EDA - Aula 2

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo BotaRemoverBN

# Aula 24 Remover na Árvore Rubro Negra

#### Estruturas de Dados Avançadas

Professor Eurinardo Rodrigues Costa Universidade Federal do Ceará Campus Russas

2021.1

### Sumário

EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

KIN Algoritmo Aulas Passadas

- Remover na RN
  - Algoritmo RotaRemoverRN

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Aulas Passadas

#### Definição (ABB Rubro Negra)

ABB em que cada nó v temos que

- $v \in no$  externo  $\Rightarrow v \in N$
- os caminhos de v para seus descendentes nós externos possuem idêntico número de nós negros
- v é R e não é raiz ⇒ pai de v é N
- $v raiz \Rightarrow v \in \mathbf{N}$

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Aulas Passadas

```
Algoritmo 2: MoverPai(u, v, ptraiz)
```

```
se u.pai = externo então
       ptraiz \leftarrow v
  senão
       se u = u.pai.esq então
4
            u.pai.esq \leftarrow v
5
       senão
6
            u.pai.dir ← v
```

v.pai ← u.pai

EDA - Aula 24 Prof.

Aulas Passadas

Remover na RN

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passada

Remover na RN

RotaRemoverRN

Algoritmo 4: RemoverRN(z, ptraiz)

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passada:

Remover na RN

RotaRemoverRN

Algoritmo 5: RemoverRN(z, ptraiz)

1  $y \leftarrow z$ ;

FDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

Algoritmo 6: RemoverRN(z, ptraiz)

1  $y \leftarrow z$ ; corOriginal  $\leftarrow y.cor$ ;

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

#### Algoritmo 7: RemoverRN(z, ptraiz)

- 1  $\overline{y \leftarrow z}$ ; corOriginal  $\leftarrow y.cor$ ;
- 2 se y.esq = externo então

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 8: RemoverRN(z, ptraiz)

- 1  $y \leftarrow z$ ; corOriginal  $\leftarrow y.cor$ ;
- **se** y.esq = externo **então**
- $x \leftarrow z.dir$ 
  - MoverPai(z, z.dir);

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 9: RemoverRN(z, ptraiz)
```

- 1  $y \leftarrow z$ ; corOriginal  $\leftarrow y.cor$ ;
- 2 se y.esq = externo então
- $x \leftarrow z.dir$
- MoverPai(z, z.dir);
- 5 senão

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 10: RemoverRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;

2 se y.esq = externo então

3 x \leftarrow z.dir

4 MoverPai(z, z.dir);

5 senão

6 se y.dir = externo então
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 11: RemoverRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;

2 se y.esq = externo então

3 x \leftarrow z.dir

4 MoverPai(z, z.dir);

5 senão

6 se y.dir = externo então

7 x \leftarrow z.esq

8 MoverPai(z, z.esq);
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 12: RemoverRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se y.esq = externo então
        x \leftarrow z.dir
        MoverPai(z. z.dir):
5 senão
        se v.dir = externo então
             x \leftarrow z.esq
7
             MoverPai(z, z.esq);
        senão
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

#### Algoritmo 13: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se y.esq = externo então
        x \leftarrow z.dir
        MoverPai(z. z.dir):
5 senão
        se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
7
              MoverPai(z, z.esq);
        senão
              y \leftarrow sucessor(z);
10
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 14: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se y.esq = externo então
        x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z. z.dir):
5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 15: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se y.esq = externo então
         x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z. z.dir):
5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
11
              x \leftarrow y.dir
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 16: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se y.esq = externo então
         x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z. z.dir):
5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
11
              x \leftarrow y.dir
              se y.pai \neq z então
12
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 17: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se v.esq = externo então
         x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z, z.dir);
5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
11
              x \leftarrow y.dir
              se y.pai \neq z então
12
                    MoverPai(y, x)
13
                    y.dir \leftarrow z.dir
14
                    y.pai.dir \leftarrow y
15
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

#### Algoritmo 18: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
2 se v.esq = externo então
         x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z. z.dir):
5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
11
              x \leftarrow y.dir
              se y.pai \neq z então
12
                    MoverPai(y, x)
13
                    v.dir \leftarrow z.dir
14
                    y.pai.dir ← y
15
              MoverPai(z, v)
16
              y.esq \leftarrow z.esq
17
              y.esq.pai ← y
18
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

#### Algoritmo 19: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
 2 se v.esq = externo então
         x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z. z.dir):
 5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
 7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
11
              x \leftarrow y.dir
              se y.pai \neq z então
12
                    MoverPai(y, x)
13
                    v.dir \leftarrow z.dir
14
                    y.pai.dir ← y
15
              MoverPai(z, v)
16
              y.esq \leftarrow z.esq
17
              y.esq.pai ← y
18
19 se corOriginal = N então
```

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

#### Algoritmo 20: RemoverRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow z; corOriginal \leftarrow y.cor;
 2 se v.esq = externo então
         x \leftarrow z.dir
         MoverPai(z. z.dir):
 5 senão
         se v.dir = externo então
              x \leftarrow z.esq
 7
              MoverPai(z, z.esq);
         senão
              y \leftarrow sucessor(z); corOriginal \leftarrow y.cor;
10
11
              x \leftarrow y.dir
              se y.pai \neq z então
12
                   MoverPai(y, x)
13
                   v.dir \leftarrow z.dir
14
                   y.pai.dir ← y
15
              MoverPai(z, v)
16
              y.esq \leftarrow z.esq
17
              y.esq.pai ← y
18
19 se corOriginal = N então
         RotaRemoverRN(x)
```

FDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN Algoritmo 22: RotaRemoverRN(x)

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 23: RotaRemoverRN(x)

1 enquanto  $x \neq ptraiz$  e  $x.cor \neq R$  faça

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 24: RotaRemoverRN(x)

- 1 enquanto  $x \neq ptraiz$  e  $x.cor \neq R$  faça
- se x = x.pai.esq então

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 25: RotaRemoverRN(x)
```

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faça
```

```
se x = x.pai.esq então
```

$$w \leftarrow x.pai.dir$$

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 26: RotaRemoverRN(x)
```

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq \mathbf{R} faça

2 | se x = x.pai.esq então

3 | w \leftarrow x.pai.dir

4 | se w.cor = \mathbf{R} então
```

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 27: RotaRemoverRN(x)

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq \mathbf{R} faça

2 se x = x.pai.esq então

3 w \leftarrow x.pai.dir

4 se w.cor = \mathbf{R} então

5 x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}; w.cor \leftarrow \mathbf{N};

6 Rotação\mathbf{E}(x.pai)

7 w \leftarrow x.pai.dir
```

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

RotaRemoverRN

#### Algoritmo 28: RotaRemoverRN(x)

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq \mathbb{R} faça

2 se x = x.pai.esq então

3 w \leftarrow x.pai.dir

4 se w.cor = \mathbb{R} então

5 x.pai.cor \leftarrow \mathbb{R}; w.cor \leftarrow \mathbb{N};

6 Rotação\mathbb{E}(x.pai)

7 se w.dir.cor = \mathbb{N} e w.esq.cor = \mathbb{N} então
```

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 29: RotaRemoverRN(x)

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq \mathbb{R} faça

2 se x = x.pai.esq então

3 w \leftarrow x.pai.dir

4 se w.cor = \mathbb{R} então

5 x.pai.cor \leftarrow \mathbb{R}; w.cor \leftarrow \mathbb{N};

6 Rotação\mathbb{E}(x.pai)

7 w \leftarrow x.pai.dir

8 se w.dir.cor = \mathbb{N} e w.esq.cor = \mathbb{N} então

9 w.cor \leftarrow \mathbb{R}

10 x \leftarrow x.pai
```

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 30: RotaRemoverRN(x)
```

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faça
         se x = x.pai.esq então
               w \leftarrow x.pai.dir
               se w.cor = R então
                    x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}; w.cor \leftarrow \mathbf{N};
                    RotaçãoE(x.pai)
                    w \leftarrow x.pai.dir
               se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
8
                    w.cor \leftarrow R
                    x \leftarrow x.pai
10
               senão
11
```

#### EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 31: RotaRemoverRN(x)
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faca
        se x = x.pai.esq então
              w \leftarrow x.pai.dir
              se w.cor = R então
                   x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}; w.cor \leftarrow \mathbf{N};
                   RotaçãoE(x.pai)
                   w \leftarrow x.pai.dir
              se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
8
                   w.cor \leftarrow R
                   x \leftarrow x.pai
10
              senão
11
                   se w.esq.cor = R então
12
```

#### EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 32: RotaRemoverRN(x)
```

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faca
          se x = x.pai.esq então
                w \leftarrow x.pai.dir
                se w cor = \mathbf{R} \cdot \mathbf{ent} \tilde{\mathbf{ao}}
                      x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}; w.cor \leftarrow \mathbf{N};
                      RotaçãoE(x.pai)
                      w \leftarrow x.pai.dir
                se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
 8
                      w.cor \leftarrow R
                      x \leftarrow x.pai
10
                senão
11
12
                      se w.esq.cor = R então
                             w.esg.cor \leftarrow N; w.cor \leftarrow R;
13
                             RotaçãoD(w)
14
                             w \leftarrow x.pai.dir
15
```

#### EDA - Aula 24

Prof.

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

#### Algoritmo 33: RotaRemoverRN(x)

```
1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faca
          se x = x.pai.esq então
                w \leftarrow x.pai.dir
                se w cor = \mathbf{R} \cdot \mathbf{ent} \tilde{\mathbf{ao}}
                      x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}: w.cor \leftarrow \mathbf{N}:
                      RotaçãoE(x.pai)
                      w \leftarrow x.pai.dir
                se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
 8
                      w.cor \leftarrow R
                      x \leftarrow x.pai
10
                senão
11
12
                      se w.esq.cor = R então
                            w.esg.cor \leftarrow N; w.cor \leftarrow R;
13
                            RotaçãoD(w)
14
                            w \leftarrow x.pai.dir
15
                      w.cor ← x.pai.dir
16
                      w \ dir \ cor \leftarrow N
17
18
                      RotaçãoE(x.pai)
                      x \leftarrow ptraiz
19
```

#### EDA - Aula 24

Prof.

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 34: RotaRemoverRN(x)
 1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faca
         se x = x.pai.esq então
                w \leftarrow x.pai.dir
               se w cor = \mathbf{R} \cdot \mathbf{ent} \tilde{\mathbf{ao}}
                     x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}: w.cor \leftarrow \mathbf{N}:
                     RotaçãoE(x.pai)
                     w \leftarrow x.pai.dir
                se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
 8
                     w.cor \leftarrow R
                     x \leftarrow x.pai
10
               senão
11
12
                     se w.esq.cor = R então
                           w.esg.cor \leftarrow N; w.cor \leftarrow R;
13
                           RotaçãoD(w)
14
                           w \leftarrow x.pai.dir
15
                     w.cor ← x.pai.dir
16
                     w \ dir \ cor \leftarrow N
17
                     RotaçãoE(x.pai)
18
                     x \leftarrow ptraiz
19
         senão
20
```

#### EDA - Aula 24

Prof.

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 35: RotaRemoverRN(x)
 1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faca
         se x = x.pai.esq então
               w \leftarrow x.pai.dir
               se w cor = \mathbf{R} \cdot \mathbf{ent} \tilde{\mathbf{ao}}
                     x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}: w.cor \leftarrow \mathbf{N}:
                     RotaçãoE(x.pai)
                     w \leftarrow x.pai.dir
               se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
 8
                     w.cor \leftarrow R
                     x \leftarrow x.pai
10
               senão
11
12
                     se w.esq.cor = R então
                           w.esg.cor \leftarrow N; w.cor \leftarrow R;
13
                           RotaçãoD(w)
14
                           w \leftarrow x.pai.dir
15
                     w.cor ← x.pai.dir
16
                     w \ dir \ cor \leftarrow N
17
                     RotaçãoE(x.pai)
18
                     x \leftarrow ptraiz
19
         senão
20
               ... análogo (direita +> esquerda) ...
21
```

#### EDA - Aula 24

#### Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

```
Algoritmo 36: RotaRemoverRN(x)
 1 enquanto x \neq ptraiz e x.cor \neq R faca
         se x = x.pai.esq então
               w \leftarrow x.pai.dir
               se w cor = \mathbf{R} então
                     x.pai.cor \leftarrow \mathbf{R}: w.cor \leftarrow \mathbf{N}:
                     RotaçãoE(x.pai)
                     w \leftarrow x.pai.dir
               se w.dir.cor = N e w.esg.cor = N então
 8
                     w.cor \leftarrow R
                     x \leftarrow x.pai
10
               senão
11
12
                     se w.esq.cor = R então
                           w.esg.cor \leftarrow N; w.cor \leftarrow R;
13
                           RotaçãoD(w)
14
                           w \leftarrow x.pai.dir
15
                     w.cor ← x.pai.dir
16
                     w \ dir \ cor \leftarrow N
17
                     RotaçãoE(x.pai)
18
                     x \leftarrow ptraiz
19
         senão
20
               ... análogo (direita +> esquerda) ...
21
22 x.cor \leftarrow N
```

# Bibliografia

Prof.



LEISERSON, C.E., STEIN, C., RIVEST, R.L., CORMEN T.H.

Algoritmos: teoria e prática, 3ed.

Editora Campus, ano 2012.

EDA - Aula 24

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Remover na RN

Algoritmo RotaRemoverRN

# Obrigado!