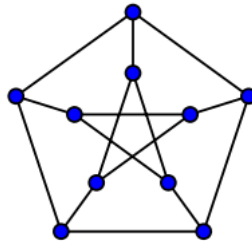


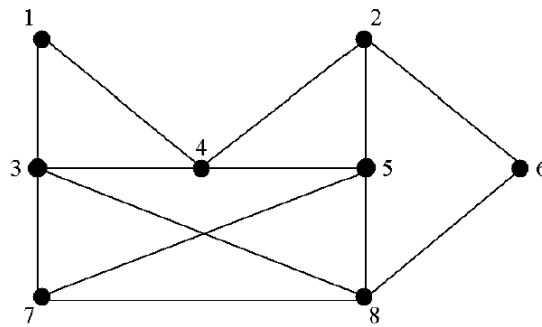
Universidade Federal do Ceará – Campus Russas
RUS0300 – Algoritmos em Grafos – Lista 1 – 2022.1
Professor: Pablo Soares

1. Defina o que é um subgrafo.
2. Defina o que é um grafo bipartido.
3. Defina o que é um grafo conexo. E um desconexo?
4. O que são grafos isomorfos? Desenhe um exemplo.
5. Defina o que é um grafo Hamiltoniano
6. Defina o que é um grafo Euleriano.
7. Desenhe o digrafo $D = (V, E)$, tal que $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $E = \{(2, 5), (6, 1), (5, 3), (2, 3)\}$.
8. Desenhe o grafo complementar



9. Desenhe os grafos não-orientados K_4 e K_7 .
10. Dê um exemplo de um grafo que em cada vértice é adjacente a dois outros vértices e cada aresta é adjacente a duas outras arestas.
11. O **complemento** de um grafo G , denotado por \overline{G} , é o grafo que tem o mesmo conjunto de vértices de G e dois vértices formam uma aresta em \overline{G} se e somente se **não** formam uma aresta de G . Dê o complemento dos seguintes grafos
 - (a) G dado por $V_G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
 $E_G = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$
 - (b) H dado por $V_H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,
 $E_H = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 6), (3, 7)\}$
 - (c) A dado por $V_A = \{a, b, c, 1, 2, 3\}$,
 $E_A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 1), (c, 2), (c, 3)\}$
12. Quantas arestas tem um grafo com 3 vértices de grau 3 e um vértice de graus 5?
13. Quantas arestas tem o grafo $\overline{C_n}$.
14. Ximmenes e sua esposa foram a uma festa com três outros casais. No encontro deles houveram vários apertos de mão. Ninguém apertou a própria mão ou a mão da(o) esposa(o), e ninguém apertou a mão da mesma pessoa mais que uma vez. Após os cumprimentos Ximmenes perguntou para todos, inclusive para a esposa, quantas mãos cada um apertou e recebeu de cada pessoa uma resposta diferente. (i) Quantas mão Ximmenes apertou? (ii) Quantas mãos a esposa de Ximmenes apertou?

15. Decida se pode existir um grafo G com vértices que têm graus 2, 3, 3, 4, 4, 5. E graus 2, 3, 4, 4, 5?
16. Para um número natural r , um grafo r -**regular** se todos os vértices têm grau r . Para um grafo r -regular com n vértices e m arestas, expresse m em função de n e r .
17. Dê um exemplo de um grafo 3-regular que não é completo.
18. Quantos subgrafos tem o grafo $(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{1, 2\})$?
19. Descubra um subgrafo induzido de $G = (V, E)$ que seja 1-regular e com o maior número possível de arestas. $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 5), (3, 6), (8, 5), (5, 6), (3, 4), (5, 7)\}$.
20. Determine $|V|$ e $|E|$ de um grafo $K_{r,s} = (V, E)$.
21. Determine $\alpha(G)$, $\alpha'(G)$, $\beta(G)$, $\gamma(G)$ e $\omega(G)$ do grafo a seguir.



22. Qual é o número cromático do grafo da questão anterior? e o índice cromático?
23. Explique a seguinte fórmula $r = e - v + 2$. Mostre um grafo onde essa fórmula é válida.
24. Desenhe um grafo Hamiltoniano que não satisfaz as condições de **Ore** e **Dirac**.
25. Descreva um algoritmo que você utilizaria para encontrar o maior conjunto independente de um grafo.
26. Analisando o grafo da questão 21, dê exemplo de um passeio, trilha e caminho.
27. Dado um grafo não-orientado $G = (V, E)$, seja $\Delta = \max\{d(v) | v \in V\}$ o grau máximo de G e $\delta = \min\{d(v) | v \in V\}$ seu grau mínimo. Prove que

$$\delta \leq \frac{2|E|}{|V|} \leq \Delta.$$

28. O que é um grafo planar?
29. Descreva um algoritmo que você utilizaria para encontrar o número cromático de um grafo.
30. Escreva um algoritmo que, dado um grafo direcionado $D = (V, E)$, obtenha um novo grafo $D' = (V, E')$ em que a direção das arestas estão invertidas, isso é, se $(u, v) \in E$, então $(v, u) \in E$ e vice-versa.
 1. usando listas de adjacência
 2. usando matriz de adjacência

31. Seja A uma matriz que representa um grafo.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Que tipo de grafo está representado e qual representação está sendo utilizada.
 - Desenhe o grafo.
 - Conte o número de componentes conexas e o número de ciclos no grafo.
 - Desenhe uma representação do grafo usando listas de adjacências.
 - Conte o número de vértices e arestas. Compare o uso de memória das várias formas de representação.
 - Concorde ou discorde: para esse grafo, verificar se dois vértices são vizinhos é quase tão eficiente usando lista ou matriz de adjacências. Justifique.
32. Você usaria uma lista de adjacência ou uma matriz de adjacência em cada um dos casos abaixo? Justifique sua escolha.
- O grafo tem 10.000 vértices e 20.000 arestas e é importante usar tão pouco espaço quanto possível.
 - Você deve ter a aresta adjacente tão rápido quanto possível, sem se importar quanto espaço você usa.
33. Os Turistas Jensen, Leuzingner, Dufour e Medeiros se encontram em um bar de Paris e começam a conversar. As línguas disponíveis são o inglês, o francês, o português e o alemão. Jensen fala todas. Leuzingner não fala apenas o português. Dufour fala francês e alemão. Medeiros fala inglês e português. Represente por meio de um grafo todas as possibilidades de um deles dirigir a palavra a outro, sendo compreendido.

“ Espada justiceira, dê-me a visão além do alcance. ”

Lion-O