Logică pentru Informatică

Logica de ordinul I

Examen - 16 Februarie 2022

Subiect pentru studentul: VARIANTA SUPLIMENTARA 16

Reguli:

- Citiți cu atenție subiectele.
- Subjectul este individual.
- Este permisă consultarea bibliografiei.
- Nu este permisă comunicarea cu alte persoane pentru rezolvarea subiectelor. Nu este permisă partajarea ciornelor sau rezolvărilor.
- Acolo unde se cere, scanați rezolvarea în format A4 într-un singur document PDF de maxim 2MB.

Înainte de a încărca soluția, verificați cu atenție calitatea scanării.

În cazul în care calitatea scanării este slabă, rezultatul va reflecta doar ce se observă în scanare fără efort.

• Soluția trebuie încărcată în documentul Google Forms de la adresa:

https://forms.gle/4tjdtZMC53vJDCE69.

- Soluțiile transmise prin orice alt canal de comunicare (e.g., Discord, email) nu sunt acceptate.
- Formularul nu permite încărcarea soluțiilor care nu sunt în format PDF sau au mai mult de 2MB.

0. Introduceti următorul cod în formularul Google:

D569

Introduceți numele dumneavoastră în formularul Google:

VARIANTA SUPLIMENTARA 16

1. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea frază:

Există numere naturale care nu sunt prime sau sunt mai mici decât 0.

Care dintre formulele de mai jos poate fi o traducere fidelă a frazei de mai sus în LP1:

- (a) $(\forall x'.(C'(x') \land (\neg P_2(x') \lor S_3(x'))))$
- (b) $(\exists x_1.(\mathbb{N}(x_1) \land (\neg P_2(x_1) \leftrightarrow S_2(x_1))))$
- (c) $(\exists z_2.(R'(z_2) \leftrightarrow (\neg P'(z_2) \lor S_4(z_2))))$
- (d) $(\exists y_3.(R'(y_3) \land (\neg P(y_3) \lor S_2(y_3))))$
- 2. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este consecință semantică din mulțimea

$$\{(\forall x.(Q(x) \rightarrow R(x)))\}$$
?

- (a) $(\forall x.(Q(x) \rightarrow (\exists y.R(y))))$
- (b) $(\forall x.(Q(x) \rightarrow (\forall y.R(y))))$
- (c) $(\forall y.(\forall x.(Q(x) \rightarrow R(y))))$
- (d) $(\forall x.(\forall y.(Q(x) \rightarrow R(y))))$
- 3. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este echivalentă cu

$$(\neg(\forall x.Q(a)) \land \neg(\forall x.\neg P(b)))?$$

- (a) $(\neg(\forall y.\neg Q(y)) \lor \neg(\exists x.P(y)))$
- (b) $(\neg(\exists x.Q(a)) \land (\forall x.P(b)))$
- (c) $(\neg(\forall y.\neg P(x)) \lor (\exists x.\neg P(y)))$
- (d) $(\neg(\forall x.P(y)) \land (\forall y.\negQ(y)))$
- 4. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este nesatisfiabilă?

- (a) $((\forall y.P(x)) \lor \neg(\exists x.\neg P(a)))$
- (b) $(\forall y. \neg (\neg P(a) \rightarrow \neg P(y)))$
- (c) $((\forall y. \neg P(a)) \rightarrow (\exists x. \neg Q(x)))$
- (d) $((\forall y.Q(y)) \land \neg(\forall x.\neg P(b)))$
- 5. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este validă?

- $(\mathrm{a})\ ((\exists x.\neg Q(y)) \wedge (\exists y.Q(a)))$
- (b) $((\forall y. \neg Q(b)) \lor \neg (\forall x. \neg P(a)))$
- (c) $(\neg(\exists y.Q(b)) \rightarrow (\exists y.\neg Q(b)))$
- (d) $((\exists y.Q(x)) \land \neg(\exists x.\neg P(y)))$
- 6. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$((\forall \mathsf{x}_2.\mathsf{P}_2(\mathsf{i}(\mathsf{b}),\!\mathsf{x}_2)) \land (\exists \mathsf{x}_2.\mathsf{P}_2(\mathsf{x}_2,\!\mathsf{y}'))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală prenex a acesteia?

- (a) $(\exists x_2.(\forall x.(P_2(x_2,y') \land P_2(i(b),x))))$
- (b) $(\exists x_2.(\forall x.(P_2(x,y') \land P_2(i(b),x_2))))$
- (c) $(\forall x_2.(\exists x.(P_2(i(b),x) \land P_2(x_2,y'))))$
- (d) $(\exists x_2.(\forall x_2.(P_2(i(b),x_2) \land P_2(x_2,y'))))$
- 7. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall \mathsf{z'.}(\neg P_3(\mathsf{y}_3, \mathsf{e}) \lor \neg P_3(\mathsf{y}, \mathsf{z'}))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o închidere existențială a acesteia?

- (a) $(\forall y.(\forall y_3.(\forall z'.(\neg P_3(y_3,e) \lor \neg P_3(y,z')))))$
- (b) $(\forall z'.(\exists y.(\exists y_3.(\exists e.(\neg P_3(y_3,e) \lor \neg P_3(y,z'))))))$
- (c) $(\exists e.(\forall z'.(\neg P_3(y_3,e) \lor \neg P_3(y,z'))))$
- (d) $(\exists y.(\exists y_3.(\forall z'.(\neg P_3(y_3,e) \lor \neg P_3(y,z')))))$
- 8. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall x_2.(\exists x'.(\exists x_3.((\neg P_1(j(e),j(x_2)) \lor Q(h(j(x_2),x'))) \land P_1(h(j(e),x_3),e))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală Skolem corespunzătoare acesteia?

- (a) $(\exists x'.(\exists x_3.((\neg P_1(j(e),j(k(x'))) \lor Q(h(j(x_2),x'))) \land P_1(h(j(e),x_3),e))))$
- (b) $(\forall x'.((\neg P_1(j(e),j(x_2)) \lor Q(h(j(x_2),a))) \land P_1(h(j(e),x'),e)))$
- (c) $(\forall x_2.((\neg P_1(j(e),j(x_2)) \lor Q(h(j(x_2),k(x_2)))) \land P_1(h(j(e),j_1(x_2)),e)))$
- (d) $(\forall x'.((\neg P_1(j(e),j(x_2)) \lor Q(h(j(x_2),x'))) \lor P_1(h(j(e),x'),e)))$
- 9. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care problemă de unificare dintre cele de mai jos are cel puțin o soluție?

- (a) $\{y = f(h(a),x), g(a,i(a)) = x\}$
- (b) $\{x \doteq f(i(z),x), g(h(z),i(y)) \doteq x\}$
- (c) $\{y \doteq f(i(y),h(b)), f(h(y),i(x)) \doteq y\}$
- (d) $\{y \doteq f(i(x),b), g(h(y),y) \doteq x\}$

10. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următorul set de clauze:

$$\begin{array}{c} \{P_1\big(h(z,a),j(x_2)\big) \vee P_1\big(h(x_2,y_3),j(z)\big) \vee Q'\big(h(a,h(x_2,y_3))\big), \\ \neg Q'\big(j(h(x_2,y_3))\big) \vee \neg P_1\big(j(z),h(h(x_2,y_3),a)\big)\}. \end{array}$$

Care dintre clauzele de mai jos poate fi obținut prin aplicarea unei singure reguli de Rezolutie de ordinui I?

```
(a) P_1(h(z,a),j(x_2)) \vee Q'(h(a,h(x_2,y_3)))

(b) P_1(h(x_2,y_3),j(z)) \vee Q'(h(a,h(x_2,y_3)))

(c) P_1(h(z,a),j(z)) \vee Q'(h(a,h(z,a)))

(d) P_1(h(z,a),j(x_2))
```

11. Redactați pe o foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos.

Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\left\{ (p_3 \land (q_3 \lor r_2')), (q_3 \rightarrow r_2') \right\} \vdash r_2'$$

12. Redactați pe aceeași foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos și încărcați scanarea foii ca un fisier PDF.

Arătați că următoarea formulă propozițională este satisfiabilă folosind un raționament la nivel semantic:

$$(\neg r \land (r_2 \leftrightarrow p)).$$