Arhitectura calculatoarelor si sisteme de operare
Rezolvari exercitii Seminar 5

Vitel Silviu-Constantin

1. Transformati numarul n, din baza x in baza y:
   - a) $n = 34.45$, $x = 10$, $y = 2$
   - b) $n = 1000111.11011$, $x = 2$, $y = 10$
   - c) $n = 1000111.11011$, $x = 2$, $y = 16$
   - d) $n = 34.45$, $x = 10$, $y = 16$

Rezolvare a)

- $34.45_{(10)} = ?_{(2)}$

partea intreaga

$$\begin{aligned} 34 \;/\; 2 &= 17 \textit{ rest } 0 \\ 17 \;/\; 2 &= 8 \textit{ rest } 1 \\ 8 \;/\; 2 &= 4 \textit{ rest } 0 \\ 4 \;/\; 2 &= 2 \textit{ rest } 0 \\ 2 \;/\; 2 &= 1 \textit{ rest } 0 \\ 1 \;/\; 2 &= 0 \textit{ rest } 1 \end{aligned}$$

$34_{(10)} = 100010_{(2)}$

partea fractionara

$$\begin{aligned} 0,45 * 2 &= 0.9 = 0.9 + 0 \\ 0,9 * 2 &= 1.8 = 0.8 + 1 \\ 0,8 * 2 &= 1.6 = 0.6 + 1 \\ 0,6 * 2 &= 1.2 = 0.2 + 1 \\ 0,2 * 2 &= 0.4 = 0.4 + 0 \\ 0,4 * 2 &= 0.8 = 0.8 + 0 \\ 0,8 * 2 &= 1.6 = \ldots \end{aligned}$$

$0,45_{(10)} = 0.01(1100)_{(2)}$

- $34.45_{10} = 100010.01(1100)_{(2)}$

Rezolvare b)

- $1000111.110011_{(2)} = ?_{(10)}$

$$1_{(6)}0_{(5)}0_{(4)}0_{(3)}1_{(2)}1_{(1)}1_{(0)}1_{(-1)}1_{(-2)}0_{(-3)}0_{(-4)}1_{(-5)}1_{(-6)}$$

$$1000111.110011_{(2)} = (1*2^6)+(0*2^5)+(0*2^4)+(0*2^3)+(1*2^2)+$$
$$+(1*2^1)+(1*2^0)+(1*2^{-1})+(1*2^{-2})+(0*2^{-3})+(0*2^{-4})+$$
$$+(1*2^{-5})+(1*2^{-6})=$$
$$71.796875_{(10)}$$

Rezolvare c)

- $1000111.110011_{(2)} = ?_{(16)}$
- prima varianta: trecem prin baza 10
- a doua varianta: utilizam proprietatea prezentata in Seminarul 1
  - $16 = 2^4$, deci fiecarui caracter din reprezentarea in baza 16 ii corespund 4 caractere din reprezentarea in baza 2

$$01000111.11001100_{(2)} = 47.CC_{(16)}$$

- Observatii
  - gruparea cifrelor se face de la dreapta la stanga inainte de virgula si de la stanga la dreapta dupa virgula
  - pentru a putea forma grupele am adaugat o cifra 0 la inceputul partii intregi a numarului in baza 2 si doua cifre 0 la sfarsitul partii fractionare a numarului in baza 2

Rezolvare d)

- $34.45_{(10)} = ?_{(16)}$

partea intreaga

$$\begin{aligned} 34 \ / \ 16 &= 2 \ \textit{rest} \ 2 \\ 2 \ / \ 16 &= 0 \ \textit{rest} \ 2 \end{aligned} \tag{1}$$

$34_{(10)} = 22_{(16)}$

partea fractionara

$$\begin{aligned} 0,45 * 16 &= 7.2 = 0.2 + 7 \\ 0,2 * 16 &= 3.2 = 0.2 + 3 \\ 0,2 * 16 &= 32 = \ldots \end{aligned} \tag{2}$$

$0,45_{(10)} = 0.7(3)_{(16)}$

- $34.45_{10} = 22.7(3)_{(16)}$

2. Exercitii BCD si Excess-n

- a) $456_{(10)} \rightarrow (BCD)$
- b) $12345_{(10)} \rightarrow (BCD)$
- c) Care este intervalul reprezentat in Excess-23 (4 sau 5 biti)?
- d) Care este intervalul reprezentat in Excess-13 (4 sau 5 biti)?

Rezolvare a)

- Luam fiecare cifra din numarul in baza 10 si il scriem in baza 2 pe 4 biti

$$456_{(10)} = 0100\ 0101\ 0110_{(BCD)}$$

Rezolvare b)

- Luam fiecare cifra din numarul in baza 10 si il scriem in baza 2 pe 4 biti

$$12345_{(10)} = 0001\ 0010\ 0011\ 0100\ 0101_{(BCD)}$$

Rezolvare c) si d)

- Excess-23 pe 4 biti → [-23;-8]
- Excess-23 pe 5 biti → [-23;8]
- Excess-13 pe 4 biti → [-13;2]
- Excess-13 pe 5 biti → [-23;18]

3. Reprezentari A+S

- a) $123.456 = val^{8,8}_{A+S}(?)$
- b) $75.45 = val^{3,5}_{A+S}(?)$
- c) $10110.111 + 00010.001 \ in \ A + S_{(5,3)}$
- d) $10011.010 + 11101.111 \ in \ A + S_{(5,3)}$

Rezolvare a)

partea intreaga

$$\begin{aligned}
123 \ / \ 2 &= 61 \ \textit{rest} \ 1 \\
61 \ / \ 2 &= 30 \ \textit{rest} \ 1 \\
30 \ / \ 2 &= 15 \ \textit{rest} \ 0 \\
15 \ / \ 2 &= 7 \ \textit{rest} \ 1 \\
7 \ / \ 2 &= 3 \ \textit{rest} \ 1 \\
3 \ / \ 2 &= 1 \ \textit{rest} \ 1 \\
1 \ / \ 2 &= 0 \ \textit{rest} \ 1
\end{aligned}$$

$123_{(10)} = 1111011_{(2)}$

partea fractionara

$$\begin{aligned}
0,456 * 2 &= 0.912 = 0.912 + 0 \\
0,912 * 2 &= 1.824 = 0.824 + 1 \\
0,824 * 2 &= 1.684 = 0.684 + 1 \\
0,648 * 2 &= 1.296 = 0.296 + 1 \\
0,296 * 2 &= 0.592 = 0.592 + 0 \\
0,592 * 2 &= 1.184 = 0.184 + 1 \\
0,184 * 2 &= 0.368 = 0.368 + 0 \\
0,368 * 2 &= 0.736 = 0.736 + 0 \\
0,736 * 2 &= 1.472 = 0.472 + 1 \\
0,472 * 2 &= \ldots
\end{aligned}$$

- $123.456_{10} = 1111011.011101001_{(2)}$

Rezolvare a)

- $0,456_{(10)} = 0.011101001..._{(2)}$
- $123.456_{10} = 1111011.011101001..._{(2)}$
- in $A + S_{8,8}$, 123.456 este 0111101101110100

Observatii:

- 123.456 "NU INCAPE" pe 16 biti, partea fractionara are mai mult de 8 biti; daca totusi am incerca sa scriem numarul in $A + S_{8,8}$, ceea ce obtinem (0111101101110100) este reprezentarea unui alt numar; daca transformam reprezentarea obtinuta inapoi in baza 10 vom observa ca NU ajungem la numarul 123.456, ci la 123.453125

Rezolvare b)

- $75.45_{(10)} = ?_{(2)}$

partea intreaga

$$\begin{aligned} 75 \;/\; 2 &= 37 \; rest \; 1 \\ 37 \;/\; 2 &= 18 \; rest \; 1 \\ 18 \;/\; 2 &= 9 \; rest \; 0 \\ 9 \;/\; 2 &= 4 \; rest \; 1 \\ 4 \;/\; 2 &= 2 \; rest \; 0 \\ 2 \;/\; 2 &= 1 \; rest \; 0 \\ 1 \;/\; 2 &= 0 \; rest \; 1 \end{aligned}$$

$75_{(10)} = 1001011_{(2)}$

partea fractionara

$$\begin{aligned} 0,45 * 2 &= 0.9 = 0.9 + 0 \\ 0,9 * 2 &= 1.8 = 0.8 + 1 \\ 0,8 * 2 &= 1.6 = 0.6 + 1 \\ 0,6 * 2 &= 1.2 = 0.2 + 1 \\ 0,2 * 2 &= 0.4 = 0.4 + 0 \\ 0,4 * 2 &= 0.8 = 0.8 + 0 \\ 0,8 * 2 &= \ldots \end{aligned}$$

$0,45_{(10)} = 0.011100\ldots_{(2)}$

- $75.45_{10} = 1001011.011100\ldots_{(2)}$

Rezolvare b)

Observatii:

- 75.45 "NU INCAPE" pe 16 biti, partea intreaga are mai mult de 3 biti partea fractionara are mai mult de 8 biti; daca totusi am incerca sa scriem numarul in $A + S_{3,5}$, ceea ce obtinem (01001110) este reprezentarea unui alt numar; daca transformam reprezentarea obtinuta inapoi in baza 10 vom observa ca NU ajungem la numarul 75.45, ci la 2.4375

Rezolvare c)

- Calculam valorile asociate cu reprezentarile, facem adunarea, transformam rezultatul inapoi in A+S

$$val_{A+S}{}^{5,3}(10110111) = -(2^2 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}) = -6.875$$

$$val_{A+S}{}^{5,3}(00010001) = 2^1 + 2^{-3} = 2.125$$

$$10110.111 + 00010.001 = -6.875 + 2.125 = -4.75 = 10100110_{A+S_{5,3}}$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $A + S^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-4.75 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ nu se produce depasire la adunare

Rezolvare d)

- Calculam valorile asociate cu reprezentarile, facem adunarea, transformam rezultatul inapoi in A+S

$$val_{A+S}{}^{5,3}(10011010) = -(2^1 + 2^0 + 2^{-2}) = -3.25$$

$$val_{A+S}{}^{5,3}(11101111) = -(2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^2 + 2^{-3}) = -13.875$$

$$10011.010 + 11101.111 = -3.25 + (-13.875) = -17.125$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $A + S^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-17.125 \notin [-15.875; 15.875] \rightarrow$ SE PRODUCE DEPASIRE LA ADUNARE
- NU putem reprezenta rezultatul in $A + S^{5,3}$
  - ar trebui sa mai "taiem" din biti, iar reprezentarea la care am ajunge ar fi asociata unui alt numar

4. Reprezentari C_1 (pentru a si b valorile ce trebuie transformate difera de cele din curs deoarece, la fel ca si in cazul transformarii in A+S, am ajunge la concluzia ca NU putem reprezenta numerele pe numarul de biti precizat):

- a) $-123.75 = val_{C_1}^{8,3}(?)$
- b) $-75.0625 = val_{C_1}^{8,4}(?)$
- c) $10110.111 + 00010.001 \ in \ C1_{(5,3)}$
- d) $10011.010 + 11101.111 \ in \ C1_{(5,3)}$

Inainte de rezolvarea exercitiului...

- pentru a afla reprezentarea unui numar pozitiv in C1, folosim acelasi algoritm ca la A+S (iar bitul de semn va fi 0)
- pentru numere negative nu avem o astfel de metoda, dar putem ajunge la reprezentarea unui numar negativ prin urmatoarea procedura (se gaseste si in Curs 4, slide 155):
  - aflam reprezentarea numarului pozitiv
  - negam bitii din reprezentarea numarului pozitiv

Rezolvare a)

- aflam reprezentarea numarului pozitiv
    - $123.75 \rightarrow 01111011.110$ *in* $C_1^{8,3}$
- negam (inversam) bitii din reprezentarea lui 123.75; obtinem 10000100.001
- reprezentarea numarului -123.75 va fi 10000100.001

Rezolvare b)

- aflam reprezentarea numarului pozitiv
  - $75.0625 \rightarrow 01001011.0001$ *in* $C_1^{8,4}$
- negam (inversam) bitii din reprezentarea lui 75.0625; obtinem 10110100.1110
- reprezentarea numarului -75.0625 va fi 10110100.1110

Rezolvare c)

- Calculam valorile asociate cu reprezentarile, facem adunarea, transformam rezultatul inapoi in C1

$$val_{C_1}{}^{5,3}(10110111) = (2^2 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}) - (2^4 - 2^{-3}) = -9$$

$$val_{C_1}{}^{5,3}(00010001) = 2^1 + 2^{-3} = 2.125$$

$$10110.111 + 00010.001 = -9 + 2.125 = -6.875$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $C_1^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-6.875 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ NU se produce DEPASIRE LA ADUNARE
- reprezentarea rezultatului in $C_1^{5,3}$ este 11001.000

Rezolvare d)

- Calculam valorile asociate cu reprezentarile, facem adunarea, transformam rezultatul inapoi in C1

$$val_{C1}{}^{5,3}(10011010) = (2^1 + 2^0 + 2^{-2}) - (2^4 - 2^{-3}) = -12.625$$

$$val_{C1}{}^{5,3}(11101111) = (2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}) - (2^4 - 2^{-3}) = -2$$

$$10011.010 + 11101.111 = -12.625 + (-2) = -14.625$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $C_1^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-14.625 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ NU se produce DEPASIRE LA ADUNARE
- reprezentarea rezultatului in $C_1^{5,3}$ este 10001.010

5. Reprezentari C_2 (pentru a si b valorile ce trebuie transformate difera de cele din curs deoarece, la fel ca si in cazul transformarii in A+S, am ajunge la concluzia ca NU putem reprezenta numerele pe numarul de biti precizat):

- a) $-123.75 = val_{C_2}^{8,3}(?)$
- b) $-75.0625 = val_{C_2}^{8,4}(?)$
- c) $10110.111 + 00010.001$ *in* $C_2^{5,3}$
- d) $10011.010 + 11101.111$ *in* $C_2^{5,3}$

Inainte de rezolvarea exercitiului...

- pentru a afla reprezentarea unui numar pozitiv in C2, folosim acelasi algoritm ca la A+S (iar bitul de semn va fi 0)
- pentru numere negative nu avem o astfel de metoda, dar putem ajunge la reprezentarea unui numar negativ prin urmatoarea procedura (se gaseste si in Curs 4, slide 164):
  - aflam reprezentarea numarului pozitiv
  - negam bitii din reprezentarea numarului pozitiv si adunam 0...01

Rezolvare a)

- aflam reprezentarea numarului pozitiv
  - $123.75 \rightarrow 01111011.110$ *in* $C_2^{8,3}$
- negam (inversam) bitii din reprezentarea lui 123.75; obtinem 10000100.001
- adunam 00000000001
  - $10000100001 + 00000000001 = 10000100010$
- reprezentarea numarului -123.75 va fi 10000100.010

Rezolvare b)

- aflam reprezentarea numarului pozitiv
  - $75.0625 \rightarrow 01001011.0001$ *in* $C_2^{8,4}$
- negam (inversam) bitii din reprezentarea lui 75.0625; obtinem 10110100.1110
- adunam 000000000001
  - $101101001110 + 000000000001$
- reprezentarea numarului -75.0625 va fi 10110100.1111

Rezolvare c)

- PRIMA VARIANTA: Calculam valorile asociate cu reprezentarile, facem adunarea, transformam rezultatul inapoi in C2

$$val_{C1}{}^{5,3}(10110111) = (2^2 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}) - (2^4) = -9.125$$

$$val_{C1}{}^{5,3}(00010001) = 2^1 + 2^{-3} = 2.125$$

$$10110.111 + 00010.001 = -9.125 + 2.125 = -7$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $C_2^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-7 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ NU se produce DEPASIRE LA ADUNARE
- reprezentarea rezultatului in $C_2^{5,3}$ este 11001.000

Rezolvare c)

- A DOUA VARIANTA: Adunam direct sirurile de biti

$$10110111 + 00010001 = 11001000(\textit{care reprezinta valoarea } -7 \textit{ in } C_2^{5,3})$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $C_2^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-7 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ NU se produce DEPASIRE LA ADUNARE
- putem verifica daca se produce depasire si altfel
  - depasire se poate produce la adunare doar cand ambii operanzi au acelasi semn iar reprezentarea rezultatului indica semn opus (Curs 4, slide 179)
  - in cazul acestui subpunct, numerele adunate NU au acelasi semn $\rightarrow$ NU se produce depasire

Rezolvare d)

- PRIMA VARIANTA: Calculam valorile asociate cu reprezentarile, facem adunarea, transformam rezultatul inapoi in C_2

$$val_{C_2}{}^{5,3}(10011010) = (2^1 + 2^0 + 2^{-2}) - 2^4 = -12.75$$

$$val_{C_2}{}^{5,3}(11101111) = (2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}) - 2^4 = -2.125$$

$$10011.010 + 11101.111 = -12.75 + (-2.125) = -14.875$$

Observatii:

- interval reprezentabil in $C_2^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-14.874 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ NU se produce DEPASIRE LA ADUNARE
- reprezentarea rezultatului in $C_2^{5,3}$ este 10001.001

Rezolvare d)

- A DOUA VARIANTA: Adunam direct sirurile de biti

$$10011010 + 11101111 = {\color{red}1}10001001 \rightarrow 10001001$$
$$(care\ \ reprezinta\ \ valoarea\ \ -14.875\ \ in\ \ C_2^{5,3})$$

Observatii:

- la adunarea de mai sus, bitul "sulimentar" este ignorat
- interval reprezentabil in $C_2^{5,3}$: [-15.875;15.875]
- rezultatul operatiei de adunare este $-14.875 \in [-15.875; 15.875] \rightarrow$ NU se produce DEPASIRE LA ADUNARE
- putem verifica daca se produce depasire si altfel
  - depasire se poate produce la adunare doar cand ambii operanzi au acelasi semn iar reprezentarea rezultatului indica semn opus (Curs 4, slide 179)
  - in cazul acestui subpunct, numerele adunate au acelasi semn, dar rezultatul adunari are acelasi semn ca si operanzii $\rightarrow$ NU se produce depasire