

Logică pentru Informatică

Logica de ordinul I

Examen - 16 Februarie 2022

Subiect pentru studentul: ȘTEFĂNOAIA

Reguli:

- Citiți cu atenție subiectele.
- Subiectul este individual.
- Este permisă consultarea bibliografiei.
- Nu este permisă comunicarea cu alte persoane pentru rezolvarea subiectelor. Nu este permisă partajarea ciornelor sau rezolvărilor.
- Acolo unde se cere, scanați rezolvarea în format A4 într-un singur document PDF de maxim 2MB.

Înainte de a încărca soluția, verificați cu atenție calitatea scanării.

În cazul în care calitatea scanării este slabă, rezultatul va reflecta doar ce se observă în scanare fără efort.

- Soluția trebuie încărcată în documentul Google Forms de la adresa:

<https://forms.gle/4tjdtZMC53vJDCE69>.

- Soluțiile transmise prin orice alt canal de comunicare (e.g., Discord, email) nu sunt acceptate.
- Formularul nu permite încărcarea soluțiilor care nu sunt în format PDF sau au mai mult de 2MB.

0. Introduceți următorul cod în formularul Google:

H491

Introduceți numele dumneavoastră în formularul Google:

ȘTEF

AI

1. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea frază:

Toate numerele reale nu sunt impare sau nu sunt mai mari decât 0.

Care dintre formulele de mai jos poate fi o traducere fidelă a frazei de mai sus în LP1:

- (a) $(\exists x_2.(C(x_2) \rightarrow (\neg P_2(x_2) \vee \neg S_1(x_2))))$
- (b) $(\forall z_1.(R'(z_1) \rightarrow (\neg P_2(z_1) \leftrightarrow \neg S_1(z_1))))$
- (c) $(\forall y_1.(Q(y_1) \rightarrow (\neg P_4(y_1) \wedge \neg S_1(y_1))))$
- (d) $(\forall y'.(C(y') \rightarrow (\neg P'(y') \vee \neg S_2(y'))))$

2. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este consecință semantică din mulțimea

$$\{(\forall x.(R(x) \rightarrow P(x)))\}?$$

- (a) $(\forall x.(R(x) \rightarrow (\forall y.P(y))))$
- (b) $(\forall x.(R(x) \rightarrow (\exists y.P(y))))$
- (c) $(\forall x.(\forall y.(R(x) \rightarrow P(y))))$
- (d) $(\forall y.(\forall x.(R(x) \rightarrow P(y))))$

3. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este echivalentă cu

$$((\exists y.Q(x)) \rightarrow \neg(\exists y.P(x)))?$$

- (a) $((\forall y.P(x)) \wedge \neg(\exists y.P(a)))$
- (b) $(\neg(\forall y.P(x)) \rightarrow \neg(\forall x.Q(y)))$
- (c) $((\forall y.Q(y)) \wedge (\forall x.P(a)))$
- (d) $(\exists y.(\neg P(x) \vee \neg Q(x)))$

4. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este nesatisfiabilă?

- (a) $(\neg(\exists y.\neg Q(x)) \rightarrow \neg(\exists x.Q(y)))$
- (b) $(\neg(\exists y.\neg P(x)) \rightarrow (\exists y.\neg Q(y)))$
- (c) $(\neg(\exists y.Q(y)) \wedge (\exists y.Q(y)))$
- (d) $(\forall y.(\neg P(y) \rightarrow \neg Q(b)))$

5. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este validă?

- (a) $(\neg(\exists x. \neg Q(a)) \rightarrow (\forall x. P(a)))$
- (b) $((\exists x. \neg Q(x)) \vee \neg(\exists y. \neg Q(y)))$
- (c) $((\exists x. P(a)) \vee (\forall x. P(y)))$
- (d) $(\neg(\forall y. \neg P(y)) \wedge (\forall x. \neg P(a)))$

6. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$((\exists x'. P_4(i(x'), y_3)) \wedge (\forall x'. P_4(b, x'))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală prenex a acesteia?

- (a) $(\forall x'. (\exists z_3. (\neg P_4(b, z_3) \vee \neg P_4(i(x'), y_3))))$
- (b) $(\exists x'. (\forall z_3. (P_4(i(x'), y_3) \wedge P_4(b, z_3))))$
- (c) $(\exists x'. (\forall x'. (P_4(i(x'), y_3) \wedge P_4(b, x'))))$
- (d) $(\exists x'. (\forall x'. (P_4(b, x') \wedge P_4(i(x'), y_3))))$

7. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall z_3. (\exists x_3. (P_1(i(z_3), e) \rightarrow (\neg P_1(z_2, z_2) \wedge I'(x_3)))))$$

Care dintre formulele de mai jos este o închidere existențială a acesteia?

- (a) $(\forall z_3. (\exists z_2. (\exists x_3. (P_1(i(z_3), e) \rightarrow (\neg P_1(z_2, z_2) \wedge I'(x_3)))))$
- (b) $(\exists z_2. (\forall z_3. (\exists x_3. (P_1(i(z_3), e) \rightarrow (\neg P_1(z_2, z_2) \wedge I'(x_3)))))$
- (c) $(\forall z_2. (\forall e. (\forall z_3. (\exists x_3. (P_1(i(z_3), e) \rightarrow (\neg P_1(z_2, z_2) \wedge I'(x_3)))))$
- (d) $(\forall z_3. (\exists x_3. (\exists z_2. (P_1(i(z_3), e) \rightarrow (\neg P_1(z_2, z_2) \wedge I'(x_3)))))$

8. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\exists x_1. (\forall y. (\exists z_2. (P_2(f(x_1, y), e) \wedge (P_2(f(y, j_1(e)), z_2) \rightarrow \neg C'(f(j_1(e), z_2))))))$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală Skolem corespunzătoare acesteia?

- (a) $(\forall y. (P_2(f(a, y), e) \wedge (P_2(f(y, j_1(e)), j(y)) \rightarrow \neg C'(f(j_1(e), j(y)))))$
- (b) $(\forall y. (P_2(f(j(e), y), e) \wedge (P_2(f(y, j_1(e)), a) \rightarrow \neg C'(f(j_1(e), a)))))$
- (c) $(\forall y. (P_2(f(j(e), y), e) \wedge (P_2(f(y, j_1(e)), h(x_1, y)) \rightarrow \neg C'(f(j_1(e), h(x_1, y)))))$
- (d) $(\forall y. (P_2(f(j(y), y), e) \wedge (P_2(f(y, j_1(e)), a) \rightarrow \neg C'(f(j_1(e), a)))))$

9. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care problemă de unificare dintre cele de mai jos are cel puțin o soluție?

- (a) $\{x \doteq g(x, a), g(h(x), b) \doteq x\}$
- (b) $\{y \doteq g(h(b), b), f(h(a), i(a)) \doteq x\}$
- (c) $\{x \doteq f(x, x), f(i(y), h(z)) \doteq x\}$
- (d) $\{x \doteq g(h(b), h(x)), h(z) \doteq x\}$

10. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următorul set de clauze:

$$\{\neg Q'(k_1(k_1(a))) \vee P(h(k_1(z), k_1(a)), x_3), R(z_3, k_1(z_3), k_1(a)) \vee \neg P(z_3, k_1(z_3)) \vee Q'(k_1(z)), \\ \neg R(k_1(a), k_1(k_1(a)), h(k_1(z), k_1(a)))\}.$$

Care dintre clauzele de mai jos poate fi obţinut prin aplicarea unei singure reguli de Rezoluţie de ordinul I?

- (a) $P(h(k_1(z), k_1(a)), x_3) \vee \neg P(z_3, k_1(z_3))$
- (b) \square
- (c) $P(h(k_1(z), k_1(a)), x_3) \vee \neg P(z_3, k_1(z_3)) \vee R(z_3, k_1(z_3), k_1(a))$
- (d) $\neg P(z_3, k_1(z_3)) \vee Q'(k_1(z))$

11. Redactaţi pe o foaie A4 rezolvarea pentru exerciţiul de mai jos.

Găsiţi o demonstraţie formală pentru următoarea secvenţă:

$$\{(\neg p_1 \wedge \neg q), \neg \neg(p_1 \vee q)\} \vdash \\ \perp$$

12. Redactaţi pe aceeaşi foaie A4 rezolvarea pentru exerciţiul de mai jos şi încărcaţi scanarea foi ca un fişier PDF.

Arătaţi că următoarea formulă propoziţională este satisfiabilă folosind un raţionament la nivel semantic:

$$(\neg r_2 \rightarrow (r \leftrightarrow r_2)).$$