Função Exponencial - Função Logarítmica

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

17 de Agosto de 2021

Apresentação

Função Exponencial Parte 2

Função Exponencial

Equações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos

$$2^x = 64,\ (\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81},\ 4^x - 2^x = 2.$$

Função Exponencial

Equações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos

$$2^x = 64, \ (\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81}, \ 4^x - 2^x = 2.$$

Método da redução a uma base comum.

Esse método será aplicado quando ambos os membros da equação forem redutíveis a potências de mesma bases $a(0 \leq a \neq 1)$.

Resumindo

$$a^b = a^c \Leftrightarrow b = c \quad (0 < a \neq 1)$$

Função Exponencial

Equações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos

$$2^x = 64, \ (\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81}, \ 4^x - 2^x = 2.$$

Método da redução a uma base comum.
Esse método será aplicado quando ambos os membros da equação forem redutíveis a potências de mesma bases $a(0 \leq a \neq 1)$.
Resumindo

$$a^b = a^c \Leftrightarrow b = c \quad (0 < a \neq 1)$$

Obs. Essa equivalência decorre do fato de a função exponencial $f(x) = a^x$ ser injetora.

Função Exponencial

Equações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos

$$2^x = 64,\ (\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81},\ 4^x - 2^x = 2.$$

Método da redução a uma base comum.
Esse método será aplicado quando ambos os membros da equação forem redutíveis a potências de mesma bases $a(0 \leq a \neq 1)$.
Resumindo

$$a^b = a^c \Leftrightarrow b = c \quad (0 < a \neq 1)$$

Obs. Essa equivalência decorre do fato de a função exponencial $f(x) = a^x$ ser injetora.

Resolva as seguintes equações exponenciais:

a) $2^x = 64$ b) $8^x = \frac{1}{32}$ c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = -5$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = -5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81} \Leftrightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = \sqrt[3]{3^4}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81} \Leftrightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = \sqrt[3]{3^4} \Leftrightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3^{\frac{4}{3}}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81} \Leftrightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = \sqrt[3]{3^4} \Leftrightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3^{\frac{4}{3}} \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} = \dfrac{4}{3}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81} \Leftrightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = \sqrt[3]{3^4} \Leftrightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3^{\frac{4}{3}} \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{3}$

Função Exponencial

Soluções.

a) $2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

b) $8^x = \dfrac{1}{32} \Leftrightarrow (2^3)^x = \dfrac{1}{2^5} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$

$S = \left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$

c) $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{81} \Leftrightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = \sqrt[3]{3^4} \Leftrightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3^{\frac{4}{3}} \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{3}$

$S = \left\{\dfrac{8}{3}\right\}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

$\Leftrightarrow 8x + 7 = 3x + 3$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

$$\Leftrightarrow 8x + 7 = 3x + 3 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

$\Leftrightarrow 8x + 7 = 3x + 3 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$, $S = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

$\Leftrightarrow 8x + 7 = 3x + 3 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$, $S = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$

c) **Exercício.**

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

$$\Leftrightarrow 8x + 7 = 3x + 3 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}, \qquad S = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$$

c) **Exercício.**

Exercício. Resolva a equação $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$

Função Exponencial

Resolva as equações exponenciais abaixo:

a) $(2^x)^{x-1} = 4$ b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$ c) $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

a) $(2^x)^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$,

$S = \{2, -1\}$

b) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot (3^2)^{3x+4} = (3^3)^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2x-1} \cdot 3^{6x+8} = 3^{3x+3} \Leftrightarrow 3^{8x+7} = 3^{3x+3}$

$\Leftrightarrow 8x + 7 = 3x + 3 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$, $S = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$

c) **Exercício.**

Exercício. Resolva a equação $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$

Sugestão. Divida a expressão por 9^x.

Função Exponencial Parte 2

Inequações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos

$$2^x > 32,\ (\sqrt{5})^x > \sqrt[3]{25},\ 4^x - 2 > 2^x.$$

Função Exponencial Parte 2

Inequações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos

$$2^x > 32,\ (\sqrt{5})^x > \sqrt[3]{25},\ 4^x - 2 > 2^x.$$

Método da redução a uma base comum.
O método será aplicado quando ambos os membros da inequação forem redutíveis a potências de mesma bases $a(0 \leq a \neq 1)$.

Função Exponencial Parte 2

Inequações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos $2^x > 32$, $(\sqrt{5})^x > \sqrt[3]{25}$, $4^x - 2 > 2^x$.

Método da redução a uma base comum.
O método será aplicado quando ambos os membros da inequação forem redutíveis a potências de mesma bases $a(0 \leq a \neq 1)$.

Recordando que a função exponencial $f(x) = a^x$ é crescente, se $a > 1$, ou decrescente, $0 < a < 1$;

Função Exponencial Parte 2

Inequações exponenciais são equações com incógnita no expoente.

Exemplos $2^x > 32$, $(\sqrt{5})^x > \sqrt[3]{25}$, $4^x - 2 > 2^x$.

Método da redução a uma base comum.
O método será aplicado quando ambos os membros da inequação forem redutíveis a potências de mesma bases $a (0 \leq a \neq 1)$.

Recordando que a função exponencial $f(x) = a^x$ é crescente, se $a > 1$, ou decrescente, $0 < a < 1$;
Portanto,

Se b e c são números reais, então:
para $a > 1$ tem-se $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$
para $0 < a < 1$ tem-se $a^b > a^c \Leftrightarrow b < c$.

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$

c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$

c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$

c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$
Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

Como a base está compreendida entre *0* e *1*, temos $x \leqslant -3$.

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

Como a base está compreendida entre *0* e *1*, temos $x \leqslant -3$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3\}$.

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$
Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$
Como a base está compreendida entre *0* e *1*, temos $x \leqslant -3$.
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3\}$.

c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{3}} < 2^{\frac{3}{4}}$

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

Como a base está compreendida entre *0* e *1*, temos $x \leqslant -3$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3\}$.

c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{3}} < 2^{\frac{3}{4}}$

Como a base é maior que *1*, temos: $\frac{x}{3} < \frac{3}{4} \Leftrightarrow x < \frac{9}{4}$.

Função Exponencial Parte 2

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

a) $2^x > 128$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27}$ c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8}$

a) $2^x > 128 \Leftrightarrow 2^x > 2^7$

Como a base é maior que 1, vem $x > 7$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \frac{125}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x \geqslant \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

Como a base está compreendida entre *0* e *1*, temos $x \leqslant -3$.

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3\}$.

c) $(\sqrt[3]{2})^x < \sqrt[4]{8} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{3}} < 2^{\frac{3}{4}}$

Como a base é maior que *1*, temos: $\frac{x}{3} < \frac{3}{4} \Leftrightarrow x < \frac{9}{4}$.

$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{9}{4}\right\}$.

Logaritmo

Logaritmo

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, chama se logaritmo b na base a o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b.

Logaritmo

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, chama se logaritmo b na base a o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Logaritmo

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, chama se logaritmo b na base a o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Em $log_a b = x$, dizemos:

- a é a base do logaritmo;
- b é o logaritmando;
- x é o logaritmo.

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$

2º) $\log_3 \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \dfrac{1}{9} = -2$

3º) $\log_5 5$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \dfrac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \dfrac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Logaritmo

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x$$

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x$$

Exemplos 1º) $\text{antilog}_3 2$

2º) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}} 3$

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x$$

Exemplos 1º) $\text{antilog}_3 2 = 9$

2º) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}} 3$

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \dfrac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \dfrac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x$$

Exemplos 1º) $\text{antilog}_3 2 = 9$, pois $\log_3 9 = 2$

2º) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}} 3$

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x$$

Exemplos 1º) $\text{antilog}_3 2 = 9$, pois $\log_3 9 = 2$

2º) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{1}{8}$

Exemplos.

1º) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

2º) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, pois $3^{-2} = \frac{1}{9}$

3º) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$

4º) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Definição

Sendo a e b números reais positivos, com $a \neq 1$, se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

Em símbolos: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = \text{antilog}_a x$$

Exemplos 1º) $\text{antilog}_3 2 = 9$, pois $\log_3 9 = 2$

2º) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{1}{8}$, pois $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

4º) "Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos são iguais."

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

4º) "Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos são iguais."

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

Calcule o valor de $8^{\log_2 5}$.

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

4º) "Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos são iguais."

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

Calcule o valor de $8^{\log_2 5}$.

$$8^{\log_2 5} = (2^3)^{\log_2 5}$$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

4º) "Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos são iguais."

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

Calcule o valor de $8^{\log_2 5}$.

$$8^{\log_2 5} = (2^3)^{\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3$$

Consequências da Definição.

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

4º) "Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos são iguais."

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

Calcule o valor de $8^{\log_2 5}$.

$$8^{\log_2 5} = (2^3)^{\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3$$

Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, e $b > 0$,então:

1º) "O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a *0*."

$$\boxed{\log_a 1 = 0}$$

2º) "O logaritmo da base em qualquer base é igual a *1*."

$$\boxed{\log_a a = 1}$$

3º) "A potência de base *a* e expoente $log_a b$ é igual a *b*."

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

4º) "Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos são iguais."

$$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$$

Calcule o valor de $8^{\log_2 5}$.

$$8^{\log_2 5} = (2^3)^{\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3 = 125$$

Consequências da Definição.

Sistemas de logaritmos

a) *sistema de logaritmos decimais* é o sistema de base *10*, também chamado sistema de logaritmos vulgares ou de Briggs.

notação

$$\log_{10} x \text{ ou simplesmente } \log x.$$

b) *sistema de logaritmos neperianos* é o sistema de base *e* ($e = 2{,}71828\ldots$ número irracional), também chamado de sistema de logaritmos naturais.

notações

$$\log_e x \text{ ou } \ln x.$$

Propriedades.

1ª) Logaritmo do produto

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.

Propriedades.

1ª) Logaritmo do produto

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$$

2ª) Logaritmo do quociente

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$$

Propriedades.

1ª) Logaritmo do produto

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$$

2ª) Logaritmo do quociente

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$$

Cologaritmo

Se $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então
$$\text{colog}_a\, b = -\log_a b.$$

Propriedades.

1ª) Logaritmo do produto

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$

2ª) Logaritmo do quociente

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$$

Cologaritmo

Se $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então
$\operatorname{colog}_a b = -\log_a b.$ $\Rightarrow$ $\operatorname{colog}_a b = \log_a \dfrac{1}{b}$

Propriedades.

1ª) Logaritmo do produto

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.

2ª) Logaritmo do quociente

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então
$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$$

Cologaritmo

Se $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então
$\operatorname{colog}_a b = -\log_a b$.

$\Rightarrow$

$$\operatorname{colog}_a b = \log_a \frac{1}{b}$$

3ª) Logaritmo da potência

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $\alpha \in \mathbb{R}$, então
$\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$.

Mudança de base

Se a, b e c são números reais positivos e a e c diferentes de 1, então tem-se:

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$$

Mudança de base

Se a, b e c são números reais positivos e a e c diferentes de 1, então tem-se:

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$$

Conseqüências

1º) Se a e b são reais positivos e diferentes de 1, então tem-se:

$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}}$$

Mudança de base

Se a, b e c são números reais positivos e a e c diferentes de 1, então tem-se:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Conseqüências

1º) Se a e b são reais positivos e diferentes de 1, então tem-se:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

2º) Se a e b são reais positivos com a diferente de 1 e β é um real não nulo, então tem-se:

$$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \log_a b$$

Função Logarítmica

Função Logarítmica

Definição

Daodo um número real $a(0 < a \neq 1)$, chamamos de função logarítmica de base a a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x o número $log_a x$.

Função Logarítmica

Definição

Daodo um número real $a (0 < a \neq 1)$, chamamos de função logarítmica de base a a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x o número $log_a x$.

Em símbolos:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}_+^* &\to \mathbb{R} \\ x &\to \log_a x \end{aligned}$$

Função Logarítmica

Definição

Daodo um número real $a (0 < a \neq 1)$, chamamos de função logarítmica de base a a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x o número $log_a x$.

Em símbolos:

$$\begin{aligned} f:\ \mathbb{R}_+^* &\to \mathbb{R} \\ x &\to \log_a x \end{aligned}$$

Exemplos de funções logarítmicas em $\mathbb{R}_+^*$

Função Logarítmica

Definição

Daodo um número real $a (0 < a \neq 1)$, chamamos de função logarítmica de base a a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x o número $log_a x$.

Em símbolos:

$$f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$$
$$x \to \log_a x$$

Exemplos de funções logarítmicas em $\mathbb{R}_+^*$

a) $f(x) = \log_2 x$

b) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

c) $h(x) = \log x$

d) $p(x) = \ell n\ x$

Função Logarítmica

Propriedades.

Função Logarítmica

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

Função Logarítmica

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

2ª) A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ $(0 < a < 1)$.

Função Logarítmica

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

2ª) A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ $(0 < a < 1)$.

Observações

Função Logarítmica

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

2ª) A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ $(0 < a < 1)$.

Observações

1ª) Quando a base é maior que 1, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos de dois números positivos tem o mesmo sentido que a relação entre esses números.

Função Logarítmica

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

2ª) A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ $(0 < a < 1)$.

Observações

1ª) Quando a base é maior que 1, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos de dois números positivos tem o mesmo sentido que a relação entre esses números.

Exemplos

1º) $4 > 2 \Rightarrow \log_2 4 > \log_2 2$
2º) $15 > 4 \Rightarrow \log_3 15 > \log_3 4$
3º) $\sqrt{5} < 7 \Rightarrow \log \sqrt{5} < \log 7$

Função Logarítmica

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

2ª) A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ $(0 < a < 1)$.

Observações

1ª) Quando a base é maior que *1*, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos de dois números positivos tem o mesmo sentido que a relação entre esses números.

Exemplos

1º) $4 > 2 \Rightarrow \log_2 4 > \log_2 2$

2º) $15 > 4 \Rightarrow \log_3 15 > \log_3 4$

3º) $\sqrt{5} < 7 \Rightarrow \log \sqrt{5} < \log 7$

2ª) Quando a base é positiva e menor que *1*, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos de dois números positivos é de sentido contrário à que existe entre esses números.

Propriedades.

1ª) Se $0 < a \neq 1$, então as funções f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$ são inversas uma da outra.

2ª) A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ ($0 < a < 1$).

Observações

1ª) Quando a base é maior que 1, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos de dois números positivos tem o mesmo sentido que a relação entre esses números.

Exemplos

1º) $4 > 2 \Rightarrow \log_2 4 > \log_2 2$

2º) $15 > 4 \Rightarrow \log_3 15 > \log_3 4$

3º) $\sqrt{5} < 7 \Rightarrow \log \sqrt{5} < \log 7$

2ª) Quando a base é positiva e menor que 1, a relação de desigualdade existente entre os logaritmos de dois números positivos é de sentido contrário à que existe entre esses números.

Exemplos

1º) $8 > 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 8 < \log_{\frac{1}{2}} 2$

2º) $12 > 5 \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} 12 < \log_{\frac{1}{3}} 5$

Função Logarítmica

3ª) Se a base é maior que *1*, então os números positivos menores que *1* têm logaritmos negativos e os números maiores que *1* têm logaritmos positivos.

Função Logarítmica

3ª) Se a base é maior que *1*, então os números positivos menores que *1* têm logaritmos negativos e os números maiores que *1* têm logaritmos positivos.

Exemplos

1º) $\log_2 0{,}25 < 0$
2º) $\log 0{,}02 < 0$
3º) $\log_2 32 > 0$
4º) $\log_3 \sqrt{5} > 0$

Função Logarítmica

3ª) Se a base é maior que *1*, então os números positivos menores que *1* têm logaritmos negativos e os números maiores que *1* têm logaritmos positivos.

Exemplos

1º) $\log_2 0{,}25 < 0$
2º) $\log 0{,}02 < 0$
3º) $\log_2 32 > 0$
4º) $\log_3 \sqrt{5} > 0$

4ª) Se a base é positiva e menor que *1*, então os números positivos menores que *1* têm logaritmos positivos e os números maiores que *1* têm logaritmos negativos.

Função Logarítmica

3ª) Se a base é maior que *1*, então os números positivos menores que *1* têm logaritmos negativos e os números maiores que *1* têm logaritmos positivos.

Exemplos

1º) $\log_2 0{,}25 < 0$
2º) $\log 0{,}02 < 0$
3º) $\log_2 32 > 0$
4º) $\log_3 \sqrt{5} > 0$

4ª) Se a base é positiva e menor que *1*, então os números positivos menores que *1* têm logaritmos positivos e os números maiores que *1* têm logaritmos negativos.

Exemplos

1º) $\log_{0,5} 0{,}25 > 0$
2º) $\log_{0,1} 0{,}03 > 0$
3º) $\log_{0,5} 4 < 0$
4º) $\log_{0,2} \sqrt{3} < 0$

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$.

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Gráfico.

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = log_a\ x$ $(0 < a \neq 1)$, podemos dizer:

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Gráfico.

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = log_a\ x$ $(0 < a \neq 1)$, podemos dizer:

1º) está todo à direita do eixo y $(x > 0)$;

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Gráfico.

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = log_a\ x$ $(0 < a \neq 1)$, podemos dizer:

1º) está todo à direita do eixo y $(x > 0)$;

2º) corta o eixo x no ponto de abscissa 1 $(log_a 1 = 0$ para todo $0 < a \neq 1)$;

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Gráfico.

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = log_a\ x$ $(0 < a \neq 1)$, podemos dizer:

1º) está todo à direita do eixo y $(x > 0)$;

2º) corta o eixo x no ponto de abscissa 1 ($log_a 1 = 0$ para todo $0 < a \neq 1$);

3º) se $a > 1$ é de uma função crescente e se $0 < a < 1$ é de uma função decrescente;

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Gráfico.

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = log_a\ x$ $(0 < a \neq 1)$, podemos dizer:

1º) está todo à direita do eixo y $(x > 0)$;

2º) corta o eixo x no ponto de abscissa 1 ($log_a\ 1 = 0$ para todo $0 < a \neq 1$);

3º) se $a > 1$ é de uma função crescente e se $0 < a < 1$ é de uma função decrescente;

4º) é simétrico em relação à reta $y = x$ (bissetriz dos quadrantes ímpares) do gráfico da função $g(x) = a^x$;

Função Logarítmica

Imagem

Se $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = log_a x$ admite a função inversa de g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $g(x) = a^x$. Logo, f é bijetora e, portanto, a imagem de f é:

$$Im = \mathbb{R}.$$

Gráfico.

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = log_a\ x$ $(0 < a \neq 1)$, podemos dizer:

1º) está todo à direita do eixo y $(x > 0)$;

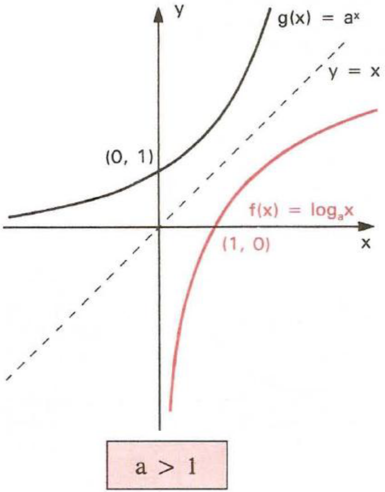
2º) corta o eixo x no ponto de abscissa 1 ($log_a\ 1 = 0$ para todo $0 < a \neq 1$);

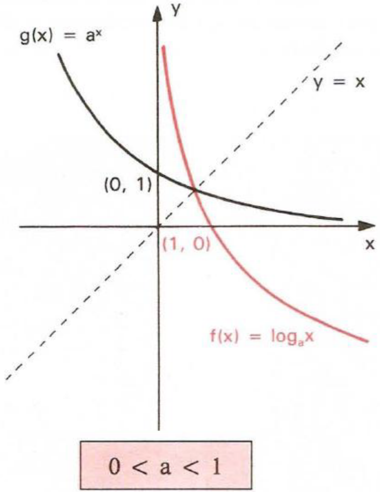
3º) se $a > 1$ é de uma função crescente e se $0 < a < 1$ é de uma função decrescente;

4º) é simétrico em relação à reta $y = x$ (bissetriz dos quadrantes ímpares) do gráfico da função $g(x) = a^x$;

5º) toma um dos aspectos da figura abaixo:

Função Logarítmica





Função Logarítmica

1º) Construir o gráfico cartesiano da função $f(x) = log_2 x$ (x > 0).

Função Logarítmica

1º) Construir o gráfico cartesiano da função $f(x) = log_2\, x$ $(x > 0)$. Construímos a tabela dando valores inicialmente a y e depois calculamos x.

Função Logarítmica

1º) Construir o gráfico cartesiano da função $f(x) = log_2\, x$ $(x > 0)$. Construímos a tabela dando valores inicialmente a y e depois calculamos x.

x	$y = \log_2 x$
	−3
	−2
	−1
	0
	1
	2
	3

Função Logarítmica

1º) Construir o gráfico cartesiano da função $f(x) = log_2\ x$ $(x > 0)$. Construímos a tabela dando valores inicialmente a y e depois calculamos x.

x	$y = \log_2 x$
	-3
	-2
	-1
	0
	1
	2
	3

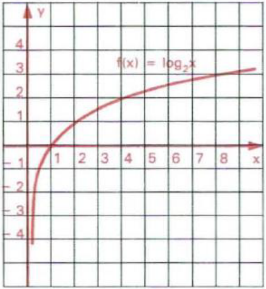
x	$y = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

Função Logarítmica

1º) Construir o gráfico cartesiano da função $f(x) = log_2\, x$ $(x > 0)$. Construímos a tabela dando valores inicialmente a y e depois calculamos x.

x	$y = \log_2 x$
	-3
	-2
	-1
	0
	1
	2
	3

x	$y = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3



Função Logarítmica

Uma alternativa para construirmos o gráfico de $f(x) = log_2\, x\ (x > 0)$ seria construirmos inicialmente o gráfico da função inversa $g(x) = f^{-1}(x)$

Função Logarítmica

Uma alternativa para construirmos o gráfico de $f(x) = log_2 x$ $(x > 0)$ seria construirmos inicialmente o gráfico da função inversa $g(x) = f^{-1}(x) = 2^x$ e lembrar que, se $(b, a) \in f^{-1} = g$, então $(a, b) \in f$.

Função Logarítmica

Uma alternativa para construirmos o gráfico de $f(x) = log_2\, x \ (x > 0)$ seria construirmos inicialmente o gráfico da função inversa $g(x) = f^{-1}(x) = 2^x$ e lembrar que, se $(b, a) \in f^{-1} = g$, então $(a, b) \in f$.

f^{-1}

x	$y = 2^x$
-3	$\frac{1}{8}$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8

Função Logarítmica

Uma alternativa para construirmos o gráfico de $f(x) = log_2\, x \ (x > 0)$ seria construirmos inicialmente o gráfico da função inversa $g(x) = f^{-1}(x) = 2^x$ e lembrar que, se $(b, a) \in f^{-1} = g$, então $(a, b) \in f$.

f^{-1}

x	$y = 2^x$
-3	$\frac{1}{8}$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8

f

x	$y = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

Função Logarítmica

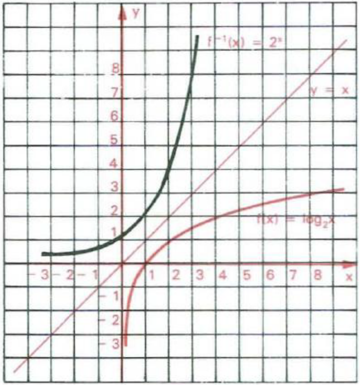
Uma alternativa para construirmos o gráfico de $f(x) = log_2\, x\ (x > 0)$ seria construirmos inicialmente o gráfico da função inversa $g(x) = f^{-1}(x) = 2^x$ e lembrar que, se $(b, a) \in f^{-1} = g$, então $(a, b) \in f$.

f^{-1}

x	$y = 2^x$
−3	$\frac{1}{8}$
−2	$\frac{1}{4}$
−1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8

f

x	$y = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	−3
$\frac{1}{4}$	−2
$\frac{1}{2}$	−1
1	0
2	1
4	2
8	3



Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = log_3 (x^2 - 4)$.

Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = log_{\,3}(x^2 - 4)$.

Solução

Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = log_3 (x^2 - 4)$.

Solução

Para que o logaritmo seja real devemos ter logaritmando positivo e base positiva e diferente de 1.

Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = log_3 (x^2 - 4)$.

Solução

Para que o logaritmo seja real devemos ter logaritmando positivo e base positiva e diferente de *1*.

Assim:

$\log_3 (x^2 - 4) \in \mathbb{R}$

Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = log_3 (x^2 - 4)$.

Solução

Para que o logaritmo seja real devemos ter logaritmando positivo e base positiva e diferente de *1*.

Assim:

$\log_3 (x^2 - 4) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0$

Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = log_3 (x^2 - 4)$.

Solução

Para que o logaritmo seja real devemos ter logaritmando positivo e base positiva e diferente de *1*.

Assim:

$$\log_3 (x^2 - 4) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -2 \quad \text{ou} \quad x > 2$$

Função Logarítmica

Determine o domínio da função $f(x) = \log_3 (x^2 - 4)$.

Solução

Para que o logaritmo seja real devemos ter logaritmando positivo e base positiva e diferente de *1*.

Assim:

$$\log_3 (x^2 - 4) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -2 \quad \text{ou} \quad x > 2$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \quad \text{ou} \quad x > 2\}.$$

Thank you

Thank you for your attention!