

Logică pentru Informatică

Logica de ordinul I

Examen - 16 Februarie 2022

Subiect pentru studentul:

Reguli:

- Citiți cu atenție subiectele.
- Subiectul este individual.
- Este permisă consultarea bibliografiei.
- Nu este permisă comunicarea cu alte persoane pentru rezolvarea subiectelor. Nu este permisă partajarea ciornelor sau rezolvărilor.
- Acolo unde se cere, scanați rezolvarea în format A4 într-un singur document PDF de maxim 2MB.

Înainte de a încărca soluția, verificați cu atenție calitatea scanării.

În cazul în care calitatea scanării este slabă, rezultatul va reflecta doar ce se observă în scanare fără efort.

- Soluția trebuie încărcată în documentul Google Forms de la adresa:

<https://forms.gle/4tjdtZMC53vJDCE69>.

- Soluțiile transmise prin orice alt canal de comunicare (e.g., Discord, email) nu sunt acceptate.
- Formularul nu permite încărcarea soluțiilor care nu sunt în format PDF sau au mai mult de 2MB.

0. Introduceţi următorul cod în formularul Google:

G031

Introduceţi numele dumneavoastră în formularul Google:

AŞT

1. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea frază:

Toate numerele naturale sunt pătrate perfecte sau nu sunt egale cu 0.

Care dintre formulele de mai jos poate fi o traducere fidelă a frazei de mai sus în LP1:

- (a) $(\forall x_2.(R(x_2) \rightarrow (P_1(x_2) \wedge \neg S(x_2))))$
- (b) $(\exists x_3.(C'(x_3) \rightarrow (P_3(x_3) \vee \neg S'(x_3))))$
- (c) $(\forall y_1.(Q(y_1) \rightarrow (P_1(y_1) \vee \neg S(y_1))))$
- (d) $\neg(\forall y'.(C(y') \rightarrow (P_2(y') \vee \neg S_2(y'))))$

2. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este consecinţă semantică din mulţimea

$$\{(\forall x.(P(x) \rightarrow Q(x)))\}?$$

- (a) $(\forall x.(P(x) \rightarrow (\forall y.Q(y))))$
- (b) $(\forall x.(\forall y.(P(x) \rightarrow Q(y))))$
- (c) $(\forall x.(P(x) \rightarrow (\exists y.Q(y))))$
- (d) $(\forall y.(\forall x.(P(x) \rightarrow Q(y))))$

3. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este echivalentă cu

$$(\forall y. \neg(Q(y) \rightarrow \neg P(x)))?$$

- (a) $((\forall y. \neg Q(x)) \rightarrow \neg(\exists y.P(x)))$
- (b) $((\exists y.P(y)) \rightarrow \neg(\forall y.P(b)))$
- (c) $((\exists y.P(x)) \wedge (\forall y.Q(y)))$
- (d) $(\neg(\forall y.P(a)) \wedge (\forall y. \neg Q(x)))$

4. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este nesatisfiabilă?

- (a) $\neg(\exists x.(\neg P(a) \wedge P(a)))$
- (b) $(\neg(\forall x. \neg P(b)) \wedge \neg(\forall x. \neg Q(a)))$
- (c) $((\forall y.Q(x)) \wedge \neg(\exists y. \neg Q(x)))$
- (d) $((\exists x. \neg Q(a)) \wedge (\exists x.Q(a)))$

5. Alegeţi în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care formulă dintre cele de mai jos este validă?

- (a) $(\neg(\forall x.P(a)) \vee \neg(\exists x.\neg P(a)))$
- (b) $(\neg(\exists x.P(y)) \wedge \neg(\forall x.Q(x)))$
- (c) $((\exists x.\neg Q(y)) \rightarrow (\forall y.\neg P(b)))$
- (d) $((\forall y.Q(b)) \vee \neg(\exists y.\neg Q(b)))$

6. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$((\exists z_1.(Q(z_1) \wedge P_1(z_1, y_2))) \rightarrow P_1(z_1, a)).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală prenex a acesteia?

- (a) $(\forall y_1.((P_1(y_1, y_2) \wedge Q(y_1)) \rightarrow P_1(z_1, a)))$
- (b) $(\forall z_1.(\neg(P_1(z_1, y_2) \wedge Q(z_1)) \vee P_1(y_1, a)))$
- (c) $(\forall y_1.((P_1(y_1, y_2) \wedge Q(y_1)) \rightarrow P_1(y_1, a)))$
- (d) $(\forall y_2.(\neg(P_1(y_2, y_2) \wedge Q(y_2)) \vee P_1(z_1, a)))$

7. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall y.(\neg P(x', j(y)) \vee \neg P(z_3, b))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o închidere existențială a acesteia?

- (a) $(\exists x'.(\exists z_3.(\forall y.(\neg P(x', j(y)) \vee \neg P(z_3, b))))))$
- (b) $(\exists x'.(\exists z_3.(\exists b.(\forall y.(\neg P(x', j(y)) \vee \neg P(z_3, b))))))$
- (c) $(\forall y.(\exists x'.(\exists z_3.(\neg P(x', j(y)) \vee \neg P(z_3, b))))))$
- (d) $(\forall y.(\exists x'.(\neg P(x', j(y)) \vee \neg P(z_3, b))))$

8. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următoarea formulă:

$$(\forall z'.(\exists z_1.(\exists x.((\neg P_3(i_1(e), i_1(z')) \rightarrow I(g(e, z_1))) \rightarrow P_3(i_1(x), e))))).$$

Care dintre formulele de mai jos este o formă normală Skolem corespunzătoare acesteia?

- (a) $(\forall z_1.((\neg P_3(i_1(e), i_1(z')) \rightarrow I(g(e, c))) \rightarrow P_3(i_1(z_1), e)))$
- (b) $(\exists z_1.(\exists x.((\neg P_3(i_1(e), i_1(e)) \rightarrow I(g(e, z_1))) \rightarrow P_3(i_1(x), e))))$
- (c) $(\forall z_1.((\neg P_3(i_1(e), i_1(z')) \rightarrow I(g(e, z'))) \wedge P_3(i_1(z_1), e)))$
- (d) $(\forall z'.((\neg P_3(i_1(e), i_1(z')) \rightarrow I(g(e, j_1(z')))) \rightarrow P_3(i_1(i(z')), e)))$

9. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Care problemă de unificare dintre cele de mai jos are cel puțin o soluție?

- (a) $\{z \doteq f(i(z), a), f(h(y), h(x)) \doteq x\}$
- (b) $\{y \doteq g(b, h(y)), g(i(b), i(a)) \doteq y\}$
- (c) $\{z \doteq f(h(b), h(x)), g(i(x), z) \doteq y\}$
- (d) $\{z \doteq g(i(a), z), f(i(b), h(a)) \doteq x\}$

10. Alegeți în formularul Google litera corespunzătoare răspunsului corect.

Considerăm următorul set de clauze:

$$\{P_2(g(y_3, a), k_1(z_2)) \vee P_2(g(z_2, z_1), k_1(y_3)) \vee N'(g(a, g(z_2, z_1))), \\ \neg N'(k_1(g(z_2, z_1))) \vee \neg P_2(k_1(y_3), g(g(z_2, z_1), a))\}.$$

Care dintre clauzele de mai jos poate fi obținut prin aplicarea unei singure reguli de Rezoluție de ordinul I?

- (a) $P_2(g(z_2, z_1), k_1(y_3)) \vee P_2(g(y_3, a), k_1(z_2)) \vee \neg P_2(k_1(y_3), g(g(z_2, z_1), a))$
- (b) $P_2(g(z_2, z_1), k_1(y_3)) \vee N'(g(a, g(z_2, z_1)))$
- (c) $P_2(g(y_3, a), k_1(z_2)) \vee N'(g(a, g(z_2, z_1))) \vee \neg N'(k_1(g(z_2, z_1)))$
- (d) $P_2(g(y_3, a), k_1(y_3)) \vee N'(g(a, g(y_3, a)))$

11. Redactați pe o foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos.

Găsiți o demonstrație formală pentru următoarea secvență:

$$\{(p' \wedge (q \vee r_3)), (q \rightarrow r_3)\} \vdash$$

$$r_3$$

12. Redactați pe aceeași foaie A4 rezolvarea pentru exercițiul de mai jos și încărcați scanarea foi ca un fișier PDF.

Arătați că următoarea formulă propozițională este satisfiabilă folosind un raționament la nivel semantic:

$$((r_2 \rightarrow r_1) \wedge (r_2 \leftrightarrow p)).$$