



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ  
Campus Russas

# RUS0300-Algoritmos em Grafos

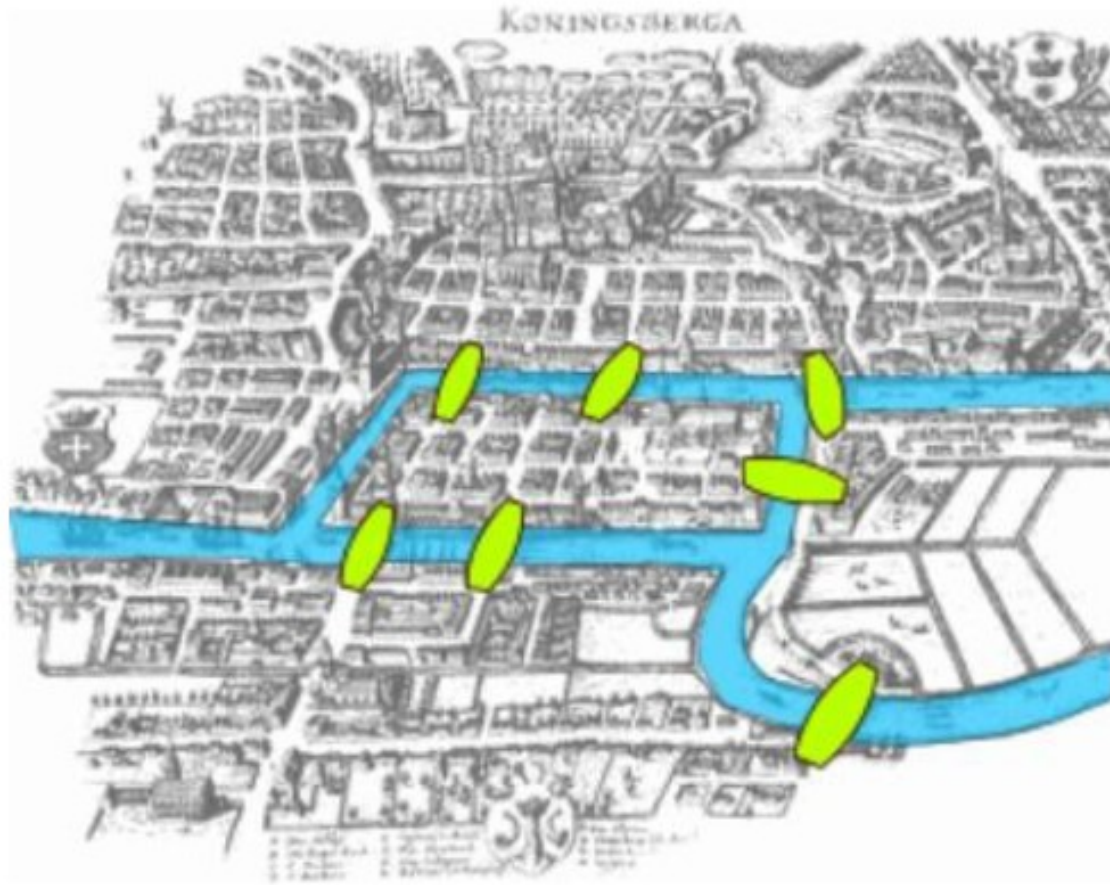
## Aula 03: Euleriano e Hamiltoniano

***Professor Pablo Soares***  
**2022.1**

***“Quem não luta pelo futuro que quer,  
tem que aceitar o futuro que vier”***

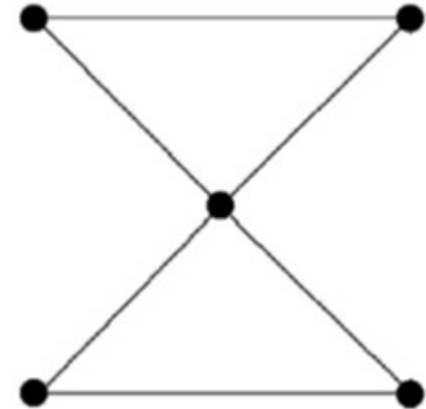
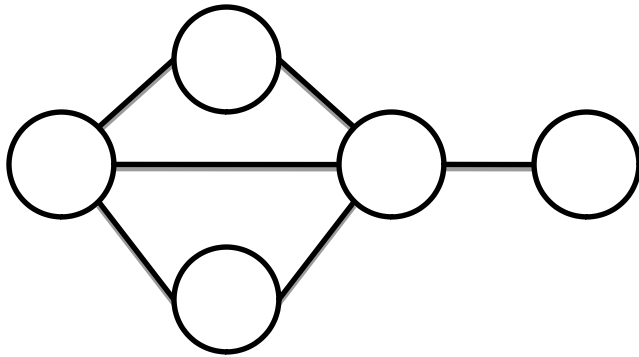
# Euleriano

- As pontes de Königsberg
  - Resolvido por Euler



# Euleriano

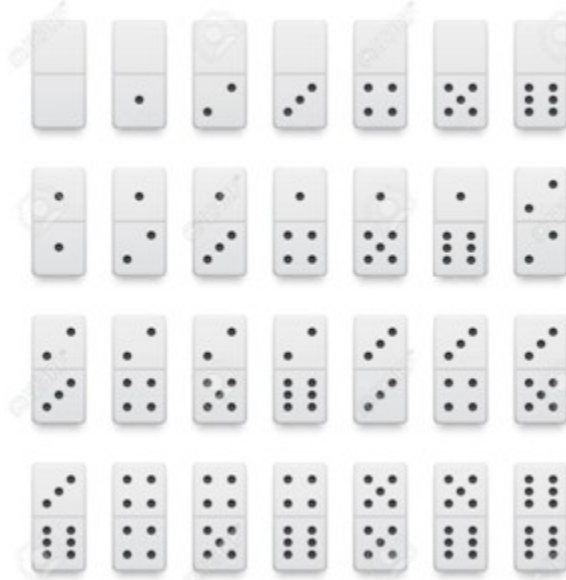
- **Corolário:** O grafo  $G$  contém uma trilha euleriana se, e somente se,  $G$  tem exatamente dois vértices de grau ímpar.



- Trilha fechada **Circuito**
- Um grafo é dito **Euleriano**, se possuir uma trilha fechada contendo todas as arestas do grafo.
  1. Todos os vértices com grau par
  2. Todas as arestas devem estar na mesma componente

# Euleriano

- O Jogo de dominó



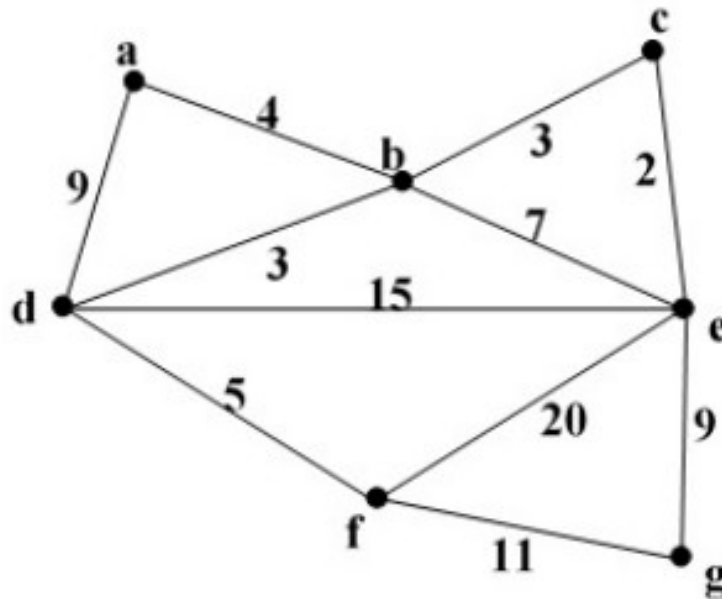
- Questão:

– É possível formar um anel, seguindo as regras do jogo , com todas as peças de um jogo de dominó?

0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	5
2	3	5	6	1	3	4	5	6	2	3	5	4	5	6	5

# O Problema do Carteiro Chinês

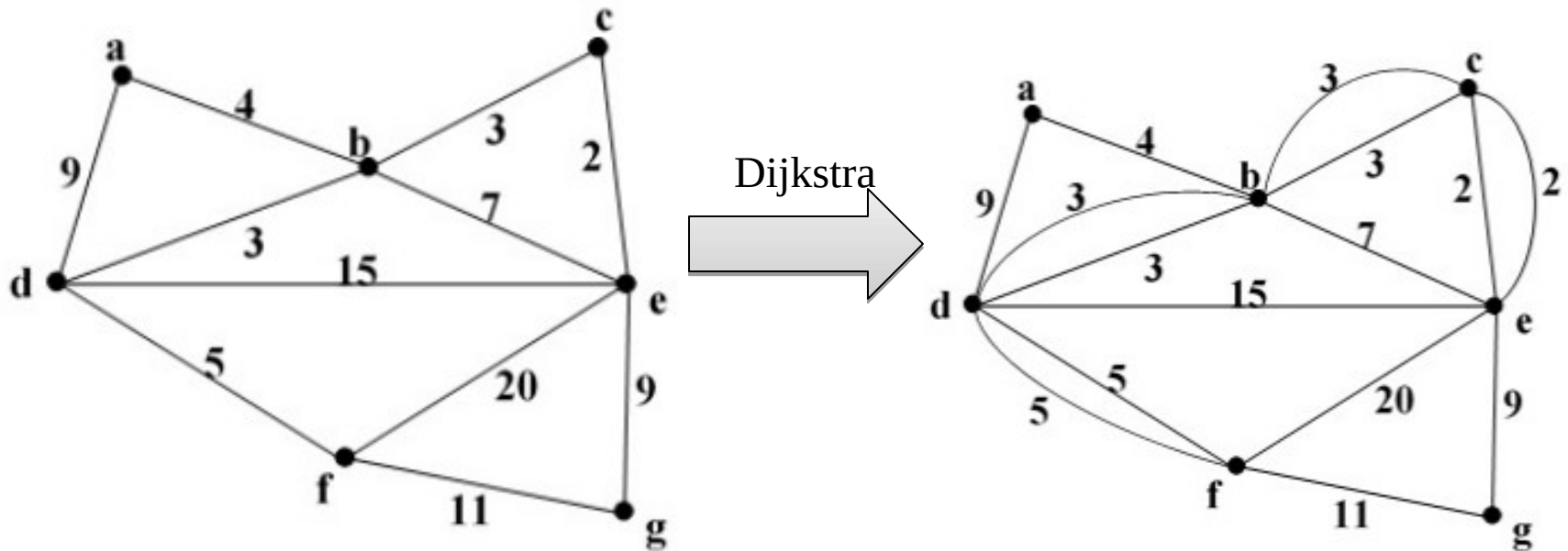
- Um carteiro tem que entregar as correspondências recebidas em um posto do correio e distribuí-las em sua região de trabalho, antes de retornar ao posto. O problema é encontrar a menor distância percorrida para o carteiro.
  - Consiste em encontrar o trilha fechada de **peso total mínimo**



# O Problema do Carteiro Chinês

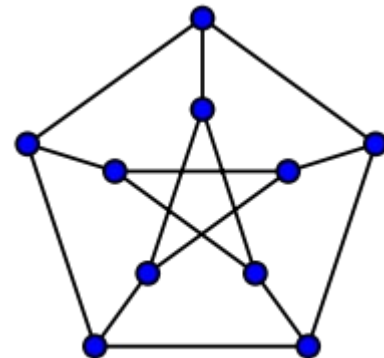
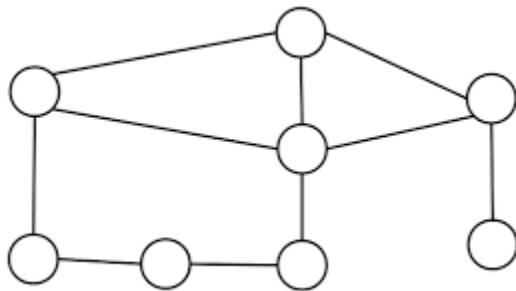
- Solução

1. Se  $G$  for Euleriano, basta encontrar uma trilha Euleriana fechada;
2. Se não...
  - $G$  possui vértices de grau ímpar



# Hamiltoniano

- Um **circuito hamiltoniano** em um grafo conexo é um circuito que contém todos os vértices do grafo.
- Um grafo é chamado de **grafo hamiltoniano** se possui um **circuito hamiltoniano**
- Um grafo não-hamiltoniano é **semi-hamiltoniano** se possui um caminho que contém todos os seus vértices (**caminho hamiltoniano**)



# Hamiltoniano

- Na verdade, **sabe-se pouco** em geral sobre grafos hamiltonianos
- A maioria dos teoremas são da forma: **“Se  $G$  possui arestas suficientes, então  $G$  é hamiltoniano”**
- Não se conhece ainda condições, não triviais, necessárias e suficientes, que caracterize um grafo Hamiltoniano

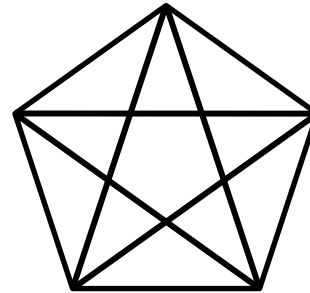
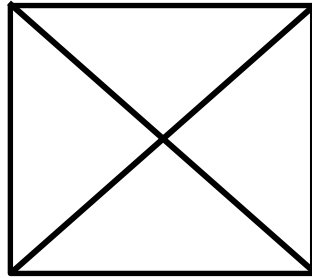


# Hamiltoniano

- Condições **Suficientes** mas não **Necessárias**

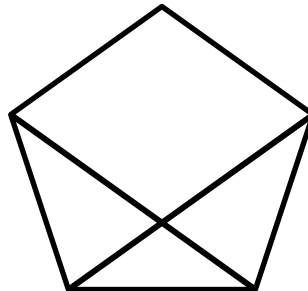
## 1. Condição de Dirac(1952)

- Seja  $G$  um grafo simples com 3 ou mais vértices. Se o grau de cada vértice de  $G$  for maior ou igual a metade do número de vértices de  $G$ , então  $G$  é Hamiltoniano



## 2. Condição de Ore(1960)

- A soma dos graus de cada par de vértices não-adjacentes seja no mínimo  $n$



# Hamiltoniano

- **Corolário**

- 1. Condição de Bondy**

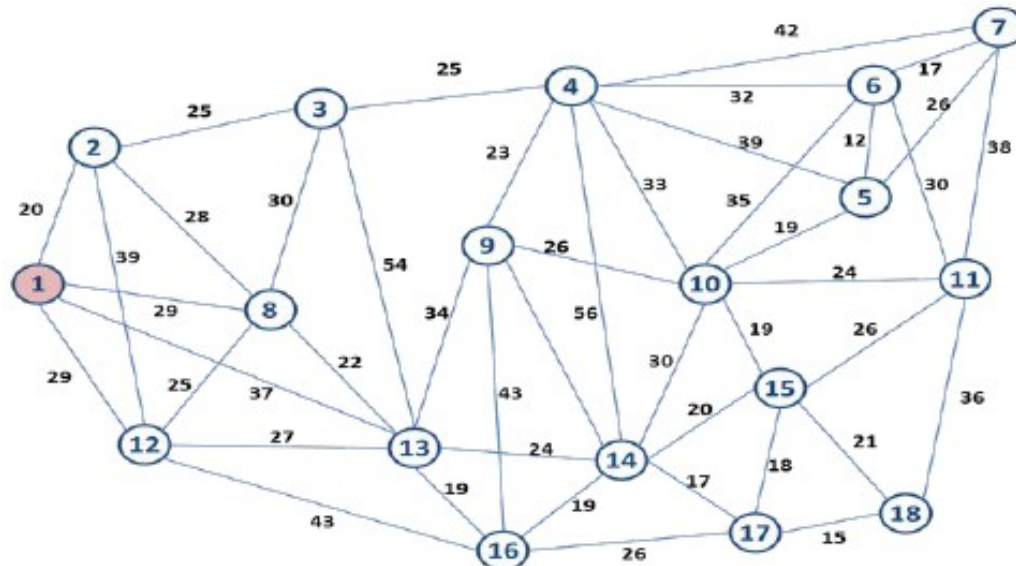
- Seja  $G$  é um grafo completo então  $G$  é Hamiltoniano



# Hamiltoniano

- **Problema do Caixeiro Viajante**

- Um viajante necessita visitar um certo número de cidades durante uma viagem e retornar ao lugar de origem de tal maneira que **cada cidade é visitada exatamente uma vez** e que a distância total percorrida seja a **menor possível**. Dada a distância entre as cidades, que rota ele deve escolher?





UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ  
Campus Russas

# RUS0300-Algoritmos em Grafos

## Aula 03: Euleriano e Hamiltoniano

***Professor Pablo Soares***  
**2022.1**

***“Quem não luta pelo futuro que quer,  
tem que aceitar o futuro que vier”***