

Logică pentru Informatică

Logica de ordinul I

Examen - 25 Ianuarie 2022

Subiect pentru studentul:

Reguli:

- Citiți cu atenție subiectele.
- Subiectul este individual.
- Este permisă consultarea bibliografiei.
- Nu este permisă comunicarea cu alte persoane pentru rezolvarea subiectelor. Nu este permisă partajarea ciornelor sau rezolvărilor.
- Acolo unde se cere, scanați rezolvarea în format A4 într-un singur document PDF de maxim 2MB.

Înainte de a încărca soluția, verificați cu atenție calitatea scanării.

În cazul în care calitatea scanării este slabă, rezultatul va reflecta doar ce se observă în scanare fără efort.

- Soluția trebuie încărcată în documentul Google Forms de la adresa:

<https://forms.gle/CvU6BrA9f1egLy5d8>.

- Soluțiile transmise prin orice alt canal de comunicare (e.g., Discord, email) nu sunt acceptate.
- Formularul nu permite încărcarea soluțiilor care nu sunt în format PDF sau au mai mult de 2MB.

0. Introduceți următorul cod în formularul Google:

H006

Introduceți numele dumneavoastră în formularul Google:

1. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea frază:

Există numere naturale care nu sunt prime sau sunt divizibile cu 1.

Care dintre formulele de mai jos poate fi o traducere fidelă a frazei de mai sus în LP1:

- (a) $(\forall y_3.(I'(y_3) \wedge (\neg P_2(y_3) \vee S_2(y_3))))$
- (b) $(\exists y_2.(Q'(y_2) \wedge (\neg P_3(y_2) \leftrightarrow S(y_2))))$
- (c) $(\exists y.(I(y) \wedge (\neg P(y) \vee S_4(y))))$
- (d) $(\exists z_2.(C(z_2) \leftrightarrow (\neg P(z_2) \vee S_4(z_2))))$

2. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este consecință semantică din mulțimea

$$\{(\forall x.(Q(x) \rightarrow P(x)))\}?$$

- (a) $(\forall y.(\forall x.(Q(x) \rightarrow P(y))))$
- (b) $(\forall x.(Q(x) \rightarrow (\forall y.P(y))))$
- (c) $(\forall x.(Q(x) \rightarrow (\exists y.P(y))))$
- (d) $(\forall x.(\forall y.(Q(x) \rightarrow P(y))))$

3. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este echivalentă cu

$$(\forall x. \neg(\neg P(x) \rightarrow Q(x)))?$$

- (a) $\neg(\forall x.(Q(b) \rightarrow Q(x)))$
- (b) $((\forall x. \neg Q(y)) \wedge (\forall x. \neg Q(a)))$
- (c) $(\neg(\forall y. \neg Q(a)) \wedge \neg(\forall y.P(a)))$
- (d) $\neg(\exists y. \neg(\neg Q(y) \wedge \neg P(y)))$

4. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este nesatisfiabilă?

- (a) $((\forall x.P(x)) \wedge (\exists x.P(a)))$
- (b) $\neg(\exists x.(P(x) \rightarrow P(b)))$
- (c) $((\exists y. \neg P(x)) \wedge (\exists x. \neg P(b)))$
- (d) $(\neg(\exists y. \neg P(y)) \rightarrow \neg(\forall x.Q(y)))$

5. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este validă?

- (a) $(\neg(\exists y. \neg Q(b)) \rightarrow \neg(\exists x. Q(y)))$
- (b) $(\neg(\exists x. \neg Q(a)) \rightarrow \neg(\forall x. \neg Q(a)))$
- (c) $((\exists y. \neg Q(x)) \wedge (\exists y. \neg P(x)))$
- (d) $\neg(\forall x. (P(b) \wedge \neg Q(y)))$

6. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\neg P_2(z_2, a) \rightarrow (\forall z_2. (\neg R(z_2) \vee \neg P_2(z_2, x_2))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală prenex a acesteia?

- (a) $(\forall x. ((\neg R(x) \vee \neg P_2(x, x_2)) \vee P_2(z_2, a)))$
- (b) $(\exists x. ((R(x) \wedge P_2(x, x_2)) \rightarrow P_2(z_2, a)))$
- (c) $(\forall x. ((R(x) \wedge P_2(x, x_2)) \rightarrow P_2(x, a)))$
- (d) $(\forall z_2. ((P_2(z_2, x_2) \wedge R(z_2)) \rightarrow P_2(z_2, a)))$

7. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall x. (\exists x_2. (P'(i(x), a) \rightarrow (N'(i(x_2)) \wedge \neg P'(x_3, x_3)))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o închidere existențială a acesteia?

- (a) $(\forall x_3. (\forall a. (\forall x. (\exists x_2. (P'(i(x), a) \rightarrow (N'(i(x_2)) \wedge \neg P'(x_3, x_3)))))))$
- (b) $(\exists x_3. (\exists a. (\forall x. (\exists x_2. (P'(i(x), a) \rightarrow (N'(i(x_2)) \wedge \neg P'(x_3, x_3)))))))$
- (c) $(\forall x. (\exists x_3. (\exists x_2. (P'(i(x), a) \rightarrow (N'(i(x_2)) \wedge \neg P'(x_3, x_3))))))$
- (d) $(\exists x_3. (\forall x. (\exists x_2. (P'(i(x), a) \rightarrow (N'(i(x_2)) \wedge \neg P'(x_3, x_3))))))$

8. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\exists y. (\forall y'. (\exists z_2. (P_2(g(i_1(y), y'), e) \wedge (P_2(g(y, y'), z_2) \wedge \neg I(g(y', z_2))))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală Skolem corespunzătoare acesteia?

- (a) $(\forall y'. (P_2(g(i_1(c), y'), e) \wedge (P_2(g(c, y'), k_1(y')) \wedge \neg I(g(y', k_1(y'))))))$
- (b) $(\forall y'. (P_2(g(i_1(y), y'), e) \wedge (P_2(g(y, y'), c) \wedge \neg I(g(y', c)))))$
- (c) $(\forall y'. (P_2(g(i_1(k_1(y')), y'), e) \wedge (P_2(g(k_1(y'), y'), e) \wedge \neg I(g(y', e)))))$
- (d) $(\forall y'. (P_2(g(i_1(y'), y'), e) \wedge (P_2(g(y', y'), y') \wedge \neg I(g(y', y')))))$

9. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care problemă de unificare dintre cele de mai jos are cel puțin o soluție?

- (a) $\{y \doteq f(i(z), a), g(b, x) \doteq x\}$
- (b) $\{z \doteq g(h(b), h(a)), f(h(z), i(b)) \doteq x\}$
- (c) $\{x \doteq g(h(z), x), f(i(x), i(z)) \doteq x\}$
- (d) $\{x \doteq f(i(x), i(z)), f(h(z), i(a)) \doteq x\}$

10. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următorul set de clauze:

$$\{\neg P_2(j(b), j(b)) \vee \neg P_2(j(j(z_2)), x_2), \neg R(j(j(z_2))) \vee P_2(j(z_2), b), R(h(b, x_2)) \vee \neg R(x_2)\}.$$

Care dintre clauzele de mai jos poate fi obținut prin aplicarea unui singur pas de rezoluție?

- (a) $\neg R(j(j(z_2)))$
- (b) $P_2(j(z_2), b)$
- (c) $\neg R(j(j(j(z_2)))) \vee \neg P_2(j(b), j(b))$
- (d) $\neg P_2(j(b), j(b)) \vee \neg R(j(j(z_2)))$

11. Redactați pe o foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos.

Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(\exists x_2. \neg(R'(x_2) \vee Q'(x_2))), (\forall y_1. \neg(\neg R'(y_1) \wedge \neg Q'(y_1)))\} \vdash \perp$$

12. Redactați pe aceeași foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos și încărcați scanarea foi ca un fișier PDF.

Acest exercițiu este doar pentru acei studenți care nu au îndeplinit criteriile: C1, C3 sau C5.

Arătați că următoarea formulă propozițională este satisfiabilă folosind un raționament la nivel semantic:

$$((q \rightarrow r_1) \vee (q \leftrightarrow r_1)).$$