



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS DE RUSSAS

Algoritmos em Grafos

Aula 08: Busca em Grafos(Profundidade)

Professor Pablo Soares

2020.1

Sumário

1. Estruturas utilizadas para armazenar um grafo(**última aula**)
 - a. Matriz de Adjacência;
 - b. Matriz de Incidência;
 - c. Lista de Adjacência.
2. Busca em Grafos
 - a. Objetivos;
 - b. Aplicações;
 - c. Algoritmos de Busca.
 - i. Profundidade;
 - ii. Largura.

Objetivos de uma Busca

1. Explorar todos os vértices e arestas do grafo;
2. Identificar características do grafo;
 - a. ciclo, conexo, grau de cada vértice etc;
3. Determinar quais vértices podem ser alcançados a partir de um vértice inicial;

Aplicações

1. Resolução de problemas enumerativos;
 - a. Xadrez, Damas etc.
2. Melhor organização de grupos;
 - a. Seleção Brasileira.
3. Função “localizar arquivos” no sistemas operacional
4. Dentre outras;

Busca em Grafos

1. Algoritmos Clássicos

a. Busca em Profundidade;

b. Busca em Largura;

2. Com adaptações:

a. Árvore Geradora Mínima (AGM);

b. Caminho Mínimo;

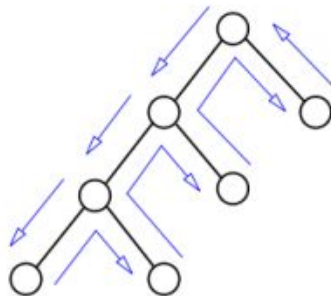
c. Componentes Fortemente Conectados;

d. Ordenação Topológica;

e. Identificação de Ciclo.

Busca em Profundidade

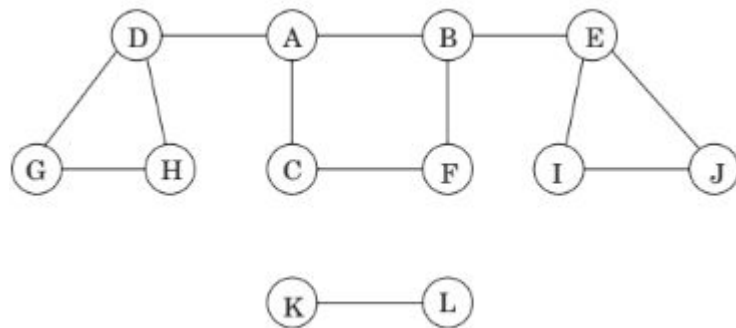
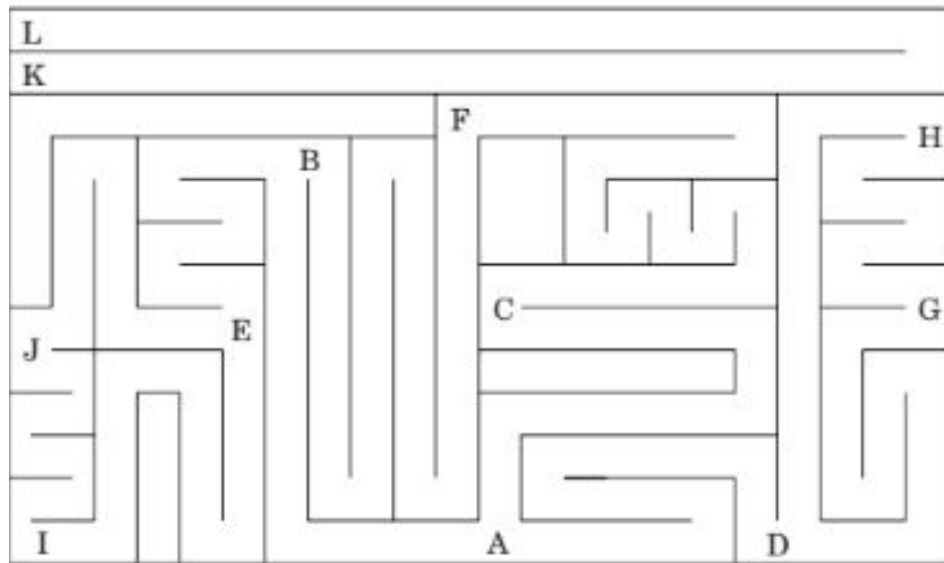
1. Busca em Profundidade (*depth-first search - DFS*)
 - a. Caminhar no grafo
 - b. Explorar todos os **vértices** e **arestas**
 - c. Núcleo
 - i. buscar, sempre que possível, mais fundo no grafo



- d. Processo acaba quando visitar todos os vértices

Busca em Profundidade

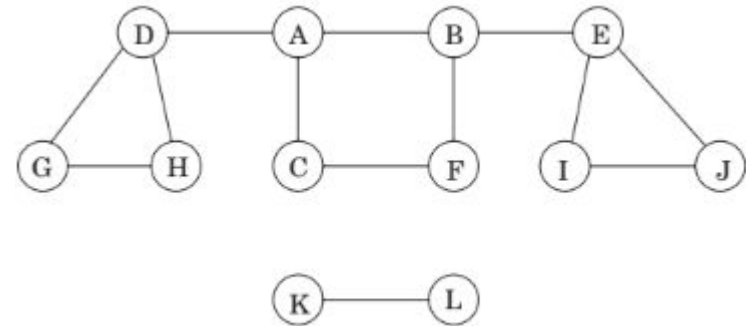
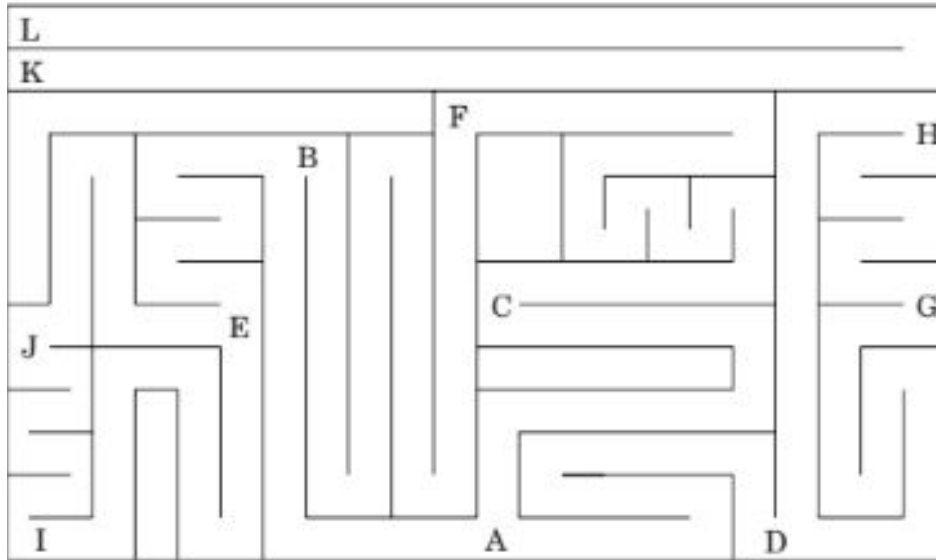
1. Explorar um labirinto



Busca em Profundidade

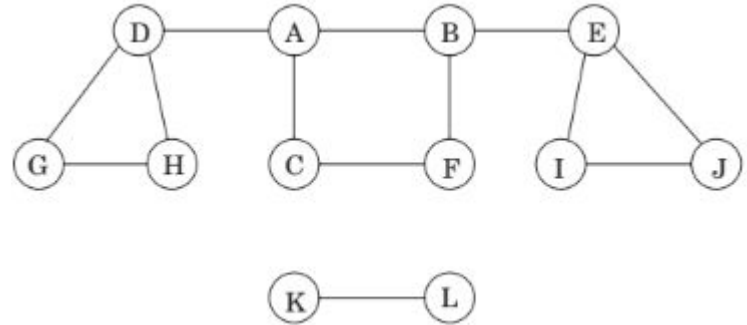
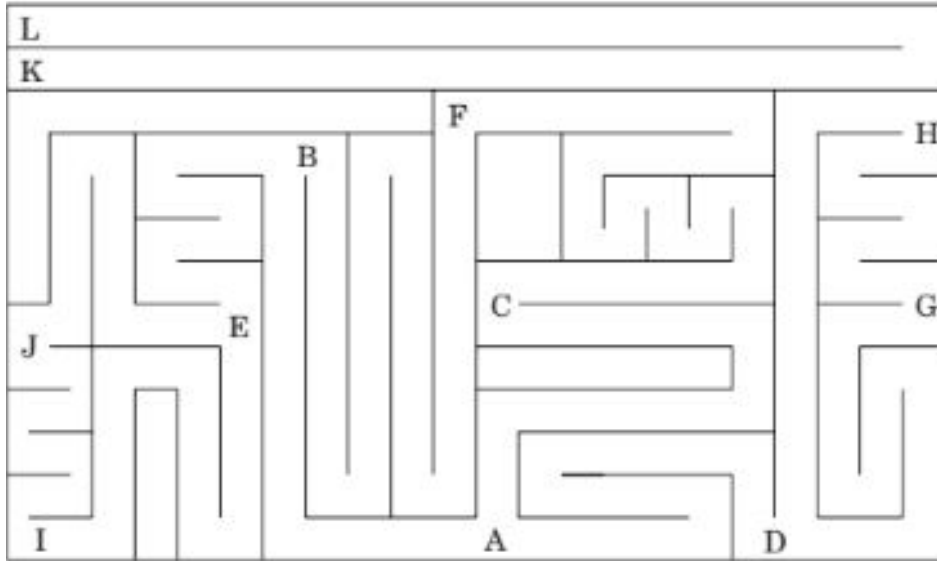
1. Explorar um labirinto

- Barbante
- Giz → **marcação**






Busca em Profundidade

1. Como eu passo esses ingredientes para um computador?
 - a. Barbante → **pilha (push e backtrack)**
 - b. Giz → **vetor de cores**



Busca em Profundidade

1. Vetor de cores

- a. **Vértice Branco**: Ainda não visitado.... 
- b. **Vértice Cinza**: Visitado, mas seus adjacentes ainda não foram visitados; 
- c. **Vértice Preto**: Visitado, e todos seus adjacentes já foram visitados. 

Busca em Profundidade

Legenda para descoberta e finalização



Vértice desconhecido

a



Vértice encontrado

c



Vértice encontrado, com fecho positivo totalmente visitado

- *vetor d*: marca o instante que o vértice **a** foi descoberto;
- *vetor f*: marca o instante que o fecho transitivo do vértice **c** foi totalmente visitado
 - ou seja, o vértice não possui mais vizinhos alcançáveis

Busca em Profundidade

Pseudocódigo Busca em Profundidade(Livro do Cormen)

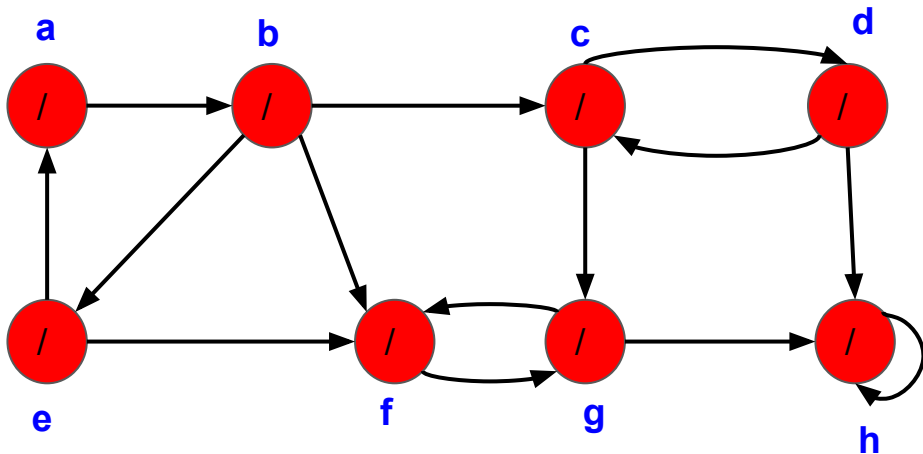
DFS(G)

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. $DFS_VISIT(v)$
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*

Busca em Profundidade



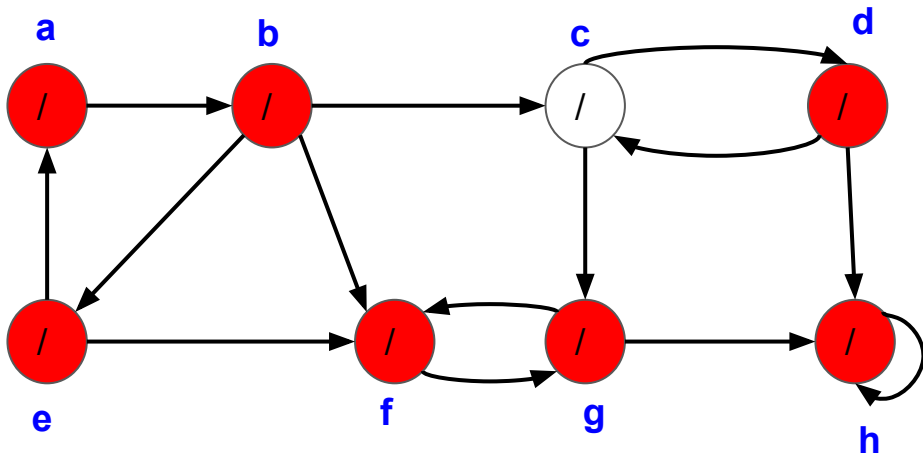
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

Dado um grafo G , temos a lista de todos os vértices...

$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

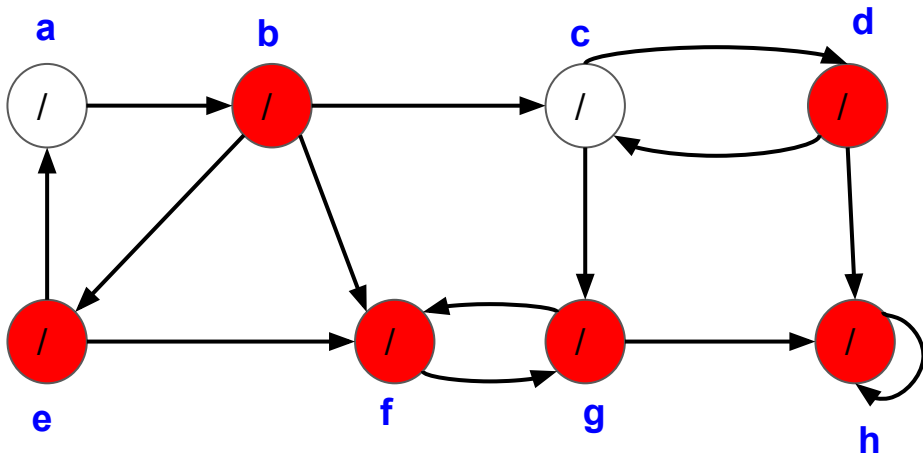


$DFS(G)$

- 1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 2. $cor[u] \leftarrow \text{BRANCO}$
- 3. **fimpara**
- 4. $mark \leftarrow 0$
- 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 6. **se** $cor[u] = \text{BRANCO}$
- 7. $DFS_VISIT(u)$
- 8. **fimse**
- 9. **fimpara**
- Fim.*

$u \leftarrow c$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

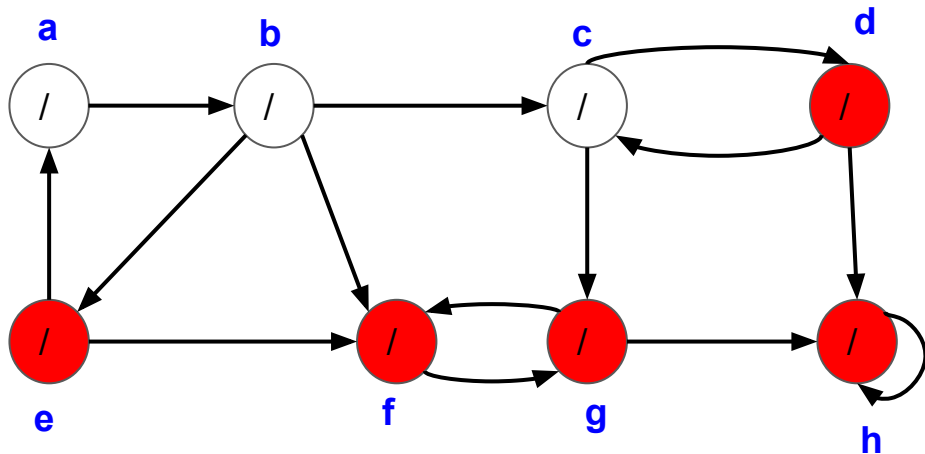


$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
2. $cor[u] \leftarrow \text{BRANCO}$
3. **fimpara**
4. $mark \leftarrow 0$
5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
6. **se** $cor[u] = \text{BRANCO}$
7. $DFS_VISIT(u)$
8. **fimse**
9. **fimpara**
Fim.

$u \leftarrow a$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

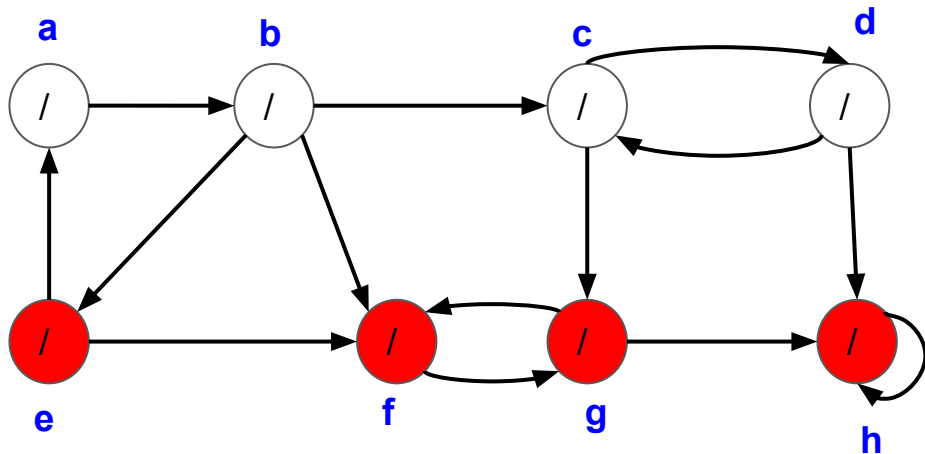


$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*

$u \leftarrow b$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

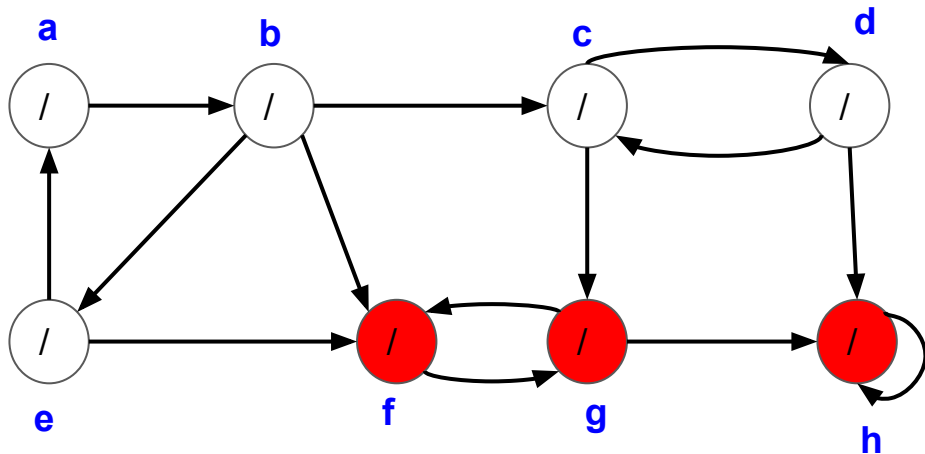


$DFS(G)$

- 1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
- 3. **fimpara**
- 4. $mark \leftarrow 0$
- 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
- 7. $DFS_VISIT(u)$
- 8. **fimse**
- 9. **fimpara**
- Fim.

$u \leftarrow d$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

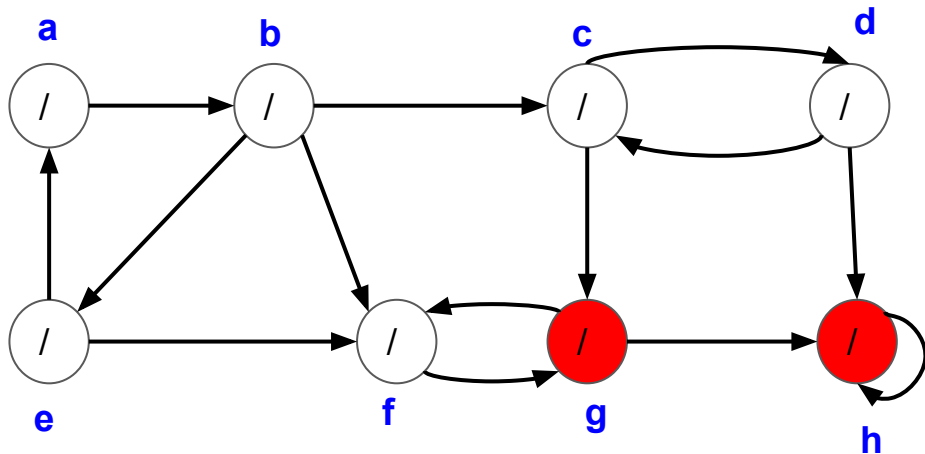


$DFS(G)$

- 1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 2. $cor[u] \leftarrow \text{BRANCO}$
- 3. **fimpara**
- 4. $mark \leftarrow 0$
- 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 6. **se** $cor[u] = \text{BRANCO}$
- 7. $DFS_VISIT(u)$
- 8. **fimse**
- 9. **fimpara**
- Fim.*

$u \leftarrow e$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

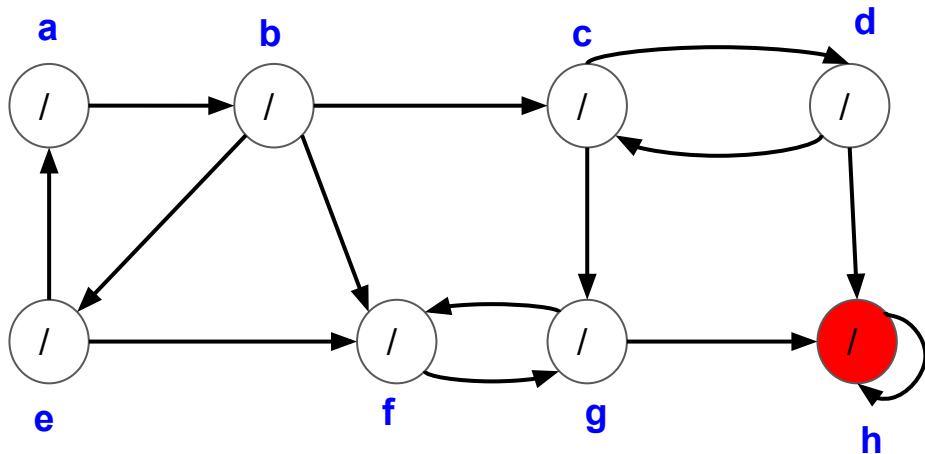


$DFS(G)$

- 1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
- 3. **fimpara**
- 4. $mark \leftarrow 0$
- 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
- 7. $DFS_VISIT(u)$
- 8. **fimse**
- 9. **fimpara**
- Fim.*

$u \leftarrow f$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

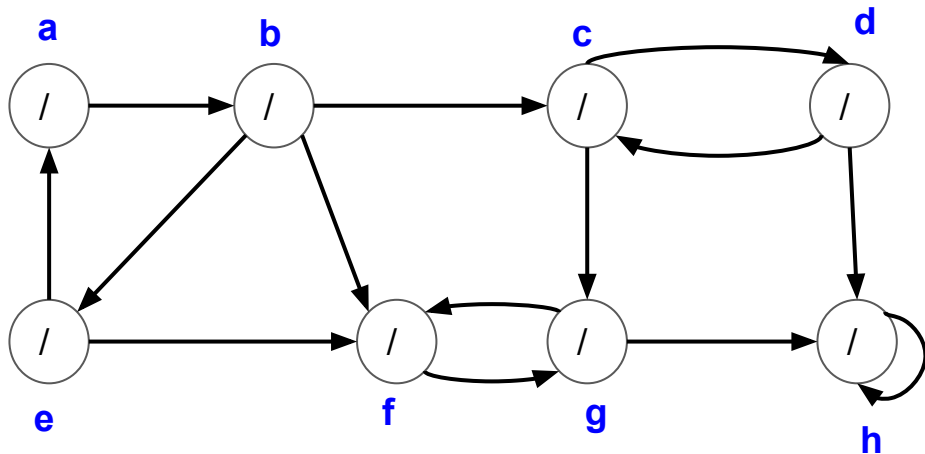


$DFS(G)$

- 1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 2. $cor[u] \leftarrow \text{BRANCO}$
- 3. **fimpara**
- 4. $mark \leftarrow 0$
- 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
- 6. **se** $cor[u] = \text{BRANCO}$
- 7. $DFS_VISIT(u)$
- 8. **fimse**
- 9. **fimpara**
- Fim.

$u \leftarrow g$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

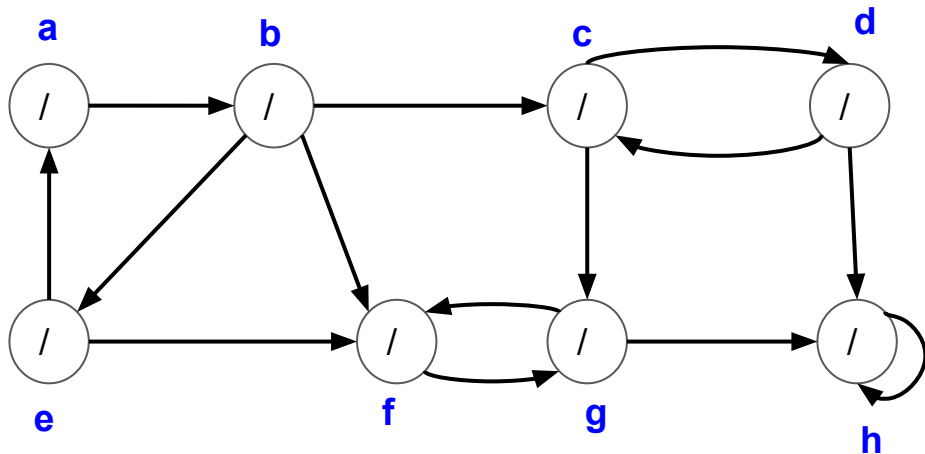


$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
2. $cor[u] \leftarrow \text{BRANCO}$
3. **fimpara**
4. $mark \leftarrow 0$
5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
6. **se** $cor[u] = \text{BRANCO}$
7. $DFS_VISIT(u)$
8. **fimse**
9. **fimpara**
Fim.

$u \leftarrow h$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

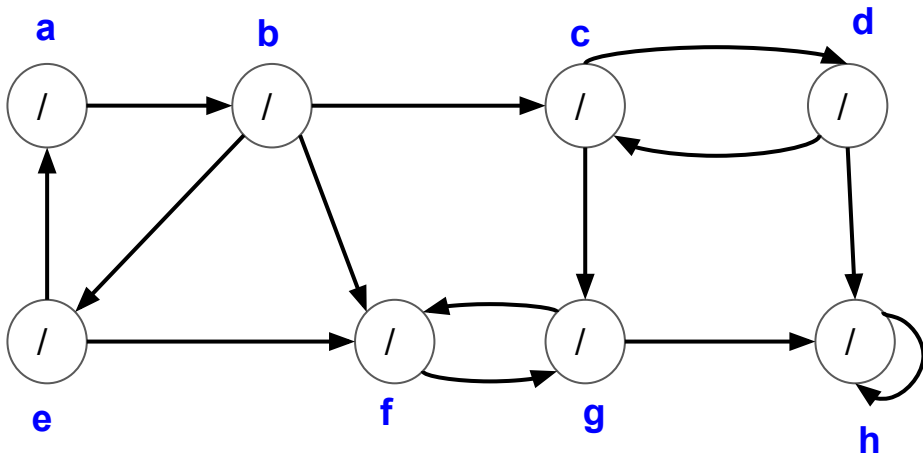


$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*

$mark : 0$

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]



$DFS(G)$

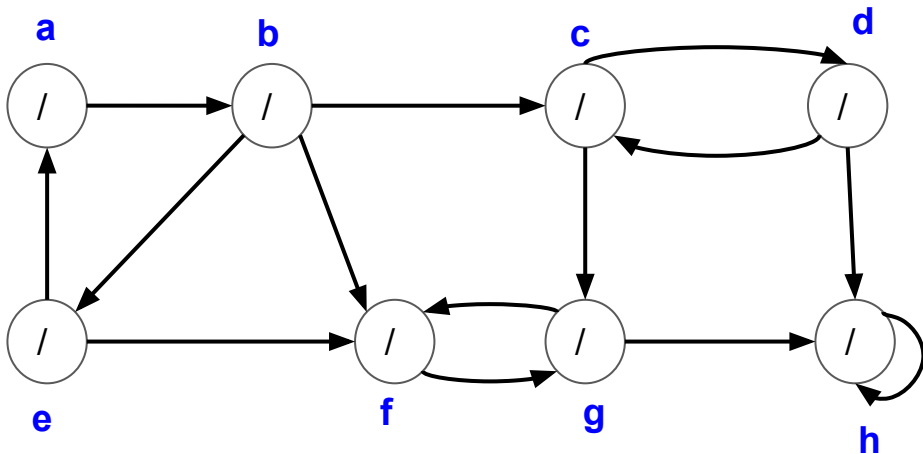
1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow \text{BRANCO}$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = \text{BRANCO}$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*

$mark : 0$

$u \leftarrow c$

Busca em Profundidade

A cor do vértice **c** é BRANCA?



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**



$DFS(G)$

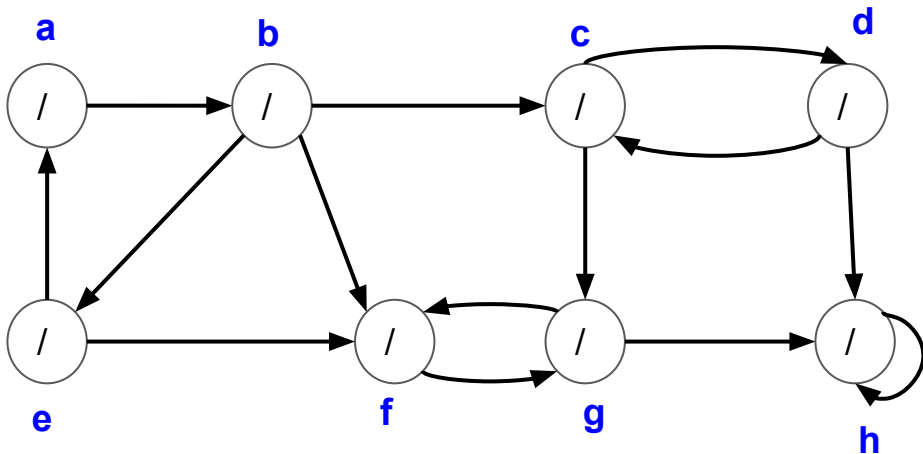
```
1. para cada vértice  $u \leftarrow V[G]$ 
2.    $cor[u] \leftarrow BRANCO$ 
3. fimpara
4.  $mark \leftarrow 0$ 
5. para cada vértice  $u \leftarrow V[G]$ 
6.   se  $cor[u] = BRANCO$ 
7.      $DFS\_VISIT(u)$ 
8.   fimse
9. fimpara
Fim.
```

$mark : 0$

$u \leftarrow \mathbf{c}$

Busca em Profundidade

Chamada da Função DFS_VISIT(c)



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 0

$u \leftarrow c$



$DFS(G)$

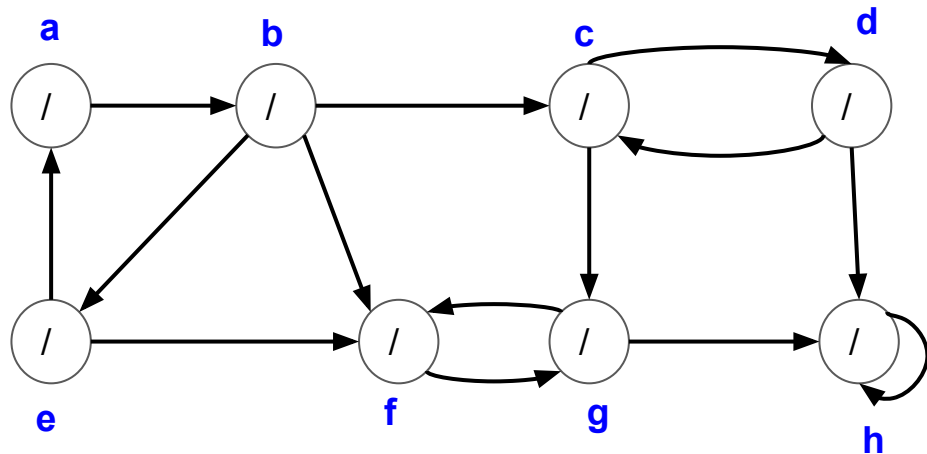
1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
3. **fimpara**
4. $mark \leftarrow 0$
5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
6. **se** $cor[u] = BRANCO$
7. $DFS_VISIT(u)$
8. **fimse**
9. **fimpara**
- Fim.**



Pilha de execução

Busca em Profundidade

Início DFS_VISIT(**c**)



Lista de Vértices $V[G]$: [**c**, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 0

$u \leftarrow$ **c**



DFS_VISIT(u)

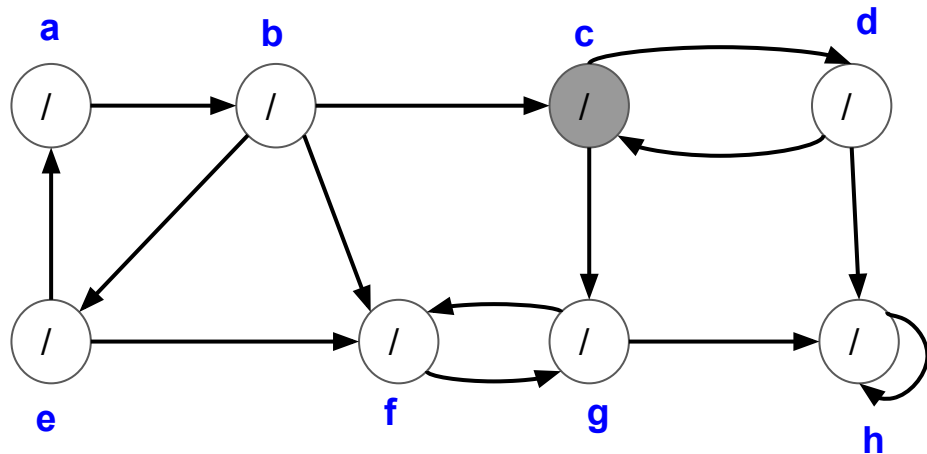
1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. DFS_VISIT(v)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.



Pilha de execução

Busca em Profundidade

Colore **c** de cinza



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 0

$u \leftarrow \mathbf{c}$



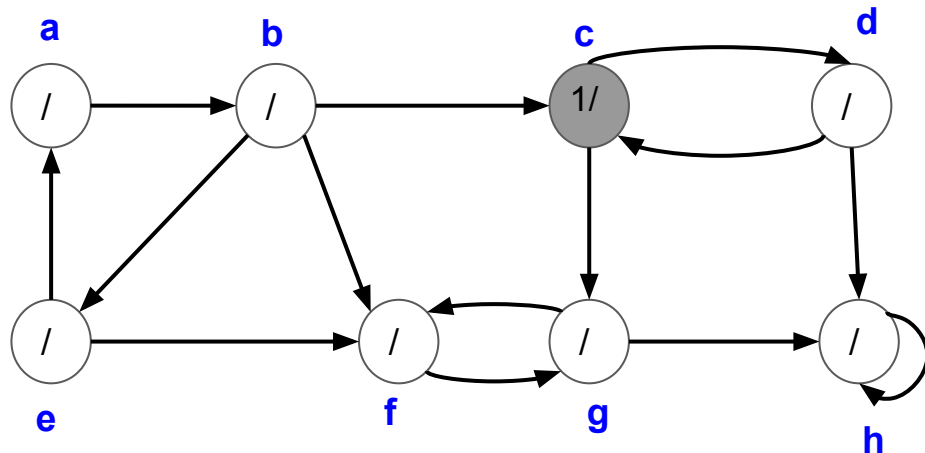
```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```



Pilha de execução

Busca em Profundidade

Marca o tempo de chegada de **c**



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 1

$u \leftarrow \mathbf{c}$



```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```

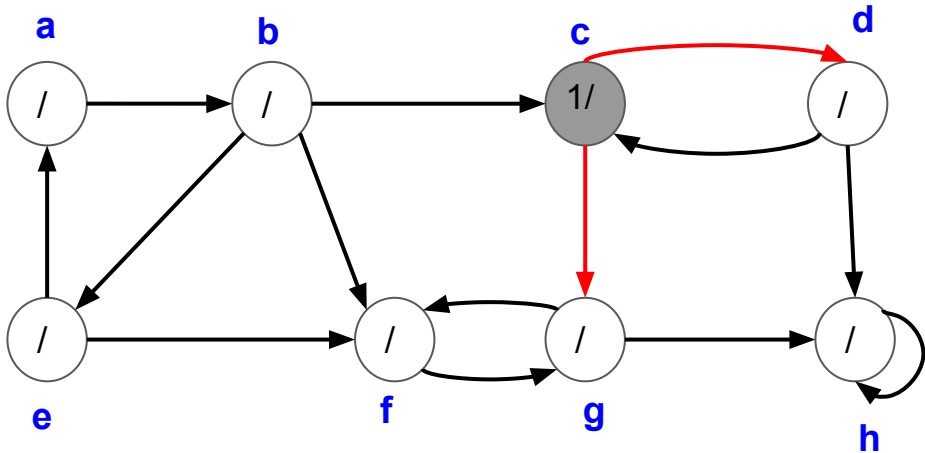


Pilha de execução

Busca em Profundidade

Duas opções: **d** ou **g**

vai depender da representação utilizada



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 1

$$u \leftarrow c$$
$$DFS_VISIT(u)$$

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. $DFS_VISIT(v)$
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*

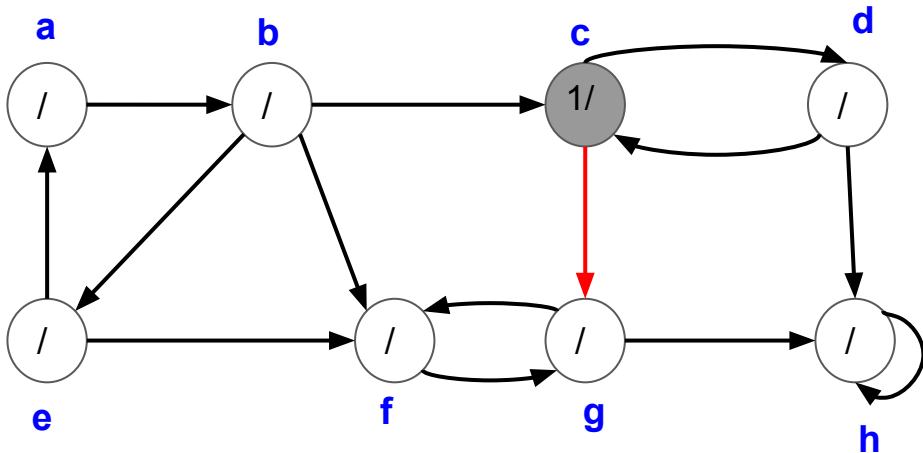


Pilha de execução

Busca em Profundidade

Escolheu **g**

Chamada da Função DFS_VISIT(**g**)

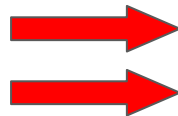


Lista de Vértices $V[G]$: [**c**, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 1

u \leftarrow **c**

v \leftarrow **g**



DFS_VISIT(u)

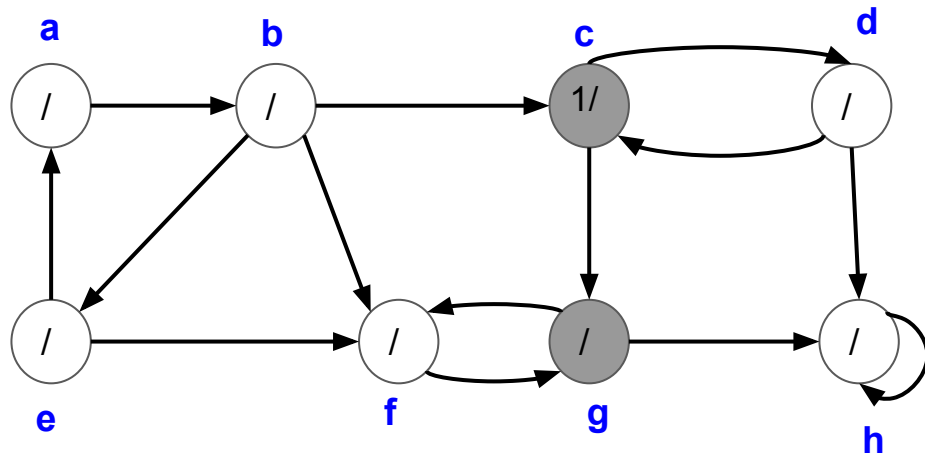
1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. DFS_VISIT(v)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.



Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **g** de cinza



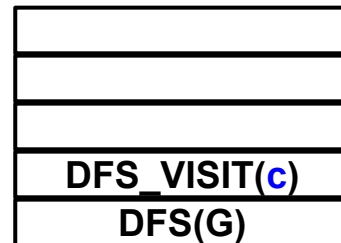
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 1

$u \leftarrow g$

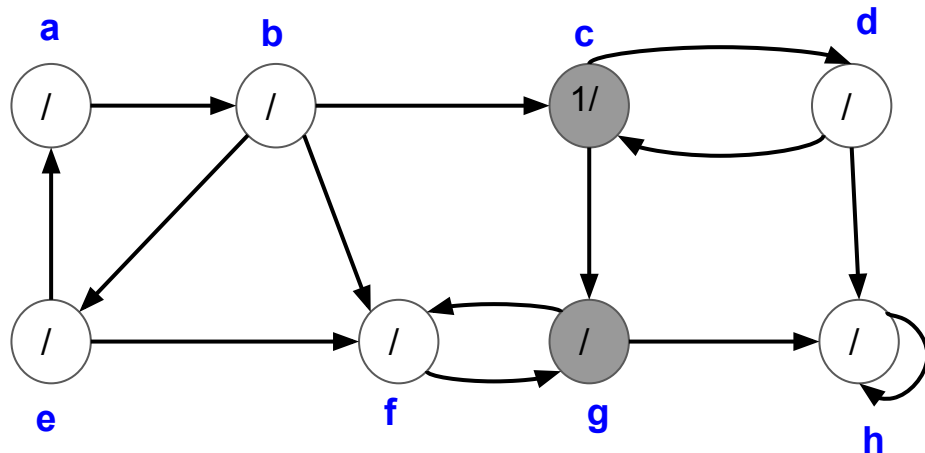


```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```



Pilha de execução

Busca em Profundidade



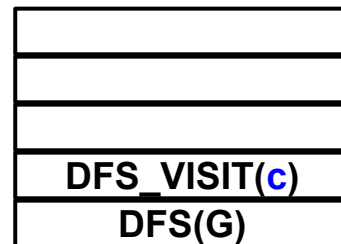
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 2

$u \leftarrow g$

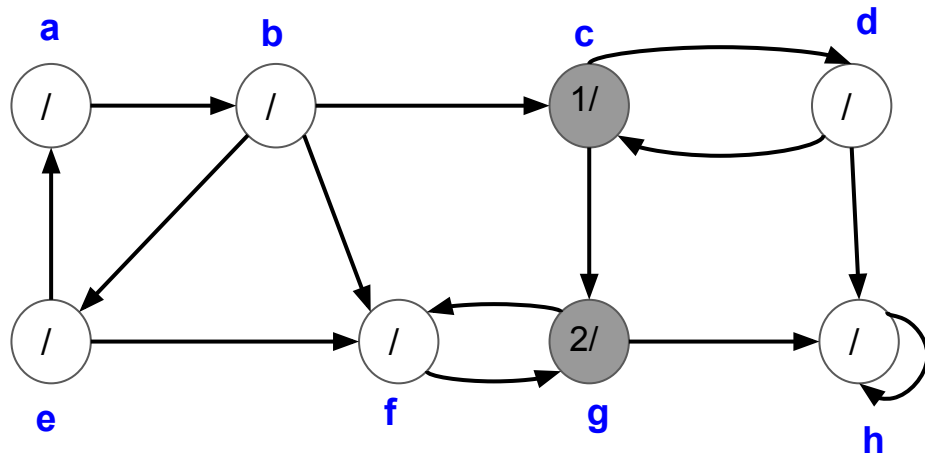
DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. DFS_VISIT(v)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.**



Pilha de execução

Busca em Profundidade



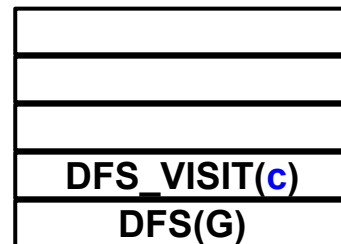
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 2

$u \leftarrow g$



```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice v ∈ L.adj(u)
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```

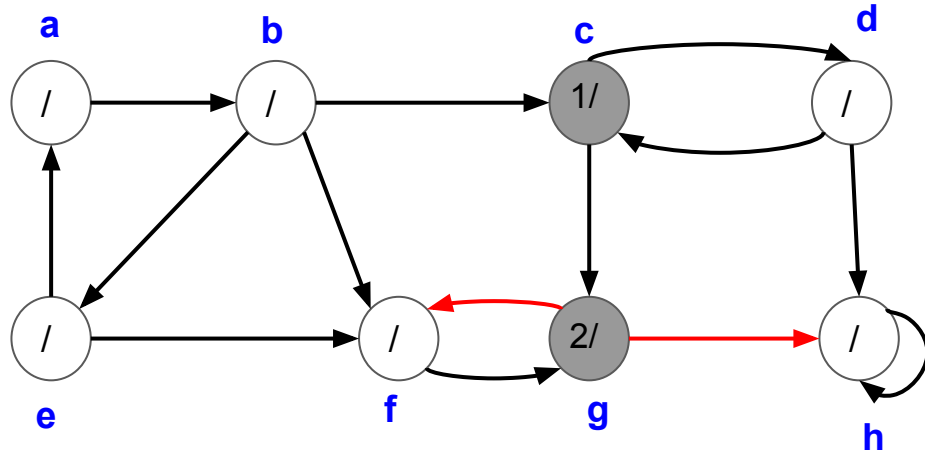


Pilha de execução

Busca em Profundidade

Duas opções: **f** ou **h**

vai depender da representação utilizada



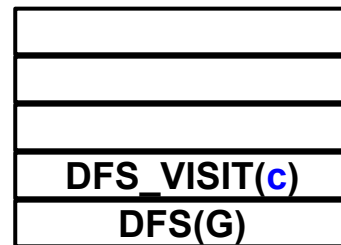
Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 2

$u \leftarrow$ **g**



```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```

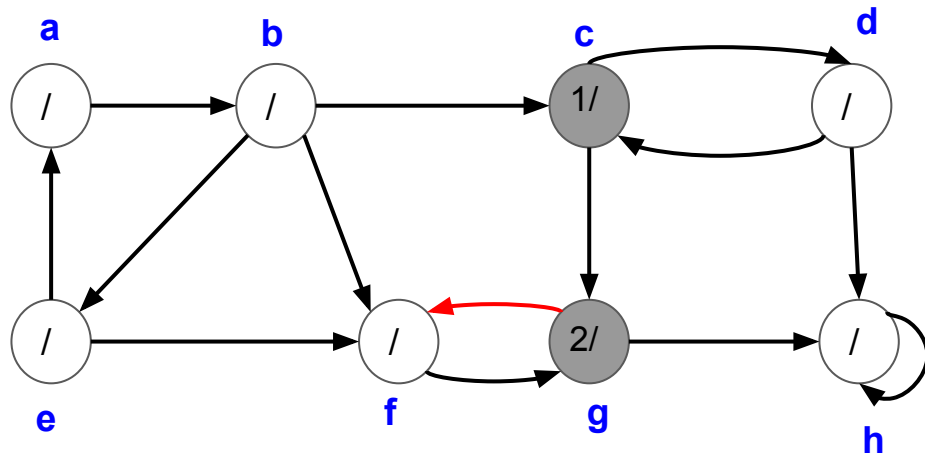


Pilha de execução

Busca em Profundidade

Escolheu **f**

Chamada da Função DFS_VISIT(**f**)

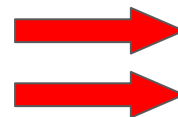


Lista de Vértices $V[G]$: [**c**, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 2

$u \leftarrow$ **g**

$v \leftarrow$ **f**



DFS_VISIT(u)

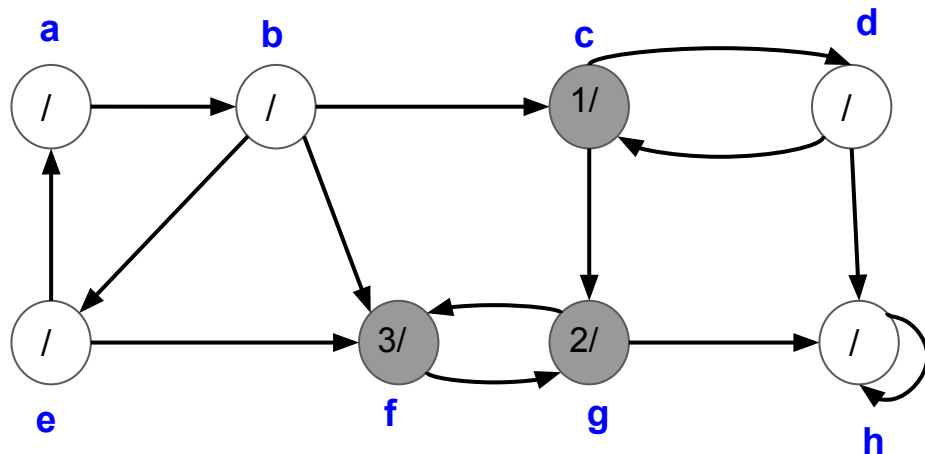
1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. DFS_VISIT(v)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.

| |
|-----------------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **f** de cinza



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 3

$u \leftarrow f$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
2. $mark \leftarrow mark + 1$
3. $d[u] \leftarrow mark$
4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
5. **se** $cor[v] = BRANCO$
6. **DFS_VISIT(v)**
7. **fimse**
8. **fimpara**
9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
10. $mark \leftarrow mark + 1$
11. $f[u] \leftarrow mark$

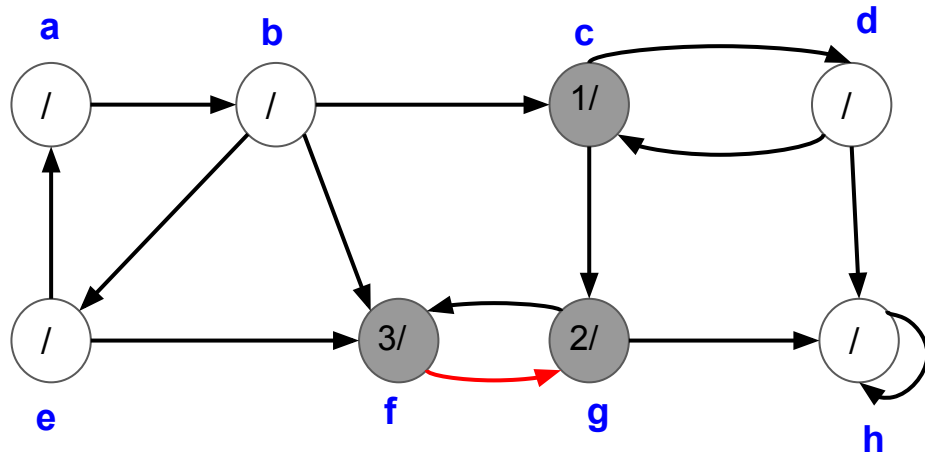
Fim.

| |
|-----------------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

A cor do vértice **g** é BRANCA?



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 3

$u \leftarrow \mathbf{f}$

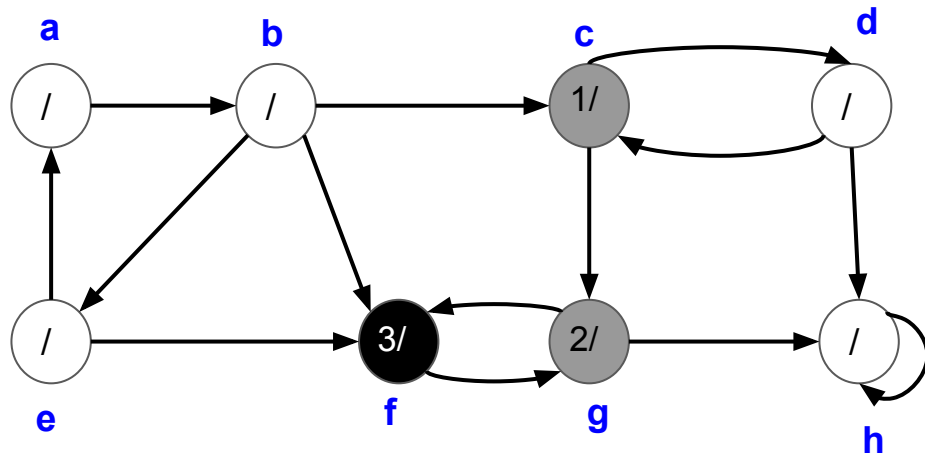
```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.   se cor[v] = BRANCO
6.     DFS_VISIT(v)
7.   fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```

| |
|-----------------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **f** de preto, ou seja,
não tenho mais vizinhos na cor BRANCA



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 3

$u \leftarrow f$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. **DFS_VISIT(v)**
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.**

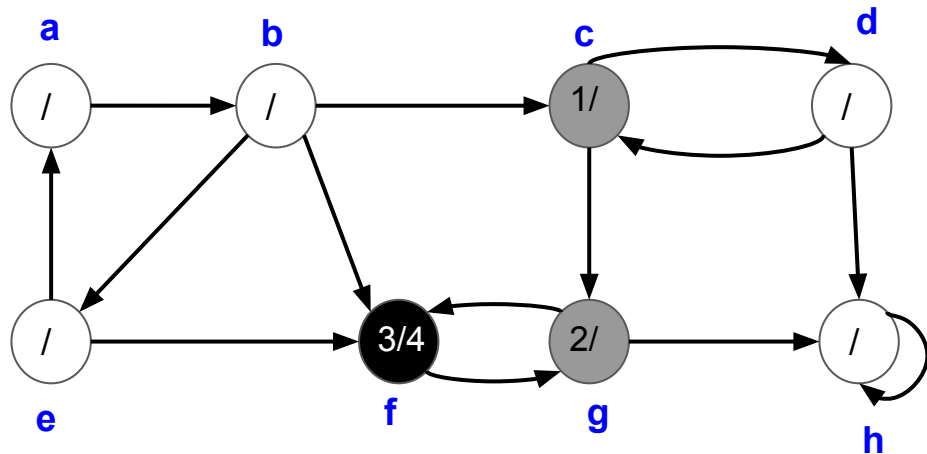
| |
|--------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

Após operação de *mark*

Backtracking



DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
2. $mark \leftarrow mark + 1$
3. $d[u] \leftarrow mark$
4. **para cada** $v \in L.adj(u)$
5. **se** $cor[v] = BRANCO$
6. $DFS_VISIT(v)$
7. **fimse**
8. **fimpara**
9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
10. $mark \leftarrow mark + 1$
11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.**

Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 4

$u \leftarrow f$

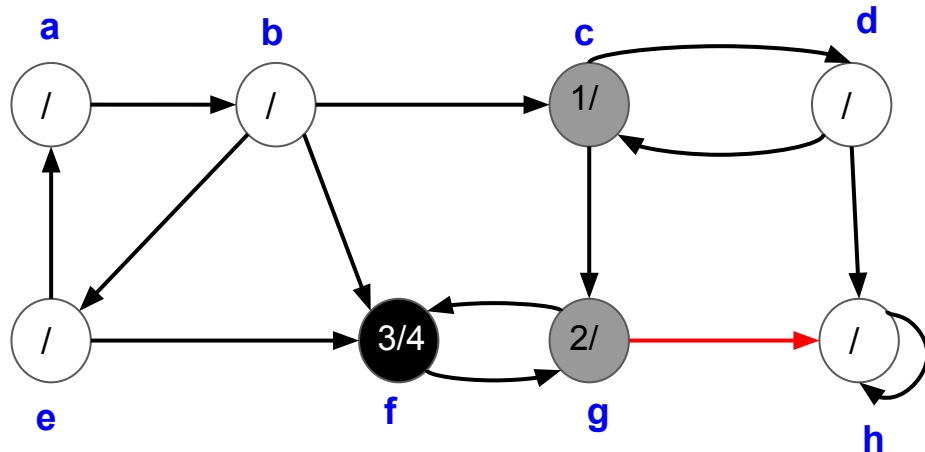
| |
|--------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

Escolheu **h**

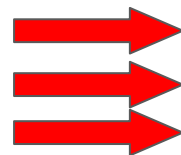
Chamada da Função DFS_VISIT(**h**)



Lista de Vértices $V[G]$: [**c**, a, b, d, e, f, g, h]

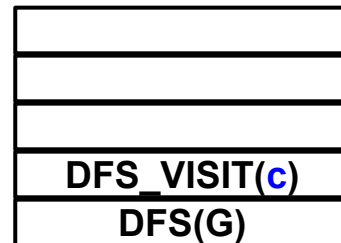
mark : 4

$u \leftarrow$ **g**



DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. DFS_VISIT(v)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.



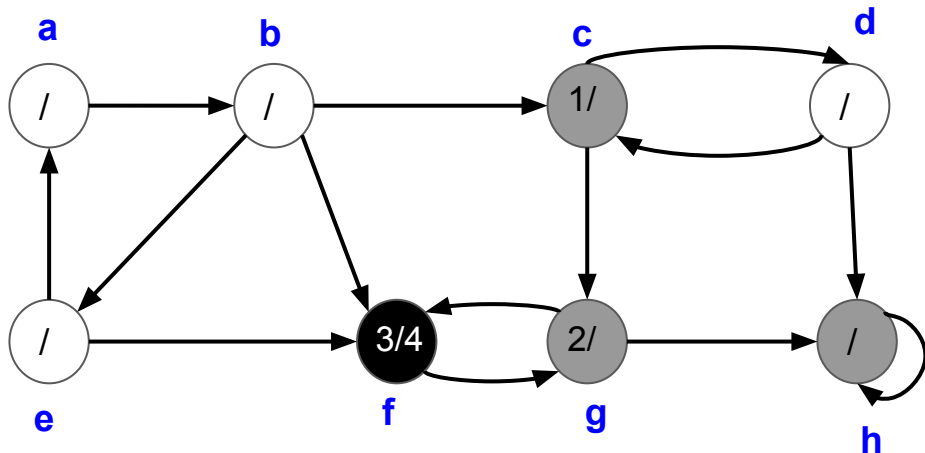
Pilha de execução

Busca em Profundidade



DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. $DFS_VISIT(v)$
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

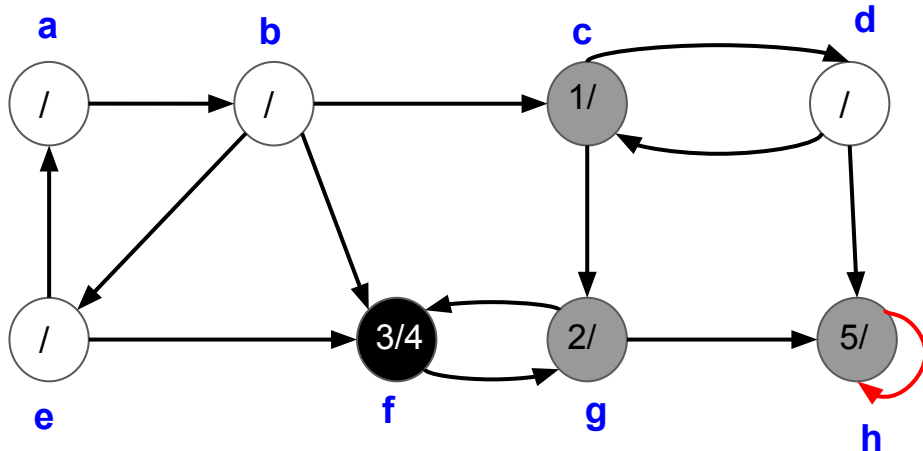
mark : 4

$u \leftarrow h$

| |
|--------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

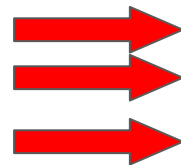
Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 5

$u \leftarrow h$



```

DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
    
```

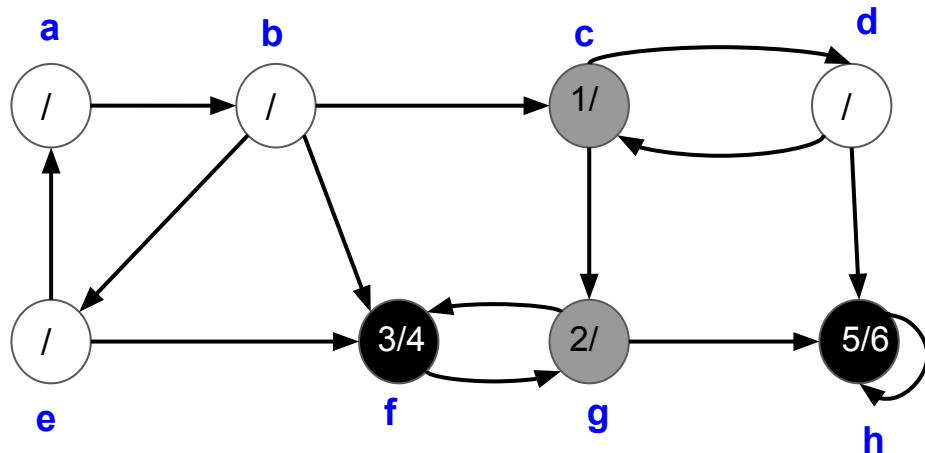
| |
|-----------------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

Após operação de *mark*

Backtracking



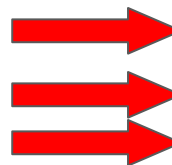
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 6

$u \leftarrow h$

DFS_VISIT(*u*)

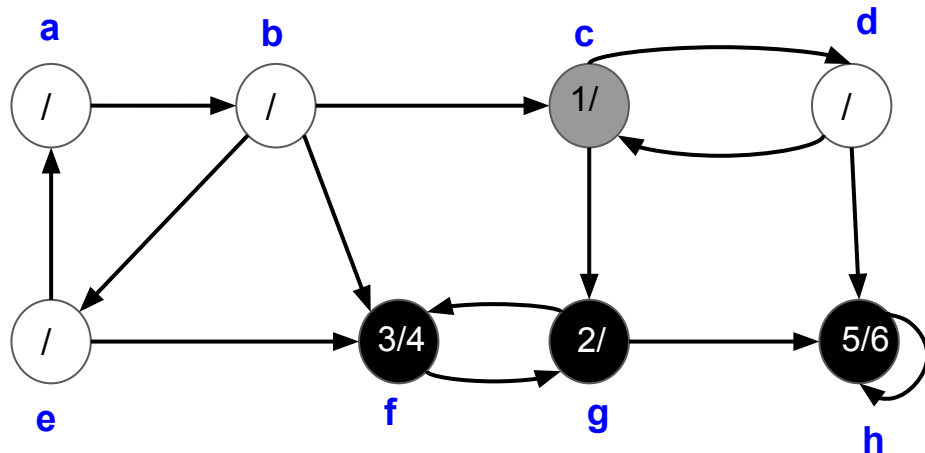
1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. *DFS_VISIT*(*v*)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*



| |
|--------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(g) |
| DFS_VISIT(c) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

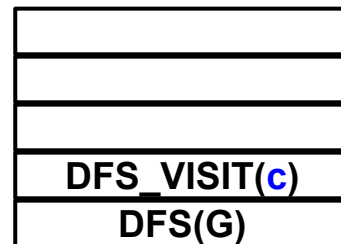
mark : 6

$u \leftarrow g$



```

DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
    
```

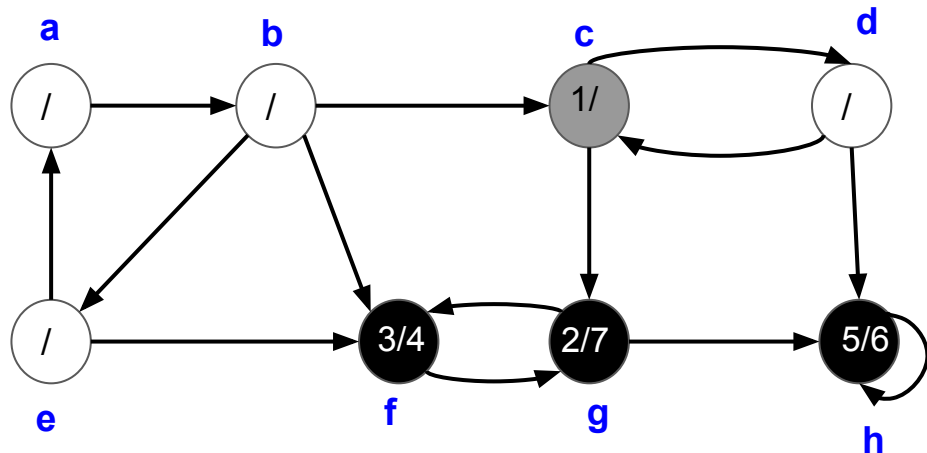


Pilha de execução

Busca em Profundidade

Após operação de *mark*

Backtracking



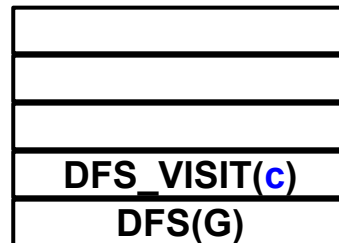
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 7

$u \leftarrow g$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. **DFS_VISIT(v)**
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.**

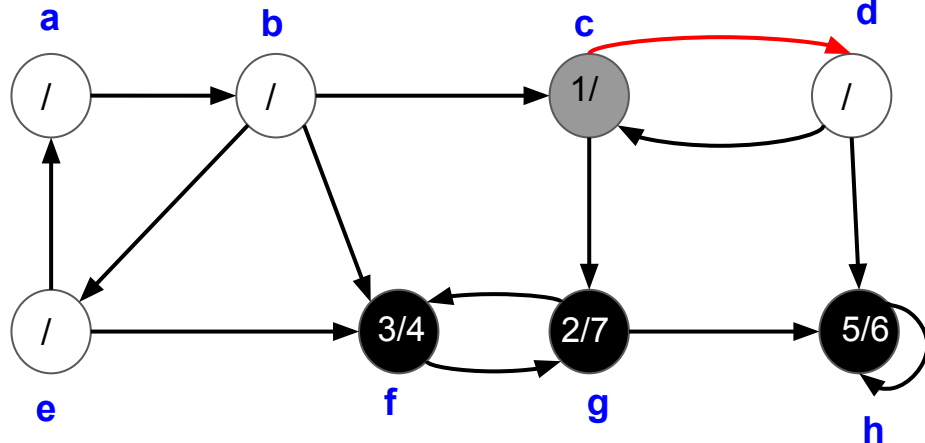


Pilha de execução

Busca em Profundidade

Escolheu **d**

Chamada da Função DFS_VISIT(**d**)



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 7

$u \leftarrow$ **c**

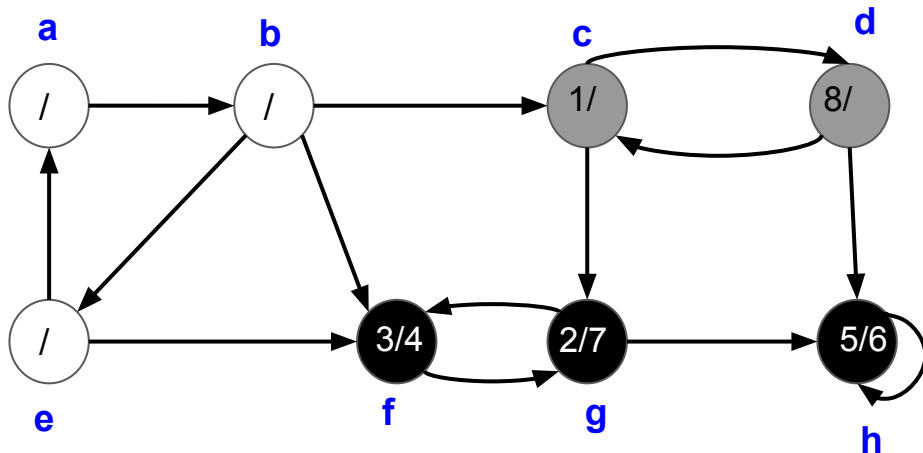


```
DFS_VISIT(u)
1. cor[u] ← CINZA
2. mark ← mark + 1
3. d[u] ← mark
4. para cada vértice  $v \in L.adj(u)$ 
5.     se cor[v] = BRANCO
6.         DFS_VISIT(v)
7.     fimse
8. fimpara
9. cor[u] ← PRETO
10. mark ← mark + 1
11. f[u] ← mark
Fim.
```



Pilha de execução

Busca em Profundidade

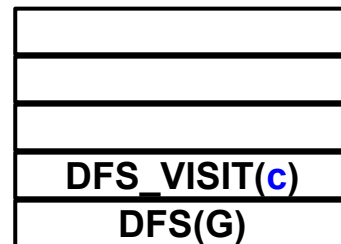


Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 8

$u \leftarrow d$

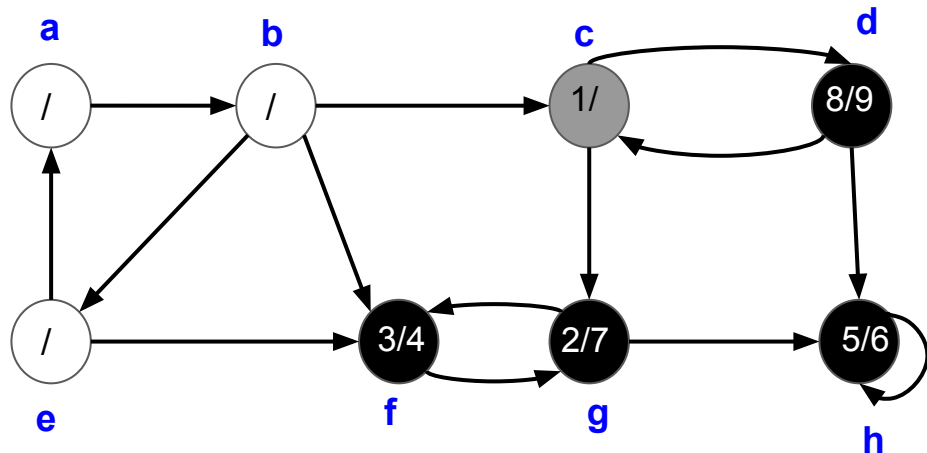
\Rightarrow DFS_VISIT(u)
 \Rightarrow 1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 \Rightarrow 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. DFS_VISIT(v)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
 Fim.



Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **d** de preto; Após operação de *mark*
Backtracking



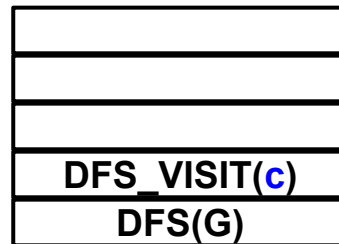
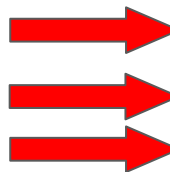
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 9

$u \leftarrow d$

DFS_VISIT(*u*)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. *DFS_VISIT*(*v*)
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*

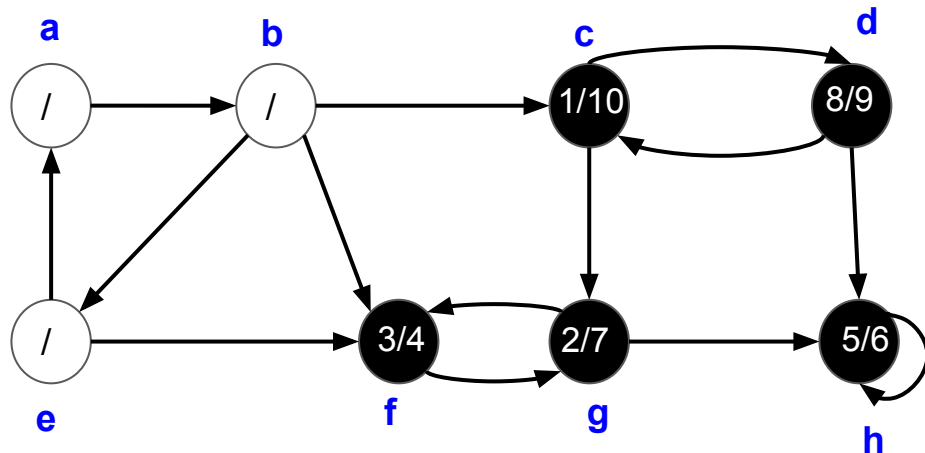


Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **c** de preto; Após operação de *mark*

Backtracking



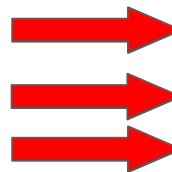
Lista de Vértices $V[G]$: [**c**, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 10

$u \leftarrow \mathbf{c}$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. $DFS_VISIT(v)$
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*

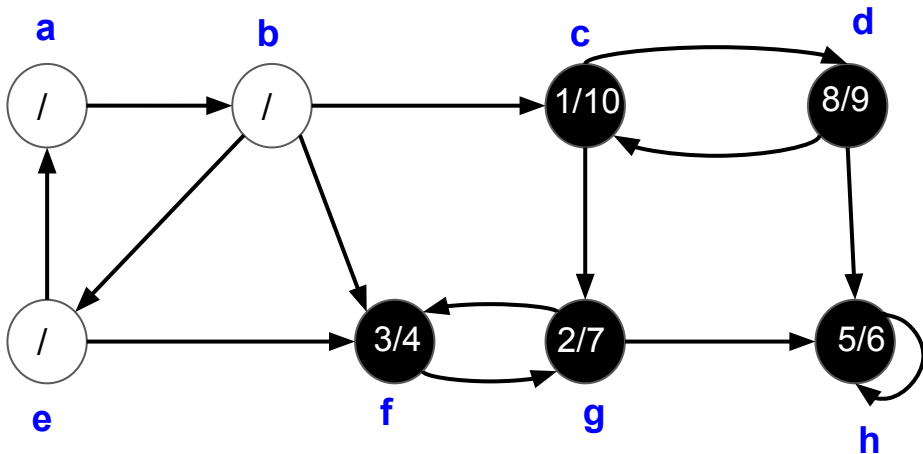


Pilha de execução

Busca em Profundidade

A cor do vértice **a** é BRANCA?

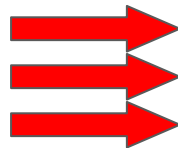
Chamada da Função DFS_VISIT(**a**)



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

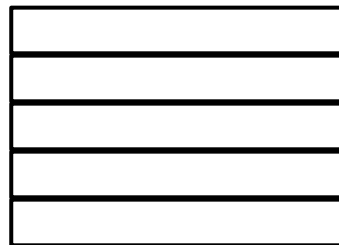
mark : 10

$u \leftarrow \mathbf{a}$



$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*

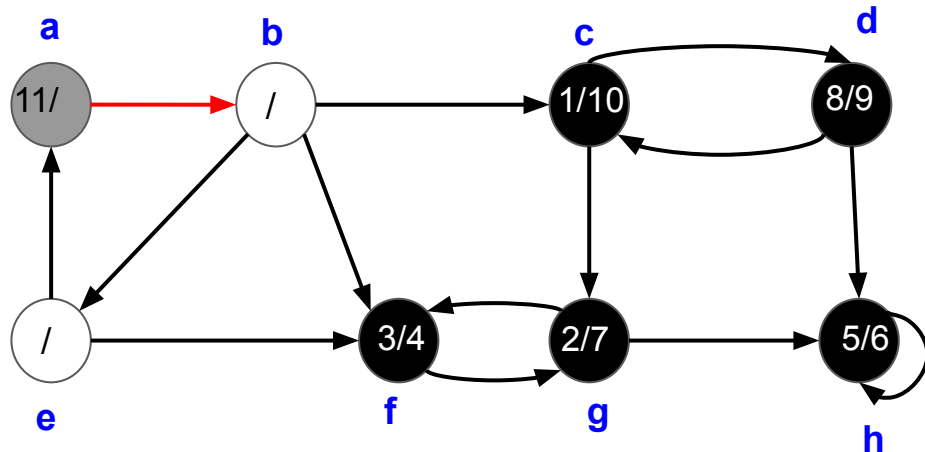


Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **a** de CINZA

Chamada da Função DFS_VISIT(**b**)



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 11

$u \leftarrow a$

$v \leftarrow b$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
2. $mark \leftarrow mark + 1$
3. $d[u] \leftarrow mark$
4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
5. **se** $cor[v] = BRANCO$
6. DFS_VISIT(v)
7. **fimse**
8. **fimpara**
9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
10. $mark \leftarrow mark + 1$
11. $f[u] \leftarrow mark$

Fim.

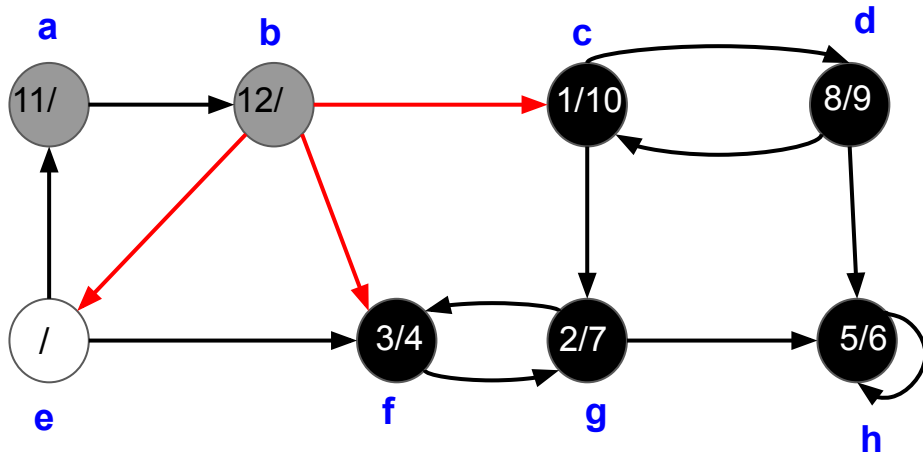


Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **b** de CINZA

Chamada da Função DFS_VISIT(**e**)



Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 12

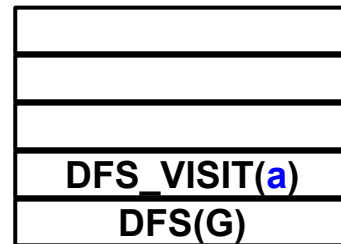
$u \leftarrow \mathbf{b}$

$v \leftarrow \mathbf{e}$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
2. $mark \leftarrow mark + 1$
3. $d[u] \leftarrow mark$
4. **para cada** $v \in L.adj(u)$
5. **se** $cor[v] = BRANCO$
6. DFS_VISIT(v)
7. **fimse**
8. **fimpara**
9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
10. $mark \leftarrow mark + 1$
11. $f[u] \leftarrow mark$

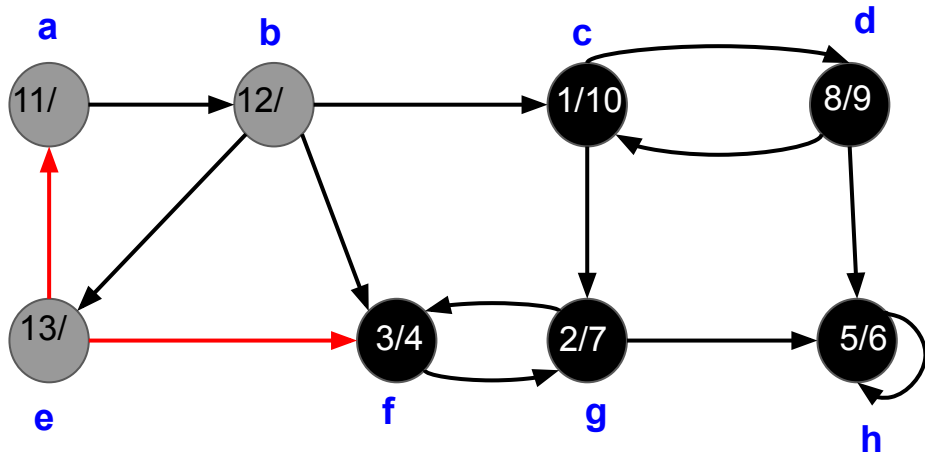
Fim.



Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **e** de CINZA



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 13

$u \leftarrow e$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
2. $mark \leftarrow mark + 1$
3. $d[u] \leftarrow mark$
4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
5. **se** $cor[v] = BRANCO$
6. **DFS_VISIT(v)**
7. **fimse**
8. **fimpara**
9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
10. $mark \leftarrow mark + 1$
11. $f[u] \leftarrow mark$

Fim.

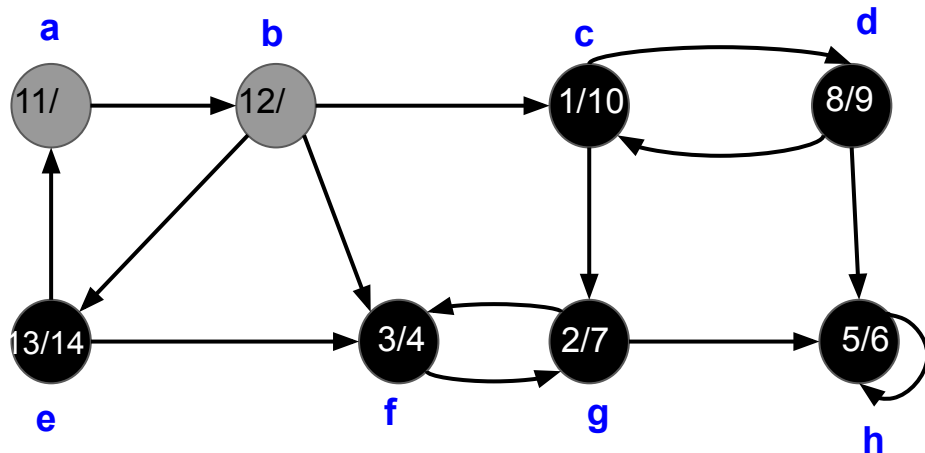
| |
|--------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(b) |
| DFS_VISIT(a) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **e** de PRETO

Backtracking



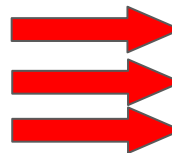
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 14

$u \leftarrow e$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. **DFS_VISIT(v)**
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.**



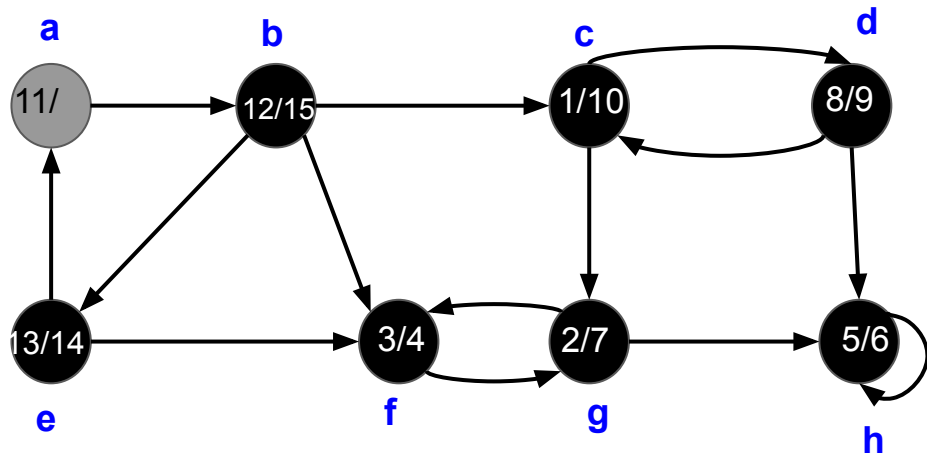
| |
|--------------|
| |
| |
| DFS_VISIT(b) |
| DFS_VISIT(a) |
| DFS(G) |

Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **b** de PRETO

Backtracking



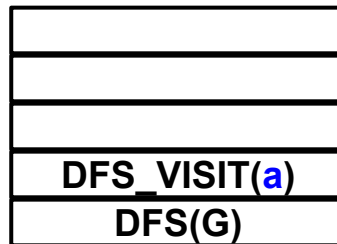
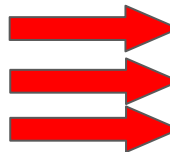
Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 15

$u \leftarrow \mathbf{b}$

DFS_VISIT(u)

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** vértice $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. *DFS_VISIT(v)*
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*

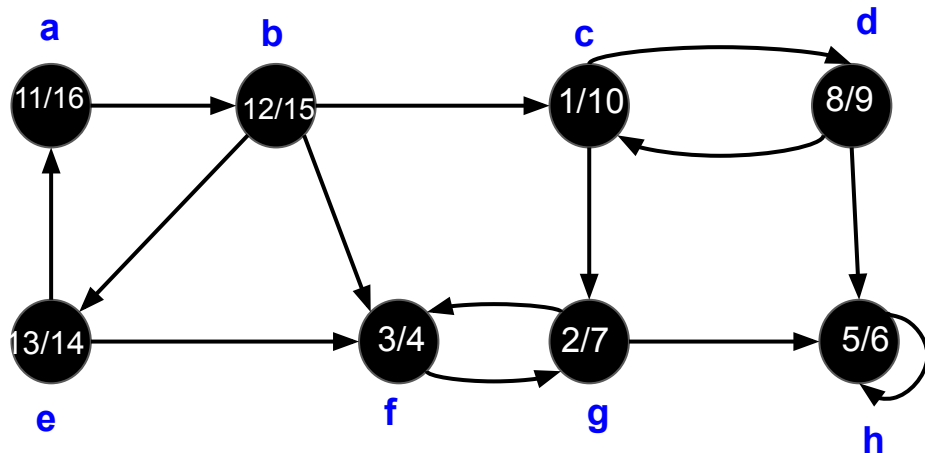


Pilha de execução

Busca em Profundidade

colore **a** de PRETO

Backtracking



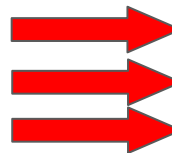
Lista de Vértices $V[G]$: **[c, a, b, d, e, f, g, h]**

mark : 16

$u \leftarrow \mathbf{a}$

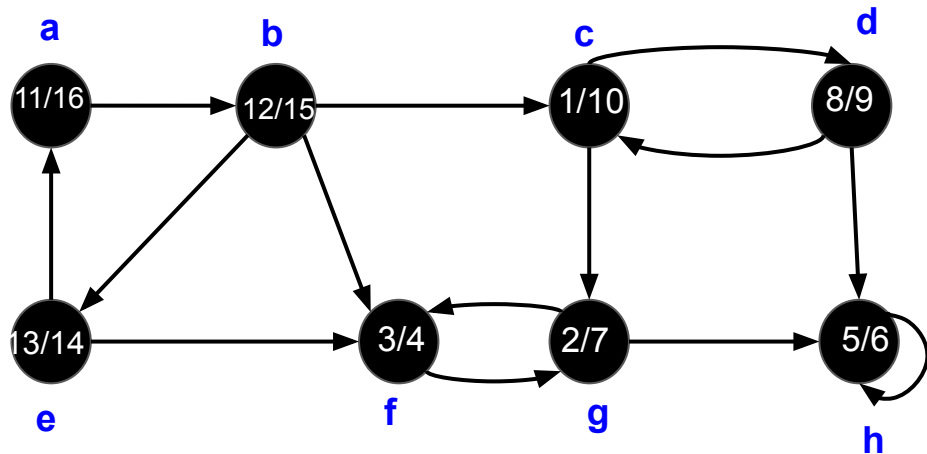
$DFS_VISIT(u)$

1. $cor[u] \leftarrow CINZA$
 2. $mark \leftarrow mark + 1$
 3. $d[u] \leftarrow mark$
 4. **para cada** $v \in L.adj(u)$
 5. **se** $cor[v] = BRANCO$
 6. $DFS_VISIT(v)$
 7. **fimse**
 8. **fimpara**
 9. $cor[u] \leftarrow PRETO$
 10. $mark \leftarrow mark + 1$
 11. $f[u] \leftarrow mark$
- Fim.*



Pilha de execução

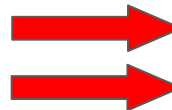
Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 16

$u \leftarrow b$



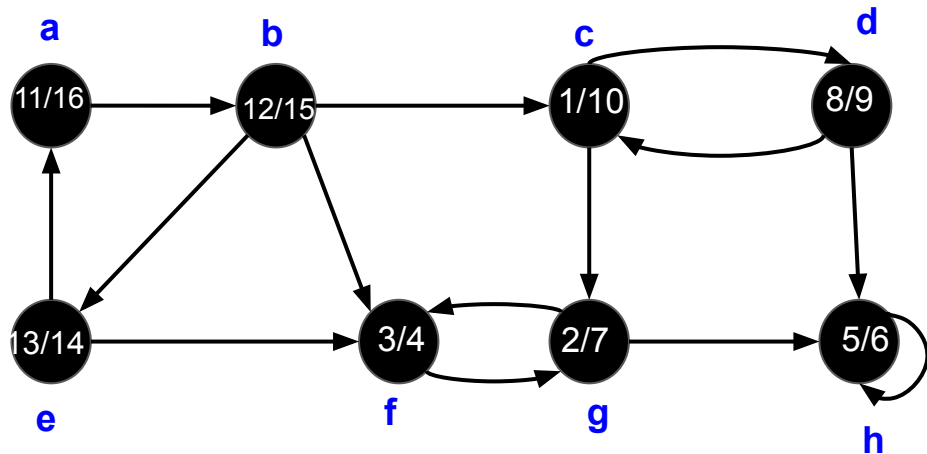
$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.



Pilha de execução

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

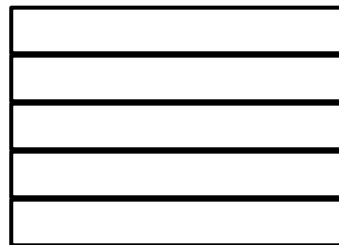
mark : 16

$u \leftarrow d$



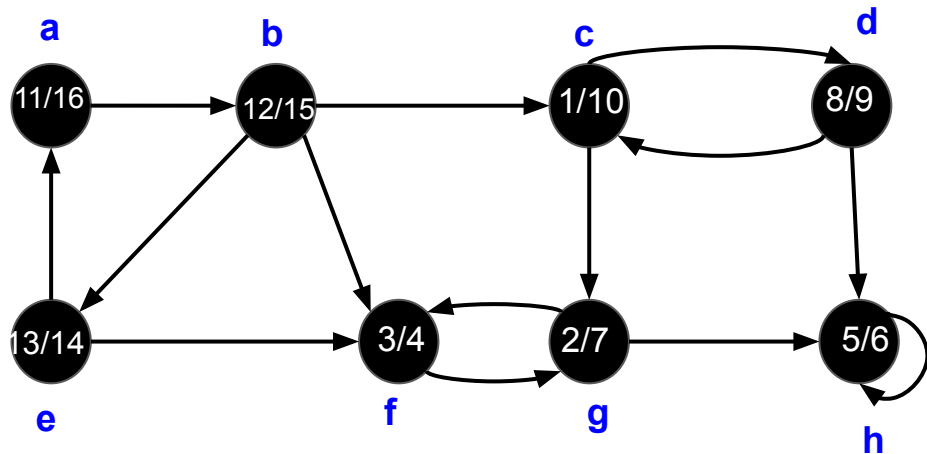
$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.



Pilha de execução

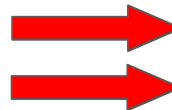
Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 16

$u \leftarrow e$



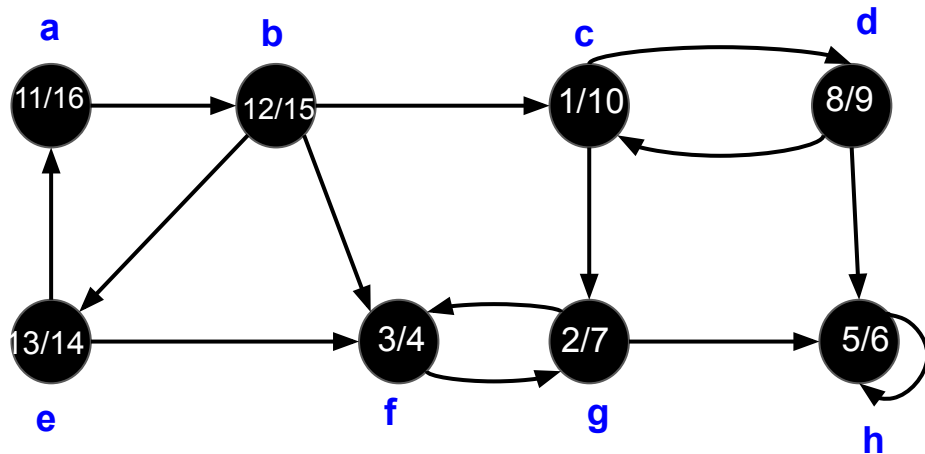
$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.



Pilha de execução

Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

mark : 16

$u \leftarrow f$



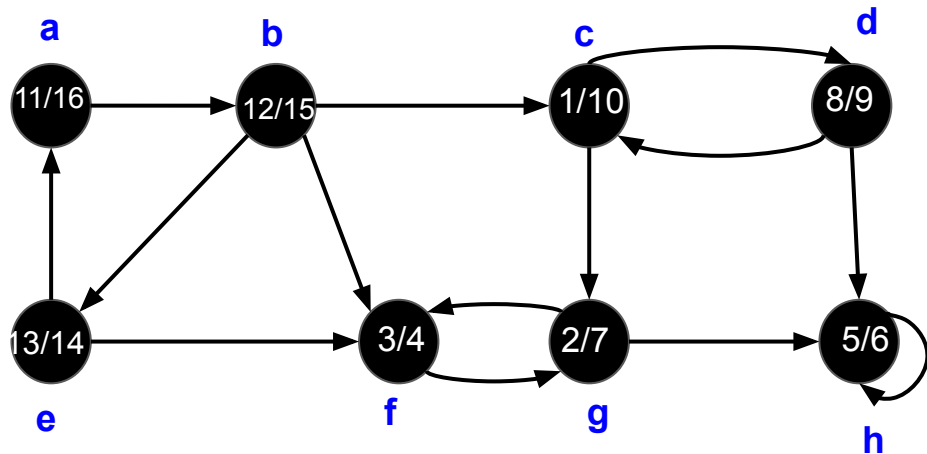
$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.



Pilha de execução

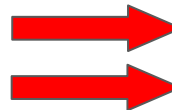
Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

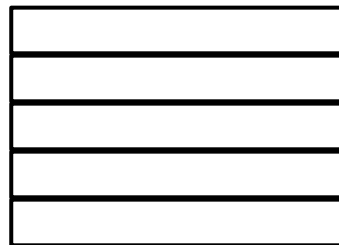
mark : 16

$u \leftarrow g$



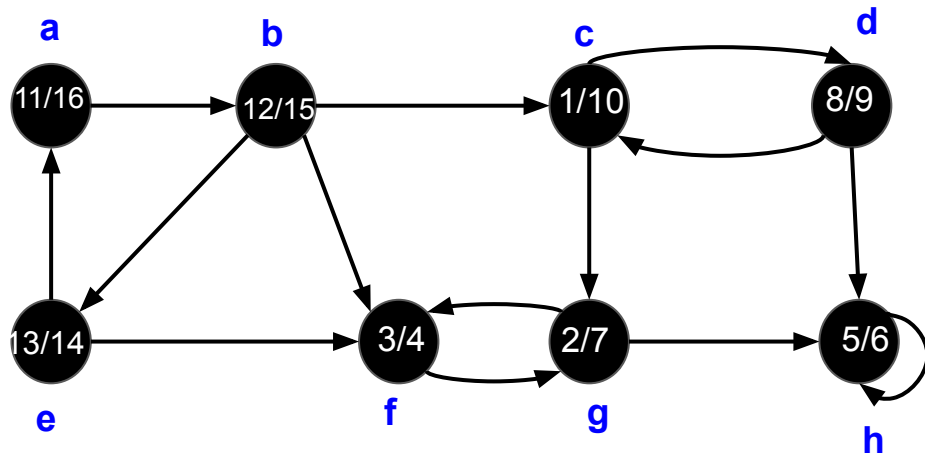
$DFS(G)$

1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
3. **fimpara**
4. $mark \leftarrow 0$
5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
6. **se** $cor[u] = BRANCO$
7. $DFS_VISIT(u)$
8. **fimse**
9. **fimpara**
- Fim.**



Pilha de execução

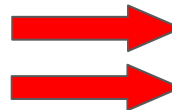
Busca em Profundidade



Lista de Vértices $V[G]$: [c, a, b, d, e, f, g, h]

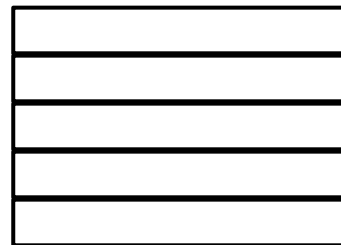
mark : 16

$u \leftarrow h$



$DFS(G)$

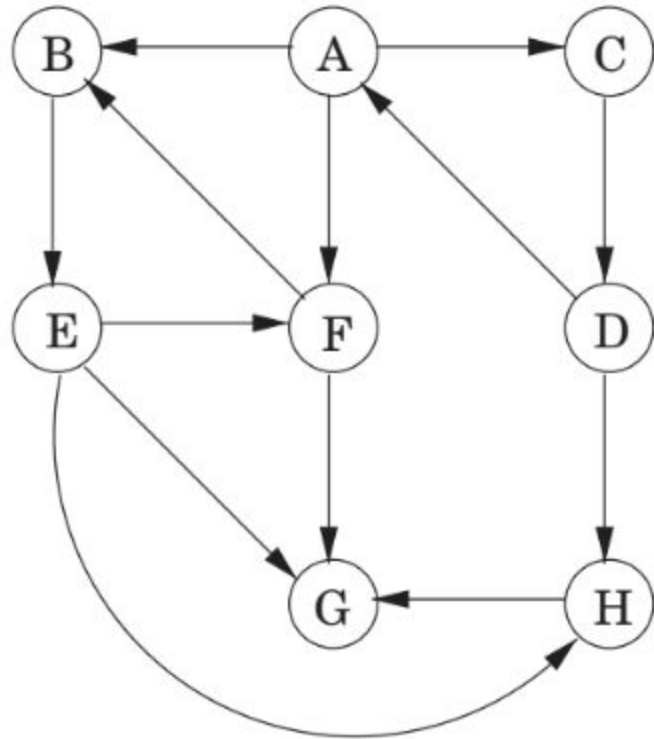
1. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 2. $cor[u] \leftarrow BRANCO$
 3. **fimpara**
 4. $mark \leftarrow 0$
 5. **para cada** vértice $u \leftarrow V[G]$
 6. **se** $cor[u] = BRANCO$
 7. $DFS_VISIT(u)$
 8. **fimse**
 9. **fimpara**
- Fim.*



Pilha de execução

Busca em Profundidade - Exemplo

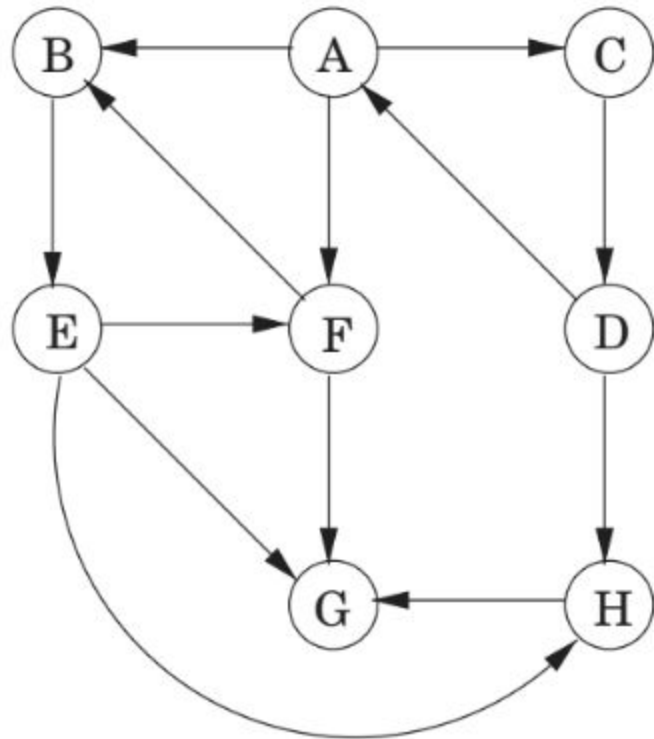
Executar o algoritmo de busca em profundidade e ao final exibir o tempo de chegada[d] e final[f]



OBS: Use ordem alfabética para qualquer tipo de tomada de decisão

Busca em Profundidade - Exemplo

Executar o algoritmo de busca em profundidade e ao final exibir o tempo de chegada[d] e final[f]



| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|-------|---|---|----|----|---|---|---|---|
| d : | 1 | 2 | 12 | 13 | 3 | 4 | 5 | 8 |

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|-------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| f : | 16 | 11 | 15 | 14 | 10 | 7 | 6 | 9 |



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS DE RUSSAS

Algoritmos em Grafos

Aula 08: Busca em Grafos(Profundidade)

Professor Pablo Soares

2020.1