# EDA - Aula 3 Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica <sub>Notação</sub> *O*, Ω e Θ

Complexidades do

# Aula 3 Crescimento de Funções e Notação Assintótica

#### Estruturas de Dados Avançadas

Professor Eurinardo Rodrigues Costa Universidade Federal do Ceará Campus Russas

2021.1

## Sumário

## EDA - Aula 3

Eurinard

Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e ⊖ Abusos de notação

Complexidade do Aulas Passadas

- 2 Crescimento de Funções
- Notação Assintótica
  - Notação O, Ω e Θ
  - Abusos de notação
- Complexidades do Insertion-Sort

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação O, Ω e Θ

Complexidades do

Insertion-Sort

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

#### Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ Abusos de notação

Complexidades do Insertion-Sort

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

#### Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

Complexidade de Tempo/Espaço

Pior caso,

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

#### Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do

- Pior caso,
- Melhor caso e

EDA - Aula 3
Prof.

#### Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do

- Pior caso,
- Melhor caso e
- Caso médio.

EDA - Aula 3

Prof.
Eurinardo

#### Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica <sub>Notação O, Ω e Θ</sub>

Complexidades do Insertion Sort

- Pior caso,
- Melhor caso e
- Caso médio.
- Exemplo: Insertion-Sort

# EDA - Aula 3 Prof. Eurinardo

#### Aulas Passadas

de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

- Pior caso,
- Melhor caso e
- Caso médio.
- Exemplo: Insertion-Sort
  - Melhor caso = an b.

# EDA - Aula 3 Prof. Eurinardo

#### Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do

- Pior caso,
- Melhor caso e
- Caso médio.
- Exemplo: Insertion-Sort
  - Melhor caso = an b.
  - Pior caso =  $an^2 + bn c$ .

## Crescimento de Funções

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação *O*, Ω e Θ

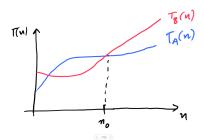
Abusos de notação

do Insertion-Sort

## Crescimento de Funções

Crescimento de Funções

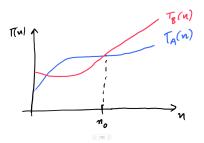
Sejam os algoritmos A e B que resolvem um determinado problema. No pior caso, temos as funções  $T_A(n)$  e  $T_B(n)$ para A e B, respectivamente, pelo gráfico abaixo. Sabemos que a partir de  $n_0$  temos que sempre  $T_B(n) \ge T_A(n)$ . Qual o melhor algoritmo para resolver o problema? A ou B?



## Crescimento de Funções

Crescimento de Funções

Sejam os algoritmos A e B que resolvem um determinado problema. No pior caso, temos as funções  $T_A(n)$  e  $T_B(n)$ para A e B, respectivamente, pelo gráfico abaixo. Sabemos que a partir de  $n_0$  temos que sempre  $T_B(n) \ge T_A(n)$ . Qual o melhor algoritmo para resolver o problema? A ou B?



Resposta: Assintoticamente A



EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação

Notação O, Ω e Θ

Notação O, Ω e Θ

Complexidades do

Insertion-Sort

Prof.

Notação O, Ω e Θ

Notação Ω

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação *O*, Ω e Θ

Complexidade do

## Notação Ω

 $\Omega(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$ 

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n)$$

para todo  $n \ge n_0$ 

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimente de Funções

Notação Assintótica

Notação *O*, Ω e Θ

Complexidade:

Notação Ω

 $\Omega(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$ 

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n)$$

para todo  $n \ge n_0$ 

Notação O

Notação O, Ω e Θ

## Notação Ω

 $\Omega(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$ 

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n)$$

para todo  $n \ge n_0$ 

## Notação O

 $O(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_2, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$ 

$$0 \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

para todo  $n > n_0$ 

EDA - Aula 3

Prof.

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação

Notação O, Ω e Θ

Notação *O*, Ω e ⊖

Complexidades do

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação

Notação O, Ω e Θ

Notação O, Ω e Θ

Complexidades do

Insertion-Sort

Notação ⊖

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação *O*, Ω e Θ

Complexidade do Insertion-Sort

## Notação ⊖

$$\Theta(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, c_2, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

para todo 
$$n \ge n_0$$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação *O*, Ω e Θ

Complexidade: do Incortion Sort

## Notação ⊝

$$\Theta(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, c_2, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

para todo  $n \ge n_0$ 

#### Teorema

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

ASSINTOTICA

Notação *O*, Ω e Θ

Abusos de notação

### Notação ⊖

 $\Theta(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, c_2, n_0 \text{ constantes positivas tais que } \}$ 

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

para todo  $n \ge n_0$ 

#### Teorema

Sejam as funções f(n) e g(n). Temos que

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \Longleftrightarrow f(n) \in O(g(n)) \text{ e } f(n) \in \Omega(g(n))$$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Abusos de notação

Complexidades do

Obs.:

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação O, Ω e Θ Abusos de notação

Complexidade

do Insertion-Sort Obs.: Para  $f(n) = n e g(n) = n^2$ ,

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação
Assintótica
Notação *O*, Ω e ⊖
Abusos de notação

Complexidades

do Insertion-Sort Obs.: Para  $f(n) = n e g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ ,

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Assintótica
Notação O, Ω e Θ
Abusos de notação

Complexidades do Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n))$ .

• 
$$n = O(n^2)$$
,

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e ⊖ Abusos de notação

Complexidades do Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n))$ .

#### Abusos

•  $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Assintótica
Notação Ο, Ω e Θ
Abusos de notação

Complexidades

do

Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n))$ .

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n)$ ,

Abusos de notação

Obs.: Para  $f(n) = n e g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n)).$ 

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n)$ , significado

Abusos de notação

Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n)).$ 

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n),$ significado  $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + g(n)$ , onde  $g(n) = \Theta(n)$ .

Abusos de notação

Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n)).$ 

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n),$ significado  $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + g(n)$ , onde  $g(n) = \Theta(n)$ .
- $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$ ,

EDA - Aula 3

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Assintótica
Notação Ο, Ω e Θ
Abusos de notação

Complexidades do

Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n))$ .

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n)$ , significado  $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + g(n)$ , onde  $g(n) = \Theta(n)$ .
- $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$ , significado

Abusos de notação

Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n)).$ 

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n),$ significado  $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + g(n)$ , onde  $g(n) = \Theta(n)$ .
- $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$ , significado para qualquer função  $f(n) = \Theta(n)$ ,

EDA - Aula 3

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Assintótica
Notação Ο, Ω e Θ
Abusos de notação

Complexidades do

Obs.: Para f(n) = n e  $g(n) = n^2$ , faremos  $n \in O(n^2)$ , em vez de  $f(n) \in O(g(n))$ .

- $n = O(n^2)$ , significado  $n \in O(n^2)$ .
- $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + \Theta(n)$ , significado  $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + g(n)$ , onde  $g(n) = \Theta(n)$ .
- $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$ , significado para qualquer função  $f(n) = \Theta(n)$ , temos que  $2n^2 + g(n) = \Theta(n^2)$ .

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e 6

Abusos de notação

Complexidades

do Insertion-Sort

## Marque V ou F

• ( ) 
$$2n^2 + \Theta(n) = 2n^2 + 7n$$

$$\bullet \ (\ )\ \Theta(n^2) + 2n = \Omega(n)$$

• ( ) 
$$\Omega(n^2) + 3n = 10n^3$$
)

• ( ) 
$$5n^2 + 2n + 10 = \Omega(n^3)$$

• ( ) 
$$n^2 + 2n + 10 = O(\frac{n^2}{10})$$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e 6

Abusos de notação

Complexidades

do

- (F)  $2n^2 + \Theta(n) = 2n^2 + 7n$
- ( )  $\Theta(n^2) + 2n = \Omega(n)$
- ( )  $\Omega(n^2) + 3n = 10n^3$ )
- ( )  $5n^2 + 2n + 10 = \Omega(n^3)$
- ( )  $n^2 + 2n + 10 = O(\frac{n^2}{10})$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e 6

Abusos de notação

Complexidades

do Insertion-Sort

• (F) 
$$2n^2 + \Theta(n) = 2n^2 + 7n$$

• ( ) 
$$\Theta(n^2) + 2n = \Omega(n)$$

• (F) 
$$\Omega(n^2) + 3n = 10n^3$$
)

• ( ) 
$$5n^2 + 2n + 10 = \Omega(n^3)$$

• ( ) 
$$n^2 + 2n + 10 = O(\frac{n^2}{10})$$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Cresciment de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e 6

Abusos de notação

Complexidades

do Incortion Sort

• (F) 
$$2n^2 + \Theta(n) = 2n^2 + 7n$$

• (V) 
$$\Theta(n^2) + 2n = \Omega(n)$$

• (F) 
$$\Omega(n^2) + 3n = 10n^3$$
)

• ( ) 
$$5n^2 + 2n + 10 = \Omega(n^3)$$

• ( ) 
$$n^2 + 2n + 10 = O(\frac{n^2}{10})$$

Abusos de notação

• (F) 
$$2n^2 + \Theta(n) = 2n^2 + 7n$$

• (V) 
$$\Theta(n^2) + 2n = \Omega(n)$$

• (F) 
$$\Omega(n^2) + 3n = 10n^3$$
)

• (F) 
$$5n^2 + 2n + 10 = \Omega(n^3)$$

• ( ) 
$$n^2 + 2n + 10 = O(\frac{n^2}{10})$$

Abusos de notação

- (F)  $2n^2 + \Theta(n) = 2n^2 + 7n$
- (V)  $\Theta(n^2) + 2n = \Omega(n)$
- (F)  $\Omega(n^2) + 3n = 10n^3$ )
- (F)  $5n^2 + 2n + 10 = \Omega(n^3)$
- (V)  $n^2 + 2n + 10 = O(\frac{n^2}{10})$

Prof.

Complexidades Insertion-Sort

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Notação Assintótica

Notação O, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Crescimento de Funções

Assintótica
Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

• 
$$7n^3 - 15n^2 + 20n - 300 = \Theta(n^3)$$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica <sub>Notação O, Ω e Θ</sub>

Complexidades do Insertion-Sort

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica <sub>Notação</sub> *O*, Ω e Θ

Abusos de notação

Complexidades

do
Insertion-Sort

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação

Não confundir!!! Pior caso com  $O(\cdot)$ 

#### EDA - Aula 3

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação l

Não confundir!!! Pior caso com  $O(\cdot)$  e Melhor caso com  $\Omega(\cdot)$ .

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

#### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação

Não confundir!!! Pior caso com  $O(\cdot)$  e Melhor caso com  $\Omega(\cdot)$ .

• Insertion-Sort, no pior caso, é  $\Omega(n^2)$ ?

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

#### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação

Não confundir!!! Pior caso com  $O(\cdot)$  e Melhor caso com  $\Omega(\cdot)$ .

• Insertion-Sort, no pior caso, é  $\Omega(n^2)$ ? Sim

#### EDA - Aula 3

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

#### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação l

Não confundir!!! Pior caso com  $O(\cdot)$  e Melhor caso com  $\Omega(\cdot)$ .

- Insertion-Sort, no pior caso, é  $\Omega(n^2)$ ? Sim
- Insertion-Sort, no melhor caso, é O(n)?

EDA - Aula 3

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Crescimento de Funções

Notação Assintótica Notação *O*, Ω e Θ

Complexidades do Insertion-Sort

#### Mostre que:

- $7n^3 15n^2 + 20n 300 = \Theta(n^3)$
- o Insertion-Sort no melhor caso é  $\Theta(n)$
- o Insertion-Sort no pior caso é  $\Theta(n^2)$

#### Observação

Não confundir!!! Pior caso com  $O(\cdot)$  e Melhor caso com  $\Omega(\cdot)$ .

- Insertion-Sort, no pior caso, é  $\Omega(n^2)$ ? Sim
- Insertion-Sort, no melhor caso, é O(n)? Sim

Prof.

Complexidades

Insertion-Sort

# Obrigado!