Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Aula 8 Quick Sort Análise de pior caso e caso médio

Projeto e Análise de Algoritmos

Professor Eurinardo Rodrigues Costa Universidade Federal do Ceará Campus Russas

2021.1

Algoritmo

Análise de Melhor Ca

Análise de Pior Caso

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia Algoritmo Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Análise de Caso Médio

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo

Análise de Melhor Cas Análise de Pior Caso

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo

Análise de Melho

Análise de Pior C

Análise de Pior Caso

Complexidade de Tempo/Espaço

Algoritmo

Análise de Melhor Cas Análise de Pior Caso

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso

Ideia

Algoritmo

Análise de Melhor Ca Análise de Pior Caso

Análise de Caso Méd

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - Caso Médio

Algoritmo Análise de Melho

Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - ► Caso Médio = $\sum p_i t_i$

Algoritmo

Análise de Melhor Ca

Análise de Pior Caso

Análise de Caso Mádi

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - ightharpoonup Caso Médio = $\sum p_i t_i$
- Divisão e Conquista

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - ightharpoonup Caso Médio = $\sum p_i t_i$
- Divisão e Conquista
- Resolução de Recorrências

Ideia

Algoritmo

Análise de Melhor Ca

Análise de Pior Caso

Análise de Caso Médi

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - ightharpoonup Caso Médio = $\sum p_i t_i$
- Divisão e Conquista
- Resolução de Recorrências
 - Método de substituição

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - ightharpoonup Caso Médio = $\sum p_i t_i$
- Divisão e Conquista
- Resolução de Recorrências
 - ► Método de substituição
 - Método da árvore de recursão.

Ideia Algoritmo Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

- Complexidade de Tempo/Espaço
 - Melhor Caso
 - Pior Caso
 - ightharpoonup Caso Médio = $\sum p_i t_i$
- Divisão e Conquista
- Resolução de Recorrências
 - ► Método de substituição
 - Método da árvore de recursão
 - Teorema Mestre

Ideia
Algoritmo
Análise de Melhor Caso
Análise de Pior Caso
Análise de Caso Médic

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo

Análise de Melhor Cas Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Algoritmo 2: Partione(A, p, r)

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Algoritmo 3: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

ldeia

Algoritmo

Análise de Melhor Caso
Análise de Pior Caso
Análise de Caso Médio

Algoritmo

Análise de Melhor Caso

Análise de Pior Caso

Análise de Caso Médio

Algoritmo 4: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

Algoritmo 5: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

1 pivô $\leftarrow A[r]$

raa - Auia o

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso **Algoritmo 6:** Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

1 pivô $\leftarrow A[r]$

2 $i \leftarrow p-1$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Algoritmo 7: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

```
1 pivô \leftarrow A[r]
```

$$i \leftarrow p-1$$

3 para
$$j \leftarrow p$$
 até $r-1$ faça

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Algoritmo

Análise de Melhor Cas

Análise de Pior Caso

```
Algoritmo 8: Partione(A, p, r)
```

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

```
1 pivô \leftarrow A[r]
2 i \leftarrow p - 1
```

3 para
$$j \leftarrow p$$
 até $r-1$ faça

4 | se
$$A[j] \leq piv\hat{o}$$
 então

Algoritmo 9: Partione(A, p, r)

```
Entrada: A[p \cdots r]: parte do vetor A
```

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

```
1 pivô \leftarrow A[r]

2 i \leftarrow p - 1

3 para j \leftarrow p até r - 1 faça

4 | se A[j] \le pivô então

5 | i \leftarrow i + 1
```

Prof Furinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo
Análise de Melhor Cas

Aulas Passadas Quick-Sort

Algoritmo

Algoritmo 10: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

```
1 pivô \leftarrow A[r]

2 i \leftarrow p - 1

3 para j \leftarrow p até r - 1 faça

4 se A[j] \leq pivô então

5 i \leftarrow i + 1

6 trocar A[i] \leftrightarrow A[j]
```

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > 9 Q (~

Algoritmo 11: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

```
1 pivô \leftarrow A[r]

2 i \leftarrow p - 1

3 para j \leftarrow p até r - 1 faça

4 se A[j] \le pivô então

5 i \leftarrow i + 1

6 trocar A[i] \leftrightarrow A[j]
```

7 trocar
$$A[i+1] \leftrightarrow A[r]$$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo Análise de Melh

Análise de Caso Mé

Algoritmo 12: Partione(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ rearranjado de modo que o pivô A[r] esteja depois dos elementos menores que ele e antes dos elementos maiores que ele

```
1 pivô \leftarrow A[r]

2 i \leftarrow p - 1

3 para j \leftarrow p até r - 1 faça

4 se A[j] \le pivô então

5 i \leftarrow i + 1

trocar A[i] \leftrightarrow A[j]
```

- 7 trocar $A[i+1] \leftrightarrow A[r]$
- 8 retorna i + 1

Prof Furinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo Análise de Melhe

Análise de Caso Méd

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sor

Algoritmo

Análise de Melhor C Análise de Pior Cas

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritm

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Algoritmo 14: Quick-Sort(A, p, r)

Algoritmo 15: Quick-Sort(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Ideia Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Algoritmo 16: Quick-Sort(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ ordenado

Algoritmo 17: Quick-Sort(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ ordenado

1 se p < r então

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Algoritmo 18: Quick-Sort(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ ordenado

1 se p < r então</p>

2 | $q \leftarrow \text{Partione}(A, p, r)$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Algoritmo 19: Quick-Sort(A, p, r)

```
Entrada: A[p \cdots r]: parte do vetor \overline{A}

Saída: A[p \cdots r] ordenado

se p < r então

q \leftarrow \text{Partione}(A, p, r)

Quick-Sort(A, p, q - 1)
```

2

3

. , u . , laia o

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Cas

Análise de Pior Caso

Algoritmo 20: Quick-Sort(A, p, r)

Entrada: $A[p \cdots r]$: parte do vetor A

Saída: $A[p \cdots r]$ ordenado

1 se *p* < *r* então

 $q \leftarrow \text{Partione}(A, p, r)$

3 Quick-Sort(A, p, q - 1)

4 Quick-Sort(A, q + 1, r)

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso

Quick-Sort: Análise do Tempo

PAA - Aula 8

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sor

luela

Algoritmo

Análise de Pior Caso

Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Aulas Passadas

Quick-Sort

Análise de Caso Médio

Algoritmo

Análise de Me

Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n)$

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$

Algoritmo

Análise de Melhor Caso

Análise de Pior Caso

Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$

Análise de Pior Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Cas Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(\frac{n}{n}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n)$$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Análise de Melhor Caso

Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(n) + O(n) = O(n \log n)$

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = \dot{T}(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n)$$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio Pivô divide sempre o vetor ao meio

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = \dot{T(0)} + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio Pivô divide sempre o vetor ao meio

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio Pivô divide sempre o vetor ao meio $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Ideia:

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo

Análise de Melhor Caso

Análise de Pior Caso

Análise de Caso Médio

Pivô divide sempre o vetor ao meio

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Análise de Pior Caso

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Ideia:

Partionamento balanceado

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Igoritmo

nálise de Melhor Caso
nálise de Pior Caso
nálise de Caso Médio

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Ideia:

Partionamento balanceado

Vamos ser pessimistas e supor que o pivô sempre divide na proporção 9:1

Aulas Passadas

Quick-Sort

Ideia

Algoritmo Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Ideia:

Partionamento balanceado

Vamos ser pessimistas e supor que o pivô sempre divide na proporção 9:1

$$T(n) = T(\frac{9n}{10}) + T(\frac{n}{10}) + \Theta(n)$$

Prof Furinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Ideia:

Partionamento balanceado

Vamos ser pessimistas e supor que o pivô sempre divide na proporção 9:1

$$T(n) = T(\frac{9n}{10}) + T(\frac{n}{10}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

I AA - Aula 0

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Igoritmo nálise de Melhor Caso nálise de Pior Caso nálise de Caso Médio

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

Pivô sempre é ou o menor ou o maior elemento

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

Análise de Caso Médio

Ideia:

Partionamento balanceado

Vamos ser pessimistas e supor que o pivô sempre divide na proporção 9:1

$$T(n) = T(\frac{9n}{10}) + T(\frac{n}{10}) + \Theta(n) = \Theta(n \log n)$$

A Complexidade se mantém mesmo em 99:1, 999:1,...

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

Algoritmo Análise de Melhor (

Aulas Passadas

Análise de Caso Médio

Bibliografia

Quick-Sort

LEISERSON, C.E., STEIN, C., RIVEST, R.L., CORMEN T.H.

Algoritmos: teoria e prática, 3ed. Editora Campus, ano 2012.

Prof. Eurinardo

Aulas Passadas

Quick-Sort

iueia

Análise de Melhor Caso Análise de Pior Caso Análise de Caso Médio

Obrigado!