EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

de Busca AVL

# Aula 13 AVL: Rotações e Algoritmo Inserir

#### Estruturas de Dados Avançadas

Professor Eurinardo Rodrigues Costa Universidade Federal do Ceará Campus Russas

2021.1

#### Sumário

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

le Busca AVL

- Aula Passada
- 2 Rotações
- 3 Árvore Binária de Busca AVL
  - Algoritmo Inserir

#### Aula Passada

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binária de Busca AVI

#### Aula Passada

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binária de Busca AVL Algoritmo Inserir

#### Definição (Árvore Binária de Busca AVL)

ABB em que cada nó v temos que

$$-1 \leq h_D(v) - h_E(v) \leq 1$$

- $h_D(v) = altura da subárvore direita de v$
- h<sub>E</sub>(v) = altura da subárvore esquerda de v

neste caso dizemos que v é regulado e, em caso contrário, dizemos que v é desregulado.

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Arvore Binaria de Busca AVL

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Arvore Binária de Busca AVI

Algoritmo Inserir

Algoritmo 2: Caso1(pt, h)

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

arvore Binaria de Busca AVL

de busca Avi

Algoritmo 3: Caso1(pt, h)

**Entrada:** pt o ponteiro para o nó para fazer rotação

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binária

Algoritmo Inserir

Algoritmo 4: Caso1(pt, h)

Entrada: pt → ponteiro para o nó para fazer rotação

Saída:  $h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a rotação} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}$ 

Prof.

Rotações

```
Algoritmo 5: Caso1(pt. h)
    Entrada: pt \rightarrow ponteiro para o nó para fazer rotação
    Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a rotação} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
 1 ptu ← pt.esq
 2 se ptu.bal = -1 então
          pt.esq ← ptu.dir
         ptu.dir \leftarrow pt
        pt \leftarrow ptu
          pt.dir.bal \leftarrow 0
 7 senão
          ptv \leftarrow ptu.dir
          ptu.dir ← ptv.esq
          ptv.esa ← ptu
10
          pt.esq ← ptv.dir
11
          ptv.dir \leftarrow pt
12
          se ptv.bal = 1 então
13
                pt.bal \leftarrow 0
14
                ptu.bal \leftarrow -1
15
16
          senão
                pt.bal \leftarrow 1
17
                ptu.bal \leftarrow 0
18
          pt \leftarrow ptv
20 pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binária de Busca AVI

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotaçõe:

Árvore Binári

Algoritmo Inserir

Algoritmo 7: InserirAVL(x, pt, h)

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

Algoritmo Inserir

Algoritmo 8: InserirAVL(x, pt, h)

**Entrada:**  $x \rightarrow$  chave para inserir

 ${\it pt} 
ightarrow {\it ponteiro}$  para o nó raiz da AVL

Prof.

Algoritmo Inserir

Algoritmo 9: InserirAVL(x, pt, h)

**Entrada:**  $x \rightarrow$  chave para inserir

 $pt \rightarrow$  ponteiro para o nó raiz da AVL

Saída:  $h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}$ 

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binár de Busca AV

```
Algoritmo 10: InserirAVL(x, pt, h)
Entrada: x \to chave para inserir pt \to ponteiro para o nó raiz da AVL
Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binár

Algoritmo Inserir

```
Algoritmo 11: InserirAVL(x, pt, h)

Entrada: x \rightarrow chave para inserir

pt \rightarrow ponteiro para o nó raiz da AVL

Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
```

1 se  $pt = \lambda$  então

iniciarNó(pt, x);

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

Algoritmo Inserir

```
Algoritmo 12: InserirAVL(x, pt, h)
Entrada: x \to chave para inserir
pt \to \text{ponteiro para o nó raiz da AVL}
Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
```

1 se  $pt = \lambda$  então

iniciarNó(pt, x);  $h \leftarrow V$ ;

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 13: InserirAVL(x, pt, h)
Entrada: x \to chave para inserir pt \to ponteiro para o nó raiz da AVL
Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
2 | inicianNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
      Algoritmo 14: InserirAVL(x, pt, h)

      Entrada: x \to chave para inserir

      pt \to ponteiro para o nó raiz da AVL

      Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}

      1 se pt = \lambda então

      2 | iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;

      3 senão

      4 | se x = pt. chave então
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

de Dasea / ()

```
      Algoritmo 15: InserirAVL(x, pt, h)

      Entrada: x \to chave para inserir

      pt \to ponteiro para o nó raiz da AVL

      Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}

      1 se pt = \lambda então

      2 | iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;

      3 senão

      4 | se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

Algoritmo Ingorir

```
      Algoritmo 16: InserirAVL(x, pt, h)

      Entrada: x \to chave para inserir

      pt \to ponteiro para o nó raiz da AVL

      Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}

      1 se pt = \lambda então

      2 | iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;

      3 senão

      4 | se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;

      5 | se x < pt.chave então
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binár

```
Algoritmo 17: InserirAVL(x, pt, h)
Entrada: x \to chave para inserir
pt \to ponteiro para o nó raiz da AVL

Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
2 | iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
4 | se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
5 | se x < pt.chave então
6 | InserirAVL(x, pt.esq, h)
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 18: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt \rightarrow ponteiro para o nó raiz da AVL
  Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
        iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esq, h)
              se h = V então
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 19: InserirAVL(x, pt, h)
  Entrada: x \rightarrow chave para inserir
              pt \rightarrow ponteiro para o nó raiz da AVL
  Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
        iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
        se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
        se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esq, h)
              se h = V então
7
                   caso pt.bal seja
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

Algoritmo Incorir

```
Algoritmo 20: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
              pt \rightarrow ponteiro para o nó raiz da AVL
   \textbf{Saída: } h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases} 
1 se pt = \lambda então
        iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
        se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
        se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esq, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                         1 : pt.bal ← 0;
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

Algoritmo Incorir

```
Algoritmo 21: InserirAVL(x, pt, h)
  Entrada: x \rightarrow chave para inserir
              pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
  Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
        iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
        se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
        se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esq, h)
              se h = V então
7
                   caso pt.bal seja
                        1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 22: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
  Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
        iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
        se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
        se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                       1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F; 0: pt.bal \leftarrow -1;
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári de Busca AV

Algoritmo Incorir

```
Algoritmo 23: InserirAVL(x, pt, h)
    Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
 1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
 3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
               InserirAVL(x, pt.esa, h)
               se h = V então
 7
                     caso pt.bal seja
                         1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                      0 : pt.bal ← −1;
-1: Caso1(pt, h)
11
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 24: InserirAVL(x, pt, h)
    Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
 1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
 3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
               InserirAVL(x, pt.esa, h)
               se h = V então
 7
                    caso pt.bal seja
                         1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                        0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                          -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári de Busca AV

```
Algoritmo 25: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                         1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                        0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                          -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
               InserirAVL(x, pt.dir, h)
13
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 26: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x); h \leftarrow V;
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                        1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                        0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                         -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
               InserirAVL(x, pt.dir, h)
13
              se h = V então
14
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo 27: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
              pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x): h \leftarrow V:
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                   caso pt.bal seja
                        1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                       0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                         -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
              InserirAVL(x, pt.dir, h)
13
              se h = V então
14
15
                    caso pt.bal seja
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári de Busca AV

Algoritmo Incorir

```
Algoritmo 28: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
              pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x): h \leftarrow V:
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                   caso pt.bal seja
                        1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                       0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                         -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
              InserirAVL(x, pt.dir, h)
13
              se h = V então
14
                    caso pt.bal seja
15
                         -1: pt.bal ← 0;
16
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári de Busca AV

```
Algoritmo 29: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x): h \leftarrow V:
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                        1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                       0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                          -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
               InserirAVL(x, pt,dir, h)
13
               se h = V então
14
                    caso pt.bal seja
15
                         -1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
16
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári de Busca AV

Algoritmo Incorir

```
Algoritmo 30: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x): h \leftarrow V:
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                        1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                       0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                          -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
               InserirAVL(x, pt,dir, h)
13
               se h = V então
14
                    caso pt.bal seja
15
                         -1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
16
                        0 : pt.bal ← 1;
17
```

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Árvore Binári

```
Algoritmo Inserir
```

```
Algoritmo 31: InserirAVL(x, pt, h)
   Entrada: x \rightarrow chave para inserir
               pt → ponteiro para o nó raiz da AVL
   Saída: h \leftarrow \begin{cases} V & \text{, se altura modificada após a inserção} \\ F & \text{, caso contrário.} \end{cases}
1 se pt = \lambda então
         iniciarNó(pt, x): h \leftarrow V:
3 senão
         se x = pt.chave então "elem. encontrado"; pare;
         se x < pt.chave então
              InserirAVL(x, pt.esa, h)
              se h = V então
7
                    caso pt.bal seja
                         1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
                        0: pt.bal \leftarrow -1;
10
                         -1: Caso1(pt, h)
11
         senão
12
               InserirAVL(x, pt,dir, h)
13
               se h = V então
14
                    caso pt.bal seja
15
                         -1: pt.bal \leftarrow 0; h \leftarrow F;
16
                         0 : pt.bal ← 1;
17
                          1 : Caso2(pt, h)
18
```

#### Bibliografia

EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

de Busca AV

SZWARCFITER, Jayme; MARKENZON, Lilian. Estruturas de Dados e Seus Algoritmos.3a edição. LTC, ano 2010. (ISBN 9788521617501). EDA - Aula 13

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Rotações

Arvore Binária

Algoritmo Inserir

# Obrigado!