

3SAT : INPUT: φ -formula în 3CNF
(cu n proprietăți atomice și m clauze)
OUTPUT: DA dacă $\exists \tau: A \rightarrow \{0,1\}$ a.t. $\tau(\varphi) = 1$
(φ -satifiabilitate)

CLIQUE: INPUT: $G = (V, E)$ - graf neorientat cu n noduri
 $k \in \mathbb{N}$
OUTPUT: DA dacă $\exists A \subseteq V$ a.i.
 $|A| \geq k$ și $\forall v, w \in A$ a.i.
 $v \neq w$, avem $(v, w) \in E$
și $(w, v) \in E$

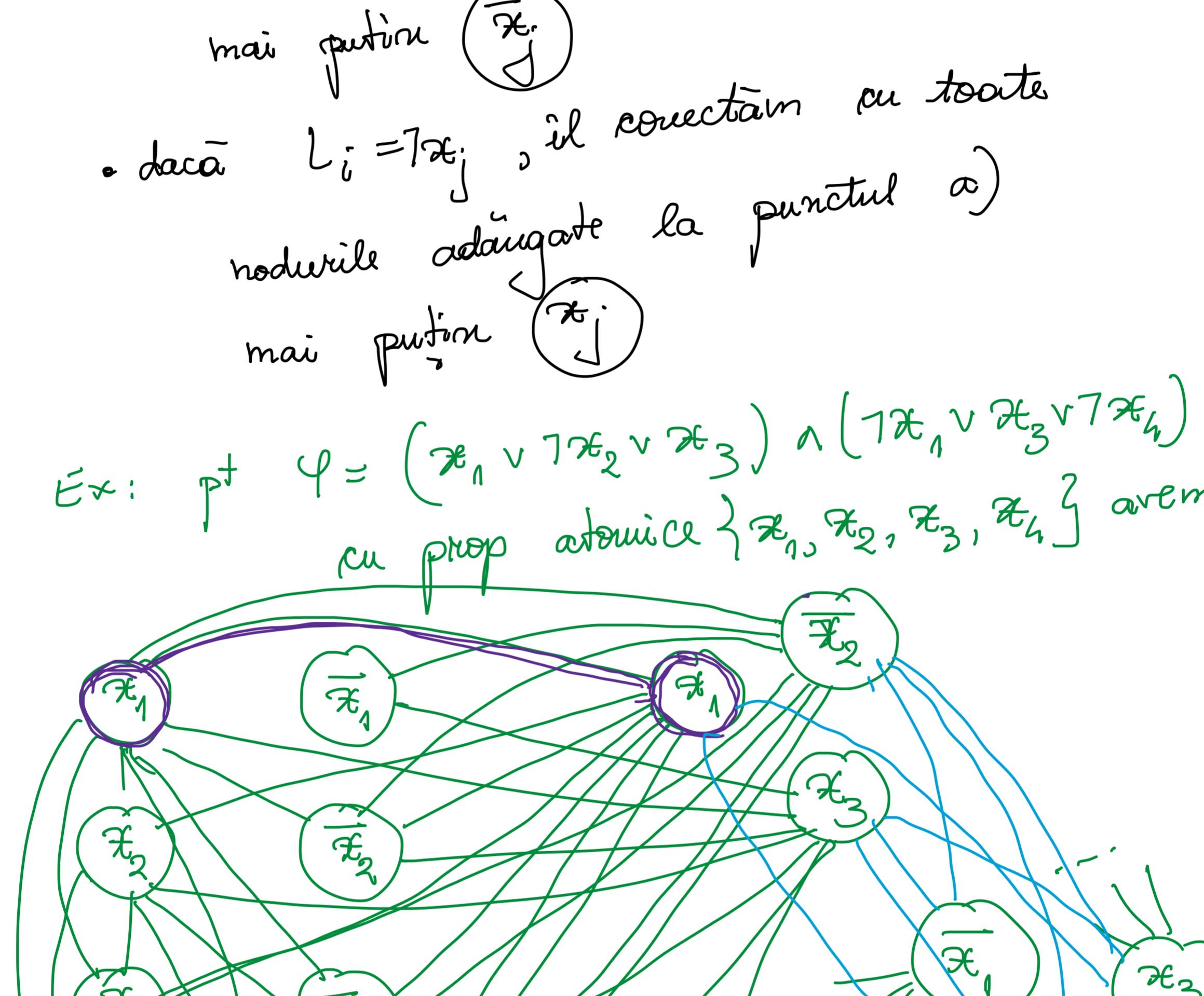
Pentru a reduce 3SAT la CLIQUE, trebuie să transformăm orice instanță a problemei 3SAT într-o instanță a problemei CLIQUE astfel încât răspunsul lor cele două probleme să fie același.

Fie φ o formulă în 3CNF (cu n prop. atomice și m clauze) o instanță a 3SAT.

Construim graful G astfel:

a) - pentru fiecare prop. atomică x_i , construim două noduri (x_i) și (\bar{x}_i) în G .

b) - adăugăm muchii între (x_i) și orice alt nod din multimea de noduri, mai puțin (\bar{x}_i) .
(în între (\bar{x}_i) și orice alt nod mai puțin (x_i))



d) - conectăm nodurile din fiecare clauză astfel:

- dacă $L_i = x_i$, il conectăm cu toate nodurile adăugate la punctul α)
- mai puțin x_i
- dacă $L_i = \bar{x}_i$, il conectăm cu toate nodurile adăugate la punctul α)
- mai puțin \bar{x}_i

Ex: pt $\varphi = (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$
cu prop. atomice $\{x_1, x_2, x_3, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3\}$ avem

(nu mai completează muchiile aici)

e) la final conectăm fiecare nod din fiecare clauză cu toate nodurile celorlalte clauze, dar fără a conecta 2 noduri de tipul (x_i) și (\bar{x}_i) (pentru a obține graf complet cănd alegem căte un nod din fiecare clauză)

(în exemplul de mai sus am desenat cu albastru câteva astfel de muchii)

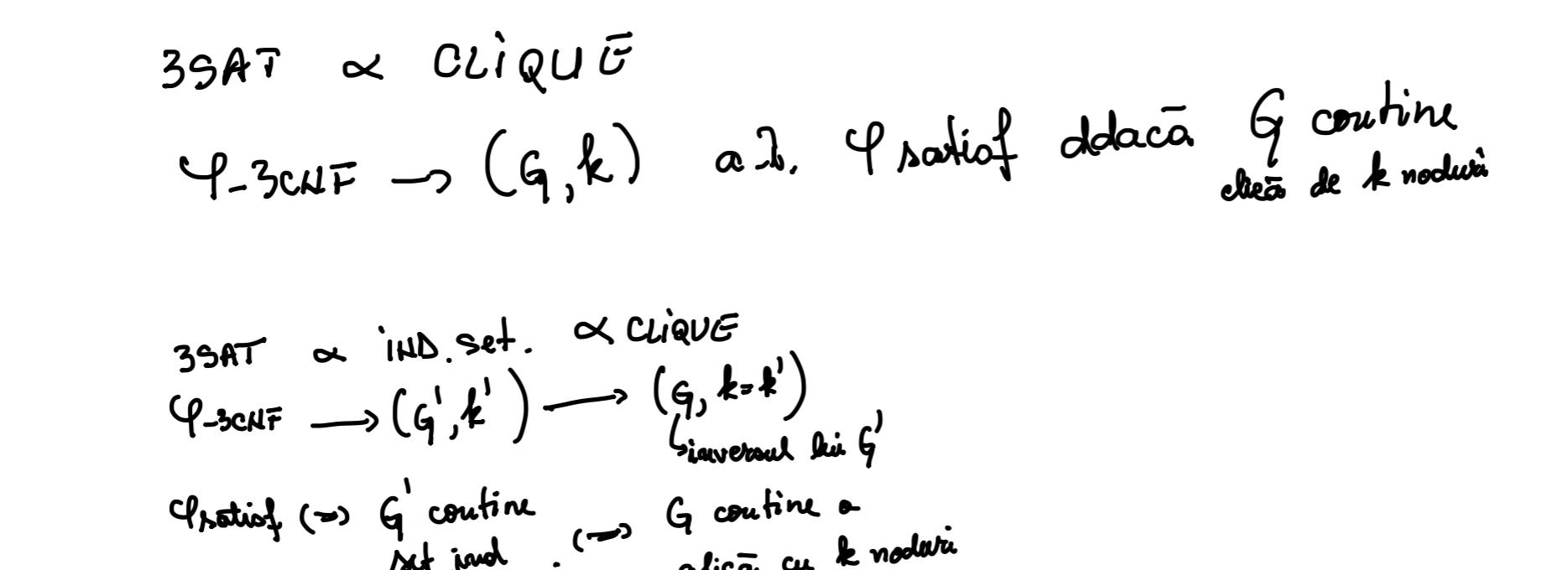
Mai departe problema este de a alege
 $k = n+m$ noduri din grafel construit astfel încât ele să fie conectate 2 căte 2.

(nu putea alege exact un nod din fiecare perechi (x_i) (\bar{x}_i) adăugată la punctul α)

deoarece ele care sunt urmărite în din fiecare clauză nu poate alege exact un nod deoarece cele 3 noduri pt fiecare clauză care sunt urmărite iar nodul ales în clauză trebuie să fie ales și din multimea de perechi de noduri)

- graful rezultat are $2n + 3m$ noduri și $2n(2n-1) + 3m(2n-1)$ muchii \Rightarrow dimensiune polinomială

- $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
 $\varphi = (x_1 \vee x_4 \vee \bar{x}_2) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_2)$



3SAT \Leftrightarrow CLIQUE

φ -3CNF $\rightarrow (G, k)$ a.i. φ satisfăcătoare \Leftrightarrow G conține cel mult k noduri

3SAT \Leftrightarrow îmb. set. \Leftrightarrow CLIQUE

φ -3CNF $\rightarrow (G, k')$ $\rightarrow (G, k+k')$

graficul $\Leftrightarrow G$ conține

cel mult $k+k'$ noduri