Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Docurção

necursao

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação

Aula 14 Programação Dinâmica Sequência de Fibonacci

Projeto e Análise de Algoritmos

Professor Eurinardo Rodrigues Costa Universidade Federal do Ceará Campus Russas

2021.1

Sequência de Fibonacci -Problema

Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo Algoritmo de Memoização

Algoritmo de Programação Dinâmica

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci - Problema

Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização

Algoritmo de Programação Dinâmica

Aulas Passadas

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Dinâmica

Fibonacci -

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -

► Técnicas para construir algoritmos:

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

- ► Técnicas para construir algoritmos:
 - Algoritmos Iterativos

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

- ► Técnicas para construir algoritmos:
 - Algoritmos Iterativos
 - Algoritmos Recursivos

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

- Doguroão
- Recursão
- Algoritmo de Memoização
 - Algoritmo de Programaçã Dinâmica

- ▶ Técnicas para construir algoritmos:
 - Algoritmos Iterativos
 - Algoritmos Recursivos
 - Divisão e Conquista

Programação Dinâmica

EDA - Aula 14

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -

Sequência de Fibonacci -Problema

Toblema

Algoritmo Recursivo

lgoritmo de Memoização Igoritmo de Programação inâmica

Definição (Programação Dinâmica)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Paguraña

Algoritmo Recursivo

igoritmo de Memoização Igoritmo de Programação inâmica

Definição (Programação Dinâmica)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Poorroão

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Programação Dinâmica)

Seguir os passos:

(1) Verificar propriedade de subestrutura ótima

Sequência de Fibonacci -Problema

riobieilia

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Programação Dinâmica)

- (1) Verificar propriedade de subestrutura ótima
- (2) Obter uma recursão para o valor ótimo do problema

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Programação Dinâmica)

- (1) Verificar propriedade de subestrutura ótima
- (2) Obter uma recursão para o valor ótimo do problema
- (3) Obter um algoritmo Bottom-UP para calcular o valor ótimo

Problema

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Programação Dinâmica)

- (1) Verificar propriedade de subestrutura ótima
- (2) Obter uma recursão para o valor ótimo do problema
- (3) Obter um algoritmo Bottom-UP para calcular o valor ótimo
- (4) Obter uma solução ótima do problema.

Sequência de Fibonacci

EDA - Aula 14

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo

Sequência de Fibonacci -Problema

Problema Recursão

Hecursao

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Sequência de Fibonacci)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo Algoritmo de Memoizaçã

Algoritmo de Inemoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Sequência de Fibonacci)

n											
F(n)	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	•••

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo

lgoritmo de Memoização Ilgoritmo de Programação Jinâmica

Definição (Sequência de Fibonacci)

n											
$\overline{F(n)}$	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	•••

Problema

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Definição (Sequência de Fibonacci)

n											
F(n)	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	•••

Problema

Calcular o Finacci de um número n.

Algoritmo Rec

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação

Definição (Sequência de Fibonacci)

n											
F(n)	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	•••

Problema

Calcular o Finacci de um número n.

Recursão

Dinâmica

Definição (Sequência de Fibonacci)

Problema

Calcular o Finacci de um número n.

Recursão

$$F(n) = egin{cases} 0 & ext{, se } n = 0 \ 1 & ext{, se } n = 1 \ F(n-1) + F(n-2) & ext{, se } n > 1 \end{cases}$$

$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{, se } n = 0 \\ 1 & \text{, se } n = 1 \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{, se } n > 1 \end{cases}$$

EDA - Aula 14

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Pocureão

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Programação Dinâmica

Recursão

$$F(n) = egin{cases} 0 & ext{, se } n = 0 \ 1 & ext{, se } n = 1 \ F(n-1) + F(n-2) & ext{, se } n > 1 \end{cases}$$

Algoritmo 2: Fib-Rec(*n*)

Entrada: n: número inteiro > 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se n=0 então
- retorne 0
- 3 se n=1 então
- retorne 1
- **retorne** Fib-Rec(n-1) + Fib-Rec(n-2)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Algoritmo Recursivo

Recursão

$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{, se } n = 0 \\ 1 & \text{, se } n = 1 \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{, se } n > 1 \end{cases}$$

Algoritmo 3: Fib-Rec(n)

Entrada: n: número inteiro > 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se n=0 então
- 2 retorne 0
- 3 se n=1 então
- 4 retorne 1
- 5 **retorne** Fib-Rec(n-1) + Fib-Rec(n-2)

Tempo $\Omega(\sqrt{2}^n)$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização

algoritmo de Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci - Memoização

EDA - Aula 14

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Recursão

Algoritmo de Memoização

Sequência de Fibonacci -Problema

Problema Recursão

Recursão

Algoritmo de Memoização

Algoritmo 6: Fib-Mem(*n*)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

1 se $n \le 1$ então retorne n;

2 criar vetor $F[0 \cdots n]$ com -1's

 $F[0] \leftarrow 0$;

4 $F[1] \leftarrow 1$;

5 retorne Fib-Mem-Rec(n, F)

Algoritmo 8: Fib-Mem(n)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se $n \le 1$ então retorne n;
- 2 **criar vetor** $F[0 \cdots n]$ com -1's
- 3 F[0] ← 0;
- 4 $F[1] \leftarrow 1$;
- 5 retorne Fib-Mem-Rec(n, F)

Algoritmo 9: Fib-Mem-Rec(n, F)

- se $F[n] \ge 0$ então
- 2 retorne F[n]
- 3 F[n] ← Fib-Mem-Rec(n-1) + Fib-Mem-Rec(n-2)
- 4 retorne *F*[*n*]

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -

Problema Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização

algoritmo de Memoização algoritmo de Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci - Memoização

Algoritmo 10: Fib-Mem(*n*)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se $n \le 1$ então retorne n;
- 2 **criar vetor** $F[0 \cdots n]$ com -1's
- 3 F[0] ← 0;
- 4 $F[1] \leftarrow 1$;
- 5 retorne Fib-Mem-Rec(n, F)

Algoritmo 11: Fib-Mem-Rec(n, F)

- 1 se $F[n] \ge 0$ então
- 2 retorne F[n]
- 3 F[n] ← Fib-Mem-Rec(n-1) + Fib-Mem-Rec(n-2)
- 4 retorne *F*[*n*]

Tempo O(n)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo I

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação

Sequência de Fibonacci - PD

EDA - Aula 14

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -

Algoritmo de Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci - PD

Algoritmo 13: Fibonacci(*n*)

Entrada: *n*: número inteiro > 0

Saída: Fibonacci de n

EDA - Aula 14

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Algoritmo de Programação Dinâmica

Problema

Algoritmo Recursivo Algoritmo de Memoização

Algoritmo de Programação Dinâmica

Algoritmo 14: Fibonacci(*n*)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

1 se $n \le 1$ então

2

retorne n

Algoritmo 15: Fibonacci(n)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se $n \le 1$ então
- 2 retorne n
- 3 criar vetor $F[0 \cdots n]$
- 4 $F[0] \leftarrow 0$;
- 5 F[1] ← 1;

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

> Problema Recursão

Recursão

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Algoritmo 16: Fibonacci(n)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se n ≤ 1 então
- 2 retorne n
- 3 criar vetor $F[0 \cdots n]$
- 4 $F[0] \leftarrow 0$;
- 5 $F[1] \leftarrow 1$;
- 6 para $i \leftarrow 2$ até n faça

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Pocurção

Recursão Algoritmo Recu

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Algoritmo 17: Fibonacci(n)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se $n \le 1$ então
- 2 retorne n
- 3 criar vetor $F[0 \cdots n]$
- 4 $F[0] \leftarrow 0$;
- 5 F[1] ← 1;
- 6 para $i \leftarrow 2$ até n faça

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Pacureão

Recursão

Algoritmo de Memoização Algoritmo de Programação Dinâmica

Algoritmo 18: Fibonacci(n)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se $n \le 1$ então
- 2 retorne n
- 3 criar vetor $F[0 \cdots n]$
- 4 $F[0] \leftarrow 0$;
- 5 F[1] ← 1;
- 6 para $i \leftarrow 2$ até n faça
- $7 \quad \begin{bmatrix} F[i] \leftarrow F[i-1] + F[i-2] \end{bmatrix}$
- 8 retorne F[n]

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo
Algoritmo de Memoização
Algoritmo de Programação
Dinâmica

Algoritmo 19: Fibonacci(n)

Entrada: n: número inteiro ≥ 0

Saída: Fibonacci de n

- 1 se *n* < 1 então
- 2 retorne n
- 3 criar vetor $F[0 \cdots n]$
- 4 $F[0] \leftarrow 0$;
- 5 F[1] ← 1;
- 6 para $i \leftarrow 2$ até n faça
- $7 \quad \mid \quad F[i] \leftarrow F[i-1] + F[i-2]$
- 8 retorne F[n]

Tempo O(n)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Recursão

Algoritmo Recursivo

Algoritmo de Memoização

Algoritmo de Programação

Dinâmica

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Algoritmo de Programação Dinâmica

LEISERSON, C.E., STEIN, C., RIVEST, R.L., CORMEN T.H.

Algoritmos: teoria e prática, 3ed. Editora Campus, ano 2012.

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Programação Dinâmica

Sequência de Fibonacci -Problema

Algoritmo de Programação Dinâmica

Obrigado!