Relações e Indução

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

15 de junho de 2021

Apresentação

Relações

Indução

Relações

Relações

Domínio

Seja R uma relação de A em B. Chama-se domínio de R o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencente a R.

$$x \in D \Leftrightarrow y, y \in B | (x, y) \in R$$

Relações

Domínio

Seja R uma relação de A em B. Chama-se domínio de R o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencente a R.

$$x \in D \Leftrightarrow \quad y, y \in B \mid (x, y) \in R$$

Imagem

Seja R uma relação de A em B. Chama-se Imagem de R o conjunto I de todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencente a R.

$$y \in \mathrm{Im} \Leftrightarrow \exists x, x \in A \mid (x, y) \in R$$

Relações

Exemplo.

1º) Se $A = \{0, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, qual é o domínio e a imagem da relação $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y \text{ é múltiplo de } x\}$?

Relações

Exemplo.

1º) Se $A = \{0, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, qual é o domínio e a imagem da relação $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y \text{ é múltiplo de } x\}$?

$$R = \{(2, 2), (2, 4)\ (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4)\}$$
$$D = \{2, 3, 4\} \qquad Im = \{2, 3, 4, 6\}$$

Relações

Exemplo.

1º) Se $A = \{0, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, qual é o domínio e a imagem da relação $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y \text{ é múltiplo de } x\}$?

$$R = \{(2, 2), (2, 4)\ (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4)\}$$
$$D = \{2, 3, 4\} \qquad Im = \{2, 3, 4, 6\}$$

Relação Inversa

Dada uma relação binária R de A em B, consideremos o conjunto

$$R^{-1} = \{(y, x) \in B \times A \mid (x, y) \in R\}.$$

Como R^{-1} é subconjunto de $B \times A$, entao R^{-1} é uma relação binária de B em A, a qual daremos o nome de relação inversa de R.

Relações

$$\boxed{(y, x) \in R^{-1} \iff (x, y) \in R}$$

Relações

$$\boxed{(y, x) \in R^{-1} \iff (x, y) \in R}$$

Exemplo.

1º) Se $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7\}$, quais são os elementos de $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x < y\}$ e de R^{-1}?

Relações

$$\boxed{(y, x) \in R^{-1} \iff (x, y) \in R}$$

Exemplo.

1º) Se $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7\}$, quais são os elementos de $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x < y\}$ e de R^{-1}?

temos: $R = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7), (4, 5), (4, 7), (5, 7)\}$
e $R^{-1} = \{(3, 2), (5, 2), (7, 2), (5, 3), (7, 3), (5, 4), (7, 4), (7, 5)\}$.

Relações

$$\boxed{(y, x) \in R^{-1} \iff (x, y) \in R}$$

Exemplo.

1º) Se $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7\}$, quais são os elementos de $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x < y\}$ e de R^{-1}?

temos: $R = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7), (4, 5), (4, 7), (5, 7)\}$
e $R^{-1} = \{(3, 2), (5, 2), (7, 2), (5, 3), (7, 3), (5, 4), (7, 4), (7, 5)\}$.

Propriedades das Relações.

1ª) $D(R^{-1}) = Im(R)$
isto é, o domínio de R^{-1} é igual à imagem de R.

2ª) $Im(R^{-1}) = D(R)$
isto é, a imagem de R^{-1} é igual ao domínio de R.

3ª) $(R^{-1})^{-1} = R$
isto é, a relação inversa de R^{-1} é a relação R.

Indução

Indução

Conjuntos Numéricos

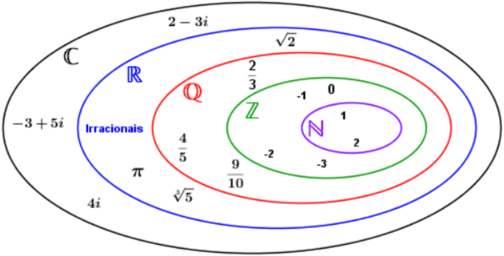
$$\mathbb{N} = \{ \quad 1, 2, 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Z}_{+} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\} = \mathbb{N}$$
$$\mathbb{Z}_{-} = \{0, -1, -2, -3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Z}^{*} = \{\ldots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^{*}\right\}$$
$$\mathcal{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q} \qquad \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

Indução

Conjuntos Numéricos

$$\mathbb{N} = \{ \quad 1, 2, 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, \ldots\} = \mathbb{N}$$
$$\mathbb{Z}_- = \{0, -1, -2, -3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Z}^* = \{\ldots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \ldots\}$$
$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*\right\}$$
$$\mathcal{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q} \qquad \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

Representação Geométrica



Indução

Princípio de Indução

Uma proposição $P(n)$, aplicável aos numeros naturais n, é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, quando:
1.) $P(n_0)$ é verdadeira, isto é, a propriedade é válida para $n = n_0$.
2) Se $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, e $P(k)$ é verdadeira, então $P(k+1)$ também é verdadeira.

Indução

Princípio de Indução

Uma proposição $P(n)$, aplicável aos numeros naturais n, é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, quando:
1.) $P(n_0)$ é verdadeira, isto é, a propriedade é válida para $n = n_0$.
2) Se $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, e $P(k)$ é verdadeira, então $P(k+1)$ também é verdadeira.

Exemplo 1.

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2 \qquad (n \in \mathbb{N})$$

Indução

Princípio de Indução

Uma proposição $P(n)$, aplicável aos numeros naturais n, é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, quando:
1.) $P(n_0)$ é verdadeira, isto é, a propriedade é válida para $n = n_0$.
2) Se $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, e $P(k)$ é verdadeira, então $P(k+1)$ também é verdadeira.

Exemplo 1.

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2 \qquad (n \in \mathbb{N})$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

Indução

Princípio de Indução

Uma proposição $P(n)$, aplicável aos numeros naturais n, é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, quando:
1.) $P(n_0)$ é verdadeira, isto é, a propriedade é válida para $n = n_0$.
2) Se $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, e $P(k)$ é verdadeira, então $P(k+1)$ também é verdadeira.

Exemplo 1.

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2 \qquad (n \in \mathbb{N})$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1 \implies 1 = 1^2$$

Indução

Princípio de Indução

Uma proposição $P(n)$, aplicável aos numeros naturais n, é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, quando:
1.) $P(n_0)$ é verdadeira, isto é, a propriedade é válida para $n = n_0$.
2) Se $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, e $P(k)$ é verdadeira, então $P(k+1)$ também é verdadeira.

Exemplo 1.

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2 \qquad (n \in \mathbb{N})$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1 \implies 1 = 1^2$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

Indução

Princípio de Indução

Uma proposição $P(n)$, aplicável aos numeros naturais n, é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, quando:
1.) $P(n_0)$ é verdadeira, isto é, a propriedade é válida para $n = n_0$.
2) Se $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$, e $P(k)$ é verdadeira, então $P(k+1)$ também é verdadeira.

Exemplo 1.

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2 \qquad (n \in \mathbb{N})$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1 \implies 1 = 1^2$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2k - 1) = k^2 \quad (\textit{hipótese da indução})$$

Indução

e provemos que decorre a validade de $P(k + 1)$, isto é:

Indução

e provemos que decorre a validade de $P(k + 1)$, isto é:

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2k - 1) + [2(k + 1) - 1] = (k + 1)^2.$$

Indução

e provemos que decorre a validade de P(k + 1), isto é:

$$1 + 3 + 5 + ... + (2k - 1) + [2(k + 1) - 1] = (k + 1)^2.$$

Temos:

$$1 + 3 + 5 + ... + (2k - 1) + (2k + 1)$$

Indução

e provemos que decorre a validade de P(k + 1), isto é:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + [2(k + 1) - 1] = (k + 1)^2.$$

Temos:

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1)} + (2k + 1) = \underbrace{k^2} + (2k + 1)$$

Indução

e provemos que decorre a validade de $P(k + 1)$, isto é:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + [2(k + 1) - 1] = (k + 1)^2.$$

Temos:

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1)} + (2k + 1) = \underbrace{k^2} + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2.$$

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P*(*1*) é verdadeira:

$$n = 1,\ 1^2 = 1 \text{ e } \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1.$$

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1,\ 1^2 = 1 \text{ e } \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1.$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1,\ 1^2 = 1 \text{ e } \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1.$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}, k \geq 1$$

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P*(*1*) é verdadeira:

$$n = 1,\ 1^2 = 1 \text{ e } \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1.$$

2º) Admitamos que *P*(*k*), com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}, k \geq 1$$

e provemos que decorre a validade de *P*(*k* + *1*), isto é:

Indução

Exemplo 2.

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P(1)* é verdadeira:

$$n = 1,\ 1^2 = 1 \text{ e } \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1.$$

2º) Admitamos que *P*(*k*), com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}, k \geq 1$$

e provemos que decorre a validade de *P*(*k* + *1*), isto é:

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 \quad = \quad \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\ &= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} \end{aligned}$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

$$\begin{aligned}
1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\
&= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} \\
&= \frac{(k+1)[k(2k+1) + 6(k+1)]}{6}
\end{aligned}$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

$$\begin{aligned}
1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\
&= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} \\
&= \frac{(k+1)[k(2k+1) + 6(k+1)]}{6} \\
&= \frac{(k+1)[2k^2 + k + 6k + 6]}{6}
\end{aligned}$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

$$\begin{aligned}
1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\
&= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} \\
&= \frac{(k+1)[k(2k+1) + 6(k+1)]}{6} \\
&= \frac{(k+1)[2k^2 + k + 6k + 6]}{6} \\
&= \frac{(k+1)(2k^2 + 7k + 6)}{6}
\end{aligned}$$

Indução

temos

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

$$\begin{aligned}
1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\
&= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} \\
&= \frac{(k+1)[k(2k+1) + 6(k+1)]}{6} \\
&= \frac{(k+1)[2k^2 + k + 6k + 6]}{6} \\
&= \frac{(k+1)(2k^2 + 7k + 6)}{6} \\
&= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}
\end{aligned}$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P*(*1*) é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2k = k^2 + k$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que $P(1)$ é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que $P(k)$, com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2k &= k^2 + k \\ &= k(k+1), k \geq 1 \end{aligned}$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P*(*1*) é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que *P*(*k*), com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2k &= k^2 + k \\ &= k(k+1), k \geq 1 \end{aligned}$$

e provemos que decorre a validade de *P*(*k* + *1*), isto é:

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P*(*1*) é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que *P*(*k*), com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2k &= k^2 + k \\ &= k(k+1), k \geq 1 \end{aligned}$$

e provemos que decorre a validade de *P*(*k* + *1*), isto é:

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) = (k+1)^2 + (k+1)$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P(1)* é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que *P*(*k*), com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2k &= k^2 + k \\ &= k(k+1), k \geq 1 \end{aligned}$$

e provemos que decorre a validade de *P*(*k* + *1*), isto é:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) &= (k+1)^2 + (k+1) \\ &= (k+1)[(k+1) + 1] \end{aligned}$$

Indução

Exemplo 3.

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2n = n^2 + n, n \geq 1.$$

1º) Verifiquemos que *P*(*1*) é verdadeira:

$$n = 1,\ 2 \cdot 1 = 2 \text{ e } 1^2 + 1 = 2.$$

2º) Admitamos que *P*(*k*), com $k \in \mathbb{N}^*$, seja verdadeira:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 2k &= k^2 + k \\ &= k(k+1), k \geq 1 \end{aligned}$$

e provemos que decorre a validade de *P*(*k* + *1*), isto é:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) &= (k+1)^2 + (k+1) \\ &= (k+1)[(k+1)+1] \\ &= (k+1)(k+2), k \geq 1 \end{aligned}$$

Indução

temos

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1)$$

Indução

temos

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) \quad = \quad k(k+1) + 2(k+1)$$

Indução

temos

$$\begin{aligned} 2\cdot 1 + 2\cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) &= k(k+1) + 2(k+1) \\ &= k^2 + k + 2k + 2 \end{aligned}$$

Indução

temos

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) &= k(k+1) + 2(k+1) \\ &= k^2 + k + 2k + 2 \\ &= k^2 + 3k + 2 \end{aligned}$$

Indução

temos

$$
\begin{aligned}
2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots + 2k + 2(k+1) &= k(k+1) + 2(k+1) \\
&= k^2 + k + 2k + 2 \\
&= k^2 + 3k + 2 \\
&= (k+1)(k+2)
\end{aligned}
$$

Thank you

Thank you for your attention!