

Lógica e Conjuntos

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

18 de Maio de 2021

Apresentação

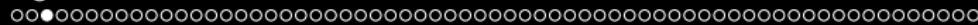
Lógica Matemática

Lógica Matemática

Lógica Matemática

Definição

Chama-se de proposição ou setença toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa.



Lógica Matemática

Definição

Chama-se de proposição ou setença toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa.

Observação. Toda proposição apresenta três características obrigatórias:

Lógica Matemática

Definição

Chama-se de proposição ou setença toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa.

Observação. Toda proposição apresenta três características obrigatórias:

- (1) Sendo oração tem sujeito e predicado.
 - (2) É declarativa (não é exclamativa ou interrogativa).
 - (3) Tem um, e somente um, dos valores lógicos (V ou F).

Lógica Matemática

Definição

Chama-se de proposição ou setença toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa.

Observação. Toda proposição apresenta três características obrigatórias:

- (1) Sendo oração tem sujeito e predicado.
- (2) É declarativa (não é exclamativa ou interrogativa).
- (3) Tem um, e somente um, dos valores lógicos (V ou F).

Exemplos.

- a) 9 é diferente do 5. $(9 \neq 5)$
- b) 7 é maior que 3. $(7 > 3)$
- c) Dois é um número inteiro.

Lógica Matemática

Exemplos que não são proposições

- a) Três vezes cinco mais um. ($3 \cdot 5 + 1$)
- b) A raiz quadrada de dois é um número racional?
- c) O triplo de um número menos 1 é igual a onze. ($3x - 1 = 11$)

Lógica Matemática

Exemplos que não são proposições

- a) Três vezes cinco mais um. ($3 \cdot 5 + 1$)
- b) A raiz quadrada de dois é um número racional?
- c) O triplo de um número menos 1 é igual a onze. ($3x - 1 = 11$)

Negação

A partir de uma proposição P qualquer, sempre podemos construir outra, denominada negação de P e indicada por $\sim P$.

Lógica Matemática

Exemplos que não são proposições

- a) Três vezes cinco mais um. $(3 \cdot 5 + 1)$
- b) A raiz quadrada de dois é um número racional?
- c) O triplo de um número menos 1 é igual a onze. $(3x - 1 = 11)$

Negação

A partir de uma proposição P qualquer, sempre podemos construir outra, denominada negação de P e indicada por $\sim P$.

Exemplos de proposições.

- a) p : 9 é diferente do 5. $(9 \neq 5)$
 $\sim p$: 9 é igual a 5. $(9 = 5)$
- b) p : 7 é maior que 3. $(7 > 3)$
 $\sim p$: 7 é menor ou igual a 3. $(7 \leq 3)$

Lógica Matemática

Definição

A proposição $\sim P$ tem sempre valor oposto de P , isto é, $\sim P$ é verdadeira quando P falsa e $\sim P$ é falsa quando P é verdadeira.

Lógica Matemática

Definição

A proposição $\sim P$ tem sempre valor oposto de P , isto é, $\sim P$ é verdadeira quando P falsa e $\sim P$ é falsa quando P é verdadeira.

Constução da Tabela Verdade

p	$\sim p$
Verdadeira	Falsa
Falsa	Verdadeira

Lógica Matemática

Definição

A proposição $\sim P$ tem sempre valor oposto de P , isto é, $\sim P$ é verdadeira quando P falsa e $\sim P$ é falsa quando P é verdadeira.

Constução da Tabela Verdade

p	$\sim p$

p	$\sim p$
V	
F	

Lógica Matemática

Definição

A proposição $\sim P$ tem sempre valor oposto de P , isto é, $\sim P$ é verdadeira quando P falsa e $\sim P$ é falsa quando P é verdadeira.

Constução da Tabela Verdade

p	$\sim p$

p	$\sim p$
V	
F	

p	$\sim p$
V	F
F	V

Definição

A proposição $\sim P$ tem sempre valor oposto de P , isto é, $\sim P$ é verdadeira quando P falsa e $\sim P$ é falsa quando P é verdadeira.

Constução da Tabela Verdade

p	$\sim p$

p	$\sim p$
V	
F	

p	$\sim p$
V	F
F	V

A última tabela é denominada tabela verdade.



Lógica Matemática

Exercícios

1. Quais das sentenças abaixo são proposições? No caso das proposições, quais são verdadeiras?
 - a) $5 \cdot 4 = 20$
 - b) $5 - 4 = 3$
 - c) $2 + 7 \cdot 3 = 5 \cdot 4 + 3$
 - d) $5(3 + 1) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 1$
 - e) $1 + 3 \neq 1 + 6$
 - f) $(-2)^5 \geq (-2)^3$
 - g) $3 + 4 > 0$
 - h) $11 - 4 \cdot 2$
2. Qual é a negação de cada uma das seguintes proposições? Que negações são verdadeiras?
 - a) $3 \cdot 7 = 21$
 - b) $3 \cdot (11 - 7) \neq 5$
 - c) $3 \cdot 2 + 1 > 4$
 - d) $5 \cdot 7 - 2 \leqslant 5 \cdot 6$
 - e) $\left(\frac{1}{2}\right)^7 < \left(\frac{1}{2}\right)^3$
 - f) $\sqrt{2} < 1$
 - g) $-(-4) \geqslant 7$
 - h) $3 \mid 7$

Lógica Matemática

Conectivos

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições mediante o emprego de dois símbolos lógicos chamados conectivos: o conectivo \wedge (lê-se: e) e o conectivo \vee (lê-se: ou).

Lógica Matemática

Conectivos

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições mediante o emprego de dois símbolos lógicos chamados conectivos: o conectivo \wedge (lê-se: e) e o conectivo \vee (lê-se: ou).

Conjunção - \wedge

Colocando o conectivo \wedge entre duas proposições p e q , obtemos uma nova proposição, $p \wedge q$, denominada **conjunção** das sentenças p e q .

Lógica Matemática

Conectivos

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições mediante o emprego de dois símbolos lógicos chamados conectivos: o conectivo \wedge (lê-se: e) e o conectivo \vee (lê-se: ou).

Conjunção - \wedge

Colocando o conectivo \wedge entre duas proposições p e q , obtemos uma nova proposição, $p \wedge q$, denominada **conjunção** das sentenças p e q .

Exemplos

$$1º) \quad p: 2 > 0$$

$$q: 2 \neq 1$$

$$p \wedge q: 2 > 0 \text{ e } 2 \neq 1$$

$$2º) \quad p: -2 < -1$$

$$q: (-2)^2 < (-1)^2$$

$$p \wedge q: -2 < -1 \text{ e } (-2)^2 < (-1)^2$$

Lógica Matemática

Definição

A conjunção $P \wedge Q$ é verdadeira se P e Q são ambas verdadeiras.
Se ao menos uma delas for falsa então $P \wedge Q$ é falsa.

Lógica Matemática

Definição

A conjunção $P \wedge Q$ é verdadeira se P e Q são ambas verdadeiras.
Se ao menos uma delas for falsa então $P \wedge Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Lógica Matemática

Definição

A conjunção $P \wedge Q$ é verdadeira se P e Q são ambas verdadeiras.
Se ao menos uma delas for falsa então $P \wedge Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F

Lógica Matemática

Definição

A conjunção $P \wedge Q$ é verdadeira se P e Q são ambas verdadeiras.
Se ao menos uma delas for falsa então $P \wedge Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Lógica Matemática

Definição

A conjunção $P \wedge Q$ é verdadeira se P e Q são ambas verdadeiras.
Se ao menos uma delas for falsa então $P \wedge Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



Lógica Matemática

Analisando os exemplos anteriores, temos:

$$\begin{aligned} 1^{\circ}) \quad p: 2 > 0 & \quad (\text{V}) \\ q: 2 \neq 1 & \quad (\text{V}) \\ \text{então:} \\ p \wedge q: 2 > 0 \text{ e } 2 \neq 1 & \quad (\text{V}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{\circ}) \quad p: -2 < -1 & \quad (\text{V}) \\ q: (-2)^2 < (-1)^2 & \quad (\text{F}) \\ \text{então:} \\ p \wedge q: -2 < -1 \text{ e } (-2)^2 < (-1)^2 & \quad (\text{F}) \end{aligned}$$

Lógica Matemática

Analisando os exemplos anteriores, temos:

$$\begin{aligned} 1^{\circ}) \ p: 2 > 0 & \quad (\text{V}) \\ q: 2 \neq 1 & \quad (\text{V}) \\ \text{então:} & \\ p \wedge q: 2 > 0 \text{ e } 2 \neq 1 & \quad (\text{V}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{\circ}) \ p: -2 < -1 & \quad (\text{V}) \\ q: (-2)^2 < (-1)^2 & \quad (\text{F}) \\ \text{então:} & \\ p \wedge q: -2 < -1 \text{ e } (-2)^2 < (-1)^2 & \quad (\text{F}) \end{aligned}$$

Disjunção

Colocando o conectivo \vee entre duas proposições p e q , obtemos uma nova proposição, $p \vee q$, denominada **disjunção** das sentenças p e q .



Lógica Matemática

Analizando os exemplos anteriores, temos:

$$1^{\circ}) \ p: 2 > 0 \quad (\text{V})$$

$$q: 2 \neq 1 \quad (\text{V})$$

então:

$$p \wedge q: 2 > 0 \text{ e } 2 \neq 1 \quad (\text{V})$$

$$2^{\circ}) \ p: -2 < -1 \quad (\text{V})$$

$$q: (-2)^2 < (-1)^2 \quad (\text{F})$$

então:

$$p \wedge q: -2 < -1 \text{ e } (-2)^2 < (-1)^2 \quad (\text{F})$$

Disjunção

Colocando o conectivo \vee entre duas proposições p e q , obtemos uma nova proposição, $p \vee q$, denominada **disjunção** das sentenças p e q .

Exemplos

1º)

$$p: 5 > 0 \text{ (cinco é maior que zero)}$$

$$q: 5 > 1 \text{ (cinco é maior que um)}$$

$$p \vee q: 5 > 0 \text{ ou } 5 > 1 \text{ (cinco é maior que zero ou maior que um)}$$

2º)

$$p: 3 = 3 \text{ (três é igual a três)}$$

$$q: 3 < 3 \text{ (três é menor que três)}$$

$$p \vee q: 3 \leq 3 \text{ (três é menor ou igual a três)}$$

Lógica Matemática

Definição

A disjunção $P \vee Q$ é verdadeira se P e Q se ao menos uma for verdadeira; se P e Q são ambas falsas então $P \vee Q$ é falsa.

Lógica Matemática

Definição

A disjunção $P \vee Q$ é verdadeira se P e Q se ao menos uma for verdadeira; se P e Q são ambas falsas então $P \vee Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$

Lógica Matemática

Definição

A disjunção $P \vee Q$ é verdadeira se P e Q se ao menos uma for verdadeira; se P e Q são ambas falsas então $P \vee Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	

Lógica Matemática

Definição

A disjunção $P \vee Q$ é verdadeira se P e Q se ao menos uma for verdadeira; se P e Q são ambas falsas então $P \vee Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Lógica Matemática

Definição

A disjunção $P \vee Q$ é verdadeira se P e Q se ao menos uma for verdadeira; se P e Q são ambas falsas então $P \vee Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Definição

A disjunção $P \vee Q$ é verdadeira se P e Q se ao menos uma for verdadeira; se P e Q são ambas falsas então $P \vee Q$ é falsa.

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exercício. Avalie os exemplos usando a tabela verdade.

Lógica Matemática

Condicionais

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições usando os símbolos lógicos chamados condicionais. O condicional se · então ··· (\rightarrow) e o condicional ··· se, e somente ··· (\leftrightarrow).

Lógica Matemática

Condicionais

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições usando os símbolos lógicos chamados condicionais. O condicional se · então ··· (\rightarrow) e o condicional ··· se, e somente ··· (\leftrightarrow).

Condicional (\rightarrow)

Colocando \rightarrow entre p e q obtemos uma nova proposição $p \rightarrow q$ que se lê **se p então q**.

Condicionais

A partir de proposições dadas podemos construir novas proposições usando os símbolos lógicos chamados condicionais. O condicional se · então ··· (\rightarrow) e o condicional ··· se, e somente ··· (\leftrightarrow).

Condicional (\rightarrow)

Colocando \rightarrow entre p e q obtemos uma nova proposição $p \rightarrow q$ que se lê **se p então q** .

Exemplos.

- 1º) p: dois é divisor de quatro ($2 \mid 4$)
q: quatro é divisor de vinte ($4 \mid 20$)
 $p \rightarrow q$: se dois é divisor de quatro, então quatro é divisor de vinte
($2 \mid 4 \rightarrow 4 \mid 20$)
- 2º) p: dois vezes cinco é igual a dez ($2 \cdot 5 = 10$)
q: três é divisor de dez ($3 \mid 10$)
 $p \rightarrow q$: se dois vezes cinco é igual a dez, então três é divisor de dez
($2 \cdot 5 = 10 \rightarrow 3 \mid 10$)

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Tabela Verdade

p	q	$p \rightarrow q$

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Tabela Verdade

p	q	$p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Tabela Verdade

p	q	$p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Tabela Verdade

p	q	$p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Definição

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Tabela Verdade

p	q	$p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exercício. Avalie os exemplos usando a tabela verdade.

Lógica Matemática

Condicional (\leftrightarrow)

Colocando \leftrightarrow entre p e q obtemos uma nova proposição $p \leftrightarrow q$ que se lê **p, se, e somente se, q**.

Lógica Matemática

Condicional (\leftrightarrow)

Colocando \leftrightarrow entre p e q obtemos uma nova proposição $p \leftrightarrow q$ que se lê **p, se, e somente se, q**.

Exemplos.

$$1^\circ) \quad p: 2 \mid 12$$

$$q: 2 \cdot 7 \mid 12 \cdot 7$$

$$p \leftrightarrow q: 2 \mid 12 \leftrightarrow 2 \cdot 7 \mid 12 \cdot 7$$

$$2^\circ) \quad p: \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

$$q: 3 \cdot 4 \neq 6 \cdot 2$$

$$p \leftrightarrow q: \frac{3}{2} = \frac{6}{4} \leftrightarrow 3 \cdot 4 \neq 6 \cdot 2$$

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro somente quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, caso contrário, $p \leftrightarrow q$ é falso.

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro somente quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, caso contrário, $p \leftrightarrow q$ é falso.

Tabela Verdade

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro somente quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, caso contrário, $p \leftrightarrow q$ é falso.

Tabela Verdade

p	q	$p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro somente quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, caso contrário, $p \leftrightarrow q$ é falso.

Tabela Verdade

p	q	$p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Lógica Matemática

Definição

O condicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro somente quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, caso contrário, $p \leftrightarrow q$ é falso.

Tabela Verdade

p	q	$p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Definição

O condicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro somente quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, caso contrário, $p \leftrightarrow q$ é falso.

Tabela Verdade

p	q	$p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exercício. Avalie os exemplos usando a tabela verdade.

Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que v é uma tautologia quando v tem valores lógicos V (verdadeira) independente dos valores lógicos de p, q , etc.



Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que v é uma tautologia quando v tem valores lógicos V (verdadeira) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

1º) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$ é uma tautologia, pois:

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	F



Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que v é uma tautologia quando v tem valores lógicos V (verdadeira) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

1º) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$ é uma tautologia, pois:

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
V	V	F			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			



Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que v é uma tautologia quando v tem valores lógicos V (verdadeira) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

1º) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$ é uma tautologia, pois:

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V



Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que v é uma tautologia quando v tem valores lógicos V (verdadeira) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

1º) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$ é uma tautologia, pois:

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Lógica Matemática

Tautologias.

Seja v uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que v é uma tautologia quando v tem valores lógicos V (verdadeira) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

1º) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$ é uma tautologia, pois:

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

$$2º) (p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

$$2º) (p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F				
V	F	F				
F	V	V				
F	F	V				

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

$$2º) (p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

$$2º) (p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	V		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	V	.	

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

$$2º) (p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V	F	
V	F	F	V	V	F	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	F	

Lógica Matemática

Proposição logicamente falsa.

Seja f uma proposição formada a partir de outras (p, q, r, \dots) mediante o emprego de conectivos (\wedge ou \vee) ou de modificador \sim ou de condicionais (\rightarrow ou \leftrightarrow).

Definição

Dizemos que f é uma proposição logicamente falsa quando f tem valores lógicos F (Falsa) independente dos valores lógicos de p, q , etc.

Exemplo

$$2º) (p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

Lógica Matemática

Exercícios Verifique se os itens abaixo são tautologias ou logicamente falsas.

$$1^{\circ}) p \wedge \sim p$$

$$2^{\circ}) \sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

Thank you

Thank you for your attention!