

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Aula 18

Programação Dinâmica

Subsequência Comum mais Longa

Projeto e Análise de Algoritmos

Professor Eurinardo Rodrigues Costa
Universidade Federal do Ceará
Campus Russas

2021.1

Aulas Passadas

Subsequência Comum mais Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Aulas Passadas

Subsequência Comum mais Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Definição (Programação Dinâmica)

Seguir os passos:

- (1) *Verificar propriedade de **subestrutura ótima***
 - ▶ *“Um pedaço da **solução ótima** é **solução ótima** de um pedaço do problema?”*
- (2) *Obter uma recursão para o **valor ótimo** do*
- (3) *Obter um algoritmo Bottom-UP para calcular o **valor ótimo***
- (4) *Obter uma **solução ótima** do problema.*

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Exemplo

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Exemplo

$X = \text{ACCGGTCGAGTGCGCGGAAGCCGGCCGAA}$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Exemplo

$X = \text{ACCGGTCGAGTGCGCGGAAGCCGGCCGAA}$

$Y = \text{GTCGTTCGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Exemplo

$X = \text{ACCGGTCGAGTGCGCGGAAGCCGGCCGAA}$

$Y = \text{GTCGTTCGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}$

$SCL = \text{GTCGTTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGTGC}}\textcolor{blue}{\text{GCGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTT}}\textcolor{blue}{\text{CGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$\text{SCL} = \text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Exemplo

$X = \text{ACCGGTCGAGTGCGC} \color{blue}{\text{GGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \color{blue}{\text{GTCGTTCGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$SCL = \text{GTCGTTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGTGC}}\textcolor{blue}{\text{GCGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTTCGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$SCL = \text{GTCGTTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Problema

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGTGC}}\textcolor{blue}{\text{GCGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTT}}\textcolor{blue}{\text{CGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$\text{SCL} = \text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Problema

Entrada

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGTGC}}\textcolor{blue}{\text{GCGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTT}}\textcolor{blue}{\text{CGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$SCL = \text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Problema

Entrada

Duas sequências $X[1 \dots m]$ e $Y[1 \dots n]$

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG} \color{blue}{\text{GTCGAGTGC} \color{black}{\text{GC} \color{blue}{\text{GGAAGCCGGCCGAA}}}}$

$Y = \color{blue}{\text{GTCGTT} \color{black}{\text{CGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}}$

$SCL = \text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Problema

Entrada

Duas sequências $X[1 \dots m]$ e $Y[1 \dots n]$

Objetivo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCGGTCGAGTGCGC} \color{blue}{\text{GGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \color{blue}{\text{GTCGTTCGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$\text{SCL} = \text{GTCGTTCGGAAGCCGGCCGAA}$

Problema

Entrada

Duas sequências $X[1 \dots m]$ e $Y[1 \dots n]$

Objetivo

Obter uma SCL entre X e Y

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGTGC}}\textcolor{blue}{\text{GCGGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTT}}\textcolor{blue}{\text{CGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$SCL = \textcolor{blue}{\text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}}$

Problema

Entrada

Duas sequências $X[1 \dots m]$ e $Y[1 \dots n]$

Objetivo

Obter uma SCL entre X e Y

1. Propriedade de subestrutura ótima

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGT}}\textcolor{blue}{\text{GCGCGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTT}}\textcolor{blue}{\text{CGGAATG}}\textcolor{blue}{\text{CCGTTGCTCTGTAA}}$

$SCL = \textcolor{blue}{\text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}}$

Problema

Entrada

Duas sequências $X[1 \dots m]$ e $Y[1 \dots n]$

Objetivo

Obter uma SCL entre X e Y

1. Propriedade de subestrutura ótima

“Um pedaço da **solução ótima** é **solução ótima** de um pedaço do problema?”

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

Exemplo

$X = \text{ACCG}\textcolor{blue}{\text{GTCGAGTGC}}\textcolor{blue}{\text{GCGGGAAGCCGGCCGAA}}$

$Y = \textcolor{blue}{\text{GTCGTT}}\textcolor{blue}{\text{CGGAATGCCGTTGCTCTGTAAA}}$

$\text{SCL} = \textcolor{blue}{\text{GTCGTCGGAAGCCGGCCGAA}}$

Problema

Entrada

Duas sequências $X[1 \dots m]$ e $Y[1 \dots n]$

Objetivo

Obter uma SCL entre X e Y

1. Propriedade de subestrutura ótima

“Um pedaço da **solução ótima** é **solução ótima** de um pedaço do problema?” Sim.

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. **Obter recursão**
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. **Obter recursão**
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

2. Obter recursão

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. **Obter recursão**
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

2. Obter recursão

$c[i, j]$ = tamanho da maior SCL entre $X[1 \dots i]$ e $Y[1 \dots j]$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

2. Obter recursão

$c[i, j]$ = tamanho da maior SCL entre $X[1 \dots i]$ e $Y[1 \dots j]$

Objetivo \rightarrow

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

2. Obter recursão

$c[i, j]$ = tamanho da maior SCL entre $X[1 \dots i]$ e $Y[1 \dots j]$

Objetivo \rightarrow calcular $c[m, n]$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

2. Obter recursão

$c[i, j]$ = tamanho da maior SCL entre $X[1 \dots i]$ e $Y[1 \dots j]$

Objetivo \rightarrow calcular $c[m, n]$

$$c[i, j] = \begin{cases} c[i-1, j-1] + 1 & , \text{ se } X[i] = Y[j] \\ \max\{c[i-1, j], c[i, j-1]\} & , \text{ se } X[i] \neq Y[j] \\ 0 & , \text{ se } i = 0 \text{ ou } j = 0 \end{cases}$$

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 3: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 4: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

1 **criar matriz** $C_{m \times n}$

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 5: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

- 1 **criar matriz** $C_{m \times n}$
- 2 **para** $i \leftarrow 0$ **até** m **faça**

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 6: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

- 1 **criar matriz** $C_{m \times n}$
- 2 **para** $i \leftarrow 0$ **até** m **faça** $M[i, 0] \leftarrow 0$;

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 7: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

- 1 **criar matriz** $C_{m \times n}$
- 2 **para** $i \leftarrow 0$ **até** m **faça** $M[i, 0] \leftarrow 0$;
- 3 **para** $j \leftarrow 0$ **até** n **faça**

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 8: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

- 1 **criar matriz** $C_{m \times n}$
- 2 **para** $i \leftarrow 0$ **até** m **faça** $M[i, 0] \leftarrow 0$;
- 3 **para** $j \leftarrow 0$ **até** n **faça** $M[0, j] \leftarrow 0$;

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 9: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

- 1 **criar** matriz $C_{m \times n}$
- 2 **para** $i \leftarrow 0$ **até** m **faça** $M[i, 0] \leftarrow 0$;
- 3 **para** $j \leftarrow 0$ **até** n **faça** $M[0, j] \leftarrow 0$;
- 4 **para** $i \leftarrow 1$ **até** m **faça**

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 10: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1 criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2 para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3 para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4 para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5     para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 11: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1 criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2 para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3 para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4 para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5   para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6     se  $X[i] = Y[j]$  então
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 12: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1 criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2 para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3 para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4 para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5     para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6         se  $X[i] = Y[j]$  então
7              $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 13: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1 criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2 para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3 para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4 para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5     para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6         se  $X[i] = Y[j]$  então
7              $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
8         senão
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 14: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1 criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2 para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3 para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4 para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5     para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6         se  $X[i] = Y[j]$  então
7              $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
8         senão
9             se  $c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1]$  então
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 15: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1  criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2  para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3  para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4  para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5      para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6          se  $X[i] = Y[j]$  então
7               $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
8          senão
9              se  $c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1]$  então
10                  $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j]$ 
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 16: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1  criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2  para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3  para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4  para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5      para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6          se  $X[i] = Y[j]$  então
7               $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
8          senão
9              se  $c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1]$  então
10                  $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j]$ 
11             senão
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 17: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1  criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2  para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3  para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4  para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5      para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6          se  $X[i] = Y[j]$  então
7               $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
8          senão
9              se  $c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1]$  então
10                  $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j]$ 
11             senão
12                  $c[i, j] \leftarrow c[i, j - 1]$ 
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 18: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1  criar matriz  $C_{m \times n}$ 
2  para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;
3  para  $j \leftarrow 0$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;
4  para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça
5      para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
6          se  $X[i] = Y[j]$  então
7               $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ 
8          senão
9              se  $c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1]$  então
10                  $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j]$ 
11             senão
12                  $c[i, j] \leftarrow c[i, j - 1]$ 
13  retorne  $c[m, n]$ 
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo

Algoritmo 19: $SCL(X[1 \dots m], Y[1 \dots n])$

```
1  criar matriz  $c_{m \times n}$ ,  $S_{m \times n}$ ;  
2  para  $i \leftarrow 1$  até  $m$  faça  $M[i, 0] \leftarrow 0$ ;  
3  para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça  $M[0, j] \leftarrow 0$ ;  
4  para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça  
5      para  $j \leftarrow 1$  até  $m$  faça  
6          se  $X[i] = Y[j]$  então  
7               $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j - 1] + 1$ ;  $S[i, j] \leftarrow \nwarrow$ ;  
8          senão  
9              se  $c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1]$  então  
10                  $c[i, j] \leftarrow c[i - 1, j]$ ;  $S[i, j] \leftarrow \uparrow$ ;  
11                 senão  
12                      $c[i, j] \leftarrow c[i, j - 1]$ ;  $S[i, j] \leftarrow \leftarrow$ ;  
13  retorne  $c[m, n]$ ,  $S$ ;
```

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 22: Imprimir(S, X, i, j)

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 23: Imprimir(S, X, i, j)

1 se $i \neq 0$ e $j \neq 0$ então

|

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 24: Imprimir(S, X, i, j)

1 **se** $i \neq 0$ e $j \neq 0$ **então**

2 **caso** $S[i, j]$ **seja**

 |

 |

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

PAA - Aula 18

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 25: Imprimir(S, X, i, j)

```
1 se  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$  então
2   caso  $S[i, j]$  seja
3     "↑" :
```

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 26: Imprimir(S, X, i, j)

```
1 se  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$  então
2   caso  $S[i, j]$  seja
3     "↑" : Imprimir( $S, X, i - 1, j$ );
```

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 27: Imprimir(S, X, i, j)

```
1 se  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$  então
2   caso  $S[i, j]$  seja
3     "↑" : Imprimir( $S, X, i - 1, j$ );
4     "←" :
```

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 28: Imprimir(S, X, i, j)

```
1 se  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$  então
2   caso  $S[i, j]$  seja
3     "↑" : Imprimir( $S, X, i - 1, j$ );
4     "←" : Imprimir( $S, X, i, j - 1$ );
```

Subsequência Comum mais Longa (SCL)

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 29: Imprimir(S, X, i, j)

```
1 se  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$  então
2   caso  $S[i, j]$  seja
3     "↑" : Imprimir( $S, X, i - 1, j$ );
4     "←" : Imprimir( $S, X, i, j - 1$ );
5     "↖" :
```

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

4. Obter uma solução ótima do problema

Algoritmo 30: Imprimir(S, X, i, j)

```
1 se  $i \neq 0$  e  $j \neq 0$  então
2   caso  $S[i, j]$  seja
3     “↑” : Imprimir( $S, X, i - 1, j$ );
4     “←” : Imprimir( $S, X, i, j - 1$ );
5     “↖” :  $\begin{cases} \text{Imprimir}(S, X, i - 1, j - 1); \\ \text{escreva } X[i] \end{cases}$ 
```

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema



LEISERSON, C.E., STEIN, C., RIVEST, R.L.,
CORMEN T.H.

Algoritmos: teoria e prática, 3ed.

Editora Campus, ano 2012.

Aulas Passadas

Subsequência
Comum mais
Longa

Exemplo

Problema

Programação Dinâmica

1. Propriedade de subestrutura ótima
2. Obter recursão
3. Algoritmo Bottom-UP para valor ótimo
4. Obter uma solução ótima do problema

Obrigado!