Inequações - Parte 3

Anderson Feitoza Leitão Maia

MATEMÁTICA BÁSICA
Ciência da Computação
Universidade Federal do Ceará

20 de Julho de 2021

Apresentação

Inequações - Parte 3

Inequações - Parte 3

Inequações - Parte 3

Vamos resolver uma inequação usando o quadro de sinais para três fatores.

Inequações - Parte 3

Vamos resolver uma inequação usando o quadro de sinais para três fatores.

Exemplo. Resolva inequação $(3x-2)(x+1)(3-x)<0$ em $\mathbb{R}$.

Inequações - Parte 3

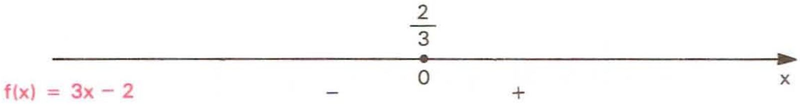
Vamos resolver uma inequação usando o quadro de sinais para três fatores.

Exemplo. Resolva inequação $(3x-2)(x+1)(3-x)<0$ em $\mathbb{R}$.
Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x)=(3x-2), g(x)=(x+1)$ e $h(x)=(3-x)$

Inequações - Parte 3

Vamos resolver uma inequação usando o quadro de sinais para três fatores.

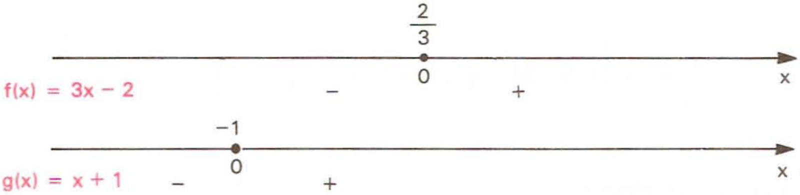
Exemplo. Resolva inequação $(3x-2)(x+1)(3-x)<0$ em $\mathbb{R}$.
Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x)=(3x-2), g(x)=(x+1)$ e $h(x=(3-x)$



Inequações - Parte 3

Vamos resolver uma inequação usando o quadro de sinais para três fatores.

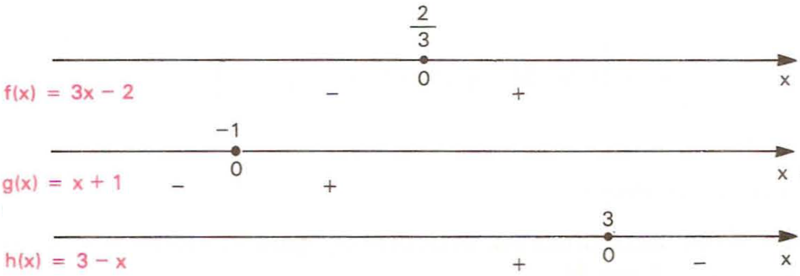
Exemplo. Resolva inequação $(3x-2)(x+1)(3-x) < 0$ em $\mathbb{R}$.
Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x) = (3x-2), g(x) = (x+1)$ e $h(x) = (3-x)$



Inequações - Parte 3

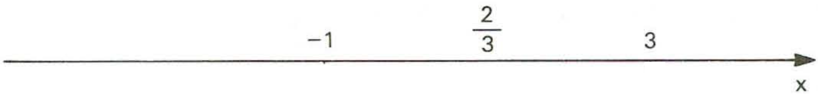
Vamos resolver uma inequação usando o quadro de sinais para três fatores.

Exemplo. Resolva inequação $(3x-2)(x+1)(3-x) < 0$ em $\mathbb{R}$.
Solução. Fazemos inicialmente os estudos dos sinais das funções $f(x) = (3x-2), g(x) = (x+1)$ e $h(x) = (3-x)$



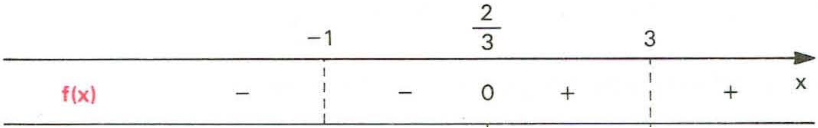
Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.



Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.



Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.

		-1		$\frac{2}{3}$		3		x
f(x)	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
g(x)	$-$	0	$+$		$+$		$+$	

Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.

		-1		$\frac{2}{3}$		3		x
f(x)	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
g(x)	$-$	0	$+$		$+$		$+$	
h(x)	$+$		$+$		$+$	0	$-$	

Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.

x		-1		$\frac{2}{3}$		3	
$f(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$g(x)$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$h(x)$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.

		-1		$\frac{2}{3}$		3		x
f(x)	−		−	0	+		+	
g(x)	−	0	+		+		+	
h(x)	+		+		+	0	−	
f(x) · g(x) · h(x)	+	0	−	0	+	0	−	

Inequações - Parte 3

Agora construíremos o quadro de sinais.

		-1		$\frac{2}{3}$		3		x
f(x)	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
g(x)	$-$	0	$+$		$+$		$+$	
h(x)	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
f(x) · g(x) · h(x)	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Portanto, o conjunto solução é:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x > 3\right\}.$$

Inequações - Parte 3

Inequação Produto $f(x) \cdot g(x) \geq 0$

A inequação $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ tem por conjunto solução S a reunião do conjunto solução S_1 da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ com o conjunto solução S_2 da equação $f(x) \cdot g(x) = 0$.

Inequações - Parte 3

Inequação Produto $f(x) \cdot g(x) \geq 0$

A inequação $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ tem por conjunto solução S a reunião do conjunto solução S_1 da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ com o conjunto solução S_2 da equação $f(x) \cdot g(x) = 0$.

Resumindo

$$f(x) \cdot g(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) > 0 \\ \text{ou} \\ f(x) \cdot g(x) = 0 \end{cases}$$

Inequações - Parte 3

Inequação Produto $f(x) \cdot g(x) \geq 0$

A inequação $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ tem por conjunto solução S a reunião do conjunto solução S_1 da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ com o conjunto solução S_2 da equação $f(x) \cdot g(x) = 0$.

Resumindo

$$f(x) \cdot g(x) \geqslant 0 \iff \begin{cases} f(x) \cdot g(x) > 0 \\ \text{ou} \\ f(x) \cdot g(x) = 0 \end{cases}$$

Exemplo. Resolver a inequação $(3x + 1)(2x - 5) \geq 0$ em $\mathbb{R}$.

Inequações - Parte 3

Inequação Produto $f(x) \cdot g(x) \geq 0$

A inequação $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ tem por conjunto solução S a reunião do conjunto solução S_1 da inequação $f(x) \cdot g(x) > 0$ com o conjunto solução S_2 da equação $f(x) \cdot g(x) = 0$.

Resumindo

$$f(x) \cdot g(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) > 0 \\ \text{ou} \\ f(x) \cdot g(x) = 0 \end{cases}$$

Exemplo. Resolver a inequação $(3x+1)(2x-5) \geq 0$ em $\mathbb{R}$.
Solução. A inequação $(3x+1)(2x-5) \geq 0$ é equivalente a:

$$\begin{cases} (3x+1) \cdot (2x-5) > 0 & \text{I} \\ \text{ou} & \\ (3x+1) \cdot (2x-5) = 0 & \text{II} \end{cases}$$

Inequações - Parte 3

Resolvendo **(I)** temos

$$S_1 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{5}{2}\right\}.$$

Inequações - Parte 3

Resolvendo **(I)** temos

$$S_1 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{5}{2}\right\}.$$

Resolvendo **(II)** temos

$$S_2 = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{2}\right\}.$$

Inequações - Parte 3

Resolvendo **(I)** temos

$$S_1 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{5}{2}\right\}.$$

Resolvendo **(II)** temos

$$S_2 = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{2}\right\}.$$

Portanto, o conjunto solução é:

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{5}{2}\right\} \cup \left\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{2}\right\}$$

Inequações - Parte 3

Resolvendo **(I)** temos

$$S_1 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{5}{2}\right\}.$$

Resolvendo **(II)** temos

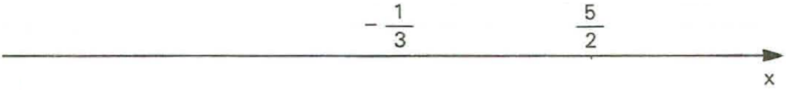
$$S_2 = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{2}\right\}.$$

Portanto, o conjunto solução é:

$$\begin{aligned} S = S_1 \cup S_2 &= \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{5}{2}\right\} \cup \left\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{2}\right\} \\ &= \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{1}{3} \text{ ou } x \geqslant \frac{5}{2}\right\}. \end{aligned}$$

Inequações - Parte 3

Refazendo a inequação anterior usando quadro de sinais.



Inequações - Parte 3

Refazendo a inequação anterior usando quadro de sinais.

		$-\frac{1}{3}$		$\frac{5}{2}$		x
$f(x) = 3x + 1$	$-$	0	$+$		$+$	

Inequações - Parte 3

Refazendo a inequação anterior usando quadro de sinais.

		$-\frac{1}{3}$		$\frac{5}{2}$		x
$f(x) = 3x + 1$	$-$	0	$+$		$+$	
$g(x) = 2x - 5$	$-$		$-$	0	$+$	

Inequações - Parte 3

Refazendo a inequação anterior usando quadro de sinais.

x		$-\frac{1}{3}$		$\frac{5}{2}$	
$f(x) = 3x + 1$	$-$	0	$+$		$+$
$g(x) = 2x - 5$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x) \cdot g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Inequações - Parte 3

Refazendo a inequação anterior usando quadro de sinais.

		$-\frac{1}{3}$		$\frac{5}{2}$		x
$f(x) = 3x + 1$	$-$	0	$+$		$+$	
$g(x) = 2x - 5$	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x) \cdot g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Inequações - Parte 3

Refazendo a inequação anterior usando quadro de sinais.

		$-\frac{1}{3}$		$\frac{5}{2}$		x
$f(x) = 3x + 1$	$-$	0	$+$		$+$	
$g(x) = 2x - 5$	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x) \cdot g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Portanto,

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x \geqslant \frac{5}{2} \right\}.$$

Inequações - Parte 3

Potência das inequações

Dentre as inequações-produto, são importantes as inequações: $[f(x)]^n > 0, [f(x)]^n < 0, [f(x)]^n \geq 0$ e $[f(x)]^n \leq 0$ em que $n \in \mathbb{N}$.

Inequações - Parte 3

Potência das inequações

Dentre as inequacões-produto, são importantes as inequacões: $[f(x)]^n > 0, [f(x)]^n < 0, [f(x)]^n \geq 0$ e $[f(x)]^n \leq 0$ em que $n \in \mathbb{N}$.

Relembrando algumas propriedades de potência temos:

1º) "Toda potência de base real e expoente ímpar conserva o sinal da base", isto é:

$$\boxed{\begin{array}{llll} a^{2n+1} > 0 & \Leftrightarrow & a > 0 & \\ a^{2n+1} = 0 & \Leftrightarrow & a = 0 & \\ a^{2n+1} < 0 & \Leftrightarrow & a < 0 & (n \in \mathbb{N}) \end{array}}$$

Inequações - Parte 3

Potência das inequações

Dentre as inequacões-produto, são importantes as inequacões: $[f(x)]^n > 0, [f(x)]^n < 0, [f(x)]^n \geq 0$ e $[f(x)]^n \leq 0$ em que $n \in \mathbb{N}$.

Relembrando algumas propriedades de potência temos:

1º) "Toda potência de base real e expoente ímpar conserva o sinal da base", isto é:

$$\boxed{\begin{array}{lll} a^{2n+1} > 0 & \Leftrightarrow & a > 0 \\ a^{2n+1} = 0 & \Leftrightarrow & a = 0 \\ a^{2n+1} < 0 & \Leftrightarrow & a < 0 \qquad (n \in \mathbb{N}) \end{array}}$$

2º) "Toda potência de base real e expoente par é um número não negativo", isto é:

$$\boxed{a^{2n} \geqslant 0, \forall a \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}}$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \quad \Leftrightarrow$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \iff \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se } n \text{ é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \iff \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se } n \text{ é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n < 0 \iff$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \iff \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n < 0 \iff \begin{cases} f(x) < 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar} \\ \nexists\, x \in \mathbb{R} & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se } n \text{ é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < 0 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \nexists\, x \in \mathbb{R} & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n \geqslant 0 \Leftrightarrow$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \iff \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n < 0 \iff \begin{cases} f(x) < 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar} \\ \nexists\, x \in \mathbb{R} & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n \geqslant 0 \iff \begin{cases} f(x) \geqslant 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar} \\ \forall\, x \in D(f) & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \iff \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n < 0 \iff \begin{cases} f(x) < 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar} \\ \nexists\, x \in \mathbb{R} & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n \geqslant 0 \iff \begin{cases} f(x) \geqslant 0 & \text{se} \quad n \quad \text{é ímpar} \\ \forall\, x \in D(f) & \text{se} \quad n \quad \text{é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n \leqslant 0 \iff$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

$$[f(x)]^n > 0 \iff \begin{cases} f(x) > 0 & \text{se } n \text{ é ímpar.} \\ f(x) \neq 0 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n < 0 \iff \begin{cases} f(x) < 0 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \nexists\, x \in \mathbb{R} & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n \geqslant 0 \iff \begin{cases} f(x) \geqslant 0 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \forall\, x \in D(f) & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

$$[f(x)]^n \leqslant 0 \iff \begin{cases} f(x) \leqslant 0 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ f(x) = 0 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x - 2)^3 > 0 \implies$

2º) $(4x - 3)^6 > 0 \implies$

3º) $(2x + 1)^5 < 0 \implies$

4º) $(x - 2)^4 < 0 \implies$

5º) $(3 - 5x)^7 \geqslant 0 \implies$

6º) $(4x - 5)^2 \geqslant 0 \implies$

7º) $(8 - 2x)^4 \leqslant 0 \implies$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x-2)^3 > 0 \implies 3x - 2 > 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x-3)^6 > 0 \implies$

3º) $(2x+1)^5 < 0 \implies$

4º) $(x-2)^4 < 0 \implies$

5º) $(3-5x)^7 \geqslant 0 \implies$

6º) $(4x-5)^2 \geqslant 0 \implies$

7º) $(8-2x)^4 \leqslant 0 \implies$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x - 2)^3 > 0 \implies 3x - 2 > 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x - 3)^6 > 0 \implies 4x - 3 \neq 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{3}{4}\right\}$

3º) $(2x + 1)^5 < 0 \implies$

4º) $(x - 2)^4 < 0 \implies$

5º) $(3 - 5x)^7 \geqslant 0 \implies$

6º) $(4x - 5)^2 \geqslant 0 \implies$

7º) $(8 - 2x)^4 \leqslant 0 \implies$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x-2)^3 > 0 \implies 3x-2>0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \dfrac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x-3)^6 > 0 \implies 4x-3 \neq 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \dfrac{3}{4}\right\}$

3º) $(2x+1)^5 < 0 \implies 2x+1<0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\dfrac{1}{2}\right\}$

4º) $(x-2)^4 < 0 \implies$

5º) $(3-5x)^7 \geqslant 0 \implies$

6º) $(4x-5)^2 \geqslant 0 \implies$

7º) $(8-2x)^4 \leqslant 0 \implies$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x - 2)^3 > 0 \implies 3x - 2 > 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x - 3)^6 > 0 \implies 4x - 3 \neq 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{3}{4}\right\}$

3º) $(2x + 1)^5 < 0 \implies 2x + 1 < 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$

4º) $(x - 2)^4 < 0 \implies S = \varnothing$

5º) $(3 - 5x)^7 \geqslant 0 \implies$

6º) $(4x - 5)^2 \geqslant 0 \implies$

7º) $(8 - 2x)^4 \leqslant 0 \implies$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x-2)^3 > 0 \quad \Longrightarrow \quad 3x-2 > 0 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x-3)^6 > 0 \quad \Longrightarrow \quad 4x-3 \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{3}{4}\right\}$

3º) $(2x+1)^5 < 0 \quad \Longrightarrow \quad 2x+1 < 0 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$

4º) $(x-2)^4 < 0 \quad \Longrightarrow \quad S = \varnothing$

5º) $(3-5x)^7 \geqslant 0 \quad \Longrightarrow \quad 3-5x \geqslant 0 \quad \Longrightarrow \quad S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant \frac{3}{5}\right\}$

6º) $(4x-5)^2 \geqslant 0 \quad \Longrightarrow$

7º) $(8-2x)^4 \leqslant 0 \quad \Longrightarrow$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x-2)^3 > 0 \implies 3x-2 > 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \dfrac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x-3)^6 > 0 \implies 4x-3 \neq 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \dfrac{3}{4}\right\}$

3º) $(2x+1)^5 < 0 \implies 2x+1 < 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\dfrac{1}{2}\right\}$

4º) $(x-2)^4 < 0 \implies S = \varnothing$

5º) $(3-5x)^7 \geqslant 0 \implies 3-5x \geqslant 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant \dfrac{3}{5}\right\}$

6º) $(4x-5)^2 \geqslant 0 \implies S = \mathbb{R}$

7º) $(8-2x)^4 \leqslant 0 \implies$

Inequações - Parte 3

Assim, temos as seguintes equivalências

Exemplos

1º) $(3x-2)^3 > 0 \implies 3x-2>0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

2º) $(4x-3)^6 > 0 \implies 4x-3 \neq 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{3}{4}\right\}$

3º) $(2x+1)^5 < 0 \implies 2x+1<0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$

4º) $(x-2)^4 < 0 \implies S = \varnothing$

5º) $(3-5x)^7 \geqslant 0 \implies 3-5x \geqslant 0 \implies S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant \frac{3}{5}\right\}$

6º) $(4x-5)^2 \geqslant 0 \implies S = \mathbb{R}$

7º) $(8-2x)^4 \leqslant 0 \implies 8-2x=0 \implies S = \{4\}$

Inequações - Parte 3

Inequação Quociente

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações quocientes são dadas da seguinte forma:

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0, \frac{f(x)}{g(x)} < 0, \frac{f(x)}{g(x)} \geqslant 0 \quad \text{e} \quad \frac{f(x)}{g(x)} \leqslant 0$$

Inequações - Parte 3

Inequação Quociente

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações quocientes são dadas da seguinte forma:

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} < 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} \geqslant 0 \quad \text{e} \quad \frac{f(x)}{g(x)} \leqslant 0$$

Obs 1. As regras de sinais do produto e do quociente de números reais sao análogas

Inequações - Parte 3

Inequação Quociente

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações quocientes são dadas da seguinte forma:

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} < 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} \geqslant 0 \quad \text{e} \quad \frac{f(x)}{g(x)} \leqslant 0$$

Obs 1. As regras de sinais do produto e do quociente de números reais sao análogas.

Obs 2. A construção do quadro-quociente é análoga observando o fato de que o denominador de uma fração nao pode ser nulo.

Inequações - Parte 3

Inequação Quociente

Sendo $f(x)$ e $g(x)$ duas funções na variável x, as inequações quocientes são dadas da seguinte forma:

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} < 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} \geqslant 0 \quad \text{e} \quad \frac{f(x)}{g(x)} \leqslant 0$$

Obs 1. As regras de sinais do produto e do quociente de números reais sao análogas.

Obs 2. A construção do quadro-quociente é análoga observando o fato de que o denominador de uma fração nao pode ser nulo.

Exemplo. Resolver em $\mathbb{R}$ a inequação

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2$$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Longrightarrow$$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Longrightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Longrightarrow$$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Longrightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Longrightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Longrightarrow$$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Longrightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Longrightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Longrightarrow \frac{5x+2}{1-x} \leqslant 0$$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \Rightarrow \frac{3x + 4}{1 - x} - 2 \leqslant 0 \Rightarrow \frac{3x + 4 - 2(1 - x)}{1 - x} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{5x + 2}{1 - x} \leqslant 0$$

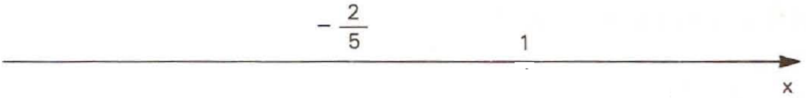
Fazendo o quadro-quociente, temos:

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Rightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Rightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{5x+2}{1-x} \leqslant 0$$

Fazendo o quadro-quociente, temos:



Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Rightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Rightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{5x+2}{1-x} \leqslant 0$$

Fazendo o quadro-quociente, temos:

		$-\frac{2}{5}$		1		x
$f(x) = 5x + 2$	$-$	0	$+$		$+$	

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Rightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Rightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{5x+2}{1-x} \leqslant 0$$

Fazendo o quadro-quociente, temos:

x		$-\frac{2}{5}$		1	
$f(x) = 5x + 2$	$-$	0	$+$		$+$
$g(x) = 1 - x$	$+$		$+$	0	$-$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Longrightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Longrightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Longrightarrow \frac{5x+2}{1-x} \leqslant 0$$

Fazendo o quadro-quociente, temos:

x		$-\frac{2}{5}$		1	
$f(x) = 5x + 2$	$-$	0	$+$		$+$
$g(x) = 1 - x$	$+$		$+$	0	$-$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$-$	0	$+$		$-$

Inequações - Parte 3

Temos,

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \Rightarrow \frac{3x+4}{1-x} - 2 \leqslant 0 \Rightarrow \frac{3x+4-2(1-x)}{1-x} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{5x+2}{1-x} \leqslant 0$$

Fazendo o quadro-quociente, temos:

x		$-\frac{2}{5}$		1	
$f(x) = 5x + 2$	$-$	0	$+$		$+$
$g(x) = 1 - x$	$+$		$+$	0	$-$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$-$	0	$+$		$-$

Inequações - Parte 3

Portanto,

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5} \quad \text{ou} \quad x > 1\right\}.$$

Inequações - Parte 3

Portanto,

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5} \quad \text{ou} \quad x > 1\right\}.$$

Outro método para resolver o exemplo

Podemos resolver a inequação

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2$$

multilicando por $h(x) = 1 - x$ e examinando dois casos

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x)$$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\}.$$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\}.$$

b) $h(x) = 1 - x < 0$, isto é, $x > 1$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\}.$$

b) $h(x) = 1 - x < 0$, isto é, $x > 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \geqslant 2(1 - x)$$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\}.$$

b) $h(x) = 1 - x < 0$, isto é, $x > 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \geqslant 2(1 - x) \implies x \geqslant -\frac{2}{5}$$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1-x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\}.$$

b) $h(x) = 1 - x < 0$, isto é, $x > 1$

$$\frac{3x+4}{1-x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \geqslant 2(1-x) \implies x \geqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{2}{5}\right\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}.$$

Inequações - Parte 3

a) $h(x) = 1 - x > 0$, isto é, $x < 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \leqslant 2(1 - x) \implies x \leqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5}\right\}.$$

b) $h(x) = 1 - x < 0$, isto é, $x > 1$

$$\frac{3x + 4}{1 - x} \leqslant 2 \implies 3x + 4 \geqslant 2(1 - x) \implies x \geqslant -\frac{2}{5}$$

$$S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\} \cap \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{2}{5}\right\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}.$$

Portanto, o conjunto solução é

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\frac{2}{5} \text{ ou } x > 1\right\}.$$

Thank you

Thank you for your attention!