

Logică pentru Informatică

Logica de ordinul I

Examen - 25 Ianuarie 2022

Subiect pentru studentul:

Reguli:

- Citiți cu atenție subiectele.
- Subiectul este individual.
- Este permisă consultarea bibliografiei.
- Nu este permisă comunicarea cu alte persoane pentru rezolvarea subiectelor. Nu este permisă partajarea ciornelor sau rezolvărilor.
- Acolo unde se cere, scanați rezolvarea în format A4 într-un singur document PDF de maxim 2MB.

Înainte de a încărca soluția, verificați cu atenție calitatea scanării.

În cazul în care calitatea scanării este slabă, rezultatul va reflecta doar ce se observă în scanare fără efort.

- Soluția trebuie încărcată în documentul Google Forms de la adresa:

<https://forms.gle/CvU6BrA9f1egLy5d8>.

- Soluțiile transmise prin orice alt canal de comunicare (e.g., Discord, email) nu sunt acceptate.
- Formularul nu permite încărcarea soluțiilor care nu sunt în format PDF sau au mai mult de 2MB.

0. Introduceți următorul cod în formularul Google:

B000

Introduceți numele dumneavoastră în formularul Google:

1. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea frază:

Există numere complexe care nu sunt pătrate perfecte și sunt mai mari decât 0.

Care dintre formulele de mai jos poate fi o traducere fidelă a frazei de mai sus în LP1:

- (a) $(\exists y_1. (R'(y_1) \wedge (\neg P'(y_1) \rightarrow S_1(y_1))))$
- (b) $(\forall y. (C(y) \wedge (\neg P_3(y) \wedge S_3(y))))$
- (c) $(\exists z'. (C(z') \wedge (\neg P'(z') \wedge S_2(z'))))$
- (d) $(\exists x_1. (\neg R'(x_1) \leftrightarrow (\neg P'(x_1) \wedge S(x_1))))$

2. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este consecință semantică din mulțimea

$$\{(\forall x. (Q(x) \rightarrow P(x)))\}?$$

- (a) $(\forall x. (Q(x) \rightarrow (\exists y. P(y))))$
- (b) $(\forall x. (Q(x) \rightarrow (\forall y. P(y))))$
- (c) $(\forall x. (\forall y. (Q(x) \rightarrow P(y))))$
- (d) $(\forall y. (\forall x. (Q(x) \rightarrow P(y))))$

3. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este echivalentă cu

$$((\exists y. \neg Q(b)) \rightarrow (\forall x. \neg P(x)))?$$

- (a) $(\neg(\exists x. \neg Q(y)) \rightarrow (\exists y. P(b)))$
- (b) $(\neg(\exists y. P(y)) \vee (\forall y. Q(b)))$
- (c) $((\exists y. \neg P(y)) \wedge \neg(\forall x. Q(b)))$
- (d) $(\neg(\exists y. P(x)) \rightarrow (\forall y. \neg Q(y)))$

4. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este nesatisfiabilă?

- (a) $(\exists x. \neg(P(y) \wedge P(a)))$
- (b) $\neg(\forall y. (\neg Q(b) \vee \neg Q(b)))$
- (c) $(\neg(\exists y. Q(a)) \wedge (\forall x. Q(a)))$
- (d) $((\forall x. \neg P(a)) \vee (\forall x. \neg Q(b)))$

5. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este validă?

- (a) $((\exists x. \neg Q(b)) \wedge (\exists x. \neg Q(x)))$
- (b) $((\forall x. \neg P(b)) \rightarrow \neg(\exists y. P(b)))$
- (c) $((\forall y. Q(x)) \wedge (\exists y. P(a)))$
- (d) $((\exists y. P(y)) \vee (\forall x. Q(a)))$

6. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$((\forall z_2. P(i(b), z_2)) \wedge (\exists z_2. P(g(z_2, y_1), y_1))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală prenex a acesteia?

- (a) $(\forall z_2. (\exists x_1. (P(g(x_1, y_1), y_1) \wedge P(i(b), z_2))))$
- (b) $(\exists z_2. (\forall z_2. (P(i(b), z_2) \wedge P(g(z_2, y_1), y_1))))$
- (c) $(\forall z_2. (\exists x_1. (\neg P(g(z_2, y_1), y_1) \vee \neg P(i(b), x_1))))$
- (d) $(\exists x_1. (\forall z_2. (\neg P(i(b), x_1) \wedge \neg P(g(z_2, y_1), y_1))))$

7. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall x_1. (\exists x_2. ((\neg P_2(y, y) \vee \neg Q(j(x_2))) \rightarrow P_2(x_1, e)))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o închidere existențială a acesteia?

- (a) $(\forall x_1. (\exists y. (\exists x_2. ((\neg P_2(y, y) \vee \neg Q(j(x_2))) \rightarrow P_2(x_1, e)))))$
- (b) $(\exists y. (\forall x_1. (\exists x_2. ((\neg P_2(y, y) \vee \neg Q(j(x_2))) \rightarrow P_2(x_1, e)))))$
- (c) $(\forall y. (\forall e. (\forall x_1. (\exists x_2. ((\neg P_2(y, y) \vee \neg Q(j(x_2))) \rightarrow P_2(x_1, e)))))$
- (d) $(\forall x_1. (\exists x_2. (\exists y. (\exists e. ((\neg P_2(y, y) \vee \neg Q(j(x_2))) \rightarrow P_2(x_1, e)))))$

8. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\exists x_2. (\forall z_3. (\exists z'. (P_4(f(i_1(x_2), z_3), c) \wedge (P_4(f(z_3, i_1(c)), z') \rightarrow \neg Q(i_1(z')))))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală Skolem corespunzătoare acesteia?

- (a) $(\forall z_3. (P_4(f(i_1(k(c)), z_3), c) \wedge (P_4(f(z_3, i_1(c)), g(x_2, z_3)) \rightarrow \neg Q(i_1(g(x_2, z_3)))))$
- (b) $(\forall z_3. (P_4(f(i_1(x_2), z_3), c) \wedge (P_4(f(z_3, i_1(c)), c) \rightarrow \neg Q(i_1(c)))))$
- (c) $(\forall z_3. (P_4(f(i_1(b), z_3), c) \wedge (P_4(f(z_3, i_1(c)), k(z_3)) \rightarrow \neg Q(i_1(k(z_3)))))$
- (d) $(\forall z_3. (P_4(f(i_1(c), z_3), c) \wedge (P_4(f(z_3, i_1(c)), g(x_2, z_3)) \rightarrow \neg Q(i_1(g(x_2, z_3)))))$

9. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care problemă de unificare dintre cele de mai jos are cel puțin o soluție?

- (a) $\{y \doteq f(h(y), h(z)), f(i(a), h(a)) \doteq y\}$
- (b) $\{z \doteq f(x, x), f(i(z), a) \doteq y\}$
- (c) $\{y \doteq f(h(y), h(z)), f(h(z), y) \doteq x\}$
- (d) $\{x \doteq g(h(z), h(z)), g(h(y), h(x)) \doteq y\}$

10. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următorul set de clauze:

$$\{\neg Q(f(a,a)) \vee \neg P_3(a,f(z,a)), \neg Q(a) \vee \neg Q(f(a,z_3)), P_3(i(z_2),z_2) \vee P_3(z_3,i(a)) \vee Q(i(z_3))\}.$$

Care dintre clauzele de mai jos poate fi obținut prin aplicarea unui singur pas de rezoluție?

- (a) $P_3(i(a),i(a)) \vee Q(i(i(a)))$
- (b) $Q(i(i(i(a))))$
- (c) $Q(i(a)) \vee P_3(a,i(a))$
- (d) $P_3(i(i(a)),i(a)) \vee Q(i(i(i(a))))$

11. Redactați pe o foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos.

Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{\neg(\exists x_2. \neg P(x_2)), \neg(\forall z'. P(z'))\} \vdash$$

$$\perp$$

12. Redactați pe aceeași foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos și încărcați scanarea foi ca un fișier PDF.

Acest exercițiu este doar pentru acei studenți care nu au îndeplinit criteriile: C1, C3 sau C5.

Arătați că următoarea formulă propozițională este satisfiabilă folosind un raționament la nivel semantic:

$$((r_2 \vee r_2) \rightarrow \neg r_2).$$