Exercícios Resolvidos

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

22 de Junho de 2021

Apresentação

Lógica Matemática

Conjuntos

Relações

Indução

Lógica Matemática

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p,q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p,q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

1º passo: Negação de q

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

1º passo: Negação de q

p	q	~q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

2º passo: Conjunção

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

2º passo: Conjunção

p	q	~q	p∧~q
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

3º passo: Negação de p

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

3º passo: Negação de p

p	q	~p
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

4º passo: Conjunção

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p,q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

4º passo: Conjunção

p	q	~p	q∧~p
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p,q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

5º passo: uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos a disjunção que os une.

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p\wedge \sim q) \vee (q\wedge \sim p)$

5º passo: uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos a disjunção que os une.

p∧~q	q∧~p	(p∧~q)V(q∧~p)
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Lógica Matemática

Questão 1

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Se quiséssemos, poderíamos ter feito tudo em uma única tabela maior, da seguinte forma:

p	q	~q	p∧~q	~p	q∧~p	(p∧~q)V(q∧~p)
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	F

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p\wedge \sim q) \rightarrow (q\vee \sim r)$.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

1º passo: Negação de q

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

1º passo: Negação de q

p	q	r	~q
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

2º passo: Conjunção do primeiro parênteses

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

2º passo: Conjunção do primeiro parênteses

p	q	r	~q	p ∧ ~q
V	V	V	F	F
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F
F	F	F	V	F

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

3º passo: Negação de r

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

3º passo: Negação de r

p	q	r	~q	p ∧ ~q	r
V	V	V	F	F	F
V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F
F	F	F	V	F	V

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

4º passo: Disjunção do segundo parênteses

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

4º passo: Disjunção do segundo parênteses

p	q	r	~q	p ∧ ~q	~r	q v ~r
V	V	V	F	F	F	V
V	V	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	F	V	V

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p\wedge \sim q) \rightarrow (q\vee \sim r)$.

5º passo: Finalmente, vamos fazer a condicional.

Lógica Matemática

Questão 2

Construir a tabela verdade da seguinte proposição composta:
$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$.

5º passo: Finalmente, vamos fazer a condicional.

p	q	r	~q	p ∧ ~q	~r	q v ~r	(p ∧ ~q)→(q v ~r)
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	V	V

Conjuntos

Questão 3

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Dessa forma, determine :

a) $A \cup B$ e $A \cap B$.

b) $A \cup C$ e $A \cap C$.

c) $B \cup C$ e $B \cap C$.

d) A^c, B^c e C^c.

e) $A - B$, $A - C$ e $B - C$.

f) $A \times C$, $A \times B$, $B \times C$

Questão 3

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Dessa forma, determine :

a) $A \cup B$ e $A \cap B$.

Solução. $A \cup B = \{\}$ e $A \cap B = \{\}$

b) $A \cup C$ e $A \cap C$.

Solução. $A \cup C = \{\}$ e $A \cap C = \{\}$

c) $B \cup C$ e $B \cap C$.

Solução. $B \cup C = \{\}$ e $B \cap C = \{\}$

Questão 3

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Dessa forma, determine :

a) $A \cup B$ e $A \cap B$.

Solução. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$ e $A \cap B = \{4\}$

b) $A \cup C$ e $A \cap C$.

Solução. $A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11\}$ e $A \cap C = \{4, 5\}$

c) $B \cup C$ e $B \cap C$.

Solução. $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$ e $B \cap C = \{4, 11\}$

Questão 3

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Dessa forma, determine :
d) A^c, B^c e C^c.
Solução. $A^c = \{\}$, $B^c = \{\}$ e $C^c = \{\}$
e) $A - B$, $A - C$ e $B - C$..
Solução. $A - B = \{\}$, $A - C = \{\}$ e $B - C = \{\}$
f) $A \times C$, $A \times B$, $B \times C$.
Solução. $A \times C = \{\}$, $A \times B = \{\}$ e $B \times C = \{\}$

Questão 3

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Dessa forma, determine :

d) A^c, B^c e C^c.

Solução. $A^c = U - A = \{3, 6, 7, 8, 9, 11\}$,
$B^c = U - B = \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$ e $C^c = U - C = \{1, 2, 3, 7, 8, 10\}$

e) $A - B$, $A - C$ e $B - C$..

Solução. $A - B = \{1, 2, 5, 10\}$, $A - C = \{1, 2, 10\}$ e
$B - C = \{3, 7, 8\}$

f) $A \times C$, $A \times B$, $B \times C$.

Solução. $A \times C =$
$\{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 9), (1, 11), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 9), (2, 11),$
$(4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 9), (4, 11), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (5, 9), (5, 11),$
$(10, 4), (10, 5), (10, 6), (10, 9), (10, 11)\}$.

Questão 3

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Dessa forma, determine :

f) $A \times C$, $A \times B$, $B \times C$.

Solução. $A \times B =$
$\{(1,3),(1,4),(1,7),(1,8),(1,11),(2,3),(2,4),(2,7),(2,8),(2,11),$
$(4,3),(4,4),(4,7),(4,8),(4,11),(5,3),(5,4),(5,7),(5,8),(5,11),$
$(10,3),(10,4),(10,7),(10,8),(10,11)\}$
$B \times C =$
$\{(3,4),(3,5),(3,6),(3,9),(3,11),(4,4),(4,5),(4,6),(4,9),(4,11),$
$(7,4),(7,5),(7,6),(7,9),(7,11),(8,4),(8,5),(8,6),(8,9),(8,11),$
$(11,4),(11,5),(11,6),(11,9),(11,11)\}$

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
b) $A \subseteq B$ se e somente se $B^c \subseteq A^c$ **(PARA CASA)**.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.
Se $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.
Se $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$, então $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.
Se $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$, então $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Assim, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$,

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.
Se $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$, então $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Assim, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \notin A \cup B \cup C$.

Conjuntos

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.
Se $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$, então $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Assim, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \notin A \cup B \cup C$. Logo, $x \in (A \cup B \cup C)^c$.

Questão 4

Mostre que as igualdades entre os conjuntos abaixo, usando as definições de conjunto união, interseção, complementar relativo e absoluto:

a) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.

Solução. Vamos provar que $(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$.
Se $x \in (A \cup B \cup C)^c$ então $x \notin A \cup B \cup C$. Portanto, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Logo, $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$.
Assim,

$$(A \cup B \cup C)^c \subset A^c \cap B^c \cap C^c$$

Agora, vamos provar que $A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c$.
Se $x \in A^c \cap B^c \cap C^c$, então $x \in A^c, x \in B^c$ e $x \in C^c$. Assim, $x \notin A, x \notin B$ e $x \notin C$, isto é, $x \notin A \cup B \cup C$. Logo, $x \in (A \cup B \cup C)^c$.
Portanto,

$$A^c \cap B^c \cap C^c \subset (A \cup B \cup C)^c.$$

Relações

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Solução. Primeiramente calculamos $A \times C$.

$A \times C =$
$\{(1,4),(1,5),(1,6),(1,9),(1,11),(2,4),(2,5),(2,6),(2,9),(2,11),$
$(4,4),(4,5),(4,6),(4,9),(4,11),(5,4),(5,5),(5,6),(5,9),(5,11),$
$(10,4),(10,5),(10,6),(10,9),(10,11)\}.$

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.
$R = \{(x, y) \in A \times C | y \ \text{ é } \ \text{par}\}$

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.

$R = \{(x, y) \in A \times C | y \text{ é } \text{ par}\} =$

$\{(1, 4), (2, 4), (4, 4), (5, 4), (10, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6), (10, 6).\}$

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.
$R = \{(x, y) \in A \times C | y \text{ é par}\} =$
$\{(1, 4), (2, 4), (4, 4), (5, 4), (10, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6), (10, 6).\}$
Em seguida, calculemos o Domínio e a Imagem da Relação.
$D_R = \{\}$ e $I_R = \{\}$.

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.

$R = \{(x, y) \in A \times C | y \text{ é par}\} =$

$\{(1, 4), (2, 4), (4, 4), (5, 4), (10, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6), (10, 6).\}$

Em seguida, calculemos o Domínio e a Imagem da Relação.

$D_R = \{1, 2, 4, 5, 10\}$ e $I_R = \{\}$.

Relações

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.
$R = \{(x, y) \in A \times C | y \ \text{é} \ \text{par}\} =$
$\{(1, 4), (2, 4), (4, 4), (5, 4), (10, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6), (10, 6).\}$
Em seguida, calculemos o Domínio e a Imagem da Relação.
$D_R = \{1, 2, 4, 5, 10\}$ e $I_R = \{4, 6\}$.

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.
$R = \{(x, y) \in A \times C | y \text{ é } \text{par}\} =$
$\{(1, 4), (2, 4), (4, 4), (5, 4), (10, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6), (10, 6).\}$
Em seguida, calculemos o Domínio e a Imagem da Relação.
$D_R = \{1, 2, 4, 5, 10\}$ e $I_R = \{4, 6\}$.
Por fim, calculemos a relação inversa.
$R^{-1} = \{(y, x) \in C \times A | (x, y \in R)\}$

Questão 5

Seja $U = \{1, 2, \cdots, 11\}$ o conjunto universo dos conjuntos considerados

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10\}, \quad B = \{3, 4, 7, 8, 11\}, \quad C = \{4, 5, 6, 9, 11\}.$$

Considere o produto cartesiano $A \times C$ e apresente a relação definida pelos pares que apresentam na segunda ordenada um número par. Em seguida apresente o domínio e a imagem da relação. Por fim, apresente a relação inversa.

Agora pegamos os pares que pertencem a relação.
$R = \{(x, y) \in A \times C | y \text{ é par}\} =$
$\{(1, 4), (2, 4), (4, 4), (5, 4), (10, 4), (1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6), (10, 6).\}$
Em seguida, calculemos o Domínio e a Imagem da Relação.
$D_R = \{1, 2, 4, 5, 10\}$ e $I_R = \{4, 6\}$.
Por fim, calculemos a relação inversa.
$R^{-1} = \{(y, x) \in C \times A | (x, y \in R)\} =$
$\{(4, 1), (4, 2), (4, 4), (4, 5), (4, 10), (6, 1), (6, 2), (6, 4), (6, 5), (6, 10).\}$

Indução

Indução

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Indução

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. 1. Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira.

Indução

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. 1. Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira.
Para $n = 1$, L.E.: 1

Indução

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. 1. Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira.
Para $n = 1$, L.E.: 1 e L.D.: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2} = 1$. Portanto, é verdadeiro.

Indução

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. 1. Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira.
Para $n = 1$, L.E.: 1 e L.D.: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2} = 1$. Portanto, é verdadeiro.
2. Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}$, seja verdadeira:

Indução

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. 1. Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira.
Para $n = 1$, L.E.: 1 e L.D.: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2} = 1$. Portanto, é verdadeiro.
2. Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}$, seja verdadeira:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. 1. Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira.
Para $n = 1$, L.E.: 1 e L.D.: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2} = 1$. Portanto, é verdadeiro.
2. Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}$, seja verdadeira:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

3. Provemos que decorre a validade de $P(k+1)$ a partir de 2. Ou seja,

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. Temos que

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. Temos que

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Somando $(k+1)$ a igualdade acima, temos:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + k + 1.$$

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. Temos que

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Somando $(k+1)$ a igualdade acima, temos:

$$1+2+3+\cdots+k+k+1 = \frac{k(k+1)}{2}+k+1 = \frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}.$$

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. Temos que

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Somando $(k+1)$ a igualdade acima, temos:

$$1+2+3+\cdots+k+k+1 = \frac{k(k+1)}{2}+k+1 = \frac{k(k+1)+2(k+1)}{2} =$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Questão 6

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para $n \in \mathbb{N}$ temos

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Solução. Temos que

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Somando $(k+1)$ a igualdade acima, temos:

$$1+2+3+\cdots+k+k+1 = \frac{k(k+1)}{2}+k+1 = \frac{k(k+1)+2(k+1)}{2} =$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Portanto, a propriedade vale para todo n

Questão 7

Usando o princípio da indução, mostre a igualdade abaixo:
Para todos os inteiros $n \geq 2$ temos

$$\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n-1)} = 1 - \frac{1}{n}$$

Thank you

Thank you for your attention!