EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Aula 23 Inserir na Árvore Rubro Negra

Estruturas de Dados Avançadas

Professor Eurinardo Rodrigues Costa Universidade Federal do Ceará Campus Russas

2021.1

Sumário

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo Bota

Aula Passada

- 2 Inserir na RN
 - Algoritmo MoverPai
 - Algoritmo Rota

Aula Passada

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPa

Algoritmo Rota

Aula Passada

EDA - Aula 23

Aula Passada

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai
Algoritmo Rota

Definição (ABB Rubro Negra)

ABB em que cada nó v temos que

- **a** $v \in no$ externo $\Rightarrow v \in \mathbf{N}$
- os caminhos de v para seus descendentes nós externos possuem idêntico número de nós negros
- \bigcirc v é \mathbb{R} e não é raiz \Rightarrow pai de v é \mathbb{N}
- \bigcirc v raiz \Rightarrow v \acute{e} N

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai Algoritmo Rota

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 2: MoverPai(u, v, ptraiz)

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 3: MoverPai(u, v, ptraiz)

1 se *u.pai = externo* então

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai Algoritmo 4: MoverPai(u, v, ptraiz)

- 1 se *u.pai = externo* então
- 2 $ptraiz \leftarrow v$

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai Algoritmo 5: MoverPai(u, v, ptraiz)

- 1 se u.pai = externo então
- $ptraiz \leftarrow v$
- 3 senão

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai

```
Algoritmo 6: MoverPai(u, v, ptraiz)
```

```
1 se u.pai = externo então
2 | ptraiz ← v
3 senão
4 | se u = u.pai.esq então
|
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai

```
Algoritmo 7: MoverPai(u, v, ptraiz)
```

```
    se u.pai = externo então
    ptraiz ← v
    senão
    se u = u.pai.esq então
    u.pai.esq ← v
```

EDA - Aula 23 Prof.

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai

Algoritmo 8: MoverPai(u, v, ptraiz)

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai

Algoritmo 9: MoverPai(u, v, ptraiz)

```
1 se u.pai = externo então

2 | ptraiz \leftarrow v

3 senão

4 | se u = u.pai.esq então

5 | u.pai.esq \leftarrow v

6 senão

7 | u.pai.dir \leftarrow v
```

EDA - Aula 23 Prof.

Aula Passada

Inserir na RN Algoritmo MoverPai

Algoritmo 10: MoverPai(u, v, ptraiz)

```
1 se u.pai = externo então

2 | ptraiz \leftarrow v

3 senão

4 | se u = u.pai.esq então

5 | u.pai.esq \leftarrow v

6 | senão

7 | u.pai.dir \leftarrow v

8 | v.pai \leftarrow u.pai
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai Algoritmo Rota

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 12: InserirRN(z, ptraiz)

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 13: InserirRN(z, ptraiz)

1 $y \leftarrow externo$;

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passad

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 14: InserirRN(z, ptraiz)

1 $y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;$

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 15: InserirRN(z, ptraiz)

- 1 $y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;$
- 2 enquanto $pt \neq externo$ faça

3

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 16: InserirRN(z, ptraiz)

- 1 $y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;$
- 2 enquanto $pt \neq externo$ faça
 - $y \leftarrow pt$

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 17: InserirRN(z, ptraiz)
```

```
 \begin{array}{c|cccc} 1 & y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz; \\ \mathbf{2} & \mathbf{enquanto} & pt \neq externo \ \mathbf{faça} \\ \mathbf{3} & & y \leftarrow pt \\ \mathbf{4} & \mathbf{se} \ z.chave = pt.chave \ \mathbf{então} \\ \mathbf{5} & & & & & & & & & \\ \hline \end{array}
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 18: InserirRN(z, ptraiz)
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 19: InserirRN(z, ptraiz)
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 20: InserirRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
2 enquanto pt \neq externo faça
3 y \leftarrow pt
4 se z.chave = pt.chave então
5 | "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
6 senão
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 21: InserirRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
2 enquanto pt \neq externo faça
3 y \leftarrow pt
4 se z.chave = pt.chave então
5 | "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
6 senão
7 se z.chave < pt.chave então
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 22: InserirRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
2 enquanto pt \neq externo faça
3 y \leftarrow pt
4 se z.chave = pt.chave então
5 | "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
6 senão
7 se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 23: InserirRN(z, ptraiz)

```
1 y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;2 enquanto pt \neq externo faça3 y \leftarrow pt4 se z.chave = pt.chave então5 "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo6 senão7 se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;8 senão
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai

Algoritmo 24: InserirRN(z, ptraiz)

```
1y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;2enquanto pt \neq externo faça3y \leftarrow pt4se z.chave = pt.chave então5"chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo6senão7se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;8senão pt \leftarrow pt.dir
```

8

9 se $y \neq \lambda$ então

Prof.

```
Algoritmo 25: InserirRN(z, ptraiz)
1 y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
2 enquanto pt ≠ externo faça
        y \leftarrow pt
        se z.chave = pt.chave então
              "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
        senão
              se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
              senão pt \leftarrow pt.dir;
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 26: InserirRN(z, ptraiz)
```

```
1 y \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
2 enquanto pt \neq externo faça
3 y \leftarrow pt
4 se z.chave = pt.chave então
5 "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
6 senão
7 se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
8 se y \neq \lambda então
10 z.pai \leftarrow y
```

9 se $y \neq \lambda$ então $z.pai \leftarrow y$

se y = externo então

10

11

Prof.

```
Algoritmo 27: InserirRN(z, ptraiz)
1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
2 enquanto pt ≠ externo faça
        v \leftarrow pt
        se z.chave = pt.chave então
              "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
        senão
              se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
              senão pt \leftarrow pt.dir;
8
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 28: InserirRN(z, ptraiz)
```

```
1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enquanto pt ≠ externo faça
         v \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 29: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enquanto pt ≠ externo faça
         v \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 30: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enquanto pt ≠ externo faça
         v \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
               se z.chave < y.chave então
14
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 31: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enquanto pt ≠ externo faça
         v \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
               se z.chave < y.chave então
14
                    y.esq \leftarrow z
15
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 32: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enquanto pt ≠ externo faça
         v \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
               se z.chave < y.chave então
14
                    y.esq \leftarrow z
15
               senão
16
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 33: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enquanto pt ≠ externo faça
         v \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
               se z.chave < y.chave então
14
                    y.esq \leftarrow z
15
               senão
16
                    v.dir \leftarrow z
17
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 34: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enguanto pt ≠ externo faca
         y \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
               se z.chave < y.chave então
14
                     y.esq \leftarrow z
15
               senão
16
                     v.dir \leftarrow z
17
          z.esa \leftarrow z.dir \leftarrow externo
18
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 35: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enguanto pt ≠ externo faca
         y \leftarrow pt
         se z.chave = pt.chave então
                "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
                se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
                senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
                ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
                se z.chave < y.chave então
14
                     y.esq \leftarrow z
15
                senão
16
                     v.dir \leftarrow z
17
          z.esa \leftarrow z.dir \leftarrow externo
18
19
         z cor \leftarrow \mathbf{R}
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

```
Algoritmo 36: InserirRN(z, ptraiz)
 1 v \leftarrow externo; pt \leftarrow ptraiz;
 2 enguanto pt ≠ externo faca
         y \leftarrow pt
 3
         se z.chave = pt.chave então
               "chave existente"; y \leftarrow \lambda; pt \leftarrow externo
         senão
               se z.chave < pt.chave então pt \leftarrow pt.esq;
               senão pt \leftarrow pt.dir;
 8
9 se y \neq \lambda então
         z.pai \leftarrow y
10
         se y = externo então
11
               ptraiz \leftarrow z
12
13
         senão
               se z.chave < y.chave então
14
                     y.esq \leftarrow z
15
               senão
16
                     v.dir \leftarrow z
17
          z.esq \leftarrow z.dir \leftarrow externo
18
19
          z.cor \leftarrow R
          Rota(z)
20
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPai Algoritmo Rota

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo Rota

Algoritmo 38: RotaRN(z)

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo Rota

Algoritmo 39: RotaRN(z)

 ${\tt 1} \ \ \textbf{enquanto} \ \textit{z.pai.cor} = \textit{R} \ \textbf{faça}$

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo Rota

Algoritmo 40: RotaRN(z)

- 1 enquanto z.pai.cor = R faça
 - se z.pai = z.pai.pai.esq então

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai
Algoritmo Rota

```
Algoritmo 41: RotaRN(z)
```

```
1 enquanto z.pai.cor = R faça
2 | se z.pai = z.pai.pai.esq então
3 | y \leftarrow z.pai.pai.dir
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai
Algoritmo Rota

Algoritmo 42: RotaRN(z)

```
1 enquanto z.pai.cor = R faça
2 se z.pai = z.pai.pai.esq então
3 y ← z.pai.pai.dir
4 se y.cor = R então
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai
Algoritmo Rota

Algoritmo 43: RotaRN(z)

```
    1 enquanto z.pai.cor = R faça
    2 se z.pai = z.pai.pai.esq então
    3 y ← z.pai.pai.dir
    4 se y.cor = R então
    5 z.pai.cor ← y.cor ← N
    6 z.pai.pai.cor ← R
    7 z ← z.pai.pai
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Inserir na RN

Algoritmo Rota

Algoritmo 44: RotaRN(z)

```
1 enquanto z.pai.cor = R faça
       se z.pai = z.pai.pai.esq então
2
             y ← z.pai.pai.dir
3
             se y.cor = R então
                  z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
                  z.pai.pai.cor \leftarrow R
6
                  z \leftarrow z.pai.pai
7
8
             senão
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai
Algoritmo Rota

Algoritmo 45: RotaRN(z)

```
enquanto z.pai.cor = R faça
       se z.pai = z.pai.pai.esq então
2
            y ← z.pai.pai.dir
3
            se y.cor = R então
                 z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
                 z.pai.pai.cor ← R
6
                 z \leftarrow z.pai.pai
7
8
            senão
                 se z = z.pai.dir então
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada Inserir na RN

Algoritmo Rota

```
Algoritmo 46: RotaRN(z)
```

```
enquanto z.pai.cor = R faça
        se z.pai = z.pai.pai.esq então
2
             y ← z.pai.pai.dir
3
             se y.cor = R então
                  z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
                  z.pai.pai.cor ← R
 6
                  z \leftarrow z.pai.pai
 7
8
             senão
                  se z = z.pai.dir então
                       z \leftarrow z.pai
10
                       RotaçãoE(z)
11
```

FDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai
Algoritmo Rota

Algoritmo 47: RotaRN(z)

```
enquanto z.pai.cor = R faça
        se z.pai = z.pai.pai.esq então
2
             y ← z.pai.pai.dir
3
             se y.cor = R então
                  z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
 5
                  z.pai.pai.cor ← R
 6
                  z \leftarrow z.pai.pai
 7
8
             senão
                  se z = z.pai.dir então
                       z \leftarrow z.pai
10
                       RotaçãoE(z)
11
                  z.pai.cor \leftarrow N
12
                  z.pai.pai.cor ← R
13
                  RotaçãoD(z.pai.pai)
14
```

Prof.

```
Algoritmo Rota
```

Algoritmo 48: RotaRN(z)

```
enquanto z.pai.cor = R faça
        se z.pai = z.pai.pai.esq então
 2
             y ← z.pai.pai.dir
 3
             se y.cor = R então
                  z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
 5
                  z.pai.pai.cor ← R
 6
                  z \leftarrow z.pai.pai
 7
 8
             senão
                  se z = z.pai.dir então
                       z \leftarrow z.pai
10
                       RotaçãoE(z)
11
                  z.pai.cor \leftarrow N
12
                  z.pai.pai.cor ← R
13
                  RotaçãoD(z.pai.pai)
14
        senão
15
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai

Algoritmo 49: RotaRN(z)

```
enquanto z.pai.cor = R faça
        se z.pai = z.pai.pai.esq então
 2
              y ← z.pai.pai.dir
 3
              se y.cor = R então
                   z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
 5
                   z.pai.pai.cor ← R
 6
                   z \leftarrow z.pai.pai
 7
              senão
 8
                   se z = z.pai.dir então
10
                        z \leftarrow z.pai
                        RotaçãoE(z)
11
                   z.pai.cor \leftarrow N
12
                   z.pai.pai.cor ← R
13
                   RotaçãoD(z.pai.pai)
14
        senão
15
              ... análogo (direita \leftrightarrow esquerda) ...
16
```

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Inserir na RN
Algoritmo MoverPai

Algoritmo 50: RotaRN(z)

```
enquanto z.pai.cor = R faça
         se z.pai = z.pai.pai.esq então
 2
              y ← z.pai.pai.dir
 3
              se y.cor = R então
                    z.pai.cor \leftarrow y.cor \leftarrow N
 5
                    z.pai.pai.cor \leftarrow R
 6
                   z \leftarrow z.pai.pai
 7
              senão
 8
                    se z = z.pai.dir então
10
                         z \leftarrow z.pai
                         RotaçãoE(z)
11
                    z.pai.cor \leftarrow N
12
                    z.pai.pai.cor ← R
13
                    RotaçãoD(z.pai.pai)
14
         senão
15
              ... análogo (direita \leftrightarrow esquerda) ...
16
         ptraiz.cor \leftarrow N
17
```

Bibliografia

EDA - Aula 23 Prof.

Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPa

Algoritmo Rota



Algoritmos: teoria e prática, 3ed.

Editora Campus, ano 2012.

EDA - Aula 23

Prof. Eurinardo

Aula Passada

Inserir na RN

Algoritmo MoverPa

Obrigado!