

Logică pentru Informatică

Logica de ordinul I

Examen - 16 Februarie 2022

Subiect pentru studentul: AL

Reguli:

- Citiți cu atenție subiectele.
- Subiectul este individual.
- Este permisă consultarea bibliografiei.
- Nu este permisă comunicarea cu alte persoane pentru rezolvarea subiectelor. Nu este permisă partajarea ciornelor sau rezolvărilor.
- Acolo unde se cere, scanați rezolvarea în format A4 într-un singur document PDF de maxim 2MB.

Înainte de a încărca soluția, verificați cu atenție calitatea scanării.

În cazul în care calitatea scanării este slabă, rezultatul va reflecta doar ce se observă în scanare fără efort.

- Soluția trebuie încărcată în documentul Google Forms de la adresa:

<https://forms.gle/4tjdtZMC53vJDCE69>.

- Soluțiile transmise prin orice alt canal de comunicare (e.g., Discord, email) nu sunt acceptate.
- Formularul nu permite încărcarea soluțiilor care nu sunt în format PDF sau au mai mult de 2MB.

0. Introduceți următorul cod în formularul Google:

A009

Introduceți numele dumneavoastră în formularul Google:

AL

1. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea frază:

Toate numerele raționale sunt pătrate perfecte și nu sunt egale cu 0.

Care dintre formulele de mai jos poate fi o traducere fidelă a frazei de mai sus în LP1:

- (a) $(\forall y_3. \neg(N'(y_3) \leftrightarrow (P(y_3) \vee S_1(y_3))))$
- (b) $\neg(\exists x'. (Q'(x') \rightarrow (P_3(x') \vee S(x'))))$
- (c) $(\forall y_1. (N(y_1) \rightarrow (P(y_1) \vee S'(y_1))))$
- (d) $(\forall x_3. (C(x_3) \rightarrow (P_3(x_3) \wedge \neg S(x_3))))$

2. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este consecință semantică din mulțimea

$$\{(\forall x. (Q(x) \rightarrow P(x)))\}?$$

- (a) $(\forall x. (Q(x) \rightarrow (\exists y. P(y))))$
- (b) $(\forall x. (Q(x) \rightarrow (\forall y. P(y))))$
- (c) $(\forall y. (\forall x. (Q(x) \rightarrow P(y))))$
- (d) $(\forall x. (\forall y. (Q(x) \rightarrow P(y))))$

3. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este echivalentă cu

$$(\neg(\forall x. \neg Q(b)) \rightarrow \neg(\forall x. \neg Q(a)))?$$

- (a) $(\neg(\exists x. Q(b)) \vee \neg(\exists x. \neg Q(a)))$
- (b) $((\exists x. \neg Q(x)) \rightarrow (\exists y. \neg P(x)))$
- (c) $((\forall x. \neg Q(y)) \rightarrow \neg(\exists x. \neg Q(y)))$
- (d) $(\neg(\exists x. Q(y)) \rightarrow \neg(\exists y. \neg P(x)))$

4. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este nesatisfiabilă?

- (a) $\neg(\forall y. (Q(a) \wedge \neg Q(y)))$
- (b) $((\forall x. \neg P(y)) \wedge (\exists y. \neg Q(b)))$
- (c) $((\forall x. \neg Q(x)) \vee \neg(\forall x. Q(x)))$
- (d) $((\forall x. P(b)) \wedge (\forall x. \neg P(x)))$

5. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este validă?

- (a) $((\forall x. \neg P(x)) \rightarrow \neg(\exists x. \neg P(x)))$
- (b) $(\forall y. \neg(\neg P(b) \vee P(y)))$
- (c) $\neg(\exists y. \neg(\neg P(x) \vee \neg Q(x)))$
- (d) $(\neg(\forall y. P(b)) \rightarrow \neg(\forall x. P(b)))$

6. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$((\exists x_2. (R'(x_2) \wedge P_3(x_2, x))) \rightarrow P_3(x_2, a)).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală prenex a acesteia?

- (a) $(\forall x_1. ((R'(x_1) \wedge P_3(x_1, x)) \rightarrow P_3(x_2, a)))$
- (b) $(\forall x_2. (\neg(P_3(x_2, x) \wedge R'(x_2)) \vee P_3(x_1, a)))$
- (c) $(\exists x_1. ((R'(x_1) \wedge P_3(x_1, x)) \rightarrow P_3(x_2, a)))$
- (d) $(\forall x_1. ((R'(x_1) \wedge P_3(x_1, x)) \rightarrow P_3(x_1, a)))$

7. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall z. (\exists z'. ((\neg P_3(z_3, z_3) \wedge C(z')) \rightarrow P_3(i(z), b))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o închidere existențială a acesteia?

- (a) $(\exists z_3. (\exists b. (\forall z. (\exists z'. ((\neg P_3(z_3, z_3) \wedge C(z')) \rightarrow P_3(i(z), b))))))$
- (b) $(\forall z_3. (\forall b. (\forall z. (\exists z'. ((\neg P_3(z_3, z_3) \wedge C(z')) \rightarrow P_3(i(z), b))))))$
- (c) $(\forall z. (\exists z'. (\exists z_3. (\exists b. ((\neg P_3(z_3, z_3) \wedge C(z')) \rightarrow P_3(i(z), b))))))$
- (d) $(\exists z_3. (\forall z. (\exists z'. ((\neg P_3(z_3, z_3) \wedge C(z')) \rightarrow P_3(i(z), b))))))$

8. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall y_2. (\exists z'. (\exists y_1. ((\neg P_2(j_1(c), h(c, y_2)) \rightarrow Q(h(j_1(y_2), z'))) \rightarrow P_2(h(y_2, y_1), c))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală Skolem corespunzătoare acesteia?

- (a) $(\exists z'. (\exists y_1. ((\neg P_2(j_1(c), h(c, z')) \rightarrow Q(h(j_1(y_2), z'))) \rightarrow P_2(h(y_2, y_1), c))))$
- (b) $(\forall z'. ((\neg P_2(j_1(c), h(c, y_2)) \rightarrow Q(h(j_1(y_2), c))) \wedge P_2(h(y_2, j(c)), c)))$
- (c) $(\forall z'. ((\neg P_2(j_1(c), h(c, y_2)) \rightarrow Q(h(j_1(y_2), z'))) \wedge P_2(h(y_2, j(c)), c)))$
- (d) $(\forall y_2. ((\neg P_2(j_1(c), h(c, y_2)) \rightarrow Q(h(j_1(y_2), j(y_2)))) \rightarrow P_2(h(y_2, i_1(y_2)), c)))$

9. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care problemă de unificare dintre cele de mai jos are cel puțin o soluție?

- (a) $\{y \doteq g(i(a), h(a)), g(h(b), i(x)) \doteq x\}$
- (b) $\{y \doteq f(h(x), h(a)), f(i(x), y) \doteq x\}$
- (c) $\{y \doteq g(i(b), h(a)), g(i(y), i(a)) \doteq y\}$
- (d) $\{z \doteq f(i(x), h(a)), g(h(b), i(z)) \doteq y\}$

10. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următorul set de clauze:

$$\{P_4(x_2, k(z)) \vee P_4(h(z, e), k(z')) \vee C'(h(e, x_2)), \neg C'(k(x_2)) \vee \neg P_4(k(z), h(x_2, e))\}.$$

Care dintre clauzele de mai jos poate fi obținut prin aplicarea unei singure reguli de Rezoluție de ordinul I?

(a) $P_4(x_2, k(z)) \vee P_4(h(z, e), k(z')) \vee \neg P_4(k(z), h(x_2, e))$

(b) $P_4(x_2, k(z)) \vee C'(h(e, x_2))$

(c) \square

(d) $P_4(h(z, e), k(z)) \vee C'(h(e, h(z, e)))$

11. Redactați pe o foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos.

Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(p \rightarrow q'_2)\} \vdash ((q'_2 \rightarrow r') \rightarrow \neg(p \wedge \neg r'))$$

12. Redactați pe aceeași foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos și încărcați scanarea foii ca un fișier PDF.

Arătați că următoarea formulă propozițională este satisfiabilă folosind un raționament la nivel semantic:

$$((p \rightarrow r_1) \wedge (p \wedge r)).$$