Consultas:
http://www.wolfram.com/

$\forall$ - INT

$\forall$ - ELIM

$\exists$ - INT

$\exists$ - ELIM

$\neg\neg$ - INT

$\neg\neg$ - ELIM

$\neg$ - INT

$\neg$ - ELIM

$\wedge$ - INT

$\wedge$ - ELIM

$\vee$ - INT

$\vee$ - ELIM

$\rightarrow$ - INT

$\rightarrow$ - ELIM

$\leftrightarrow$ - INT

$\leftrightarrow$ - ELIM

Regras de Inferência:

$\forall$ - INT/IN — $\forall$ - se não estiver livre na hip. $\forall x\, P(x)$

$\forall$ - ELIM — $\forall$ - pode estar livre

$\exists$ - INT — $\exists$ - pode estar livre

$\exists$ - ELIM — $\exists$ - se não estiver livre na conclusão

$\neg\neg$ - INT — $\neg\neg$ - pode estar livre

$\neg\neg$ - ELIM — $\neg\neg$ - pode estar livre

$\neg$ - INT — $\neg$ - pode estar livre

$\neg$ - ELIM — $\neg$ - pode estar livre

$\wedge$ - INT — $\wedge$ - pode estar livre

$\wedge$ - ELIM — $\wedge$ - pode estar livre

$\vee$ - INT — $\vee$ - pode estar livre

$\vee$ - ELIM — $\vee$ - pode estar livre

$\rightarrow$ - INT — $\rightarrow$ - pode estar livre

$\rightarrow$ - ELIM — $\rightarrow$ - pode estar livre

$\leftrightarrow$ - INT — $\leftrightarrow$ - pode estar livre

$\leftrightarrow$ - ELIM — $\leftrightarrow$ - pode estar livre

Regras de Inferência?

RI: $\dfrac{\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x)) \quad \forall x\,(Q(x) \rightarrow R(x))}{\forall x\,(P(x) \rightarrow R(x))}$ $\forall x$ livre em $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ e $\varphi_2 \rightarrow \varphi_3$

$\forall x\,(P(x) \rightarrow R(x))$ $\forall x$ livre em $\varphi_1 \rightarrow \varphi_3$

$\forall x\,(x \in A \rightarrow x \in C)$

RI: $\dfrac{\forall x\,(x \in A) \rightarrow \forall x\,(x \in B) \quad \forall x\,(x \in B) \rightarrow \forall x\,(x \in C)}{\forall x\,(x \in A \rightarrow x \in C)}$ $\forall x$ - sup/inf

Regra: $\dfrac{\forall x\,(x \in A) \rightarrow \forall x\,(x \in B) \quad \forall x\,(x \in B) \rightarrow \forall x\,(x \in C)}{\forall x\,(x \in A \rightarrow x \in C)}$ $\forall x$ - sup/inf

Se $\forall x\,P(x)$ — $\forall$ - se não estiver livre na hip. (se estiver)

$\rightarrow$ $\forall$ - não estiver livre na conclusão

Exemplo: $\forall x\,(x \in \emptyset \rightarrow x \in \{1,2\})$ $\forall x$ livre em $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ e $\varphi_1 = \emptyset$

$\forall x\,(x \in \emptyset \rightarrow x \in \{1,2\})$

$\forall$ não estiver livre na conclusão

① $\forall x\,(x \rightarrow y) \rightarrow (\forall x\,(y \rightarrow x) \rightarrow \forall x\,(x \rightarrow y))$ $\forall x\,(x \rightarrow y)$ $\forall x\,(y \rightarrow x)$ $\forall x\,(x \rightarrow y)$ não livre

$\forall$ não estiver livre $\forall$ não estiver livre

Provar $\forall x$ da ERSC.

• prova $\forall x$ da ERSC.

$\forall x \neg(x_1 \rightarrow \forall(x \bullet))$

$\equiv \neg(\exists x_1 \wedge \forall(x \bullet))$

$\equiv \exists x_1 \wedge \forall(x \bullet)$

$\equiv \exists x_1 \wedge \forall(x \bullet) \wedge \forall(x \bullet)$ IR

$\equiv \exists x_1 \wedge \forall(x \bullet) \wedge \forall(x \bullet) \wedge \forall(x \bullet)$ IR

$(\forall x\, x_1) \wedge \forall_1 \equiv \forall x\,(\forall_1 \wedge x_1)$ desde $x \notin fv(\forall_1)$

$fv(\forall_1)$: $\{x_1\}$ $\{x\}$

IR $\exists x\, x_1 \equiv \forall x_1 \neg \forall(x_1)$

$\forall x\, \neg\forall x \neg x_1$

$\forall x\, \exists x\, \forall(x_1)$ $\forall x$ pode ser substituído por outra sem definição de $\exists x$.

$\forall$ pode ser modificado na mesma sem definição de $\exists x$.

$\equiv \exists x_1 \wedge \exists x\,(\forall(x_1) \wedge \forall(x \bullet)) \wedge \forall(x \bullet)$

$\equiv \forall x_1 \neg\exists x\,(\forall(x_1) \wedge \forall(x \bullet)) \wedge \forall(x \bullet)$

$\equiv \forall x_1 \forall x\,(\neg\forall(x_1) \vee \neg\forall(x \bullet)) \wedge \forall(x \bullet)$ $\exists x$ livre em $\varphi_1 \wedge \varphi_2$

$\equiv \forall x_1 \forall x\,(\forall(x_1) \rightarrow \neg\forall(x \bullet)) \wedge \forall(x \bullet)$

$\equiv \forall x_1 \forall x\,(\forall(x_1) \rightarrow \neg\forall(x \bullet)) \wedge \forall(x \bullet) \wedge \forall(x \bullet)$

$\equiv \forall x_1 \forall x_2 \forall x\,(\forall(x_1) \rightarrow \neg\forall(x \bullet)) \wedge \forall(x \bullet) \wedge \forall(x \bullet)$ — INT?

$\forall_1$ - INT

$\forall_2$ ≡ INT

Exercícios estabelecidos

$fv(\forall_1) = \{x, y\}$

$\forall_1 \equiv \forall x \forall y\,(\forall(x,y) \rightarrow \neg\forall(y,x)) \wedge \forall(x,x) \wedge \forall(y,y) \wedge \forall(x,y) \wedge \forall(y,x)$

$\forall_2$ - estável $\forall_2$

• Substituição

$\forall$ - pode estar livre

$\forall$ - pode estar livre

$\forall$ - não estável livre

$\forall$ - não estável livre

$\forall$ - não estável