Inequações - Parte 2

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

13 de Julho de 2021

Apresentação

Inequações - Parte 2

Inequações - Parte 2

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Exemplo 1. Qual é o conjunto solução da inequação $2x + 1 > x + 3$?

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Exemplo 1. Qual é o conjunto solução da inequação $2x + 1 > x + 3$?

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Exemplo 1. Qual é o conjunto solução da inequação $2x + 1 > x + 3$?

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

pois para qualquer $x_0 \in S$ a sentença $2x_0 + 1 > x_0 + 3$ e verdadeira.

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Exemplo 1. Qual é o conjunto solução da inequação $2x + 1 > x + 3$?

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

pois para qualquer $x_0 \in S$ a sentença $2x_0 + 1 > x_0 + 3$ é verdadeira.

Exemplo 2. Qual é o conjunto solução da inequação $x + 1 > x + 3$?

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Exemplo 1. Qual é o conjunto solução da inequação $2x + 1 > x + 3$?

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

pois para qualquer $x_0 \in S$ a sentença $2x_0 + 1 > x_0 + 3$ é verdadeira.

Exemplo 2. Qual é o conjunto solução da inequação $x + 1 > x + 3$?

$$S = \varnothing$$

Inequações - Parte 2

Conjunto Solução da Inequação

Ao conjunto S de todos os numeros reais x tais que $f(x) > g(x)$ é uma sentença verdadeira chamamos de conjunto solução da inequação.

Exemplo 1. Qual é o conjunto solução da inequação $2x + 1 > x + 3$?

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

pois para qualquer $x_0 \in S$ a sentença $2x_0 + 1 > x_0 + 3$ é verdadeira.

Exemplo 2. Qual é o conjunto solução da inequação $x + 1 > x + 3$?

$$S = \varnothing$$

pois não existe $x_0 \in \mathbb{R}$ tal que a sentença $x_0 + 1 > x_0 + 2$ seja verdadeira.

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Exemplos.

1º) $3x + 6 > 0$ e $x + 2 > 0$ *são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Exemplos.

1º) $3x + 6 > 0$ e $x + 2 > 0$ *são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.

De fato, pois

$$3x + 6 > 0$$

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Exemplos.

1º) $3x + 6 > 0$ e $x + 2 > 0$ *são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.

De fato, pois

$$3x + 6 > \Rightarrow 3x > -6$$

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Exemplos.

1º) $3x + 6 > 0$ e $x + 2 > 0$ *são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.

De fato, pois

$$3x + 6 > \Rightarrow 3x > -6 \Rightarrow x > -6/3$$

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Exemplos.

1º) *$3x + 6 > 0$* e *$x + 2 > 0$ são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.

De fato, pois

$$3x + 6 >\Rightarrow 3x > -6 \Rightarrow x > -6/3 \Rightarrow x > -2$$

Inequações - Parte 2

Em suma,

$$x_0 \in S \implies x_0 \in D \text{ (domínio de validade da inequação)}$$

Inequação Equivalente

Duas inequações são equivalentes em $D \subset \mathbb{R}$ se o conjunto solução da primeira é igual ao conjunto solução da segunda.

Exemplos.

1º) $3x + 6 > 0$ e $x + 2 > 0$ *são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.

De fato, pois

$$3x + 6 >\Rightarrow 3x > -6 \Rightarrow x > -6/3 \Rightarrow x > -2$$

e

$$x > 2 \Rightarrow x > -2.$$

Inequações - Parte 2

2º) $x < 1$ e $x^2 < 1$ *não são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois $x_0 = -2$ é solução da primeira mas não o é da segunda.

Inequações - Parte 2

2º) $x < 1$ e $x^2 < 1$ *não são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois $x_0 = -2$ é solução da primeira mas não o é da segunda.

De fato, pois

$$-2 < 1 \quad \text{e} \quad (-2)^2 > 1$$

Inequações - Parte 2

2º) $x < 1$ e $x^2 < 1$ *não são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois $x_0 = -2$ é solução da primeira mas não o é da segunda.

De fato, pois

$$-2 < 1 \quad \text{e} \quad (-2)^2 > 1$$

Princípios de Equivalência.

P-1) Sejam as funções $f(x)$ e $g(x)$ definidas em D_1 e D_2, respectivamente. Se a função $h(x)$ é definida em $D_1 \cap D_2$, as inequações

$$f(x) < g(x) \quad \text{e} \quad f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$$

são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

Inequações - Parte 2

2º) $x < 1$ e $x^2 < 1$ *não são equivalentes em* $\mathbb{R}$, pois $x_0 = -2$ é solução da primeira mas não o é da segunda.

De fato, pois

$$-2 < 1 \quad \text{e} \quad (-2)^2 > 1$$

Princípios de Equivalência.

P-1) Sejam as funções $f(x)$ e $g(x)$ definidas em D_1 e D_2, respectivamente. Se a função $h(x)$ é definida em $D_1 \cap D_2$, as inequações

$$f(x) < g(x) \quad \text{e} \quad f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$$

são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

OBS. Na prática:

"*Em uma inequação podemos transpor um termo de um membro para outro trocando o sinal do termo considerado*":

$$f(x) + h(x) < g(x) \implies f(x) < g(x) - h(x).$$

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \qquad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \quad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

$$\underbrace{(3x - 1)}_{f(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)} > \underbrace{(2x + 3)}_{g(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)}$$

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \qquad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

$$\underbrace{(3x - 1)}_{f(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)} > \underbrace{(2x + 3)}_{g(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)}$$

façamos as simplificações possíveis:

$$\underbrace{x}_{f(x) + h(x)} > \underbrace{4}_{g(x) + h(x)} \qquad (2)$$

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \qquad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

$$\underbrace{(3x - 1)}_{f(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)} > \underbrace{(2x + 3)}_{g(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)}$$

façamos as simplificações possíveis:

$$\underbrace{x}_{f(x)\,+\,h(x)} > \underbrace{4}_{g(x)\,+\,h(x)} \qquad (2)$$

portanto, como (1) é equivalente a (2), temos: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$.

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \qquad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

$$\underbrace{(3x - 1)}_{f(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)} > \underbrace{(2x + 3)}_{g(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)}$$

façamos as simplificações possíveis:

$$\underbrace{x}_{f(x) + h(x)} > \underbrace{4}_{g(x) + h(x)} \qquad (2)$$

portanto, como (1) é equivalente a (2), temos: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$.

Na prática

$$3x - 1 > 2x + 3 \implies 3x - 1 - 2x > 3$$

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \qquad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

$$\underbrace{(3x - 1)}_{f(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)} > \underbrace{(2x + 3)}_{g(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)}$$

façamos as simplificações possíveis:

$$\underbrace{x}_{f(x) + h(x)} > \underbrace{4}_{g(x) + h(x)} \qquad (2)$$

portanto, como (1) é equivalente a (2), temos: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$.

Na prática

$$3x - 1 > 2x + 3 \implies 3x - 1 - 2x > 3 \implies x > 3 + 1$$

Inequações - Parte 2

Seja a inequação

$$\underbrace{3x - 1}_{f(x)} > \underbrace{2x + 3}_{g(x)} \qquad (1)$$

adicionemos $h(x) = -2x + 1$ aos dois membros:

$$\underbrace{(3x - 1)}_{f(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)} > \underbrace{(2x + 3)}_{g(x)} + \underbrace{(-2x + 1)}_{h(x)}$$

façamos as simplificações possíveis:

$$\underbrace{x}_{f(x) + h(x)} > \underbrace{4}_{g(x) + h(x)} \qquad (2)$$

portanto, como (1) é equivalente a (2), temos: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$.

$$3x - 1 > 2x + 3 \implies 3x - 1 - 2x > 3 \implies x > 3 + 1 \implies x > 4.$$

Inequações - Parte 2

P-2) Sejam as funções $f(x)$ e $g(x)$ definidas em D_1 e D_2, respectivamente. Se a função $h(x)$ é definida em $D_1 \cap D_2$ e tem sinal constante, então:

a) se $h(x) > 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) < g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

b) se $h(x) < 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) > g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

Inequações - Parte 2

P-2) Sejam as funções $f(x)$ e $g(x)$ definidas em D_1 e D_2, respectivamente. Se a função $h(x)$ é definida em $D_1 \cap D_2$ e tem sinal constante, então:

a) se $h(x) > 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) < g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

b) se $h(x) < 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) > g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

OBS. Na prática:

"*Em uma inequação podemos multiplicar os dois membros pela mesma expressão, mantendo ou invertendo o sentido da desigualdade, conforme essa expressão seja positiva ou negativa, respectivamente*".

Inequações - Parte 2

P-2) Sejam as funções $f(x)$ e $g(x)$ definidas em D_1 e D_2, respectivamente. Se a função $h(x)$ é definida em $D_1 \cap D_2$ e tem sinal constante, então:

a) se $h(x) > 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) < g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.
b) se $h(x) < 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) > g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

OBS. Na prática:

"*Em uma inequação podemos multiplicar os dois membros pela mesma expressão, mantendo ou invertendo o sentido da desigualdade, conforme essa expressão seja positiva ou negativa, respectivamente*".

Exemplos

1º) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{3}{4} > \dfrac{1}{3}$ e $6x - 9 > 4$ são equivalentes em $\mathbb{R}$

Inequações - Parte 2

P-2) Sejam as funções $f(x)$ e $g(x)$ definidas em D_1 e D_2, respectivamente. Se a função $h(x)$ é definida em $D_1 \cap D_2$ e tem sinal constante, então:

a) se $h(x) > 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) < g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

b) se $h(x) < 0$, as inequações $f(x) < g(x)$ e $f(x) \cdot h(x) > g(x) \cdot h(x)$ são equivalentes em $D_1 \cap D_2$.

OBS. Na prática:

"*Em uma inequação podemos multiplicar os dois membros pela mesma expressão, mantendo ou invertendo o sentido da desigualdade, conforme essa expressão seja positiva ou negativa, respectivamente*".

Exemplos

1º) $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} > \frac{1}{3}$ e $6x - 9 > 4$ são equivalentes em $\mathbb{R}$

pois

$$\frac{x}{2} - \frac{3}{4} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 12\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}\right) > 12 \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow 6x - 9 > 4$$

Inequações - Parte 2

2º) $-2x^2 + 3x > 1$ e $2x^2 - 3x < -1$ são equivalentes em $\mathbb{R}$

Inequações - Parte 2

2º) $-2x^2 + 3x > 1$ e $2x^2 - 3x < -1$ são equivalentes em $\mathbb{R}$

pois

$$-2x^2 + 3x > 1 \Leftrightarrow (-1)\Big(-2x^2 + 3x\Big) < (-1)1 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x < -1$$

Inequações - Parte 2

2º) $-2x^2 + 3x > 1$ e $2x^2 - 3x < -1$ são equivalentes em $\mathbb{R}$

pois

$$-2x^2 + 3x > 1 \Leftrightarrow (-1)\Big(-2x^2 + 3x\Big) < (-1)1 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x < -1$$

Inequações Simultâneas

Dado uma dupla desigualdade $f(x) < g(x) < h(x)$. Temos que as inequações decompostas a partir dessa dupla desigualdade são chamadas inequações simultâneas.

Inequações - Parte 2

Resumindo:

$$f(x) < g(x) < h(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) & \text{I} \\ \quad e \\ g(x) < h(x) & \text{II} \end{cases}$$

Inequações - Parte 2

Resumindo:

$$f(x) < g(x) < h(x) \iff \begin{cases} f(x) < g(x) & \text{(I)} \\ \quad e & \\ g(x) < h(x) & \text{(II)} \end{cases}$$

Onde

S_1 o conjunto solução de (I)

S_2 o conjunto solução de (II)

$S = S_1 \cap S_2$ o conjunto solução da dupla desigualdade

Inequações - Parte 2

Resumindo:

$$f(x) < g(x) < h(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) & \text{(I)} \\ \quad e & \\ g(x) < h(x) & \text{(II)} \end{cases}$$

Onde

S_1 o conjunto solução de (I)
S_2 o conjunto solução de (II)
$S = S_1 \cap S_2$ o conjunto solução da dupla desigualdade

Exemplo

Resolver $\underbrace{3x + 2 < \overbrace{-x + 3}^{\text{(II)}}}_{\text{(I)}}\ \overbrace{\vphantom{3}\leqslant x + 4}$.

Inequações - Parte 2

Temos que resolver

(I) $3x + 2 < -x + 3$

(II) $-x + 3 \leqslant x + 4$

Inequações - Parte 2

Temos que resolver

I $3x + 2 < -x + 3 \implies 4x < 1$

II $-x + 3 \leqslant x + 4$

Inequações - Parte 2

Temos que resolver

(I) $3x + 2 < -x + 3 \implies 4x < 1 \implies x < \dfrac{1}{4}$

(II) $-x + 3 \leqslant x + 4$

Inequações - Parte 2

Temos que resolver

I $3x + 2 < -x + 3 \implies 4x < 1 \implies x < \dfrac{1}{4}$

II $-x + 3 \leqslant x + 4 \implies -2x \leqslant 1$

Inequações - Parte 2

Temos que resolver

$$\text{I} \quad 3x + 2 < -x + 3 \Rightarrow 4x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{4}$$

$$\text{II} \quad -x + 3 \leqslant x + 4 \Rightarrow -2x \leqslant 1 \Rightarrow x \geqslant -\frac{1}{2}$$

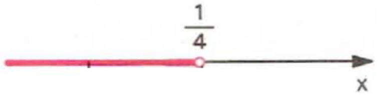
Inequações - Parte 2

Temos que resolver

$$\text{(I)}\quad 3x + 2 < -x + 3 \implies 4x < 1 \implies x < \frac{1}{4}$$

$$\text{(II)}\quad -x + 3 \leqslant x + 4 \implies -2x \leqslant 1 \implies x \geqslant -\frac{1}{2}$$

Representação na reta.



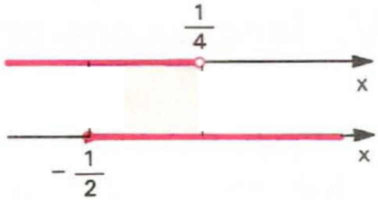
Inequações - Parte 2

Temos que resolver

(I) $3x + 2 < -x + 3 \Rightarrow 4x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{4}$

(II) $-x + 3 \leqslant x + 4 \Rightarrow -2x \leqslant 1 \Rightarrow x \geqslant -\frac{1}{2}$

Representação na reta.



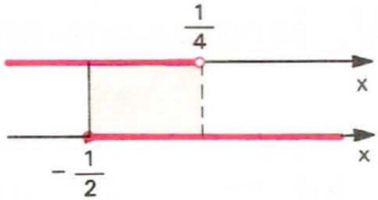
Inequações - Parte 2

Temos que resolver

(I) $3x + 2 < -x + 3 \Rightarrow 4x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{4}$

(II) $-x + 3 \leqslant x + 4 \Rightarrow -2x \leqslant 1 \Rightarrow x \geqslant -\frac{1}{2}$

Representação na reta.



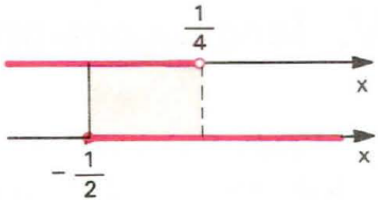
Inequações - Parte 2

Temos que resolver

(I) $3x + 2 < -x + 3 \Rightarrow 4x < 1 \Rightarrow x < \dfrac{1}{4}$

(II) $-x + 3 \leqslant x + 4 \Rightarrow -2x \leqslant 1 \Rightarrow x \geqslant -\dfrac{1}{2}$

Representação na reta.



A interseção desses dois conjuntos é:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} \leqslant x < \frac{1}{4}\right\}.$$

Inequações - Parte 2

Inequações Produto

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações $f(x) \cdot g(x) > 0, f(x) \cdot g(x) < 0, f(x) \cdot g(x) \geq 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ são denominadas inequações-produto.

Inequações - Parte 2

Inequações Produto

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações $f(x) \cdot g(x) > 0, f(x) \cdot g(x) < 0, f(x) \cdot g(x) \geq 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ são denominadas inequações-produto.

Solução da Inequação Produto

Um número x_0 é solução da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ se, e somente se, $f(x_0)$ e $g(x_0)$, não nulos, tem o mesmo sinal.

Inequações - Parte 2

Inequações Produto

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações $f(x) \cdot g(x) > 0, f(x) \cdot g(x) < 0, f(x) \cdot g(x) \geq 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ são denominadas inequações-produto.

Solução da Inequação Produto

Um número x_0 é solução da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ se, e somente se, $f(x_0)$ e $g(x_0)$, não nulos, tem o mesmo sinal.

Assim, são possíveis dois casos:

1º) $f(x) > 0$ e $g(x) > 0$

Inequações - Parte 2

Inequações Produto

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações $f(x) \cdot g(x) > 0$, $f(x) \cdot g(x) < 0$, $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ são denominadas inequações-produto.

Solução da Inequação Produto

Um número x_0 é solução da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ se, e somente se, $f(x_0)$ e $g(x_0)$, não nulos, tem o mesmo sinal.

Assim, são possíveis dois casos:

1º) $f(x) > 0$ e $g(x) > 0$

Se S_1 e S_2 são, respectivamente, os conjuntos soluções dessas inequações, então $S_1 \cap S_2$ é o conjunto solução do sistema.

Inequações - Parte 2

Inequações Produto

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações $f(x) \cdot g(x) > 0$, $f(x) \cdot g(x) < 0$, $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ são denominadas inequações-produto.

Solução da Inequação Produto

Um número x_0 é solução da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ se, e somente se, $f(x_0)$ e $g(x_0)$, não nulos, tem o mesmo sinal.

Assim, são possíveis dois casos:

1º) $f(x) > 0$ e $g(x) > 0$

Se S_1 e S_2 são, respectivamente, os conjuntos soluções dessas inequações, então $S_1 \cap S_2$ é o conjunto solução do sistema.

2º) $f(x) < 0$ e $g(x) < 0$

Inequações - Parte 2

Inequações Produto

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações $f(x) \cdot g(x) > 0, f(x) \cdot g(x) < 0, f(x) \cdot g(x) \geq 0$ e $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ são denominadas inequações-produto.

Solução da Inequação Produto

Um número x_0 é solução da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ se, e somente se, $f(x_0)$ e $g(x_0)$, não nulos, tem o mesmo sinal.

Assim, são possíveis dois casos:

1º) $f(x) > 0$ e $g(x) > 0$

Se S_1 e S_2 são, respectivamente, os conjuntos soluções dessas inequações, então $S_1 \cap S_2$ é o conjunto solução do sistema.

2º) $f(x) < 0$ e $g(x) < 0$

Se S_3 e S_4 são, respectivamente, os conjuntos soluções dessas inequações, então $S_3 \cap S_4$ é o conjunto solução do sistema.

Inequações - Parte 2

O Conjunto Solução da Inequação Produto

O conjunto solução da inequação do produto $f(x) \cdot g(x) > 0$ é:

Inequações - Parte 2

O Conjunto Solução da Inequação Produto

O conjunto solução da inequação do produto $f(x) \cdot g(x) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4).$$

Inequações - Parte 2

O Conjunto Solução da Inequação Produto

O conjunto solução da inequação do produto $f(x) \cdot g(x) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4).$$

• Para $f(x) \cdot g(x) < 0$ é analógo. Ou seja, temos dois casos possveis

$$1^{\underline{o}}) \quad f(x) > 0 \quad e \quad g(x) < 0$$
$$2^{\underline{o}}) \quad f(x) < 0 \quad e \quad g(x) > 0$$

Inequações - Parte 2

O Conjunto Solução da Inequação Produto

O conjunto solução da inequação do produto $f(x) \cdot g(x) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4).$$

- Para $f(x) \cdot g(x) < 0$ é analógo. Ou seja, temos dois casos possveis

$$\begin{array}{ll} 1^{\underline{o}}) & f(x) > 0 \quad \text{e} \quad g(x) < 0 \\ 2^{\underline{o}}) & f(x) < 0 \quad \text{e} \quad g(x) > 0 \end{array}$$

Exemplo. Resolver em $\mathbb{R}$ a inequação $(x+2)(2x-1) > 0$.

Inequações - Parte 2

O Conjunto Solução da Inequação Produto

O conjunto solução da inequação do produto $f(x) \cdot g(x) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4).$$

• Para $f(x) \cdot g(x) < 0$ é analógo. Ou seja, temos dois casos possveis

$$\begin{array}{llll} 1^{\underline{o}}) & f(x) > 0 & \text{e} & g(x) < 0 \\ 2^{\underline{o}}) & f(x) < 0 & \text{e} & g(x) > 0 \end{array}$$

Exemplo. Resolver em $\mathbb{R}$ a inequação $(x+2)(2x-1) > 0$.
Temos dois casos possíveis:

Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

$$x + 2 > 0 \implies x > -2$$

Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

$$x + 2 > 0 \implies x > -2$$

Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

$$x + 2 > 0 \implies x > -2$$

e $\qquad$ e

$$2x - 1 > 0 \implies x > \frac{1}{2}$$

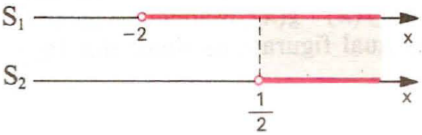
Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

$$x + 2 > 0 \implies x > -2$$

e \quad e

$$2x - 1 > 0 \implies x > \frac{1}{2}$$



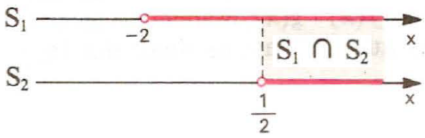
Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

$$x + 2 > 0 \implies x > -2$$

e e

$$2x - 1 > 0 \implies x > \frac{1}{2}$$



A interseção das soluções é:

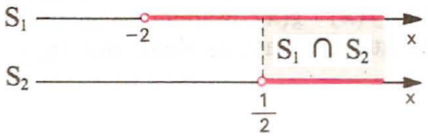
Inequações - Parte 2

1º Caso. Cada um dos fatores é positivo, isto é:

$$x + 2 > 0 \implies x > -2$$

e e

$$2x - 1 > 0 \implies x > \frac{1}{2}$$



A interseção das soluções é:

$$S_1 \cap S_2 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{1}{2}\right\}.$$

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$
\begin{array}{lll}
x + 2 < 0 & \Longrightarrow & x < -2 \\
\text{e} & & \text{e} \\
2x - 1 < 0 & \Longrightarrow & x < \dfrac{1}{2}
\end{array}
$$

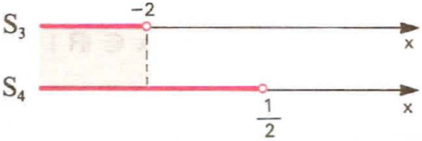
Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$

e e

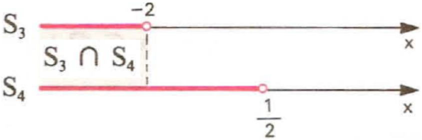
$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$



Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$
e e
$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$



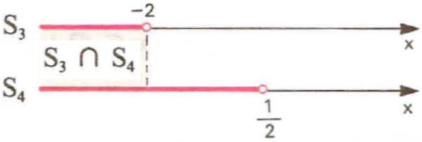
Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$

e $\qquad$ e

$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$

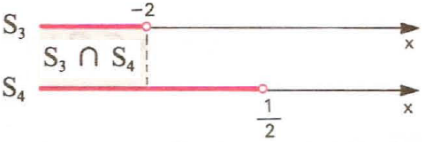


A interseção das soluções é:

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$
e e
$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$



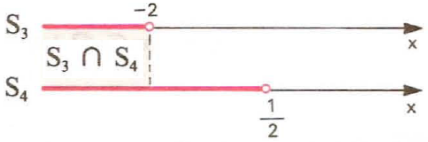
A interseção das soluções é:

$$S_3 \cap S_4 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}.$$

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \Rightarrow x < -2$$
e e
$$2x - 1 < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$



A interseção das soluções é:

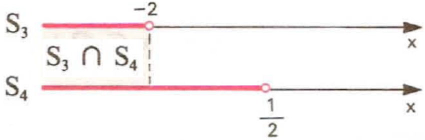
$$S_3 \cap S_4 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}.$$

O conjunto solução da inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ é:

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$
e e
$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$



A interseção das soluções é:

$$S_3 \cap S_4 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}.$$

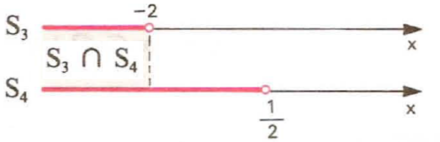
O conjunto solução da inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4)$$

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$
e e
$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$



A interseção das soluções é:

$$S_3 \cap S_4 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}.$$

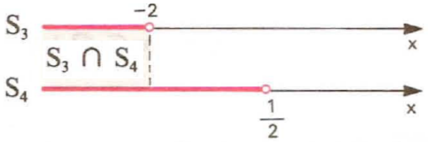
O conjunto solução da inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4) = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{1}{2}\right\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$

Inequações - Parte 2

2º Caso. Cada um dos fatores é negativo, isto é:

$$x + 2 < 0 \implies x < -2$$
e e
$$2x - 1 < 0 \implies x < \frac{1}{2}$$



A interseção das soluções é:

$$S_3 \cap S_4 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}.$$

O conjunto solução da inequação $(x + 2)(2x - 1) > 0$ é:

$$S = (S_1 \cap S_2) \cup (S_3 \cap S_4) = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{1}{2}\right\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$

Portanto,

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \quad \text{ou} \quad x > \frac{1}{2}\right\}.$$

Inequações - Parte 2

Quadro de Sinais

O quadro de sinais é um processo mais prático para resolver a inequação produto.

Inequações - Parte 2

Quadro de Sinais

O quadro de sinais é um processo mais prático para resolver a inequação produto.

- Vamos resolver novamente a inequação $(x+2)(2x-1)>0$ usando quadro de sinais.

Inequações - Parte 2

Quadro de Sinais

O quadro de sinais é um processo mais prático para resolver a inequação produto.

• Vamos resolver novamente a inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ usando quadro de sinais.

Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x) = (x+2)$ e $g(x) = (2x-1)$.

Inequações - Parte 2

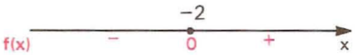
Quadro de Sinais

O quadro de sinais é um processo mais prático para resolver a inequação produto.

• Vamos resolver novamente a inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ usando quadro de sinais.

Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x) = (x+2)$ e $g(x) = (2x-1)$.

Assim,



Inequações - Parte 2

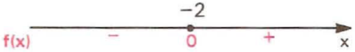
Quadro de Sinais

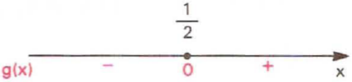
O quadro de sinais é um processo mais prático para resolver a inequação produto.

• Vamos resolver novamente a inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ usando quadro de sinais.

Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x) = (x+2)$ e $g(x) = (2x-1)$.

Assim,





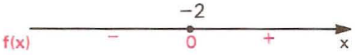
Inequações - Parte 2

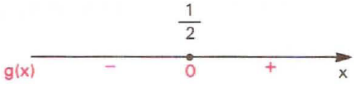
Quadro de Sinais

O quadro de sinais é um processo mais prático para resolver a inequação produto.

- Vamos resolver novamente a inequação $(x+2)(2x-1) > 0$ usando quadro de sinais.

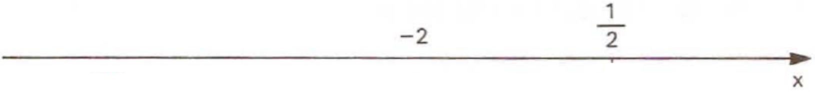
Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x) = (x+2)$ e $g(x) = (2x-1)$.
Assim,



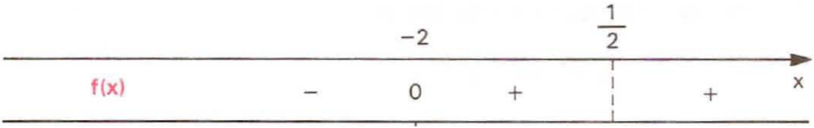


Construíremos agora o quadro de sinais.

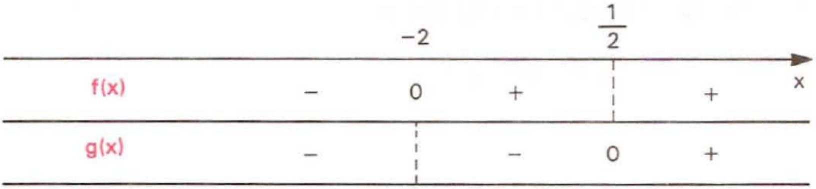
Inequações - Parte 2



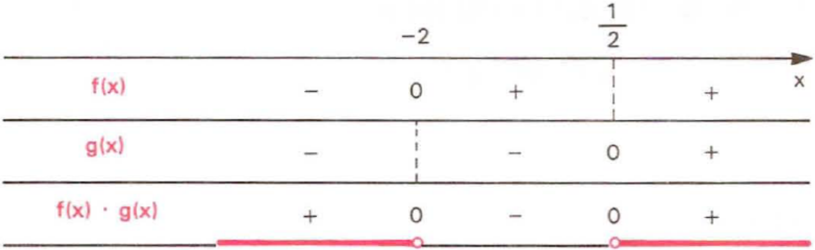
Inequações - Parte 2



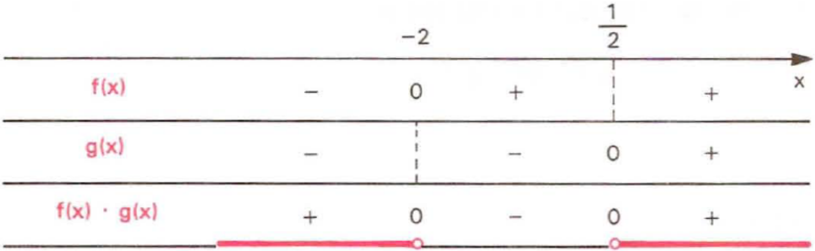
Inequações - Parte 2



Inequações - Parte 2



Inequações - Parte 2



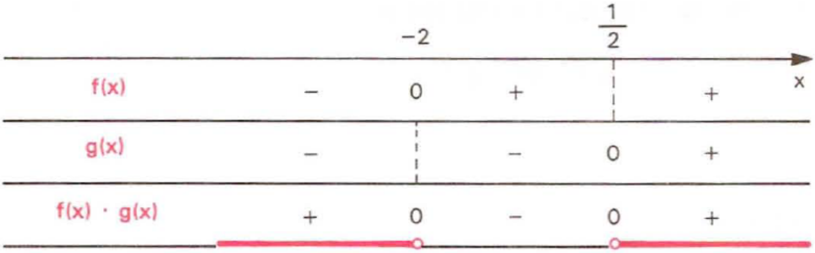
o quadro acima é denominado quadro de sinais produto.

Inequações - Parte 2

		-2		$\frac{1}{2}$	x
$f(x)$	$-$	0	$+$		$+$
$g(x)$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x) \cdot g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

o quadro acima é denominado quadro de sinais produto.
Portanto a solução da nosssa inequação é:

Inequações - Parte 2



o quadro acima é denominado quadro de sinais produto.
Portanto a solução da nosssa inequação é:

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \quad \text{ou} \quad x > \frac{1}{2} \right\}.$$

Thank you

Thank you for your attention!