

# Aula 26

## Teoria da Complexidade

### Problemas SAT, 3SAT e CLIQUE

## Projeto e Análise de Algoritmos

Professor Eurinardo Rodrigues Costa  
Universidade Federal do Ceará  
Campus Russas

2021.1

## Aulas Passadas

Aulas Passadas

## PROBLEMA SAT

PROBLEMA SAT

## PROBLEMA 3SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

3SAT é NP-completo

Ideia

Ideia

## PROBLEMA CLIQUE

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

não  $\rightarrow$  não

# Aulas Passadas

PAA - Aula 26

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## ► Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”

## Aulas Passadas

### PROBLEMA SAT

### PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

### PROBLEMA

### CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC

## Aulas Passadas

### PROBLEMA SAT

### PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
Ideia

### PROBLEMA

### CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

## Aulas Passadas

### PROBLEMA SAT

### PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

### PROBLEMA

### CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Aulas Passadas

## PROBLEMA SAT

## PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

## PROBLEMA

## CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

► Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”

► Classe P, NP e NPC

► Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

► Alguns Teoremas



- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Alguns Teoremas

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \in P \end{array} \right\} \Rightarrow P = NP$$

## Aulas Passadas

### PROBLEMA SAT

### PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

### PROBLEMA

### CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Aulas Passadas

## PROBLEMA SAT

## PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

## PROBLEMA

## CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Alguns Teoremas

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \in P \end{array} \right\} \Rightarrow P = NP$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Alguns Teoremas

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \in P \end{array} \right\} \Rightarrow P = NP$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

- ▶ (Cook-Levin)  $SAT \in NPC$

## Aulas Passadas

### PROBLEMA SAT

### PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

### PROBLEMA

### CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

# Teoria da Complexidade

PAA - Aula 26

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ )

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas



## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ )

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

Exemplo:

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

**Exemplo:**  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

**Exemplo:**  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$

## PROBLEMA SAT

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

**Exemplo:**  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$

## PROBLEMA SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC.



## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

**Exemplo:**  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$

## PROBLEMA SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V?

## Fórmula lógica na *Forma Normal Conjuntiva* (FNC)

Consiste de conjunções (operador lógico “e”, denotado por  $\wedge$ ) de cláusulas, onde uma cláusula consiste de disjunções (operador “ou”, denotado por  $\vee$ ) de literais (variável lógica ou complemento de variável lógica)

**Exemplo:**  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$

## PROBLEMA SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

# Teoria da Complexidade

PAA - Aula 26

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

**Ideia**

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

$$\text{SAT} \leq_p \text{3SAT}$$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não



## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

- Duplicar literais em cláusulas com menos de três literais

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

- ▶ Duplicar literais em cláusulas com menos de três literais
  - ▶  $(x \vee y)$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

- ▶ Duplicar literais em cláusulas com menos de três literais
  - ▶  $(x \vee y) \rightarrow (x \vee x \vee y)$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

- ▶ Duplicar literais em cláusulas com menos de três literais
  - ▶  $(x \vee y) \rightarrow (x \vee x \vee y)$
- ▶ Para cláusulas com mais de três, fazer trocas semelhantes a seguinte

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

- ▶ Duplicar literais em cláusulas com menos de três literais
  - ▶  $(x \vee y) \rightarrow (x \vee x \vee y)$
- ▶ Para cláusulas com mais de três, fazer trocas semelhantes a seguinte
  - ▶  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4)$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA 3SAT

**Instância:** uma fórmula  $\phi$  na FNC com 3 literais por cláusula.

**Pergunta:** existe uma atribuição de V ou F às variáveis de  $\phi$  de modo que o resultado da fórmula com essa atribuição seja V? Isto é,  $\phi$  é satisfatível?

## $SAT \leq_p 3SAT$

Ideia

- ▶ Duplicar literais em cláusulas com menos de três literais
  - ▶  $(x \vee y) \rightarrow (x \vee x \vee y)$
- ▶ Para cláusulas com mais de três, fazer trocas semelhantes a seguinte
  - ▶  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \rightarrow (x_1 \vee x_2 \vee y) \wedge (\bar{y} \vee x_3 \vee x_4)$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

# Teoria da Complexidade

PAA - Aula 26

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

**PROBLEMA  
CLIQUE**

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA CLIQUE



## PROBLEMA CLIQUE

**Instância:** um grafo  $G$  e inteiro positivo  $k$

## PROBLEMA CLIQUE

**Instância:** um grafo  $G$  e inteiro positivo  $k$

**Pergunta:** existe um subconjunto de vértices  $C \subseteq V(G)$  de tamanho  $k$  de modo que cada par de vértices em  $C$  possui aresta em  $G$ ?

## PROBLEMA CLIQUE

**Instância:** um grafo  $G$  e inteiro positivo  $k$

**Pergunta:** existe um subconjunto de vértices  $C \subseteq V(G)$  de tamanho  $k$  de modo que cada par de vértices em  $C$  possui aresta em  $G$ ? isto é, existe uma clique de tamanho  $k$  em  $G$ ?

# Teoria da Complexidade

PAA - Aula 26

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = CLIQUE$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = CLIQUE$ . Deste modo,

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = CLIQUE$ . Deste modo, basta mostrar que  $3SAT \leq_p CLIQUE$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = CLIQUE$ . Deste modo, basta mostrar que  $3SAT \leq_p CLIQUE$  e que  $CLIQUE \in NP$ .

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
Ideia

PROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$\text{CLIQUE} \in \text{NP}$

**Certificado:**

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

$\text{CLIQUE} \in \text{NP}$

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
IdeiaPROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

**CLIQUE**  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
Ideia

PROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

►  $|C| = k$ ?

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

►  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
IdeiaPROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ Em  $G$ , existe uma aresta entre cada par de vértices de  $C$ ?

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ Em  $G$ , existe uma aresta entre cada par de vértices de  $C$ ?  $O(k^2) = O(n^2)$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

CLIQUE  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ Em  $G$ , existe uma aresta entre cada par de vértices de  $C$ ?  $O(k^2) = O(n^2)$ , para cada vértice em  $C$  verificar se forma aresta com os  $k - 1$  outros vértices de  $C$ .



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{CLIQUE}$$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$
- (ii) sim  $\rightarrow$  sim

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$
- (ii) sim  $\rightarrow$  sim
- (iii) não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p CLIQUE$$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP**CONSTRUÇÃO**sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

►  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP**CONSTRUÇÃO**sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1, x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e
  - ▶ vértices associados a literais complementares.

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
Ideia

PROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1, x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e
  - ▶ vértices associados a literais complementares.

**Redução Polinomial?**

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
Ideia

PROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e
  - ▶ vértices associados a literais complementares.

**Redução Polinomial?**

$m$  cláusulas

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo  
Ideia

PROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1, x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e
  - ▶ vértices associados a literais complementares.

**Redução Polinomial?**

$$m \text{ cláusulas} \rightarrow \begin{cases} 3m \text{ vértices} \end{cases}$$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1, x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e
  - ▶ vértices associados a literais complementares.

**Redução Polinomial?**

$$m \text{ cláusulas} \rightarrow \begin{cases} 3m \text{ vértices} \\ \leq (3m)^2 \text{ arestas} \end{cases}$$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

### $3SAT \leq_p CLIQUE$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- ▶  $\forall$  cláusula  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$  criar vértices  $x_1, x_2$  e  $x_3$ .
- ▶ Faça  $k$  = número de cláusulas
- ▶ Adicione todas as arestas, exceto em:
  - ▶ vértices associados a mesma cláusula e
  - ▶ vértices associados a literais complementares.

### Redução Polinomial?

$$m \text{ cláusulas} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3m \text{ vértices} \\ \leq (3m)^2 \text{ arestas} \end{array} \right\} \rightarrow O(m^2)$$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{CLIQUE}$$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA  
CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii) sim  $\rightarrow$  sim

Se  $\phi$  é sim no 3SAT

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V.

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V.

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados são de cláusulas distintas

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

**3SAT  $\leq_p$  CLIQUE**

(ii) **sim  $\rightarrow$  sim**

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados são de cláusulas distintas e não são associados a literais complementares

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados são de cláusulas distintas e não são associados a literais complementares (apenas literais V)

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados são de cláusulas distintas e não são associados a literais complementares (apenas literais V), temos que eles formam (os vértices selecionados)

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados são de cláusulas distintas e não são associados a literais complementares (apenas literais V), temos que eles formam (os vértices selecionados) uma clique em  $G$

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Em cada cláusula, selecione o vértice associado ao literal V. Como os  $k$  (= número de cláusulas) vértices selecionados são de cláusulas distintas e não são associados a literais complementares (apenas literais V), temos que eles formam (os vértices selecionados) uma clique em  $G$  (grafos construído a partir de  $\phi$ ).

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

 $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$  $\text{não} \rightarrow \text{não}$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{CLIQUE}$$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)



# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas.

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ .

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ . Atribua  $V$  a cada literal associado a um vértice de  $C$ .

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ . Atribua  $V$  a cada literal associado a um vértice de  $C$ . Note que a valoração é válida

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ . Atribua  $V$  a cada literal associado a um vértice de  $C$ . Note que a valoração é válida, pois não há vértices ligados associado a literais complementares.

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ . Atribua  $V$  a cada literal associado a um vértice de  $C$ . Note que a valoração é válida, pois não há vértices ligados associado a literais complementares. Como dois vértices associados a literais de mesma cláusula não estão ligados

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

### $3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ . Atribua  $V$  a cada literal associado a um vértice de  $C$ . Note que a valoração é válida, pois não há vértices ligados associado a literais complementares. Como dois vértices associados a literais de mesma cláusula não estão ligados, então cada vértice de  $C$  está associado a exatamente um literal de cada cláusula.

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA CLIQUE é *NP-completo*.

## Demonstração.

### $3SAT \leq_p CLIQUE$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Seja  $G$  o grafo contruído a partir de  $\phi$  e  $k$  o número de cláusulas. Se  $\langle G, k \rangle$  é sim, então existe uma clique  $C$  em  $G$  de tamanho  $k$ . Atribua  $V$  a cada literal associado a um vértice de  $C$ . Note que a valoração é válida, pois não há vértices ligados associado a literais complementares. Como dois vértices associados a literais de mesma cláusula não estão ligados, então cada vértice de  $C$  está associado a exatamente um literal de cada cláusula. Deste modo, nossa valoração terá um literal  $V$  em cada cláusula.

Aulas Passadas

PROBLEMA SAT

PROBLEMA 3SAT

3SAT é NP-completo

Ideia

PROBLEMA

CLIQUE

CLIQUE é NP-completo

CLIQUE  $\in$  NP

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não



SIPSER, M.

*Introdução a teoria da computação. 2 ed.*

Thompson Learning, ano 2007.

# Obrigado!