

1.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională:  $2 + 2 = 4$  doar dacă 7 este număr prim sau nu merg la școală.

2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((q \vee q) \wedge (r \leftrightarrow p)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((p \vee r) \rightarrow (q \rightarrow q)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$(\neg\varphi_2 \vee \neg q) \equiv \neg(q \wedge \varphi_2).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \vee \neg p), (\neg(r \leftrightarrow r) \rightarrow p)\} \models (\neg r \rightarrow \neg p).$$

6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$(((p \vee p) \wedge r) \leftrightarrow r).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{(\neg r \vee r_2), (r \vee \neg r), r_1, \neg p, (p \vee \neg r_2), (r \vee \neg r_1)\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(r_2 \rightarrow r), (r_2 \rightarrow (r_3 \wedge r_4))\} \vdash$$

$$(r_2 \rightarrow (r \wedge (r_3 \wedge r_4))).$$

2.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Există extratereștri dacă nu ninge afară sau Terra este plată.

$$((r_2 \wedge r_2) \leftrightarrow (p \rightarrow p)).$$

2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow r)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((\varphi_1 \rightarrow q) \wedge (\varphi_2 \leftrightarrow p)) \equiv ((p \leftrightarrow \varphi_2) \wedge (\varphi_1 \rightarrow q)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \rightarrow q), (q \rightarrow (r \wedge r))\} \models ((r \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow q)).$$

6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$((q \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge q)).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{(q \vee \neg r_1), (q \vee \neg r_2), \neg q, (q \vee \neg q), (r_1 \vee r_2)\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(\neg(p_1 \wedge p_2) \rightarrow (q_3 \wedge q_4))\} \vdash ((p_1 \wedge p_2) \vee (q_3 \wedge q_4)).$$

3.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Trec la logică sau nu este adevărat că zăpada este albă numai dacă merg cu avionul.
2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((r \vee p) \wedge (q \leftrightarrow r)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((r \wedge p) \rightarrow (q \vee r)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$(\neg \varphi_2 \rightarrow \neg p) \equiv ((\varphi_2 \wedge p) \vee \neg p).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(q \rightarrow q), ((q \rightarrow p) \wedge r)\} \models ((r \vee p) \wedge r).$$

6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$(\neg(p \rightarrow r) \vee (q \wedge q)).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{(q \vee \neg r_2), (q \vee \neg q), \neg r, \neg r_1, (r \vee r_1 \vee r_2), \neg q\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\begin{aligned} & \{((r_3 \wedge r_4) \wedge p)\} \vdash \\ & \neg(\neg(r_3 \wedge r_4) \vee \neg p). \end{aligned}$$

4.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Nu este adevărat că  $\sqrt{2}$  este irațional sau învăț la logică doar dacă merg cu avionul.

2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((q \rightarrow p) \wedge \neg q).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((q \leftrightarrow p) \rightarrow (r \leftrightarrow r)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$((\varphi_2 \leftrightarrow \varphi_2) \leftrightarrow (\varphi_2 \leftrightarrow \varphi_1)) \equiv (\neg \varphi_2 \leftrightarrow \neg \varphi_1).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \wedge r), ((p \vee p) \wedge p)\} \models ((p \wedge r) \leftrightarrow (p \rightarrow r)).$$

6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$(((r \vee p) \rightarrow p) \rightarrow r).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{q, r, (\neg q \vee \neg r \vee r_2), \neg r_2\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(q \vee (q_3 \wedge q_4))\} \vdash \neg(\neg q \wedge \neg(q_3 \wedge q_4)).$$



5.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Nu există o infinitate de numere naturale dacă iarna este anotimpul meu favorit și joc jocuri pe calculator.

2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((p \wedge r) \wedge (r \rightarrow r_1)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((p \vee r) \rightarrow (q \leftrightarrow q)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$((\varphi_2 \leftrightarrow r) \rightarrow \varphi_1) \equiv ((\varphi_2 \leftrightarrow r) \rightarrow (\varphi_1 \wedge \varphi_1)).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \rightarrow q), (q \wedge (p \wedge r))\} \models (p \leftrightarrow (q \vee r)).$$

6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$(\neg(q \wedge r) \rightarrow (r \vee q)).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{r_1, (p \vee \neg q \vee \neg r_1), \neg p, (p \vee q), (q \vee \neg q \vee \neg r_1)\}.$$

---

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(((q_1 \vee q_2) \wedge (p_1 \wedge p_2)) \vee ((q_1 \vee q_2) \wedge p))\} \vdash \\ ((q_1 \vee q_2) \wedge ((p_1 \wedge p_2) \vee p)).$$

6.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Nu merg cu trenul doar dacă merg la școală sau mă distrez.
2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$(\neg p \wedge (r \wedge q)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((q \wedge p) \rightarrow (p \vee r)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$(\neg p \leftrightarrow (q \wedge \varphi_2)) \equiv (\neg p \leftrightarrow (\varphi_2 \wedge q)).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(q \wedge \neg p), ((q \rightarrow r) \wedge \neg r)\} \models ((q \vee r) \wedge \neg q).$$

- 
6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$((r \rightarrow \neg(p \vee p)) \rightarrow r).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{(\neg r_1 \vee \neg r_2), (\neg q \vee \neg r_1 \vee r_2), r_1, (\neg q \vee r_1), q\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(\neg r_1 \vee (q_1 \vee q_2))\} \vdash \neg(r_1 \wedge \neg(q_1 \vee q_2)).$$

7.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Nu învăț la logică sau zăpada este albă doar dacă  $\sqrt{2}$  este irațional.
2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((p \wedge r) \vee (q \wedge p)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((q \wedge r) \rightarrow (p \vee q)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$(q \wedge (\varphi_1 \wedge \varphi_2)) \equiv ((\varphi_2 \leftrightarrow q) \wedge (\varphi_1 \wedge \varphi_2)).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(\neg q \rightarrow r), ((r \wedge r) \leftrightarrow r)\} \models (\neg q \rightarrow (p \rightarrow r)).$$

- 
6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$(p \vee (\neg\neg(r \wedge q) \wedge q)).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{(\neg p \vee q \vee r), \neg r, (\neg q \vee r), \neg r, p, (r \vee \neg r)\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(p \rightarrow (r_3 \wedge r_4)), (p \rightarrow r_1)\} \vdash$$

$$(p \rightarrow ((r_3 \wedge r_4) \wedge r_1)).$$



8.

1. Traduceți următoarea propoziție în logica propozițională: Nu trec toate examenele și  $2 + 2 = 4$  doar dacă merg la facultate.

2. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este satisfiabilă:

$$((r_2 \vee r) \wedge (r_2 \wedge q)).$$

3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow p)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$((\varphi_1 \wedge r) \vee (\varphi_2 \vee \varphi_1)) \equiv ((\varphi_1 \vee \varphi_2) \vee (\varphi_2 \wedge \varphi_2)).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(p \vee r), (r \vee (r \wedge q))\} \models (p \rightarrow (p \leftrightarrow r)).$$

6. Calculați o FNC a următoarei formule:

$$(\neg(p \wedge (p \rightarrow p)) \rightarrow p).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{\neg r_2, (\neg p \vee q \vee r_2), p, \neg q\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{((r \vee (p_1 \wedge p_2)) \rightarrow r_2)\} \vdash ((p_1 \wedge p_2) \rightarrow r_2).$$



3. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că următoarea formulă este validă:

$$((r \vee q) \rightarrow (p \leftrightarrow p)).$$

4. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că: pentru orice  $\varphi_2 \in \mathbb{LP}$ ,

$$\neg(q \wedge \varphi_2) \equiv ((q \rightarrow \varphi_2) \rightarrow \neg q).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \vee \neg p), (\neg(r \leftrightarrow r) \rightarrow p)\} \models (\neg r \rightarrow \neg p).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \rightarrow p), (\neg\neg p \rightarrow (r \vee p))\} \models ((r \wedge q) \rightarrow (q \leftrightarrow p)).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(\neg q \wedge p), ((p \rightarrow r) \wedge q)\} \models ((p \leftrightarrow r) \vee \neg q).$$

5. Arătați, folosind un raționament la nivel semantic, că:

$$\{(r \leftrightarrow r), (r \leftrightarrow (r \leftrightarrow r))\} \models ((q \vee q) \rightarrow (q \rightarrow r)).$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{(\neg p \vee \neg r_2), (\neg r \vee r_1), p, \neg r_1, (r \vee r_2)\}.$$

7. Găsiți o respingere pentru următoarea mulțime de clauze:

$$\{r, (\neg r \vee \neg r_1), (p \vee \neg q), \neg p, (q \vee r_1)\}.$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(r_1 \vee (p \vee r))\} \vdash ((r_1 \vee p) \vee r).$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{\neg((q_3 \wedge q_4) \wedge \neg r_1)\} \vdash (\neg(q_3 \wedge q_4) \vee r_1).$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{((p_1 \wedge p_2) \vee (q_1 \vee q_2)), ((p_1 \wedge p_2) \rightarrow (q_1 \vee q_2))\} \vdash (q_1 \vee q_2).$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{\neg(\neg r \wedge (q_1 \vee q_2))\} \vdash (r \vee \neg(q_1 \vee q_2)).$$

8. Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{\neg r_2\} \vdash (r_2 \rightarrow \perp).$$

GLHF... we “enjoyed” it  
...no, we did not.