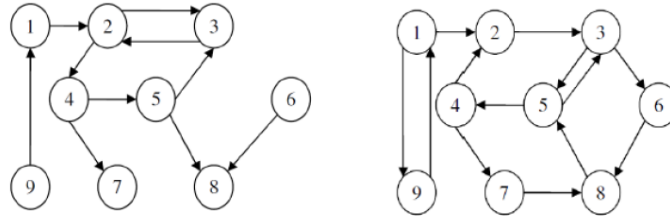


Universidade Federal do Ceará – Campus Russas
Algoritmos em Grafos – 2022.1
Professor: Pablo Soares
Lista 2

1. Dados os grafos abaixo, mostre o resultado da busca em largura e em profundidade. A busca deve iniciar no vértice 9.



2. Considere a seguinte representação de um grafo com 8 vértices e 9 arestas usando listas de adjacência.

A: E F B
B: A
C: G D F
D: H G C
E: A
F: A G C
G: D F C
H: D

Mostre o resultado da busca em largura (distância e pai) e em profundidade (tempo inicial e final) a partir do vértice C .

3. Considere a seguinte representação de um grafo usando listas de adjacência:

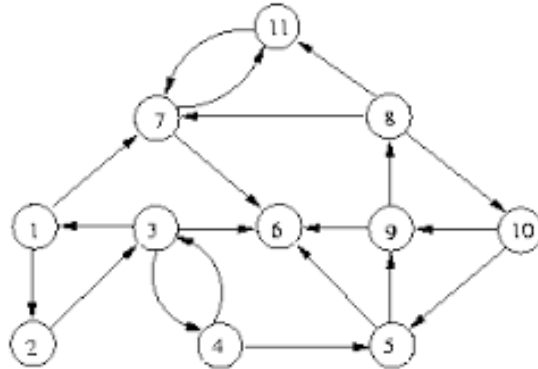
Obtenha as componentes conectadas do grafo usando o algoritmo de busca em profundidade.

A: F B
B: A F
C: D I
D: E C I
E: D J I
F: A B
G: H
H: G
I: J E C D
J: I E

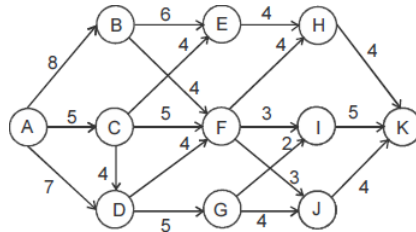
4. Obtenha a ordenação topológica do grafo da esquerda da questão 1. Comece a busca pelo vértice 9.
5. Qual problema o algoritmo de **Dijkstra** resolve?
6. Seja $G = (V, E)$ o grafo ponderado direcionado abaixo, mostre o menor caminho do vértice 0 a todos os outros vértices do grafo.

$$\begin{aligned}
0 \rightarrow 1 : 1 \quad 1 \rightarrow 2 : 2 \quad 2 \rightarrow 3 : 5 \\
3 \rightarrow 4 : 1 \quad 1 \rightarrow 3 : 8 \quad 4 \rightarrow 5 : 3 \\
0 \rightarrow 2 : 3 \quad 0 \rightarrow 5 : 6
\end{aligned}$$

7. Quantas e quais são as componentes conexas do grafo abaixo.



8. Encontre o caminho mínimo do vértice A para todos os outros vértices.



9. Classifique as arestas do grafo da questão 7 de acordo com o algoritmo de busca em profundidade iniciando do vértice 4. Identifique a quantidade de ciclos que o grafo possui.

10. Seja $G = (V, E)$ o grafo ponderado direcionado abaixo, mostre o menor caminho do vértice 0 a todos os outros vértices do grafo usando Bellman-Ford e Dijkstra.

$$\begin{aligned}
0 \rightarrow 1 : 1 \quad 0 \rightarrow 4 : 3 \quad 1 \rightarrow 5 : 1 \\
5 \rightarrow 0 : 4 \quad 5 \rightarrow 2 : 4 \quad 5 \rightarrow 6 : 3 \\
6 \rightarrow 4 : 2 \quad 4 \rightarrow 3 : 7 \quad 2 \rightarrow 3 : 6 \\
2 \rightarrow 0 : 1
\end{aligned}$$

11. Uma pessoa quer visitar alguns lugares. Ela começa a partir de um vértice e quer visitar todos os vértices até que ela não possa mais visitar vértices, retroceda e continue o processo de exploração a partir de outro vértice. Qual algoritmo ela deveria usar?

- a) DFS b) BFS c) Prim d) Ordenação Topológica

12. Quando a busca em profundidade de um grafo é única?

- a) Quando o grafo é uma árvore binária b) Quando o grafo é uma lista encadeada
c) Quando o grafo é uma árvore n -ária d) Nenhuma das alternativas

13. Em um DFS, quantas vezes um vértices v é visitado?

- a) $|V|$ vezes b) $|E|$ vezes c) $|\delta(v)|$ vezes d) Uma vez

14. O que pode ser considerado como uma aplicação do DFS?

- a) Detecção de Ciclo e Árvore Geradora Mínima b) Ordenação Topológica e Caminho Mínimo
c) Caminho Mínimo e Detecção de Ciclo d) Caminho Mínimo e Árvore Geradora Mínima
e) Detecção de Ciclo e Ordenação Topológica

15. Execute o busca em profundidade e busca em largura no grafo a seguir. Execute as buscas a partir do vértice de maior grau.

0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0

Matriz de Adjacência de $P =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 6 & 0 & 6 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

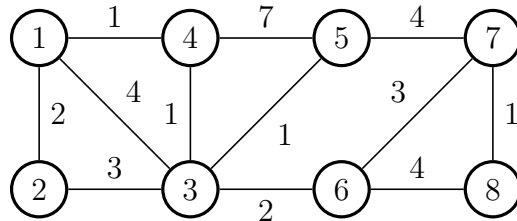
Matriz de Adjacência de $A =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

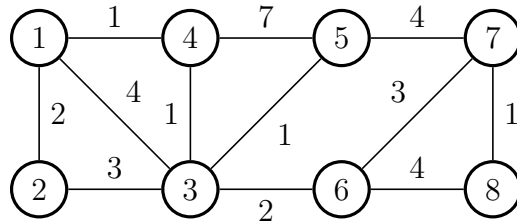
Matriz de Adjacência de $X =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

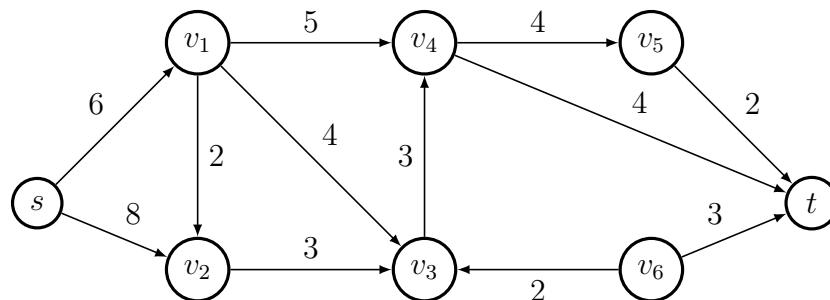
16. Considere o grafo abaixo, apresente uma árvore geradora de custo mínimo obtida pelo algoritmo de Prim.



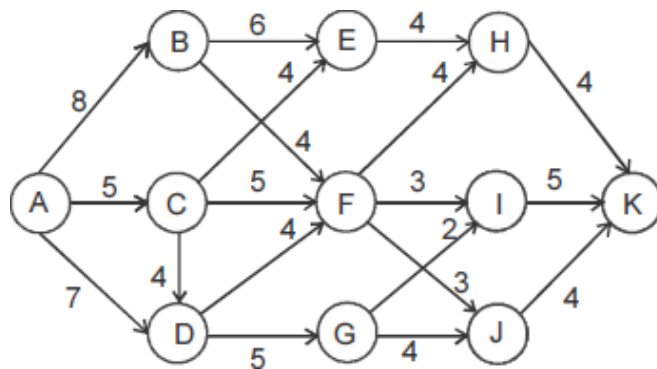
17. Considere o grafo abaixo, apresente uma árvore geradora de custo mínimo obtida pelo algoritmo de Kruskal.



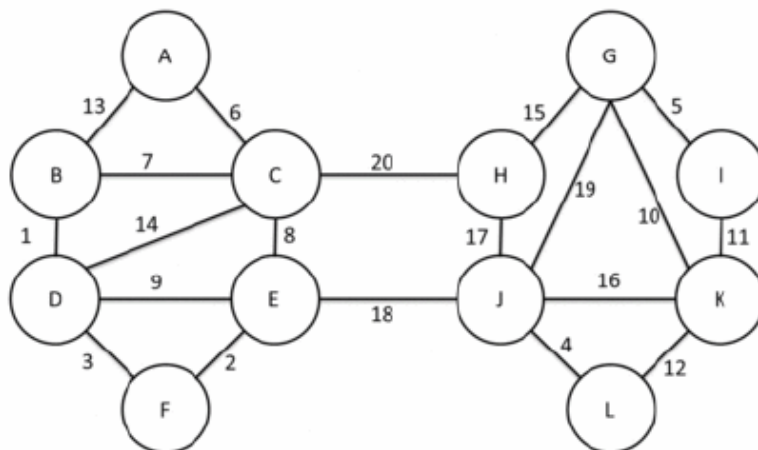
18. Considere que o peso das arestas do grafo da questão anterior foram multiplicados por -1 . Qual algoritmo irá funcionar para encontrar a árvore geradora mínima com esses novos pesos? Encontre a nova árvore geradora mínima.
19. Seja uv uma aresta de peso máximo de um ciclo de G . Mostre que G e $G - uv$ (o grafo obtido de G pela remoção de uv) possui uma mesma árvore geradora mínima.
20. Determine o fluxo máximo na rede abaixo.



21. Encontre o fluxo máximo usando Push-relabel.



22. Mostre a árvore geradora máxima usando o algoritmo de Prim.



“ Tudo Seria Fácil se não fossem as dificuldades. ”
Barão de Itararé