Aula 29
Problemas Indecidíveis
Problema da Parada
Problema Universal

Projeto e Análise de Algoritmos

Professor Eurinardo Rodrigues Costa
Universidade Federal do Ceará
Campus Russas

2021.1

Sumário

Aulas Passadas

Problema da Parada

Problema Universal

Universal é Indecidível

Aulas Passadas

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos
  - Divisão e Conquista

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos
  - Divisão e Conquista
  - Programação Dinâmica

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos
  - Divisão e Conquista
  - Programação Dinâmica
  - Algoritmos Gulosos

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos
  - Divisão e Conquista
  - Programação Dinâmica
  - Algoritmos Gulosos
- Classes P, NP e NPC

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos
  - Divisão e Conquista
  - Programação Dinâmica
  - Algoritmos Gulosos
- Classes P, NP e NPC
- Problemas NP-completos

Aulas Passadas

- Correção de algoritmos
  - Iterativos/ Recursivos
- Análise de Algoritmos
  - Complexidade Tempo/Espaço
  - Notação Assintótica
  - Algoritmos Iterativos (repetições de linhas)
  - Método da árvore de recurção
  - Teorema Mestre
- Projeto de Algoritmos
  - Divisão e Conquista
  - Programação Dinâmica
  - Algoritmos Gulosos
- Classes P, NP e NPC
- Problemas NP-completos
  - SAT, 3SAT, CLIQUE, COBVERT e SOMA-SUBC.

Problemas Indecidíveis

Problemas Indecidíveis

Problema da Parada

Problemas Indecidíveis

PROBLEMA DA PARADA

Instância:

Problemas Indecidíveis

Problema da Parada

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Problemas Indecidíveis

Problema da Parada

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta:

Problemas Indecidíveis

PROBLEMA DA PARADA

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M irá parar com a entrada w?

Problemas Indecidíveis

Problema da Parada

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M irá parar com a entrada w?

Problema Universal

Problemas Indecidíveis

PROBLEMA DA PARADA

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M irá parar com a entrada w?

PROBLEMA UNIVERSAL

Instância:

Problemas Indecidíveis

Problema da Parada

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M irá parar com a entrada w?

Problema Universal

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Problemas Indecidíveis

PROBLEMA DA PARADA

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M irá parar com a entrada w?

PROBLEMA UNIVERSAL

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta:

Problemas Indecidíveis

PROBLEMA DA PARADA

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M irá parar com a entrada w?

PROBLEMA UNIVERSAL

Instância: algoritmo M com saída sim/não e uma entrada w de M

Pergunta: M aceita w, isto é, responde sim com a entrada w?

Problemas Indecidíveis

Problemas Indecidíveis

Teorema

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$H(M, w)$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) =$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} \\ \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ & \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe <M>

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M,w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário)

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário) e reponde sim

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe <M> (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita <M> ou não para

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & , \text{ se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe <M> (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita <M> ou não para, isto é,

Problemas Indecidíveis

Teorema

Problema Universal *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o Problema Universal, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe <M> (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita <M> ou não para, isto é,

$D(<M>)$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & , \text{ se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita $<M>$ ou não para, isto é,

$$D(<M>) =$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & , \text{ se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita $<M>$ ou não para, isto é,

$$D(<M>) = \begin{cases} \text{não} & \\ & \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & , \text{ se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita $<M>$ ou não para, isto é,

$$D(<M>) = \begin{cases} \text{não} & , \text{ se } M \text{ aceita } <M> \\ & \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita $<M>$ ou não para, isto é,

$$D(<M>) = \begin{cases} \text{não} & \text{, se } M \text{ aceita } <M> \\ \text{sim} & \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Por contradição, suponha que existe um algoritmo H que resolve o PROBLEMA UNIVERSAL, isto é,

$$H(M, w) = \begin{cases} \text{sim} & \text{, se } M \text{ aceita } w \\ \text{não} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Baseado em H seja D um algoritmo que recebe $<M>$ (código binário) e reponde sim, se M **não** aceita $<M>$ ou não para, isto é,

$$D(<M>) = \begin{cases} \text{não} & \text{, se } M \text{ aceita } <M> \\ \text{sim} & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Problemas Indecidíveis

Teorema

Problema Universal *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = $ não

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D$ aceita $<D>$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) =$ não $\rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é,

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) =$ não $\rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é, $D(<D>) =$ sim.

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é, $D(<D>) = \text{sim}$.
Logo

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é, $D(<D>) = \text{sim}$.
Logo

$$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D(<D>) = \text{sim}.$$

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é, $D(<D>) = \text{sim}$.
Logo

$$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D(<D>) = \text{sim}.$$

Absurdo!

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é, $D(<D>) = \text{sim}$.
Logo

$$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D(<D>) = \text{sim}.$$

Absurdo!
Logo D não existe

Problemas Indecidíveis

Teorema

PROBLEMA UNIVERSAL *é indecidível.*

Demonstração.

Claramente se H existe, então D existe.
Qual a saída para $D(<D>)$?
$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D$ aceita $<D>$, isto é, $D(<D>) = \text{sim}$.
Logo

$$D(<D>) = \text{não} \rightarrow D(<D>) = \text{sim}.$$

Absurdo!
Logo D não existe e portando H não existe.

Bibliografia

SIPSER, M.
Introdução a teoria da computação. 2 ed.
Thompson Learning, ano 2007.

Obrigado!