719.
[14] Di Corato F, Innocenti M, Pollini L. An Entropy-Like Approach to Vision-Aided Inertial Navigation[C]// proceedings of the Proc of 18th IFAC World Congress, Milano (Italy): 2011,8: 13789-13794
[15] Chilian A, Hirschmuller H, Gorner M. Multisensor data fusion for robust pose estimation of a six-legged walking robot [M]. International Conference on Intelligent RObots and Systems - IROS. 2011: 2497-2504.
[16] Geiger A, Lenz P, Stiller C, et al. Vision meets robotics: The KITTI dataset [J]. International Journal of Robotics Research (IJRR), 2013, No.11): 1231-1237.

作者简介

宁晓琳，1979 年生，2007 年获北京航空航天大学工学博士学位，现为北京航空航天大学副教授，研究方向为组合导航。

An Improved INS/VNS Integrated Navigation Measurement Model for Lunar Rover

Ning Xiaolin[1,2] Xu Yongzhi[1]

（1. *School of Instrument Science & Opto-electronics engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100191, P. R. China*；

2. Science and Technology on Inertial Laboratory, Beijing 100191）

Abstract：The INS/VNS integrated navigation is an important autonomous navigation method for lunar rovers. Traditional INS/VNS integrated navigation methods which utilize relative motion errors between the inertial and the vision as measurements, make an approximation between the error definition of the inertial measured attitude and the misalignment angle to simplify the relative rotation errors measurement model. This paper finds that the norm of the approximation error can exceed the misalignment angle when the head is large, which cannot be ignored. Furthermore, this paper presents an improved measurement model based on the same error definition of the inertial measured attitude as the misalignment angle. Lunar surface simulation and experiment on the earth both demonstrate that the presented method is effective and can achieve higher accuracy of positions and attitudes than traditional methods.

Key words：Inertial navigation；Vision navigation；Integrated navigation；Measurement model；Lunar rover