AHRS 倾角测量项目

功能要求描述：

机翼只有绕单轴转动一个自由度，以某个状态为参考零位，测量机翼在其他任何状态下相对参考零位的转动角度。

坐标系定义：

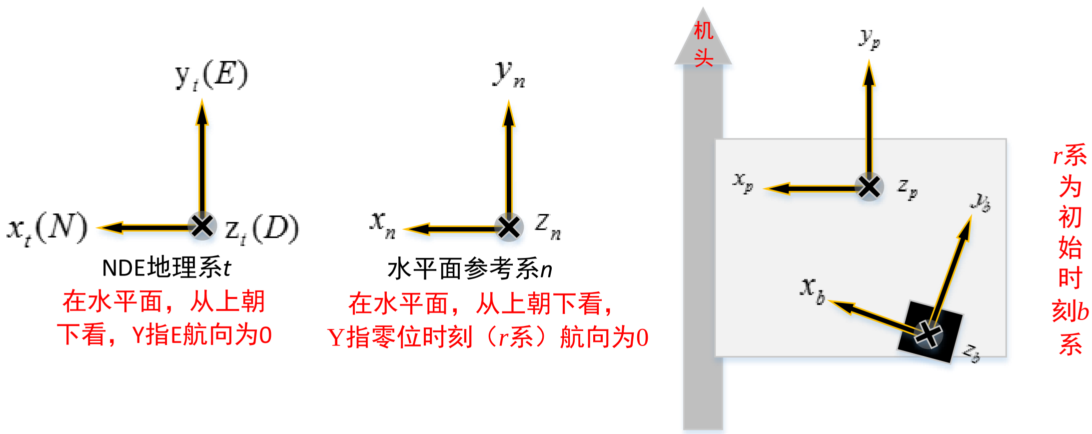
机翼固连坐标系（p）：

机翼转轴： y_p

IMU 固连坐标系（b）：
IMU 零位坐标系（r）：零位时刻的 b 系。
NED 地理系（t）：由于测试位置变化不大，可以认为t是不变的。

游动水平面坐标系（n）：n_z 轴与 t_z 重合，b_y 在 n_{xy} 的投影与 n_y 重合（即 b 相对 n 的航向始终为 0）。
世界坐标系（w）： $w = n(0)$。

- 静止时，通过加计可计算得到 b 相对 n 的俯仰和横滚角，又航向为 0，因此即可得到 $\boldsymbol{q}_n^b$ 。



由于磁场干扰严重，只能利用加计和陀螺，不用磁力计。

解算方案：

输入：三轴加计数据 f^b ，三轴陀螺数据 ω_{ib}^b 。

输出：机翼绕 $\boldsymbol{y}_p$ 的转角 α 。

任意时刻单轴转角与俯仰横滚的关系

$\boldsymbol{q}_r^b$ 与机翼绕 $\boldsymbol{y}_p$ 转角 α 的关系：

$$\boldsymbol{q}_r^b = \cos\frac{\alpha}{2} + \boldsymbol{y}_p^r \sin\frac{\alpha}{2} \tag{0.1}$$

通过求 $\boldsymbol{q}_r^b$ 可同时求得转角 α 和转轴 $\boldsymbol{y}_p^r$，其中 $\boldsymbol{y}_p^r$ 应该是一个常数。

求 $\boldsymbol{q}_r^b$：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}_r^b &= (\boldsymbol{q}_n^r)^{-1} \circ \boldsymbol{q}_n^b \\ \boldsymbol{q}_n^r \circ \boldsymbol{q}_r^b &= \boldsymbol{q}_n^b \end{aligned} \tag{0.2}$$

$$\boldsymbol{q}_n^w \circ \boldsymbol{q}_w^r \circ \boldsymbol{q}_r^b = \boldsymbol{q}_n^b \tag{0.3}$$

$$\boldsymbol{q}_w^n = \boldsymbol{q}_w^r \boldsymbol{q}_r^b \boldsymbol{q}_{b(t)}^{n(t)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{sw}^{\ n} & \boldsymbol{q}_{xw}^{\ n} & \boldsymbol{q}_{yw}^{\ n} & \boldsymbol{q}_{zw}^{\ n} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{sw}^{\ n} & 0 & 0 & \boldsymbol{q}_{zw}^{\ n} \end{bmatrix}^T \tag{0.4}$$

上式中，$\boldsymbol{q}_w^r$ 和 $\boldsymbol{q}_{b(t)}^{n(t)}$ 已知（由初始和 t 时刻俯仰横滚得到），$\boldsymbol{v}^r$ 已知，只有 α 一个未知数。

NOTE：等式(0.4)中 2 个方程解一个未知数存在的问题：当 $\boldsymbol{q}_{n(t)}^{b(t)}$ 对应的俯仰和横滚与 $\boldsymbol{y}_p^r$ 均为理论值时，这 2 个方程应该是得到一个一致解的，但当 $\boldsymbol{v}^r$ 或者俯仰横滚有误差均会导致这两个方程得到不同的解。从几何意义上，应该求一个使得 $\boldsymbol{q}_{n(t)}^{b(t)}$ 中的俯仰和横滚对应转轴与 $\boldsymbol{y}_p^r$ 最接近的 α。对应的数学表达为：使 $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{q}_{xn(0)}^{\ n(t)\,2} + \boldsymbol{q}_{yn(0)}^{\ n(t)\,2}$ 最小。

α 的精度主要取决于 $\boldsymbol{q}_{n(t)}^b$ 的精度。静态时 $\boldsymbol{q}_{n(t)}^b$ 仅由加计即可求得，要得到 0.1° 测角精度，加计常漂估计误差大约要求在 0.5mg 以内。 这样的话，需要考虑温度的影响。

动态过程中，采用积分方法。设积分时间为 30S，要求角度积分误差在 0.3° 以内，则要求陀螺漂移在 0.01° /s 内。ADIS16362 的陀螺常漂为 3° /s，常漂稳定性为 0.007° /s，温度影响为 0.01° /s/°C。在补偿温度影响的影响下勉强可以做到。但感觉和困难。。。

这种方法的**思想**是：只要俯仰和横滚，再利用单自由度约束就可直接得到转角 α，且同时可将航向解出。由于通过加计求俯仰和横滚的精度较高，不需要航向的算法可得到更高的精度。

（A）零位获取

静止时通过加计得到 $\boldsymbol{q}_n^b$，零位时 $\boldsymbol{q}_w^r = \boldsymbol{q}_n^b(0)$。

（B）转轴获取

（B1）静态转轴获取（纯加计）

纯利用加速度计求 $\boldsymbol{y}_p^r$

$$\boldsymbol{q}_r^b = \cos\frac{\alpha}{2} + \boldsymbol{y}_p^r \sin\frac{\alpha}{2} \tag{0.5}$$

$$\boldsymbol{q}_w^n = \boldsymbol{q}_w^r \boldsymbol{q}_r^b \boldsymbol{q}_{b(t)}^{n(t)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{sw}^{\ n} & \boldsymbol{q}_{xw}^{\ n} & \boldsymbol{q}_{yw}^{\ n} & \boldsymbol{q}_{zw}^{\ n} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{sw}^{\ n} & 0 & 0 & \boldsymbol{q}_{zw}^{\ n} \end{bmatrix}^T \tag{0.6}$$

上式中，3 个未知数，2 个方程。2 组以上的方程可解得。且求得转轴 $\boldsymbol{y}_p^r$ 的同时可得到转角 α。

优化方法：

（1）首先通过多组数据优化 $\boldsymbol{y}_p^r$ 的精度，联立多组(0.6)中的 2 个方程，求方差最小的 $\boldsymbol{y}_p^r$。

（B2）动态转轴获取（纯陀螺）

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{q}}_w^b &= \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b)\boldsymbol{q}_w^b \\ \boldsymbol{q}_r^b &= \boldsymbol{q}_r^w \boldsymbol{q}_w^b \end{aligned} \tag{0.7}$$

0 时刻，$\boldsymbol{q}_r^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$。采集陀螺数据 $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$，利用捷联惯导积分公式(0.7)，计算得到 $\boldsymbol{q}_r^b(t)$。$\boldsymbol{q}_r^b(t) = \cos\frac{\alpha}{2} + \mathrm{y}_p^r \sin\frac{\alpha}{2}$ 中的矢量部分 $\boldsymbol{v}^r$ 即为所求转轴在初始本体系中的矢量。

转轴 $\boldsymbol{y}_p^r$ 的优化方法：

（1）采用纯陀螺计算 $\boldsymbol{y}_p^r$ 时，由于 $\boldsymbol{q}_r^b(t)$ 会随时间而累积误差，$\boldsymbol{y}_p^r$ 也将随时间累积误差。$\alpha(t)$ 越大，在对 $\boldsymbol{q}_r^b(t)$ 后三位进行归一化时得到矢量误差越小。因此，采取快速转动，取转动最大角度的方法可得到较高精度。如果转动速度够快，可往复转动几次，并取多个角度下的 $\boldsymbol{y}_p^r$ 均值。

（B3）纯陀螺积分动态转轴获取优化

采用 Kalman 滤波，以 $\boldsymbol{q}_r^b$ 为状态量，(0.7)为状态方程（线性）。利用 $\boldsymbol{q}_r^b$ 的矢量部分不变建立量测方程。

量测量：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}_r^b(t) &= \cos\frac{\alpha}{2} + \boldsymbol{y}_p^r \sin\frac{\alpha}{2} \\ \boldsymbol{\omega}_{ib}^r &= \boldsymbol{C}_b^r \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ \boldsymbol{Z}_1 &= \boldsymbol{\omega}_{ib}^r \times \boldsymbol{y}_p^r \end{aligned} \tag{0.8}$$

量测方程（线性）：

$$Z_1 = 0 \tag{0.9}$$

（B4）利用加计优化陀螺积分的动态转轴获取

$$\begin{cases} \dot{q}_w^b = \dfrac{1}{2}\Omega(\omega_{ib}^b)q_w^b \\ \dot{v}_{wb}^w = (C_w^b)^T f^b + g^w \end{cases} \tag{0.10}$$

$$\begin{cases} \dot{\phi} = R_b^w \varepsilon \\ \delta\dot{v} = -(R_b^w f^b)\times\phi + R_b^w \nabla \end{cases} \tag{0.11}$$

$$Z_2 = (C_w^r v_{wb}^w) \bullet y_p^r \tag{0.12}$$

量测方程（线性）：

$$Z_2 = 0 \tag{0.13}$$

（C）动态俯仰横滚计算方法

当物体不在静止状态时，可通过陀螺仪计算俯仰和横滚及$q_{n(t)}^b$。有两种计算方法，一种是积分法，一种是角速度和转轴平行法。

获得零位q_w^r和转轴y_p^r后，通过陀螺仪积分的办法计算q_w^b，并采用 Kalman 滤波，利用转轴y_p^r与角速度和速度垂直约束建立量测模型。当检测到静止时，进行校准。

捷联解算：

$$\begin{cases} \dot{q}_w^b = \dfrac{1}{2}\Omega(\omega_{ib}^b)q_w^b \\ \dot{v}_{wb}^w = (C_w^b)^T f^b + g^w \end{cases} \tag{0.14}$$

状态量：$\begin{bmatrix} \phi & \delta v & \varepsilon & \nabla \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} C_w^b &= C_{w,\mathrm{INS}}^b(I + [\phi\times]) \\ C_b^w &= (I - [\phi\times])C_b^{w,\mathrm{INS}} \end{aligned} \tag{0.15}$$

$$v = v_{INS} - \delta v \tag{0.16}$$

状态方程：

$$\begin{cases} \dot{\phi} = R_b^w \varepsilon \\ \delta\dot{v} = -(R_b^w f^b)\times\phi + R_b^w \nabla \end{cases} \tag{0.17}$$

量测量：

$$
\begin{gathered}
\boldsymbol{q}_r^b(t) = \cos\frac{\alpha}{2} + \boldsymbol{y}_p^r \sin\frac{\alpha}{2} \\
\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_1 \\ \boldsymbol{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{C}_w^r \boldsymbol{C}_b^w \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \times \boldsymbol{y}_p^r \\ (\boldsymbol{C}_w^r \boldsymbol{v}_{wb}^w) \bullet \boldsymbol{y}_p^r \end{bmatrix}
\end{gathered} \tag{0.18}
$$

量测方程：

$$
\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{C}_w^r \boldsymbol{C}_b^w \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \times \boldsymbol{y}_p^r \\ (\boldsymbol{C}_w^r \boldsymbol{v}_{wb}^w) \bullet \boldsymbol{y}_p^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{C}_w^r (\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\phi} \times]) \boldsymbol{C}_b^{w,\mathrm{INS}} \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \times \boldsymbol{y}_p^r \\ (\boldsymbol{C}_w^r (\boldsymbol{v}_{wb,INS}^w - \delta \boldsymbol{v})) \bullet \boldsymbol{y}_p^r \end{bmatrix} \tag{0.19}
$$