Módulo - Função Composta - Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

29 de Julho de 2021

Apresentação

Módulo e Função Modular

Função Composta

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Módulo e Função Modular

Módulo e Função Modular

Definição

Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se *módulo* ou *valor absoluto* de x, que se indica por $|x|$, por meio da relação

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se} \quad x \geqslant 0 \\ \text{ou} & \\ |x| = -x & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$

Módulo e Função Modular

Definição

Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se *módulo* ou *valor absoluto* de x, que se indica por $|x|$, por meio da relação

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se} \quad x \geqslant 0 \\ \text{ou} & \\ |x| = -x & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$

Isso significa que:

Módulo e Função Modular

Definição

Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se *módulo* ou *valor absoluto* de x, que se indica por $|x|$, por meio da relação

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se} \quad x \geqslant 0 \\ \text{ou} & \\ |x| = -x & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$

Isso significa que:

1º) o módulo de um número real não negativo é igual ao próprio número;

Módulo e Função Modular

Definição

Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se *módulo* ou *valor absoluto* de x, que se indica por $|x|$, por meio da relação

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se} \quad x \geqslant 0 \\ \text{ou} & \\ |x| = -x & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$

Isso significa que:

1º) o módulo de um número real não negativo é igual ao próprio número;

2º) o módulo de um número real negativo é igual ao oposto desse número.

Módulo e Função Modular

Definição

Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se *módulo* ou *valor absoluto* de x, que se indica por $|x|$, por meio da relação

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se } x \geqslant 0 \\ \text{ou} & \\ |x| = -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Isso significa que:

1º) o módulo de um número real não negativo é igual ao próprio número;

2º) o módulo de um número real negativo é igual ao oposto desse número.

Assim, por exemplo, temos:

$$|+2| = +2,\ |-7| = +7,\ |0| = 0,\ \left|-\frac{3}{5}\right| = +\frac{3}{5},\ |-\sqrt{2}| = +\sqrt{2},\ |+\sqrt{3}| = +\sqrt{3}$$

Módulo e Função Modular

Propriedades

I. $|x| \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$

II. $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

III. $|x| \cdot |y| = |xy|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

IV. $|x|^2 = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

V. $x \leqslant |x|, \forall x \in \mathbb{R}$

VI. $|x + y| \leqslant |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

VII. $|x - y| \geqslant |x| - |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

VIII. $|x| \leqslant a$ e $a > 0 \Leftrightarrow -a \leqslant x \leqslant a$

IX. $|x| \geqslant a$ e $a > 0 \Leftrightarrow x \leqslant -a$ ou $x \geqslant a$

Módulo e Função Modular

Definição

Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função módulo ou modular quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $|x| \in \mathbb{R}$.

Módulo e Função Modular

Definição

Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função módulo ou modular quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $|x| \in \mathbb{R}$.

Em símbolos:

$$f(x) = |x|$$

Módulo e Função Modular

Definição

Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função módulo ou modular quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $|x| \in \mathbb{R}$.

Em símbolos:

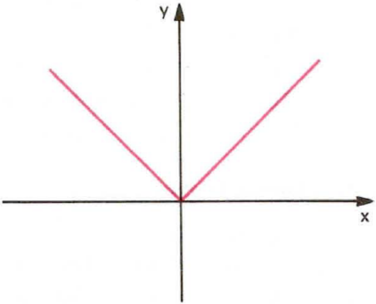
$$f(x) = |x|$$

Por definição do conceito de módulo a função módular pode ser definida

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se} \quad x \geqslant 0 \\ -x & \text{se} \quad x < 0. \end{cases}$$

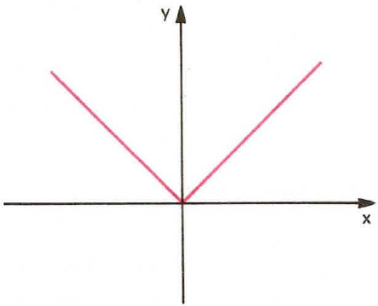
Módulo e Função Modular

Gráfico da Função Módulo.



Módulo e Função Modular

Gráfico da Função Módulo.

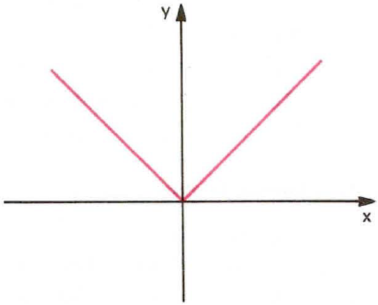


A imagem da função módulo é

$$Im(f) = \mathbb{R}_+.$$

Módulo e Função Modular

Gráfico da Função Módulo.



A imagem da função módulo é

$$Im(f) = \mathbb{R}_+.$$

Ou seja, a função modular somente assume valores reais não negativos.

Função Composta

Função Composta

Definição

Seja f uma função de um conjunto A em um conjunto B e seja g uma função de B em um conjunto C. Chama-se função composta de g e f a função h de A em C em que a imagem de cada x é obtida pelo seguinte procedimento:

Função Composta

Definição

Seja f uma função de um conjunto A em um conjunto B e seja g uma função de B em um conjunto C. Chama-se função composta de g e f a função h de A em C em que a imagem de cada x é obtida pelo seguinte procedimento:

1º) aplica-se a x a função f, obtendo-se $f(x)$

Função Composta

Definição

Seja f uma função de um conjunto A em um conjunto B e seja g uma função de B em um conjunto C. Chama-se função composta de g e f a função h de A em C em que a imagem de cada x é obtida pelo seguinte procedimento:

1º) aplica-se a x a função f, obtendo-se $f(x)$

2º) aplica-se a $f(x)$ a função g, obtendo-se $g(f(x))$.

Função Composta

Definição

Seja f uma função de um conjunto A em um conjunto B e seja g uma função de B em um conjunto C. Chama-se função composta de g e f a função h de A em C em que a imagem de cada x é obtida pelo seguinte procedimento:

1º) aplica-se a x a função f, obtendo-se $f(x)$
2º) aplica-se a $f(x)$ a função g, obtendo-se $g(f(x))$.

- Indica-se $h(x) = g(f(x))$ para todo $x \in A$.

Função Composta

Definição

Seja f uma função de um conjunto A em um conjunto B e seja g uma função de B em um conjunto C. Chama-se função composta de g e f a função h de A em C em que a imagem de cada x é obtida pelo seguinte procedimento:

1º) aplica-se a x a função f, obtendo-se $f(x)$

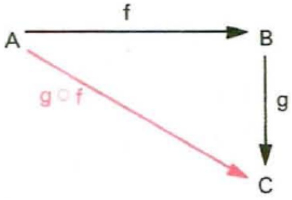
2º) aplica-se a $f(x)$ a função g, obtendo-se $g(f(x))$.

- Indica-se $h(x) = g(f(x))$ para todo $x \in A$.
- Pode-se indicar a composta por

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

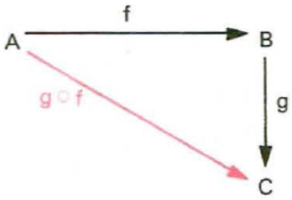
Função Composta

Diagrama de $g \circ f$



Função Composta

Diagrama de $g \circ f$

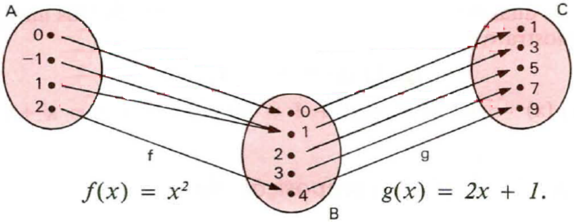


Exemplo

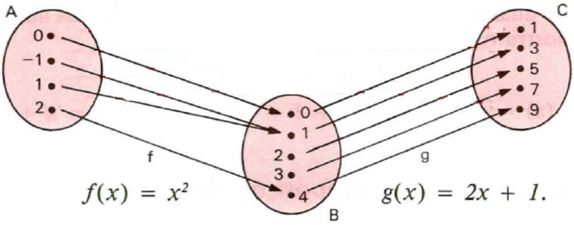
1º) Sejam os conjuntos $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e as funções:

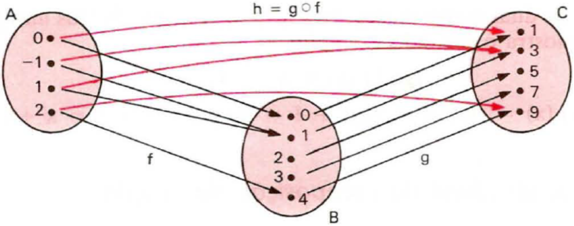
f, de A em B, definida por $f(x) = x^2$
g, de B em C, definida por $g(x) = 2x + 1$.

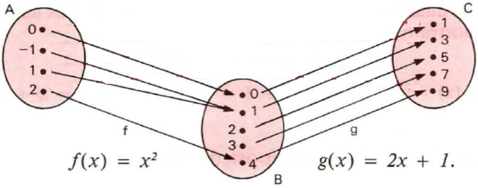
Função Composta

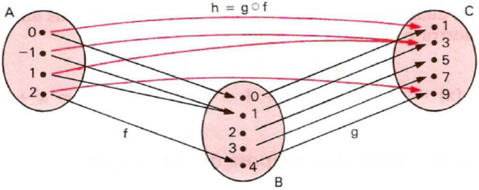


Função Composta

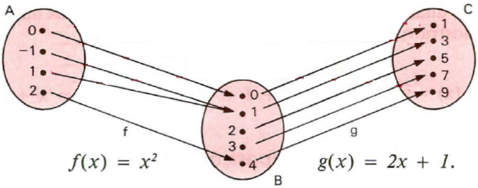


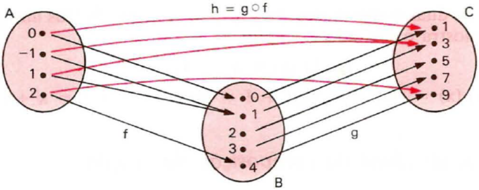






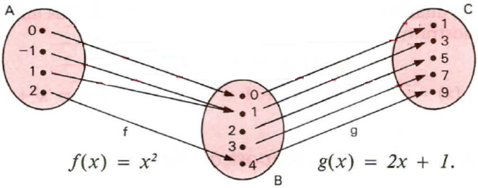
Lei de Correspondência de $h = g \circ f$: $g(f(x))$ é obtida a partir de $g(x)$ trocando-se x por $f(x)$.

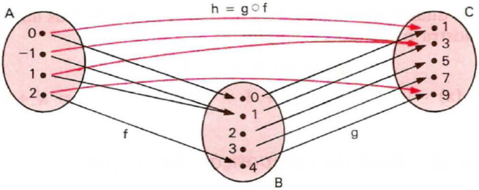




Lei de Correspondência de $h = g \circ f$: $g(f(x))$ é obtida a partir de $g(x)$ trocando-se x por $f(x)$. Em particular, no exemplo, temos

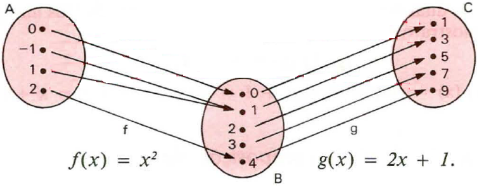
h(x)

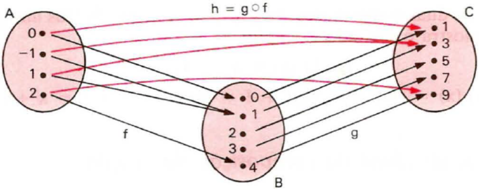




Lei de Correspondência de $h = g \circ f$: $g(f(x))$ é obtida a partir de $g(x)$ trocando-se x por $f(x)$. Em particular, no exemplo, temos

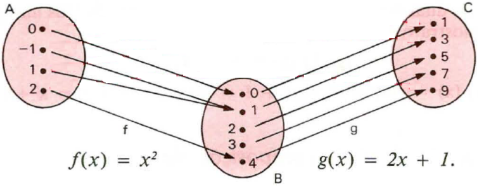
$$h(x) = (g \circ f)(x)$$

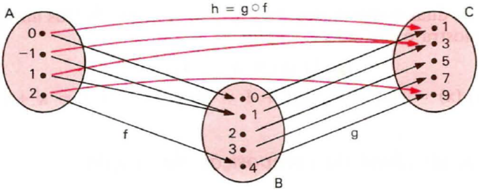




Lei de Correspondência de $h = g \circ f$: $g(f(x))$ é obtida a partir de $g(x)$ trocando-se x por $f(x)$. Em particular, no exemplo, temos

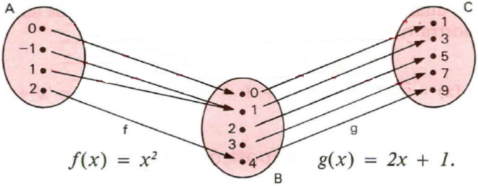
$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

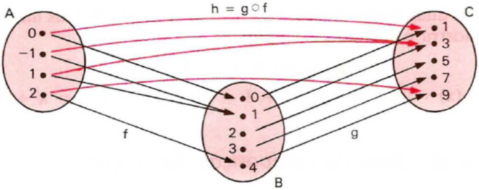




Lei de Correspondência de $h = g \circ f$: $g(f(x))$ é obtida a partir de $g(x)$ trocando-se x por $f(x)$. Em particular, no exemplo, temos

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) + 1$$





Lei de Correspondência de $h = g \circ f$: $g(f(x))$ é obtida a partir de $g(x)$ trocando-se x por $f(x)$. Em particular, no exemplo, temos

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) + 1 = 2x^2 + 1.$$

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x)$$

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1$$

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1$$

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

- A composta $g \circ f$ só está definida quando o contradomínio da f é igual ao domínio da g.

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

- A composta $g \circ f$ só está definida quando o contradomínio da f é igual ao domínio da g.
- Se as funções f e g são de A em A, então as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ estão definidas e são funções de A em A.

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

- A composta $g \circ f$ só está definida quando o contradomínio da f é igual ao domínio da g.
- Se as funções f e g são de A em A, então as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ estão definidas e são funções de A em A.
- Em geral, $f \circ g \neq g \circ f$, isto é, não é comutativa.

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

- A composta $g \circ f$ só está definida quando o contradomínio da f é igual ao domínio da g.
- Se as funções f e g são de A em A, então as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ estão definidas e são funções de A em A.
- Em geral, $f \circ g \neq g \circ f$, isto é, não é comutativa. Por exemplo, somente uma das funções pode está definida.

Função Composta

2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

- A composta $g \circ f$ só está definida quando o contradomínio da f é igual ao domínio da g.
- Se as funções f e g são de A em A, então as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ estão definidas e são funções de A em A.
- Em geral, $f \circ g \neq g \circ f$, isto é, não é comutativa. Por exemplo, somente uma das funções pode está definida.

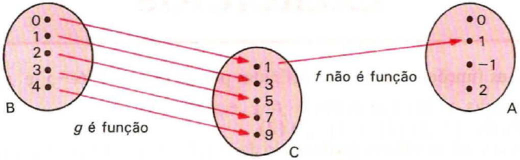
2º) Sejam as funções reais f e g definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 + x + 1$.

a função composta $h = g \circ f$ é definida por:

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = [f(x)]^2 + f(x) + 1 = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3.$$

- A composta $g \circ f$ só está definida quando o contradomínio da f é igual ao domínio da g.
- Se as funções f e g são de A em A, então as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ estão definidas e são funções de A em A.
- Em geral, $f \circ g \neq g \circ f$, isto é, não é comutativa. Por exemplo, somente uma das funções pode está definida. No primeiro exemplo, é impossível calcular $f \circ g$.

g é função de B em C mas f não é função de C em A.



Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) + 1$$

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) + 1 = (x^2 + x + 1) + 1$$

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) + 1 = (x^2 + x + 1) + 1 = x^2 + x + 2.$$

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) + 1 = (x^2 + x + 1) + 1 = x^2 + x + 2.$$

Associação da Composição

Quaisquer que sejam as funções

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} D$$

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f).$$

Função Composta

- As duas composições $f \circ g$ e $g \circ f$, estão definidas, mas $f \circ g \neq g \circ f$.

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) + 1 = (x^2 + x + 1) + 1 = x^2 + x + 2.$$

Associação da Composição

Quaisquer que sejam as funções

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} D$$

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f).$$

1. Sejam as funções reais f e g, definidas por $f(x) = x^2 + 4x - 5$ e $g(x) = 2x - 3$.

   a) Obtenha as leis que definem $f \circ g$ e $g \circ f$.
   b) Calcule $(f \circ g)(2)$ e $(g \circ f)(2)$.
   c) Determine os valores do domínio da função $f \circ g$ que produzem imagem 16.

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$

$$(f \circ g)\,(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

calculemos $g \circ f$ para $x = 2$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$

$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

calculemos $g \circ f$ para $x = 2$

$$(g \circ f)(2) = 2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 13 = 11.$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

calculemos $g \circ f$ para $x = 2$

$$(g \circ f)(2) = 2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 13 = 11.$$

c) O problema em questão, resume-se em resolver a equação

$$(f \circ g)(x) = 16$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

calculemos $g \circ f$ para $x = 2$

$$(g \circ f)(2) = 2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 13 = 11.$$

c) O problema em questão, resume-se em resolver a equação

$$(f \circ g)(x) = 16$$

ou seja:

$$4x^2 - 4x - 8 = 16$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

calculemos $g \circ f$ para $x = 2$

$$(g \circ f)(2) = 2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 13 = 11.$$

c) O problema em questão, resume-se em resolver a equação

$$(f \circ g)(x) = 16$$

ou seja:

$$4x^2 - 4x - 8 = 16 \implies 4(x^2 - x - 6) = 0$$

Função Composta

a) A lei que define $f \circ g$ é obtida a partir da lei de f, trocando-se x por $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = [g(x)]^2 + 4[g(x)] - 5 = (2x-3)^2 + 4(2x-3) - 5$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x - 8.$$

A lei que define $g \circ f$ é obtida a partir da lei de g, trocando-se x por $f(x)$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 3 = 2(x^2 + 4x - 5) - 3$$
$$(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x - 13.$$

b) Calculemos $f \circ g$ para $x = 2$

$$(f \circ g)(2) = 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 8 = 0,$$

calculemos $g \circ f$ para $x = 2$

$$(g \circ f)(2) = 2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 13 = 11.$$

c) O problema em questão, resume-se em resolver a equação

$$(f \circ g)(x) = 16$$

ou seja:

$$4x^2 - 4x - 8 = 16 \implies 4(x^2 - x - 6) = 0 \implies x = 3 \text{ ou } x = -2.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Sobrejetora

Uma função f de A em B é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B existe um elemento x pertencente a A tal que

$$f(x) = y$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Sobrejetora

Uma função f de A em B é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B existe um elemento x pertencente a A tal que

$$f(x) = y$$

Em símbolos:

$f: A \rightarrow B$

f é sobrejetora $\Leftrightarrow \forall\, y,\ y \in B,\ \exists x,\ x \in A \mid f(x) = y$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Sobrejetora

Uma função f de A em B é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B existe um elemento x pertencente a A tal que

$$f(x) = y$$

Em símbolos:

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \text{ é sobrejetora} \quad \Leftrightarrow \quad \forall\, y,\ y \in B,\ \exists x,\ x \in A \mid f(x) = y$$

- $f : A \to B$ é sobrejetora se, e somente se, $Im(f) = B$.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Sobrejetora

Uma função f de A em B é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B existe um elemento x pertencente a A tal que

$$f(x) = y$$

Em símbolos:

$$f: A \to B$$
$$f \text{ é sobrejetora} \Leftrightarrow \forall\, y,\ y \in B,\ \exists x,\ x \in A \mid f(x) = y$$

- $f : A \to B$ é sobrejetora se, e somente se, $Im(f) = B$.

Em símbolos:

$$f: A \to B$$
$$f \text{ é sobrejetora} \Leftrightarrow \mathrm{Im}(f) = B$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função sobrejetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma sobrejeção de A em B".

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função sobrejetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma sobrejeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{0, 1, 4\}$ definida pela lei

$$f(x) = x^2$$

é sobrejetora?

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função sobrejetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma sobrejeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{0, 1, 4\}$ definida pela lei

$$f(x) = x^2$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$ tal que

$$y = x^2.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função sobrejetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma sobrejeção de A em B".

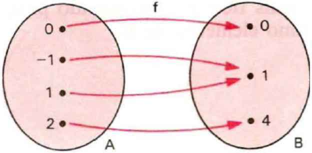
Exemplo 1. A função f de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{0, 1, 4\}$ definida pela lei

$$f(x) = x^2$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$ tal que

$$y = x^2.$$



Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$. Para confirmar isso basta isolar x e ver se está definido para todo valor de B.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$. Para confirmar isso basta isolar x e ver se está definido para todo valor de B. Note que

$$f(x) = x^2 + 1$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$. Para confirmar isso basta isolar x e ver se está definido para todo valor de B. Note que

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow -x^2 = -y + 1$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$. Para confirmar isso basta isolar x e ver se está definido para todo valor de B. Note que

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow -x^2 = -y + 1 \Rightarrow x^2 = y - 1$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$. Para confirmar isso basta isolar x e ver se está definido para todo valor de B. Note que

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow -x^2 = -y + 1 \Rightarrow x^2 = y - 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y - 1}.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$ definida por:

$$f(x) = x^2 + 1$$

é sobrejetora?

Solução. Sim, pois para todo elemento $y \in B$ existe o elemento $x \in A$. Para confirmar isso basta isolar x e ver se está definido para todo valor de B. Note que

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow -x^2 = -y + 1 \Rightarrow x^2 = y - 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y - 1}.$$

Como x está definido para qualquer $y \in B$. Então f é sobrejetora.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Injetora

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $x_1 \neq x_2$, entao $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Injetora

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $x_1 \neq x_2$, entao $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Em símbolos:

$$f: A \to B$$

$$f \text{ é injetora} \implies (\forall x_1, x_1 \in A, \forall x_2, x_2 \in A)(x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2))$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Injetora

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $x_1 \neq x_2$, entao $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Em símbolos:

$$f: A \to B$$

$$f \text{ é injetora} \implies (\forall x_1, x_1 \in A, \forall x_2, x_2 \in A)(x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2))$$

Função Injetora - Definição Equivalente

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $f(x_1) = f(x_2)$, entao $x_1 = x_2$.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Injetora

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $x_1 \neq x_2$, entao $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Em símbolos:

$$f : A \to B$$

$$f \text{ é injetora } \Longrightarrow (\forall x_1, x_1 \in A, \forall x_2, x_2 \in A)(x_1 \neq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \neq f(x_2))$$

Função Injetora - Definição Equivalente

Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $f(x_1) = f(x_2)$, entao $x_1 = x_2$.

$$f : A \to B$$

$$f \text{ é injetora } \Leftrightarrow (\forall x_1, x_1 \in A, \forall x_2, x_2 \in A)(f(x_1) = f(x_2) \Longrightarrow x_1 = x_2)$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função injetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma injeção de A em B".

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função injetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma injeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{0, 1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ definida pela lei

$$f(x) = 2x + 1$$

é injetora?

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função injetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma injeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{0, 1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ definida pela lei

$$f(x) = 2x + 1$$

é injetora?

Solução. Sim, pois dois elementos distintos de A tem como imagem dois elementos disitintos em B.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

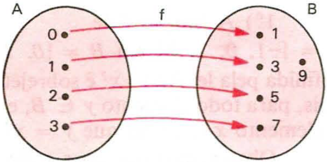
Nomenclatura.
"f é uma função injetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma injeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{0, 1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ definida pela lei

$$f(x) = 2x + 1$$

é injetora?

Solução. Sim, pois dois elementos distintos de A tem como imagem dois elementos disitintos em B.



Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função de $A = \mathbb{N}$ em $B = \mathbb{N}$ definida por

$$f(x) = 2x$$

é injetora?

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função de $A = \mathbb{N}$ em $B = \mathbb{N}$ definida por

$$f(x) = 2x$$

é injetora?

1ª Solução. Sim, pois,

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 2x_1 \neq 2x_2.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função de $A = \mathbb{N}$ em $B = \mathbb{N}$ definida por

$$f(x) = 2x$$

é injetora?

1ª Solução. Sim, pois,

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 2x_1 \neq 2x_2.$$

2ª Solução. Sim, pois,

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 2x_1 = 2x_2$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função de $A = \mathbb{N}$ em $B = \mathbb{N}$ definida por

$$f(x) = 2x$$

é injetora?

1ª Solução. Sim, pois,

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 2x_1 \neq 2x_2.$$

2ª Solução. Sim, pois,

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 2x_1 = 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Bijetora

Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, f é sobrejetora e injetora.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Bijetora

Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, f é sobrejetora e injetora.

Em símbolos.

$f: A \to B$

f é bijetora $\Longrightarrow$ f é sobrejetora e injetora

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Bijetora

Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, f é sobrejetora e injetora.

Em símbolos.

$$f: A \to B$$

$$f \text{ é bijetora} \implies f \text{ é sobrejetora e injetora}$$

Função Bijetora - Outra Definição

Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, para qualquer elemento y pertencente B, existe um único elemento x pertencente a A tal que $f(x) = y$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Bijetora

Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, f é sobrejetora e injetora.

Em símbolos.

$f: A \rightarrow B$

f é bijetora $\Longrightarrow$ f é sobrejetora e injetora

Função Bijetora - Outra Definição

Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, para qualquer elemento y pertencente B, existe um único elemento x pertencente a A tal que $f(x) = y$

Em símbolos.

$f: A \rightarrow B$

f é bijetora $\Leftrightarrow$ $\forall y, y \in B, \exists| x, x \in A \mid f(x) = y$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.

"f é uma função bijetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma bijeção de A em B".

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Nomenclatura.
"f é uma função bijetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma bijeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{0, 1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 2, 3, 4\}$ definida por

$$f(x) = x + 1$$

é bijetora?

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

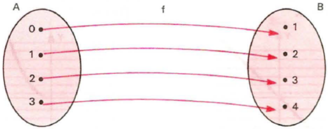
Nomenclatura.
"f é uma função bijetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma bijeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{0, 1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 2, 3, 4\}$ definida por

$$f(x) = x + 1$$

é bijetora?

Solução. Sim, pois pelo Diagrama temos



Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

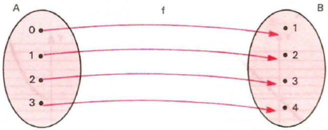
Nomenclatura.
"f é uma função bijetora de A em B", poderemos dizer também "f é uma bijeção de A em B".

Exemplo 1. A função f de $A = \{0, 1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 2, 3, 4\}$ definida por

$$f(x) = x + 1$$

é bijetora?

Solução. Sim, pois pelo Diagrama temos



Portanto, f é sobrejetora e injetora, isto é, para todo elemento $y \in B$, existe um único elemento $x \in A$, tal que $y = x + 1$.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 3x + 2$$

é bijetora?

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 3x + 2$$

é bijetora?

Solução. A função acima é sobrejetora, pois basta tomar

$$x = \frac{y-2}{3}.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 3x + 2$$

é bijetora?

Solução. A função acima é sobrejetora, pois basta tomar

$$x = \frac{y-2}{3}.$$

De fato, pois

$$y = 3x + 2 \Rightarrow -3x = -y + 2$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 3x + 2$$

é bijetora?

Solução. A função acima é sobrejetora, pois basta tomar

$$x = \frac{y-2}{3}.$$

De fato, pois

$$y = 3x + 2 \Rightarrow -3x = -y + 2 \Rightarrow 3x = y - 2$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 3x + 2$$

é bijetora?

Solução. A função acima é sobrejetora, pois basta tomar

$$x = \frac{y-2}{3}.$$

De fato, pois

$$y = 3x + 2 \Rightarrow -3x = -y + 2 \Rightarrow 3x = y - 2 \Rightarrow x = \frac{y-2}{3}.$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Exemplo 2. A função f de $A = \mathbb{R}$ em $B = \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = 3x + 2$$

é bijetora?

Solução. A função acima é sobrejetora, pois basta tomar

$$x = \frac{y-2}{3}.$$

De fato, pois

$$y = 3x + 2 \Rightarrow -3x = -y + 2 \Rightarrow 3x = y - 2 \Rightarrow x = \frac{y-2}{3}.$$

Como x está definido para qualquer $y \in B$ então a função é sobrejetora.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2$$

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2 \Rightarrow 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2.$$

Portanto, a função também é injetora.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2 \Rightarrow 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2.$$

Portanto, a função também é injetora. Como verificamos que é injetora e sobrejetora, então é bijetora.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2 \Rightarrow 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2.$$

Portanto, a função também é injetora. Como verificamos que é injetora e sobrejetora, então é bijetora.

Observemos que existem funções que não são sobrejetoras nem injetoras.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2 \Rightarrow 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2.$$

Portanto, a função também é injetora. Como verificamos que é injetora e sobrejetora, então é bijetora.

Observemos que existem funções que não são sobrejetoras nem injetoras. Assim, por exemplo, a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$:

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2 \Rightarrow 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2.$$

Portanto, a função também é injetora. Como verificamos que é injetora e sobrejetora, então é bijetora.

Observemos que existem funções que não são sobrejetoras nem injetoras. Assim, por exemplo, a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$:

I) dado $y \in \mathbb{R}_-^*$, não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $y = |x|$, portanto f não é sobrejetora;

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Solução Exemplo 2. - Continuação Quaisquer que sejam x_1 e x_2 de $\mathbb{R}$ se

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2 \Rightarrow 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2.$$

Portanto, a função também é injetora. Como verificamos que é injetora e sobrejetora, então é bijetora.

Observemos que existem funções que não são sobrejetoras nem injetoras. Assim, por exemplo, a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$:

I) dado $y \in \mathbb{R}_-^*$, não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $y = |x|$, portanto f não é sobrejetora;

II) Existem x_1 e x_2 em $\mathbb{R}$, x_1 e x_2 opostos (e portanto $x_1 \neq x_2$) tais que $|x_1| = |x_2|$, isto é, f não é injetora.

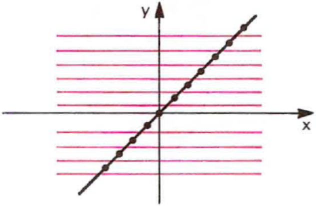
Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Reconhecimento através do gráfico.

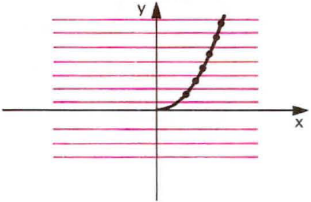
1º) Se cada uma dessas retas cortar o gráfico em um só ponto ou não cortar o gráfico, então a função é *injetora*.

Exemplos

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$f(x) = x$



b) $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$
$f(x) = x^2$



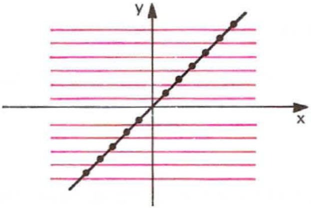
Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Reconhecimento através do gráfico.

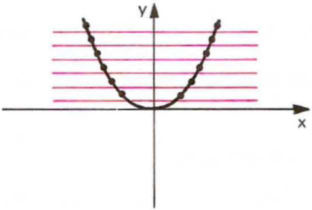
2º) Se cada uma das retas cortar o gráfico em um ou mais pontos, então a função é *sobrejetora*.

Exemplos

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$f(x) = x - 1$



b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$
$f(x) = x^2$



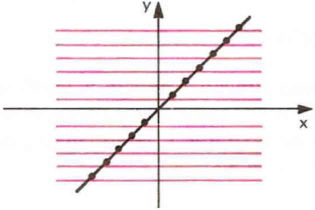
Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Reconhecimento através do gráfico.

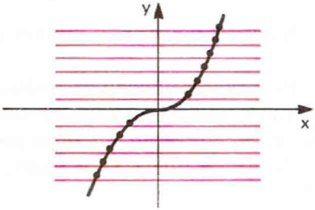
3º) Se cada uma dessas retas cortar o gráfico em um só ponto, então a função é *bijetora*.

Exemplos

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$f(x) = 2x$



b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$f(x) = x \cdot |x|$



Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Reconhecimento através do gráfico.

Resumo

Dada a função f de A em B, consideram-se as retas horizontais por $(0, y)$ com $y \in B$:

1º) se nenhuma reta corta o gráfico mais de uma vez, então f é *injetora*.
2º) se toda reta corta o gráfico, então f é *sobrejetora*.
3º) se toda reta corta o gráfico em um só ponto, então f é *bijetora*.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Reconhecimento através do gráfico.

Resumo

Dada a função f de A em B, consideram-se as retas horizontais por $(0, y)$ com $y \in B$:

1º) se nenhuma reta corta o gráfico mais de uma vez, então f é *injetora*.

2º) se toda reta corta o gráfico, então f é *sobrejetora*.

3º) se toda reta corta o gráfico em um só ponto, então f é *bijetora*.

Teorema

Se duas funções f de A em B e g de B em C são sobrejetoras, então a função composta $g \circ f$ de A em C é também sobrejetora.

Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Reconhecimento através do gráfico.

Resumo

Dada a função f de A em B, consideram-se as retas horizontais por $(0, y)$ com $y \in B$:

1º) se nenhuma reta corta o gráfico mais de uma vez, então f é *injetora*.

2º) se toda reta corta o gráfico, então f é *sobrejetora*.

3º) se toda reta corta o gráfico em um só ponto, então f é *bijetora*.

Teorema

Se duas funções f de A em B e g de B em C são sobrejetoras, então a função composta $g \circ f$ de A em C é também sobrejetora.

Teorema

Se duas funções f de A em B e g de B em C são injetoras, então a função composta $g \circ f$ de A em C é também injetora.

Thank you

Thank you for your attention!