

Figure 1: logo uca

TP

Algorithmique Numérique

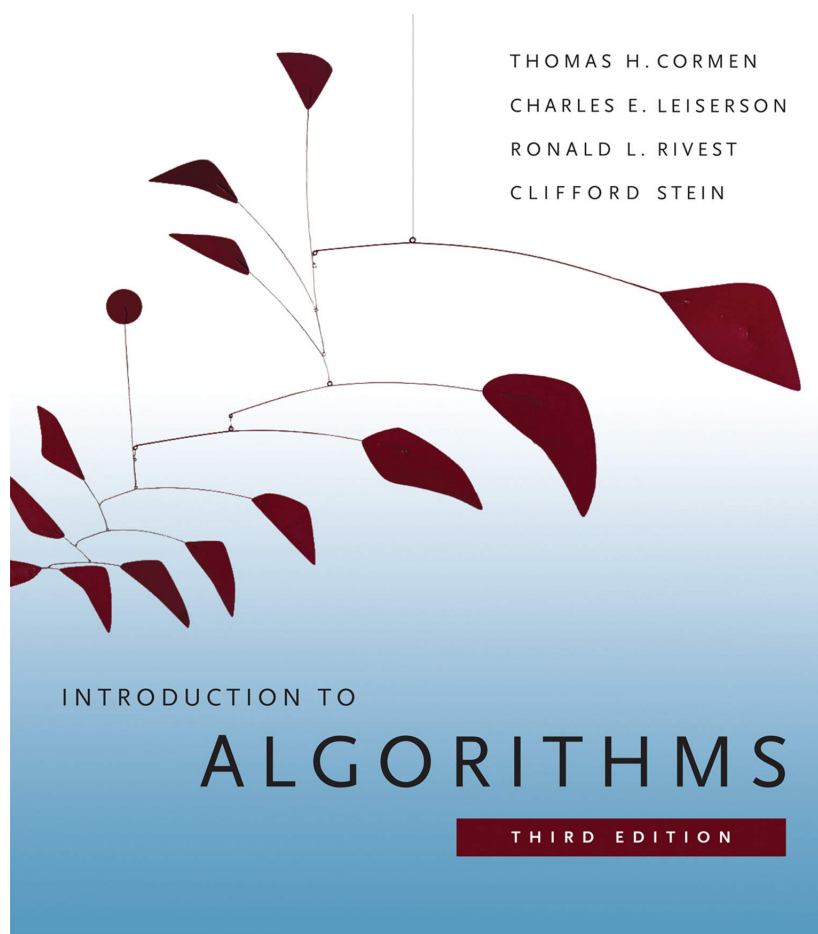


Figure 2: Cormen

SABIER Corentin et CHASSAGNOL Rémi
année 2020-2021

Professeur: CHORFI Amina

24 OCTOBRE 2020

Table des matières

1	Algorithmiques directes	2
1.1	Gauss	2
1.2	Cholesky	2
1.2.1	Principe	2
1.2.2	L'Algorithme	2
1.2.3	Les Variables	2
1.2.4	Calcule de la matrice R	2
1.2.5	Résolution des sous-systèmes	3
1.2.6	Les Tests	4
1.3	Conclusion sur les méthodes de résolution directes	5
2	algorithmes itératifs	5
2.1	Jacobi	5
2.1.1	Principe	5
2.1.2	L'algorithme	5
2.1.3	Implémentation en C	5
2.2	Gauss-seidel	6
2.2.1	Le principe	6
2.2.2	L'algorithme	6
2.2.3	Le programme en C	6
2.3	Comparaison des résultats	7
2.3.1	Matrice symétrique à diagonale dominante	7
2.3.2	Une Erreur	8

1 Algorithmiques directes

1.1 Gauss

1.2 Cholesky

1.2.1 Principe

Le principe de cette méthode est de trouver une matrice R telles que $A = R^T R$ où R est une matrice triangulaire supérieure et R^T est la matrice transposée de R . Le système $Ax = b$ peut donc se diviser en deux sous-systèmes $R^T y = b$ et $Rx = y$. Cette méthode est légèrement plus rapide que celle de Gauss avec une complexité de $\frac{n^3}{3}$ au lieu de $\frac{2n^3}{3}$, cependant elle nécessite que la matrice soit définie positive.

1.2.2 L'Algorithme

L'algorithme qui permet de trouver la matrice R est le suivant:

```

1  Pour i allant de 1 à n:
2      s = aii - ∑j=1i-1 rji2
3      Si s ≤ 0 alors:
4          arrêt("la matrice n'est pas définie positive")
5      Sinon
6          rii = √s
7          Pour j allant de i+1 à n:
8              rij =  $\frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} r_{ki} r_{kj}}{r_{ii}}$ 
```

Ensuite il suffit de résoudre les deux sous-systèmes ce qui se fait facilement car la matrice est triangulaire.

1.2.3 Les Variables

Dans la fonction *main* on initialise une matrice de taille **LEN** qui est une constante pré-processeur. Les valeurs dans la matrice dépendent de la constante **EXAMPLE** qui permet de déterminer l'initialisation de la matrice via une fonction qui se situe dans le fichier *matrix.c*. Il y a en tout 8 matrices de tests qui sont celles demandées dans la fiche de TP (chaque fonction remplit le tableau en fonction de la définition de la matrice).

```

1  float *solus = malloc(LEN * sizeof(float));
2  if (solus == NULL)
3      exit(EXIT_FAILURE);
4  float *b = malloc(LEN * sizeof(float));
5  if (b == NULL)
6      exit(EXIT_FAILURE);
7  for (i = 0; i < LEN; i++) {
8      b[i] = 1;
9  }
10 float **matrix = create_mat(LEN);
11 mat(matrix, LEN, EXAMPLE);
12 show(matrix, LEN);
13 solver_cholesky(matrix, solus, b, LEN);
```

1.2.4 Calcul de la matrice R

Ensuite on calcule la matrice R (le tableau à deux dimensions r) à l'aide de la fonction nommée **make_R** qui suit l'algorithme ci-dessus. À noter que cette fonction renvoie une erreur si la matrice en entrée n'est pas définie positive ce qui stoppe le programme car le système n'est pas résoluble avec cette méthode (en fait si la matrice n'est pas définie positive, la matrice R n'existe pas).

```

1  void make_R(float **matrix, float **r, int n) {
2      int i, j, k;    // loop var
3      float sum = 0; // Used to calculate the sum of r_ki*r_kj
4      float s;
```

```

5  for (i = 0; i < n; i++) {
6      s = matrix[i][i];
7      for (j = 0; j < i; j++) {
8          s -= r[j][i] * r[j][i];
9      }
10     if (s <= 0) {
11         printf("La matrice n'est pas d'finie positive\n");
12         exit(EXIT_FAILURE);
13     } else {
14         r[i][i] = sqrtf(s);
15         for (j = (i + 1); j < n; j++) {
16             sum = 0;
17             for (k = 0; k < i; k++) {
18                 sum += r[k][i] * r[k][j];
19             }
20             r[i][j] = (matrix[i][j] - sum) / r[i][i];
21         }
22     }
23 }
24 }

```

1.2.5 Résolution des sous-systèmes

Enfin la fonction `solver_cholesky` résout les deux sous-systèmes de la même manière qu'avec *Gauss* sauf que les a_{ii} ne sont pas forcément égaux à 1 d'où la division par a_{ii} . De plus, dans le premier sous-système, la matrice R^T est triangulaire inférieure, la résolution se fait donc en commençant par calculer la valeur de la première inconnue.

```

1  void solver_cholesky(float **matrix, float *solus_x, float *b, int n) {
2      int i, j;
3      float tmp;
4      float *solus_y = malloc(n * sizeof(float));
5      /*Creation of the matrix R:*/
6      float **r = create_mat(n);
7      mat_0(r, n);
8      make_R(matrix, r, n);
9      /*Resolution de R^T * y = b*/
10     transpose(r, n);
11     for (i = 0; i < n; i++) {
12         tmp = b[i];
13         for (j = 0; j < i; j++) {
14             tmp -= solus_y[j] * r[i][j];
15         }
16         solus_y[i] = tmp / r[i][i];
17     }
18     /*Resolution R * x = y*/
19     transpose(r, n);
20     for (i = (n - 1); i >= 0; i--) {
21         for (j = (n - 1); j > i; j--) {
22             solus_y[i] -= solus_x[j] * r[i][j];
23         }
24         solus_x[i] = solus_y[i] / r[i][i];
25     }
26     /*FREE*/
27     free(solus_y);
28     for (i = 0; i < n; i++) {
29         free(r[i]);
30     }
31     free(r);
32 }

```

Cette fonction fait appelle à plusieurs autres fonctions:

- `create_mat` qui retourne un tableau à deux dimensions de taille n
- `mat_0` qui remplit un tableau à deux dimensions de 0
- `make_R` vue ci dessus

- **transpose** qui transpose la matrice qui lui est donnée en argument

Observons plus en détail la résolution du premier sous-système:

```

1  for (i = 0; i < n; i++) {
2      for (j = 0; j < i; j++) {
3          b[i] -= solus_y[j] * r[i][j];
4      }
5      solus_y[i] = b[i] / r[i][i];
6  }
```

Voici la matrice r (après avoir été transposée):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & 0 & 0 \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Nous résolvons $Ry = b$ donc:

$$y_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^i a_{ji} y_j}{a_{ii}}$$

Ce qui se fait à l'aide des deux boucles ci-dessus.

A noter que ce programme alloue plus de mémoire que le précédent à cause de l'utilisation du tableau r ce qui pourrait être problématique si on travail avec des matrices de grandes taille.

1.2.6 Les Tests

- Bord

```

| 1.000000 | 0.500000 | 0.250000 | 0.125000 |
| 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| 0.000000 | 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 | 1.000000 |
0.186047
0.906977
0.953488
0.976744
```

La méthode ne converge pas car la matrice n'est pas à diagonale dominante. $x_1 = \frac{1}{8} = 0.125, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$

- Ding Dong

```

| 1.750000 | 1.250000 | 0.750000 | 0.250000 |
| 1.250000 | 0.750000 | 0.250000 | -0.250000 |
| 0.750000 | 0.250000 | -0.250000 | -0.750000 |
| 0.250000 | -0.250000 | -0.750000 | -1.250000 |
La matrice n'est pas définie positive
```

Les programme retourne une erreur, en effet, la matrice n'est pas définie positive donc la méthode ne converge pas.

- Matrice à diagonale dominante

```

| 64.000000 | 40.000000 | 24.000000 |
| 40.000000 | 29.000000 | 17.000000 |
| 24.000000 | 17.000000 | 19.000000 |
-0.046007
0.069444
0.048611
nb itération: 16
temps = 0.000007
```

Cette matrice est à diagonale dominante donc la méthode converge. La solution en valeur exacte est : $x_1 = \frac{-53}{1152} \approx -0.4600694444, x_2 = \frac{5}{72} \approx 0.0694444444, x_3 = \frac{7}{144} = 0.0486111111$

Ce qui est très proche de ce que trouve le programme soit une précision de 0.18% calculée avec la formule suivante:

$$\frac{\|x_c\| - \|x_p\|}{\|x_c\|}$$

Ici, on affiche aussi le nombre d'itérations effectué par le programme (pour une matrice 3×3 sans compter l'affichage de la matrice).

Enfin on affiche le temps d'exécution en seconde.

1.3 Conclusion sur les méthodes de résolution directes

j'aime les chats!!!

2 algorithmes itératifs

Les algorithmes itératifs sont des algorithmes qui vont trouver une solution de plus en plus précise à chaque itération. Ils partent d'un point de départ arbitraire (un vecteur arbitraire) et vont converger vers la solution du système.

2.1 Jacobi

2.1.1 Principe

Cet algorithme détermine les solutions du système $Ax = b$ en utilisant la formule suivante:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

A chaque tours de boucle, l'algorithme calcule le nouveau vecteur $x^{(k+1)}$ en utilisant la solution $x^{(k)}$ qu'il a calculé à l'itération précédente qui au premier tour est un vecteur choisit arbitrairement qui sert de point de départ. L'algorithme s'arrête quand la solution trouvée est convenable $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| \leq \varepsilon$ (ou ε est la précision choisit) ou quand il a fait un nombre de tours pré-déterminer (pour éviter les boucles infinie si la méthode ne converge pas).

2.1.2 L'algorithme

```

1  Tant que  $\varepsilon^{(k)} \geq \varepsilon$ :
2       $x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k)}}{a_{ii}}$ 
3       $\varepsilon^{(k+1)} = \|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|$ 

```

2.1.3 Implémentation en C

Les variables sont initialisées de la même façon que dans les méthodes directes vues précédemment et le point de départ est **solus_k** qui vaut $(1, \dots, 1)$. La fonction qui calcule les solutions est la suivante:

```

1  void jacobi(float **matrix, float *b, float *solus_k, int n) {
2      int i, j;
3      int compt = 0;
4      int bool = 1;
5      float *solus_k1 = malloc(n * sizeof(float));
6      while (bool && compt < MAX) {
7          for (i = 0; i < n; i++) {
8              solus_k1[i] = b[i];
9              for (j = 0; j < n; j++) {
10                 if (j != i)
11                     solus_k1[i] -= matrix[i][j] * solus_k[j];
12             }
13             solus_k1[i] /= matrix[i][i];
14         }
15         bool = test(solus_k1, solus_k, n);
16         for (i = 0; i < n; i++) {
17             solus_k[i] = solus_k1[i];
18         }
19         compt++;
20     }

```

```

21  printf("Nb tours: %d\n", compt);
22  // FREE
23  free(solus_k1);
24  }

```

Cette fonction utilise le même principe que l'algorithme ci dessus, elle fait appel à une fonction *test* qui retourne $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| \leq \varepsilon$ qui détermine l'arrêt (où sinon la fonction s'arrête d'itérer à un nombre de tours maximum). A la fin =, on affiche le nombre de tours effectués pour avoir un idée de la vitesse de convergence.

2.2 Gauss-seidel

2.2.1 Le principe

Cette méthode repose sur un principe similaire à celle de *Jacobi*, cependant, elle utilise les solutions $x^{(k+1)}$ au fur et à mesure qu'elle les calcule, ce qui lui permet de converger plus vite et donc de trouver une solution plus rapidement. La formule utilisée par la méthode est la suivante:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

Cette méthode converge lorsque la matrice est définie positive et symétrique, ou si elle est à diagonale dominante.

2.2.2 L'algorithme

L'algorithme est le même qu'avec **Jacobi** sauf qu'il utilise la nouvelle formule:

```

1  Tant que  $\varepsilon^{(k)} \geq \varepsilon$ :
2       $x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}}$ 
3       $\varepsilon^{(k+1)} = \|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|$ 

```

2.2.3 Le programme en C

la fonction utilisée dans ce programme est très similaire à celle utilisée avec **Jacobi** mis à part qu'elle utilise l'autre formule ce qui se traduit par un changement de variable.

```

1  void gauss_seidel(float **matrix, float *b, float *solus_k, int n) {
2      int i, j;
3      int compt = 0;
4      int bool = 1;
5      float *solus_k1 = malloc(n * sizeof(float));
6      while (bool && compt < MAX) {
7          for (i = 0; i < n; i++) {
8              solus_k1[i] = b[i];
9              for (j = 0; j < i; j++) {
10                 solus_k1[i] -= matrix[i][j] * solus_k1[j];
11             }
12             for (j = i+1; j < n; j++) {
13                 solus_k1[i] -= matrix[i][j] * solus_k[j];
14             }
15             solus_k1[i] /= matrix[i][i];
16         }
17         bool = test(solus_k1, solus_k, n);
18         for (i = 0; i < n; i++) {
19             solus_k[i] = solus_k1[i];
20         }
21         compt++;
22     }
23     printf("Nb tours: %d\n", compt);
24     // FREE
25     free(solus_k1);
26 }

```

La modification est au niveau de la ligne **10**, on utilise $x^{(K+1)}$ au lieu de $x^{(k)}$

2.3 Comparaison des résultats

2.3.1 Matrice symétrique à diagonale dominante

Dans cet exemple nous allons résoudre deux systèmes avec la même matrice symétrique à diagonale supérieure:

Résolution de:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 19 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Voici la solution trouvée par **jacobi**:

```
| 4.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.000000 | 4.000000 | 0.000000 | 1.000000 |
| 1.000000 | 0.000000 | 4.000000 | 1.000000 |
| 0.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 4.000000 |
Nb tours: 24
2.000000
3.000000
4.000000
1.000000
temps = 0.000030
```

Voici la solution trouvée par **gauss seidel**:

```
| 4.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.000000 | 4.000000 | 0.000000 | 1.000000 |
| 1.000000 | 0.000000 | 4.000000 | 1.000000 |
| 0.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 4.000000 |
Nb tours: 13
2.000000
3.000000
4.000000
1.000000
temps = 0.000025
```

On constate que la solution trouvée avec les deux méthodes est la même et si on regarde le nombre de tours effectués, on voit que **gauss-seidel** converge presque deux fois plus vite que **jacobi**. Cependant, on constate tout de même que le temps d'exécution du programme est presque le même. La solution n'est pas arrondie, elle est exacte.

Réolvons le même système en faisant varier les valeurs dans **b** de +0.005:

Voici la solution trouvée par **jacobi**:

```
| 4.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.000000 | 4.000000 | 0.000000 | 1.000000 |
| 1.000000 | 0.000000 | 4.000000 | 1.000000 |
| 0.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 4.000000 |
Nb tours: 25
2.000834
3.000833
4.000833
1.000833
temps = 0.000025
```

Voici la solution trouvée par **gauss seidel**:

```
| 4.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.000000 | 4.000000 | 0.000000 | 1.000000 |
| 1.000000 | 0.000000 | 4.000000 | 1.000000 |
| 0.000000 | 1.000000 | 1.000000 | 4.000000 |
Nb tours: 13
2.000834
3.000833
4.000833
1.000833
temps = 0.000019
```


On constate que les résultats ainsi que les temps d'exécution (légère variation pour gauss seidel) et le nombre d'itérations n'ont pas beaucoup variés, donc la modification effectuée sur b sont bien gérées par le programme donc les méthodes sont stables.

2.3.2 Une Erreur

Avec ce test, on voit que si la matrice ne respecte pas les contraintes requises par les méthodes, celle-ci tourne à l'infini sans jamais converger vers la solution du système (le programme s'arrête car la fonction est limitée à 100 tours).

Résolution de:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 8 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Voici la solution trouvée par **jacobi**:

```
| 1.000000 | 2.000000 | 1.000000 |
| 2.000000 | 2.000000 | 3.000000 |
| 5.000000 | 1.000000 | 8.000000 |
Nb tours: 100
156643975219732962746975649792.000000
124387246495582043800237768704.000000
57940990558972420295829225472.000000
temps = 0.000019
```

Voici la solution trouvée par **gauss seidel**:

```
| 1.000000 | 2.000000 | 1.000000 |
| 2.000000 | 2.000000 | 3.000000 |
| 5.000000 | 1.000000 | 8.000000 |
Nb tours: 100
-18743254056960.000000
-181350950764544.000000
34383402631168.000000
temps = 0.000022
```

Gauss

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <math.h>
4 #include <time.h>
5 #include "matrix.h"
6
7 int iteration; //variables compteur du nombres d'op rations sur la matrice.
8 //
9 ////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
10 void normalLigne      (float ** A, float * B, int n, int q, int j);
11 void echangeLigne     (float ** A, float * B, int n, int q, int k);
12 void soustractionLignes(float ** A, float * B, int n, int i, int j, int k);
13 void gauss            (float ** A, float * B, int n);
14 float * resolution    (float ** A, float * B, int n);
15 //
16 ////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
17
18 int main ()
19 {
20     iteration = 0;
21     int i,j,n;
22
23     printf("(GaussPivot)Taille matrices \n");
24     scanf("%d",&n);
25
26     float Tdep = clock();
27     float * B = (float * ) malloc(n*sizeof(float ));
28
29     //Initialisation de la matrice B.
30     for (i = 0; i < n; i++)
31     {
32         B[i] = 1;
33     }
34
35     float ** A = create_mat(n);
36     mat(A, n, 2);
37
38     //affichage matrice
39     for (i = 0; i<n; i++)
40     {
41         for(j = 0; j<n;j++)
42         {
43             printf("%f ", A[i][j]);
44         }
45         printf("| %f", B[i]);
46         printf("\n");
47     }
48
49     gauss(A,B,n);
50     printf("\n");
51
52     //Affichage matrice fin gauss
53     for (i = 0; i<n; i++)
54     {
55         for(j = 0; j<n;j++)
56         {
57             printf("%f ", A[i][j]);
58         }
59         printf("| %f", B[i]);
60         printf("\n");
61     }
62
63     //affichage du temps d'execution et de la complexit pratique.
64     float Tfin = clock();
65     printf("\nNombres d'iterations : %d\n", iteration );
66     printf("Temps d' xcutio          : %f", (Tfin - Tdep)/1000);
67
68     // trouver matrice solution

```

```

67     float * solution = (float *) malloc(n*sizeof(float));
68     solution = resolution(A,B,n);
69
70     //affichage de la solution
71     printf("[ ");
72     for(i=0 ;i<n; i++)
73     {
74         printf("%.1f ",solution[i]);
75     }
76     printf("\b]\n");
77
78
79 //
80
81     free(B);free(solution);
82     for (int i = 0; i < n; i++)
83     {
84         free(A[i]);
85     }
86     free(A);
87     return 0;
88 }
89 //
90
91 void normalLigne(float ** A, float * B, int n, int q, int j)
92 {
93     int ji;
94     float tmp = A[q][j];
95     // Division de chaque lments de la ligne q de matrice A & B: "normalisation de la
96     // ligne"
97     for(ji = q;ji < n;ji++)
98     {
99         iteration++;
100         A[q][ji] = A[q][ji] / tmp;
101     }
102     B[q] = B[q]/tmp;
103 }
104 void echangeLigne(float ** A, float * B, int n, int q, int k)
105 {
106     float tmp;
107     int j;
108     for (j = 0; j<n ;j++)
109     {
110         iteration++;
111         tmp = A[k][j];
112         A[k][j] = A[q][j];
113         A[q][j] = tmp;
114     }
115     tmp = B[k] ;
116     B[k] = B[q];
117     B[q] = tmp;
118 }
119 void soustractionLignes(float ** A, float * B, int n, int i, int j, int k)
120 {
121     int ji;
122     float tmp = A[i][j];
123
124     for(ji = 0; ji < n; ji++)
125     {
126         iteration++;
127         A[i][ji] = A[i][ji] - tmp*A[k][ji];
128     }
129     B[i] -= tmp * B[k];
130 }
131
132 void gauss(float ** A,float * B,int n)
133 {
134     int i, j, k,test, q;

```

```

135     k = -1; //indice de ligne du pivot
136
137     for (j = 0; j < n; j++) //indice de colonne
138     {
139         test = 0;
140
141         for (i = k+1; i < n; i++) //test de l'existence du
142         prochain pivot
143         {
144             if(A[i][j]!=0) {test = 1; break;}
145         }
146         if (test) //Si teste concluant..
147         {
148             k++; //MAJ de l'indice de ligne du
149             pivot //r cup ration de la ligne
150             q = i;
151             du prochain pivot(trouv avec le teste)
152             normalLigne(A,B,n,q,j); //normalisation de la ligne
153             if (q!=k) echangeLigne(A,B,n,q,k); //mise du pivot au bon
154             endroit
155
156             for (i = k+1; i < n; i++) //limination des valeurs
157             sous le pivot
158             {
159                 soustractionLignes(A, B, n, i, j, k);
160             }
161         }
162     }
163
164 float * resolution(float ** A, float * B, int n)
165 {
166     float * X = (float *)malloc(n*sizeof(float));
167     float somme;
168
169     for (int i = n-1; i>=0; i--) //indice de la ligne
170     {
171         iteration++;
172         somme = 0;
173         for (int j = n-1; j>i; j--) //indice de la colonne
174         {
175             somme += A[i][j]*X[j];
176         }
177         X[i] = (B[i]-somme);
178     }
179     return X;
180 }

```

./prog/gauss.c

Cholesky

```

1  #include "matrix.h"
2  #include <math.h>
3  #include <stdio.h>
4  #include <stdlib.h>
5  #define LEN 4
6  #define EXAMPLE 9
7
8  void make_R(float **matrix, float **r, int n) {
9      int i, j, k; // loop var
10     float sum = 0; // Used to calculate the sum of r_ki*r_kj
11     float s;
12     for (i = 0; i < n; i++) {
13         s = matrix[i][i];
14         for (j = 0; j < i; j++) {
15             s -= r[j][i] * r[j][i];
16         }
17         if (s <= 0) {
18             printf("La matrice n'est pas d finie positive\n");
19             exit(EXIT_FAILURE);
20         } else {
21             r[i][i] = sqrtf(s);
22             for (j = (i + 1); j < n; j++) {
23                 sum = 0;
24                 for (k = 0; k < i; k++) {
25                     sum += r[k][i] * r[k][j];
26                 }
27                 r[i][j] = (matrix[i][j] - sum) / r[i][i];
28             }
29         }
30     }
31 }
32
33 // transpose matrix
34 void transpose(float **matrix, int n) {
35     int i, j;
36     float tmp;
37     for (i = 0; i < n; i++) {
38         for (j = (i + 1); j < n; j++) {
39             tmp = matrix[i][j];
40             matrix[i][j] = matrix[j][i];
41             matrix[j][i] = tmp;
42         }
43     }
44 }
45
46 void solver_cholesky(float **matrix, float *solus_x, float *b, int n) {
47     int i, j;
48     float tmp;
49     float *solus_y = malloc(n * sizeof(float));
50     /*Creation of the matrix R:*/
51     float **r = create_mat(n);
52     mat_0(r, n);
53     make_R(matrix, r, n);
54     /******
55     /*Resolution de  $R^T * y = b$ */
56     transpose(r, n);
57     for (i = 0; i < n; i++) {
58         tmp = b[i];
59         for (j = 0; j < i; j++) {
60             tmp -= solus_y[j] * r[i][j];
61         }
62         solus_y[i] = tmp / r[i][i];
63     }
64     /*Solving  $R * x = y$ */
65     transpose(r, n);
66     for (i = (n - 1); i >= 0; i--) {
67         for (j = (n - 1); j > i; j--) {
68             solus_y[i] -= solus_x[j] * r[i][j];
69         }
70         solus_x[i] = solus_y[i] / r[i][i];

```

```
71     }
72     /*FREE*/
73     free(solus_y);
74     for (i = 0; i < n; i++) {
75         free(r[i]);
76     }
77     free(r);
78 }
79
80 void show(float **matrix, int n){
81     int i, j;
82     for (i = 0; i < n; i++) {
83         printf(" | ");
84         for (j = 0; j < n; j++) {
85             printf(" %f | ", matrix[i][j]);
86         }
87         printf("\n");
88     }
89 }
90
91 int main() {
92     int i;
93     float *solus = malloc(LEN * sizeof(float));
94     if (solus == NULL)
95         exit(EXIT_FAILURE);
96     float *b = malloc(LEN * sizeof(float));
97     if (b == NULL)
98         exit(EXIT_FAILURE);
99     for (i = 0; i < LEN; i++) {
100         b[i] = 1;
101     }
102     float **matrix = create_mat(LEN);
103     mat(matrix, LEN, EXAMPLE);
104     show(matrix, LEN);
105     solver_cholesky(matrix, solus, b, LEN);
106     // Print solutions
107     for (i = 0; i < LEN; i++) {
108         printf("%f\n", solus[i]);
109     }
110     /*FREE*/
111     free(solus);
112     free(b);
113     for (i = 0; i < LEN; i++) {
114         free(matrix[i]);
115     }
116     free(matrix);
117     return 0;
118 }
```

./prog/cholesky.c

Jacobi

```

1  #include "matrix_tp2.h"
2  #include <math.h>
3  #include <stdio.h>
4  #include <stdlib.h>
5  #define LEN 4
6  #define SIGMA 0.0000001
7  #define MAX 100
8  #define EXAMPLE 2
9
10 int test(float *solus_k, float *solus_k1, int n) {
11     int i;
12     float *tmp = malloc(n * sizeof(float));
13     float s_quadra = 0;
14     for (i = 0; i < n; i++) {
15         tmp[i] = solus_k1[i] - solus_k[i];
16         s_quadra += tmp[i] * tmp[i];
17     }
18     // FREE
19     free(tmp);
20     return (sqrtf(s_quadra) > SIGMA);
21 }
22
23 void jacobi(float **matrix, float *b, float *solus_k, int n) {
24     int i, j;
25     int compt = 0;
26     int bool = 1;
27     float *solus_k1 = malloc(n * sizeof(float));
28     while (bool && compt < MAX) {
29         for (i = 0; i < n; i++) {
30             solus_k1[i] = b[i];
31             for (j = 0; j < n; j++) {
32                 if (j != i)
33                     solus_k1[i] -= matrix[i][j] * solus_k[j];
34             }
35             solus_k1[i] /= matrix[i][i];
36         }
37         bool = test(solus_k1, solus_k, n);
38         for (i = 0; i < n; i++) {
39             solus_k[i] = solus_k1[i]; // At the end of the execution, solus_k contain
40                                     // the solutions
41         }
42         compt++;
43     }
44     printf("Nb tours: %d\n", compt);
45     // FREE
46     free(solus_k1);
47 }
48
49 void show(float **mat, int n){
50     int i, j;
51     for (i = 0; i < n; i++) {
52         printf("|");
53         for (j = 0; j < n; j++) {
54             printf(" %f |", mat[i][j]);
55         }
56         printf("\n");
57     }
58 }
59
60 int main() {
61     int i;
62     // init b
63     float *b = malloc(LEN * sizeof(float));
64     if (b == NULL)
65         exit(EXIT_FAILURE);
66     // init solus
67     float *solus = malloc(LEN * sizeof(float));
68     if (solus == NULL)
69         exit(EXIT_FAILURE);
70     for (i = 0; i < LEN; i++)

```

```
71     solus[i] = 1;
72     // init matrix
73     float **matrix = create_mat(LEN);
74     // Initialize matrix and b with a pre-written axample
75     init_mat(matrix, b, LEN, EXAMPLE);
76     printf("\n");
77     show(matrix, LEN);
78     jacobi(matrix, b, solus, LEN);
79     for (i = 0; i < LEN; i++) {
80         printf("%f\n", solus[i]);
81     }
82     // FREE
83     free(solus);
84     free(b);
85     for (i = 0; i < LEN; i++) {
86         free(matrix[i]);
87     }
88     free(matrix);
89     return 0;
90 }
```

./prog/jacobi.c

Gauss Seidel

```

1  #include "matrix_tp2.h"
2  #include <math.h>
3  #include <stdio.h>
4  #include <stdlib.h>
5  #define LEN 4
6  #define SIGMA 0.0000001
7  #define MAX 100
8  #define EXAMPLE 2
9
10 int test(float *solus_k, float *solus_k1, int n) {
11     int i;
12     float *tmp = malloc(n * sizeof(float));
13     float s_quadra = 0;
14     for (i = 0; i < n; i++) {
15         tmp[i] = solus_k1[i] - solus_k[i];
16         s_quadra += tmp[i] * tmp[i];
17     }
18     // FREE
19     free(tmp);
20     return (sqrtf(s_quadra) > SIGMA);
21 }
22
23 void gauss_seidel(float **matrix, float *b, float *solus_k, int n) {
24     int i, j;
25     int compt = 0;
26     int bool = 1;
27     float *solus_k1 = malloc(n * sizeof(float));
28     while (bool && compt < MAX) {
29         for (i = 0; i < n; i++) {
30             solus_k1[i] = b[i];
31             for (j = 0; j < i; j++) {
32                 solus_k1[i] -= matrix[i][j] * solus_k1[j];
33             }
34             for (j = i + 1; j < n; j++) {
35                 solus_k1[i] -= matrix[i][j] * solus_k[j];
36             }
37             solus_k1[i] /= matrix[i][i];
38         }
39         bool = test(solus_k1, solus_k, n);
40         for (i = 0; i < n; i++) {
41             solus_k[i] = solus_k1[i];
42         }
43         compt++;
44     }
45     printf("Nb tours: %d\n", compt);
46     // FREE
47     free(solus_k1);
48 }
49
50 void show(float **mat, int n){
51     int i, j;
52     for (i = 0; i < n; i++) {
53         printf("|");
54         for (j = 0; j < n; j++) {
55             printf(" %f |", mat[i][j]);
56         }
57         printf("\n");
58     }
59 }
60
61 int main() {
62     int i;
63     // init b
64     float *b = malloc(LEN * sizeof(float));
65     if (b == NULL)
66         exit(EXIT_FAILURE);
67     // init solus
68     float *solus = malloc(LEN * sizeof(float));
69     if (solus == NULL)
70         exit(EXIT_FAILURE);

```

```
71     for (i = 0; i < LEN; i++)
72         solus[i] = 1;
73     // alloc matrix
74     float **matrix = create_mat(LEN);
75     // Initialise matrix en fonction de l'exemple choisit
76     init_mat(matrix, b, LEN, EXAMPLE);
77     printf("\n");
78     show(matrix, LEN);
79     gauss_seidel(matrix, b, solus, LEN);
80     for (i = 0; i < LEN; i++) {
81         printf("%f\n", solus[i]);
82     }
83     // FREE
84     free(solus);
85     free(b);
86     for (i = 0; i < LEN; i++) {
87         free(matrix[i]);
88     }
89     free(matrix);
90     return 0;
91 }
```

./prog/gauss_seidel.c