

# Aula 27

## Teoria da Complexidade

### Problema CobVert é NP-completo

## Projeto e Análise de Algoritmos

Professor Eurinardo Rodrigues Costa  
Universidade Federal do Ceará  
Campus Russas

2021.1

## Aulas Passadas

### Aulas Passadas

#### PROBLEMA

#### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

#### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”

- ▶ Classe P, NP e NPC

- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Teorema



## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

- ▶ (Cook-Levin) SAT  $\in$  NPC

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

- ▶ (Cook-Levin) SAT  $\in$  NPC
- ▶ 3SAT  $\in$  NPC

## Aulas Passadas

### PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

- ▶ Problemas “Fáceis” e “Razoáveis”
- ▶ Classe P, NP e NPC
- ▶ Redução Polinomial

$$A \leq_p B$$

$$w \rightarrow f(w)$$

$$\text{sim} \leftrightarrow \text{sim}$$

- ▶ Teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

- ▶ (Cook-Levin) SAT  $\in$  NPC
- ▶ 3SAT  $\in$  NPC
- ▶ CLIQUE  $\in$  NPC

## PROBLEMA

### COBVERT

COBVERT é NP-completo

$\text{COBVERT} \in \text{NP}$

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA COBVERT

## PROBLEMA COBVERT

**Instância:** um grafo  $G$  e inteiro positivo  $k$

### PROBLEMA COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## PROBLEMA COBVERT

**Instância:** um grafo  $G$  e inteiro positivo  $k$

**Pergunta:** existe um subconjunto de vértices  $S \subseteq V(G)$  de tamanho  $k$  de modo que cada aresta de  $G$  possui uma extremidade em  $S$ ?

### PROBLEMA COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



## PROBLEMA COBVERT

**Instância:** um grafo  $G$  e inteiro positivo  $k$

**Pergunta:** existe um subconjunto de vértices  $S \subseteq V(G)$  de tamanho  $k$  de modo que cada aresta de  $G$  possui uma extremidade em  $S$ ? isto é, existe uma **cobertura por vértices** de tamanho  $k$  em  $G$ ?

### PROBLEMA COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

# Teoria da Complexidade

PAA - Aula 27

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

$\text{COBVERT} \in \text{NP}$

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = COBVERT$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = COBVERT$ . Deste modo,

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = COBVERT$ . Deste modo, basta mostrar que  $3SAT \leq_p COBVERT$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é NP-completo.

## Demonstração.

Usaremos o teorema

$$\left\{ \begin{array}{l} B \in NPC \\ B \leq_p C \\ C \in NP \end{array} \right\} \Rightarrow C \in NPC$$

Em que  $B = 3SAT$  e  $C = COBVERT$ . Deste modo, basta mostrar que  $3SAT \leq_p COBVERT$  e que  $COBVERT \in NP$ .

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:**

### Aulas Passadas

#### PROBLEMA COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

►  $|C| = k$ ?

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

►  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , **basta contar**.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , **basta contar**.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?  $O(kn^2) = O(n^3)$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?  $O(kn^2) = O(n^3)$ , basta percorrer todas as arestas de  $G$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?  $O(kn^2) = O(n^3)$ , basta percorrer todas as arestas de  $G$  (existem  $O(n^2)$  arestas)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?  $O(kn^2) = O(n^3)$ , basta percorrer todas as arestas de  $G$  (existem  $O(n^2)$  arestas) e verificar se alguma de suas extremidades está em  $C$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?  $O(kn^2) = O(n^3)$ , basta percorrer todas as arestas de  $G$  (existem  $O(n^2)$  arestas) e verificar se alguma de suas extremidades está em  $C$  ( $|C| = k \leq n$ )

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

COBVERT  $\in$  NP

**Certificado:** conjunto  $C$  de vértices de  $G$

**Verificação:**

- ▶  $|C| = k$ ?  $O(k) = O(n)$ , basta contar.
- ▶ toda aresta de  $G$  possui pelo menos uma extremidade em  $C$ ?  $O(kn^2) = O(n^3)$ , basta percorrer todas as arestas de  $G$  (existem  $O(n^2)$  arestas) e verificar se alguma de suas extremidades está em  $C$  ( $|C| = k \leq n$ ) o que resulta num tempo total de  $O(kn^2) = O(n^3)$ .

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$
- (ii) sim  $\rightarrow$  sim

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$
- (ii) sim  $\rightarrow$  sim
- (iii) não  $\rightarrow$  não

# Teoria da Complexidade

PAA - Aula 27

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

$\text{COBVERT} \in \text{NP}$

**Exemplo de Construção**

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

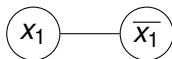
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



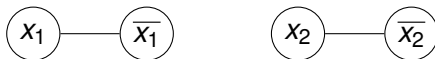
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



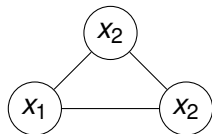
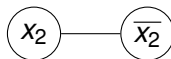
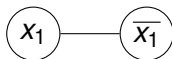
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



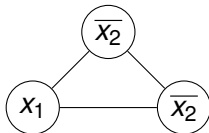
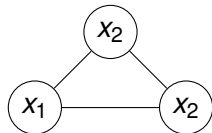
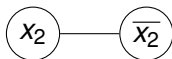
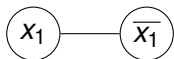
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



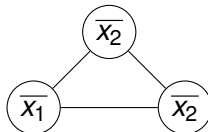
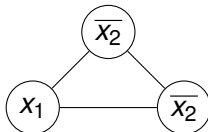
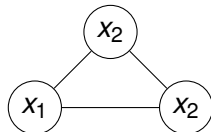
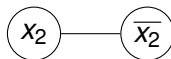
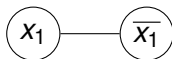
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



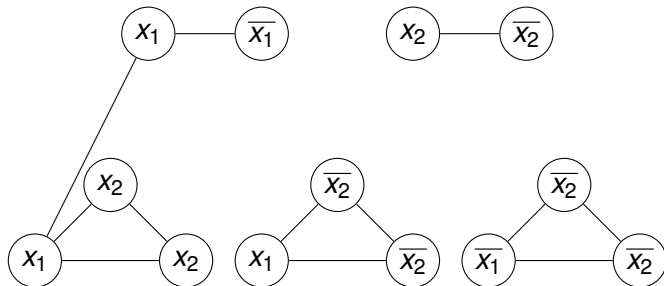
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



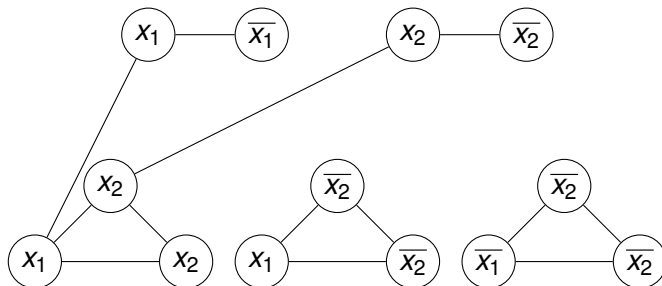
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$

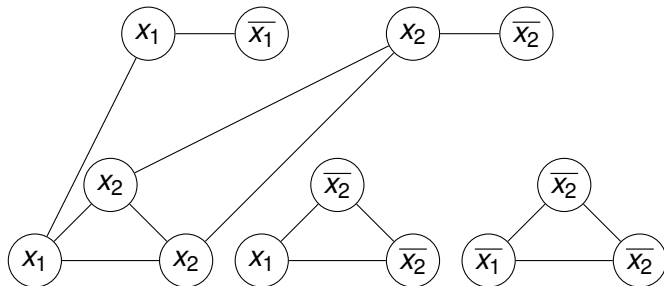


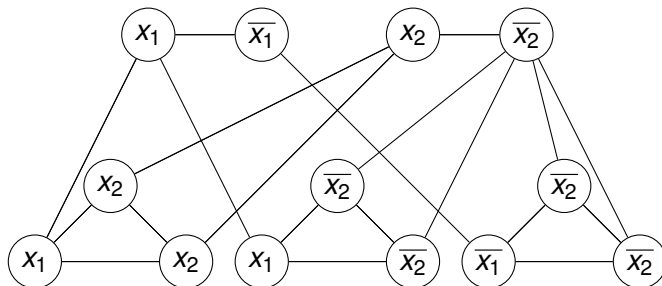
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



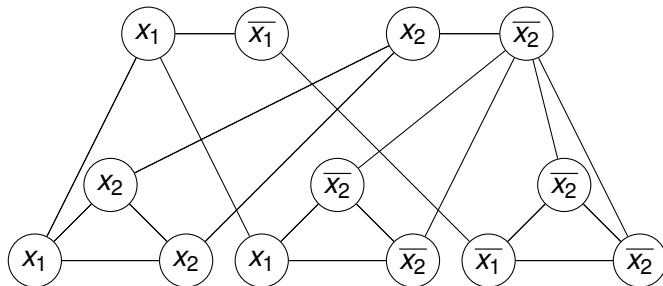


$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$





$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



$$k = v + 2c$$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

(a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)
- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
  - (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)
- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
  - (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
  - (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ;

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)
- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
  - (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
  - (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
  - (d)  $k = v + 2c$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

- (i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)
- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
  - (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
  - (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
  - (d)  $k = v + 2c$ , onde  $v$  é a quantidade de variáveis de  $\phi$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
- (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
- (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
- (d)  $k = v + 2c$ , onde  $v$  é a quantidade de variáveis de  $\phi$  e  $c$  é a quantidade de cláusulas de  $\phi$ .

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
- (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
- (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
- (d)  $k = v + 2c$ , onde  $v$  é a quantidade de variáveis de  $\phi$  e  $c$  é a quantidade de cláusulas de  $\phi$ .

**Redução Polinomial?**

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
- (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
- (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
- (d)  $k = v + 2c$ , onde  $v$  é a quantidade de variáveis de  $\phi$  e  $c$  é a quantidade de cláusulas de  $\phi$ .

**Redução Polinomial?**

$2v + 3c$  vértices

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
- (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
- (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
- (d)  $k = v + 2c$ , onde  $v$  é a quantidade de variáveis de  $\phi$  e  $c$  é a quantidade de cláusulas de  $\phi$ .

**Redução Polinomial?**

$2v + 3c$  vértices

$v + 6c$  arestas

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(i)  $\langle \phi \rangle \rightarrow \langle G, k \rangle$  (**Construção**)

- (a) para cada variável  $x$  de  $\phi$ , criar vértices  $x$  e  $\bar{x}$ ; e uma aresta  $x\bar{x}$  em  $G$ ;
- (b) para cada cláusula de  $(x \vee y \vee z)$  de  $\phi$ , criar um ciclo de tamanho 3  $(x, y, z)$  em  $G$ ;
- (c) ligar os vértices variáveis aos vértices cláusulas que correspondem ao mesmo literal em  $\phi$ ; e
- (d)  $k = v + 2c$ , onde  $v$  é a quantidade de variáveis de  $\phi$  e  $c$  é a quantidade de cláusulas de  $\phi$ .

**Redução Polinomial?**

$$\left. \begin{array}{l} 2v + 3c \text{ vértices} \\ v + 6c \text{ arestas} \end{array} \right\} \rightarrow O(v + c)$$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

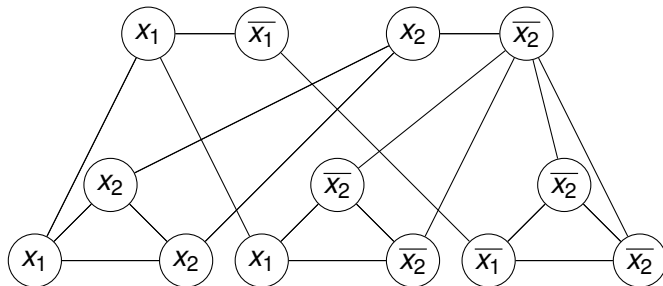
CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



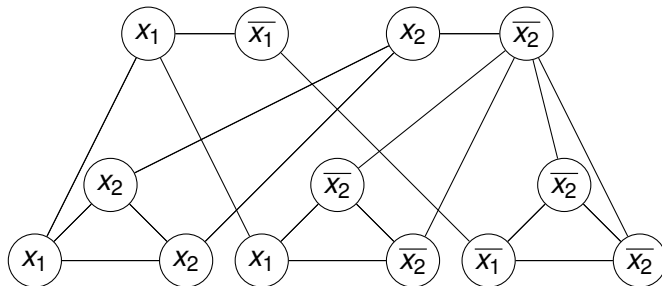
$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$



$$k = v + 2c$$

$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$

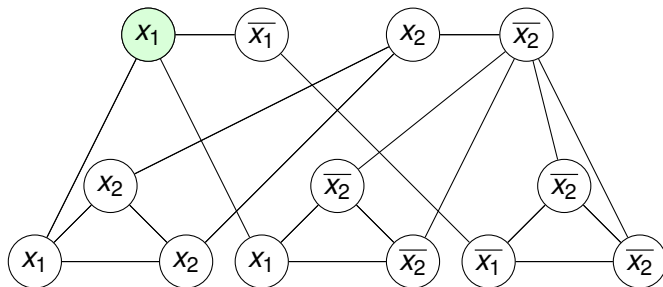
$x_1 = V$  e  $x_2 = F$



$$k = v + 2c$$

$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$

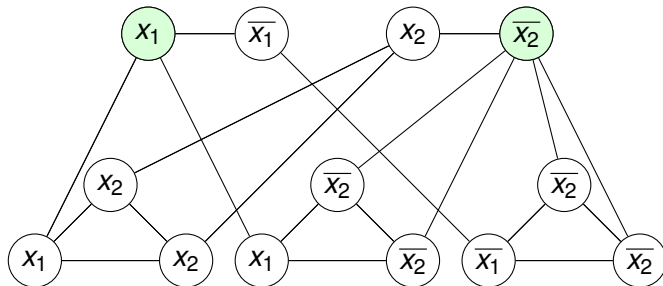
$$x_1 = V \text{ e } x_2 = F$$



$$k = v + 2c$$

$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2})$$

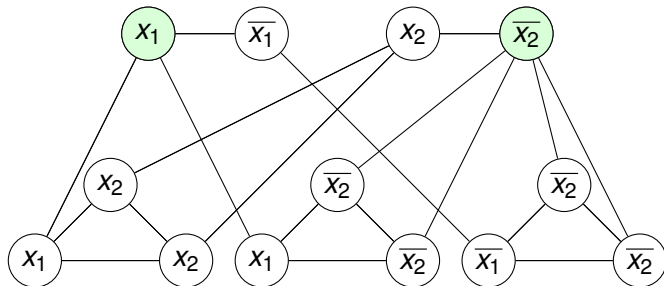
$$x_1 = V \text{ e } x_2 = F$$



$$k = v + 2c$$

$$\phi = (\mathbf{x_1} \vee x_2 \vee x_2) \wedge (\mathbf{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \mathbf{\overline{x_2}} \vee \overline{x_2})$$

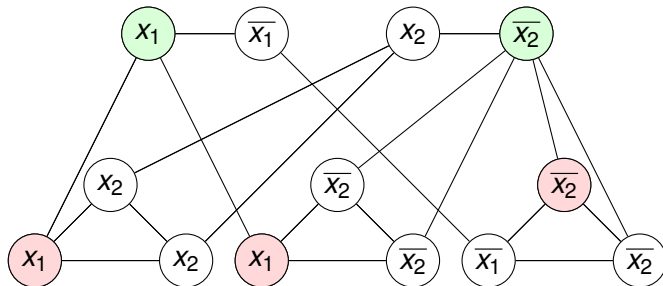
$x_1 = V$  e  $x_2 = F$



$$k = v + 2c$$

$$\phi = (\mathbf{x_1} \vee x_2 \vee x_2) \wedge (\mathbf{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \mathbf{\overline{x_2}} \vee \overline{x_2})$$

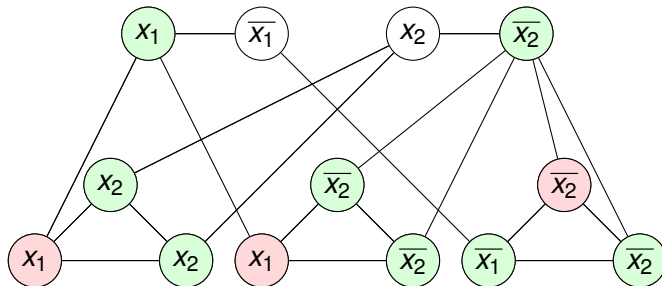
$x_1 = V$  e  $x_2 = F$



$$k = v + 2c$$

$$\phi = (\mathbf{x_1} \vee x_2 \vee x_2) \wedge (\mathbf{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \mathbf{\overline{x_2}} \vee \overline{x_2})$$

$x_1 = V$  e  $x_2 = F$



$$k = v + 2c$$

## PROBLEMA

COBVERT

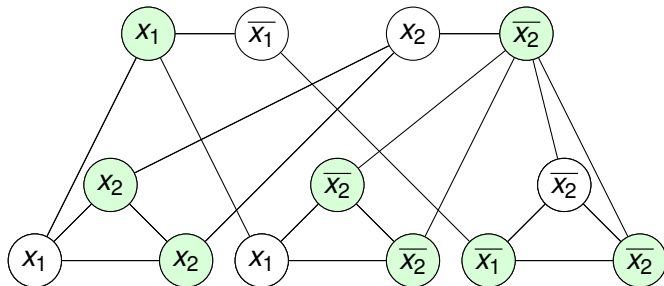
COBVERT é NP-completo

### Exemplo de Construção

## CONSTRUÇÃO

$$\phi = (\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2 \vee \mathbf{x}_2) \wedge (\mathbf{x}_1 \vee \overline{\mathbf{x}_2} \vee \overline{\mathbf{x}_2}) \wedge (\overline{\mathbf{x}_1} \vee \overline{\mathbf{x}_2} \vee \overline{\mathbf{x}_2})$$

$$x_1 = V \text{ e } x_2 = F$$



$$k = v + 2c$$



# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V.

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Escolha os vértices variáveis de  $G$  que correspondem aos literais V

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Escolha os vértices variáveis de  $G$  que correspondem aos literais V e, para cada cláusula  $C$ , escolha dois vértices cláusulas de  $C$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Escolha os vértices variáveis de  $G$  que correspondem aos literais V e, para cada cláusula  $C$ , escolha dois vértices cláusulas de  $C$  de modo que o terceiro vértice cláusula corresponda a um literal V.

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Escolha os vértices variáveis de  $G$  que correspondem aos literais V e, para cada cláusula  $C$ , escolha dois vértices cláusulas de  $C$  de modo que o terceiro vértice cláusula corresponda a um literal V. Veja que temos  $v + 2c = k$  vértices escolhidos.

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Escolha os vértices variáveis de  $G$  que correspondem aos literais V e, para cada cláusula  $C$ , escolha dois vértices cláusulas de  $C$  de modo que o terceiro vértice cláusula corresponda a um literal V. Veja que temos  $v + 2c = k$  vértices escolhidos. Note que cada aresta de  $G$  possui uma extremidade que é um vértice escolhido:

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

Se  $\phi$  é sim no 3SAT, então existe uma valoração em que cada cláusula possui um literal V. Escolha os vértices variáveis de  $G$  que correspondem aos literais V e, para cada cláusula  $C$ , escolha dois vértices cláusulas de  $C$  de modo que o terceiro vértice cláusula corresponda a um literal V. Veja que temos  $v + 2c = k$  vértices escolhidos. Note que cada aresta de  $G$  possui uma extremidade que é um vértice escolhido: para as arestas criadas em (a) temos que um dos literais  $x$  ou  $\bar{x}$  foi escolhido;

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos;

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$  e a outra extremidade que é um vértice cláusula  $b_2$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$  e a outra extremidade que é um vértice cláusula  $b_2$  e vemos que se  $b_1$  não é escolhido

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$  e a outra extremidade que é um vértice cláusula  $b_2$  e vemos que se  $b_1$  não é escolhido é porque corresponde a um literal F para a valoração

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$  e a outra extremidade que é um vértice cláusula  $b_2$  e vemos que se  $b_1$  não é escolhido é porque corresponde a um literal F para a valoração e, nessa situação

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$  e a outra extremidade que é um vértice cláusula  $b_2$  e vemos que se  $b_1$  não é escolhido é porque corresponde a um literal F para a valoração e, nessa situação,  $b_2$  é escolhido.

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(ii)  $\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

para as arestas criadas em (b) temos que dois vértices do ciclo foram escolhidos; e para cada aresta criada em (c) temos que ela tem uma extremidade que é vértice variável  $b_1$  e a outra extremidade que é um vértice cláusula  $b_2$  e vemos que se  $b_1$  não é escolhido é porque corresponde a um literal F para a valoração e, nessa situação,  $b_2$  é escolhido. Desde modo os vértices escolhidos formam uma cobertura por vértices de tamanho  $k$  para  $G$ .

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

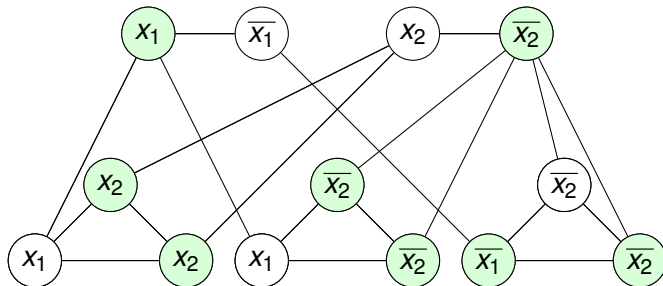
CONSTRUÇÃO

$\text{sim} \rightarrow \text{sim}$

$\text{não} \rightarrow \text{não}$

$$\phi = (\mathbf{x_1} \vee x_2 \vee x_2) \wedge (\mathbf{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee \mathbf{\overline{x_2}} \vee \overline{x_2})$$

$x_1 = V$  e  $x_2 = F$



$$k = v + 2c$$

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$$

# Teoria da Complexidade

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ).

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ). Como temos  $v + 2c$  vértices em  $C$

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ). Como temos  $v + 2c$  vértices em  $C$ , necessariamente temos que  $C$  possui um vértice para cada estrutura criada em (a)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ). Como temos  $v + 2c$  vértices em  $C$ , necessariamente temos que  $C$  possui um vértice para cada estrutura criada em (a) e dois vértices para cada estrutura criada em (b)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ). Como temos  $v + 2c$  vértices em  $C$ , necessariamente temos que  $C$  possui um vértice para cada estrutura criada em (a) e dois vértices para cada estrutura criada em (b) uma vez que temos que cobrir as arestas criadas em (a) e (b)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ). Como temos  $v + 2c$  vértices em  $C$ , necessariamente temos que  $C$  possui um vértice para cada estrutura criada em (a) e dois vértices para cada estrutura criada em (b) uma vez que temos que cobrir as arestas criadas em (a) e (b). Para os vértices na cobertura  $C$  que foram criados em (a)

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Suponha que temos uma cobertura  $C$ , com tamanho  $k = v + 2c$ , para o grafo  $G$  (grafo construído a partir de  $\phi$ ). Como temos  $v + 2c$  vértices em  $C$ , necessariamente temos que  $C$  possui um vértice para cada estrutura criada em (a) e dois vértices para cada estrutura criada em (b) uma vez que temos que cobrir as arestas criadas em (a) e (b). Para os vértices na cobertura  $C$  que foram criados em (a) dê a valoração ao seu literal correspondente como  $V$  e o seu literal complementar como  $F$ .

Aulas Passadas

PROBLEMA  
COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  simnão  $\rightarrow$  não



## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que, para cada cláusula

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que, para cada cláusula, existe um vértice cláusula que não está na cobertura

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que, para cada cláusula, existe um vértice cláusula que não está na cobertura e a aresta criada em (c) que sai dele está coberta pelo vértice variável

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que, para cada cláusula, existe um vértice cláusula que não está na cobertura e a aresta criada em (c) que sai dele está coberta pelo vértice variável (para o qual valoramos seu literal como V)

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é *NP-completo*.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p \text{COBVERT}$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que, para cada cláusula, existe um vértice cláusula que não está na cobertura e a aresta criada em (c) que sai dele está coberta pelo vértice variável (para o qual valoramos seu literal como V), então cada cláusula possui pelo menos um literal V.

Aulas Passadas

PROBLEMA

COBVERT

COBVERT é NP-completo

COBVERT  $\in$  NP

Exemplo de Construção

CONSTRUÇÃO

sim  $\rightarrow$  sim

não  $\rightarrow$  não

## Teorema

PROBLEMA COBVERT é NP-completo.

## Demonstração.

$3SAT \leq_p COBVERT$

(iii) não  $\rightarrow$  não (sim  $\leftarrow$  sim)

Como temos que, para cada cláusula, existe um vértice cláusula que não está na cobertura e a aresta criada em (c) que sai dele está coberta pelo vértice variável (para o qual valoramos seu literal como V), então cada cláusula possui pelo menos um literal V. Portanto, temos que nossa valoração satisfaz  $\phi$ .





SIPSER, M.

*Introdução a teoria da computação. 2 ed.*

Thompson Learning, ano 2007.



# Obrigado!