

Modélisation Mathématique de la propagation du Chikungunya

Dylan Riboulet

Numéro de dossier : 33478

TIPE 2021

Thème : Enjeux sociétaux

I- L'épidémiologie mathématique c'est quoi exactement?

- Epidémiologie: étude de la distribution des maladies chez l'Homme et des facteurs qui les influencent

Consiste à modéliser mathématiquement une épidémie à travers :

- Un paramétrage
- Une mise en équation
- La résolution des équations

II- Les modèles compartimentaux

Définition

Modélisation mathématique des épidémies consistant à :

- Diviser la population en différentes classes épidémiologiques (Groupes)

Exemple: Susceptibles(S), Infectieux(I)

- Décrire les échanges avec les autres groupes

II- Les modèles compartimentaux

Quelques notations pour les deux premiers modèles

- N désigne la population totale à un instant t
 - S désigne le nombre de susceptibles à un instant t
 - I désigne le nombre d'infectieux à un instant t
 - E désigne le nombre d'exposés à un instant t
 - R désigne le nombre de personnes guéries et immunisées à un instant t
-
- β désigne le taux de transmission
 - γ désigne le taux de guérison
 - μ désigne le taux de mortalité
 - α désigne le taux d'incubation
 - v désigne le taux de natalité

II- Les modèles compartimentaux

Le modèle SIR

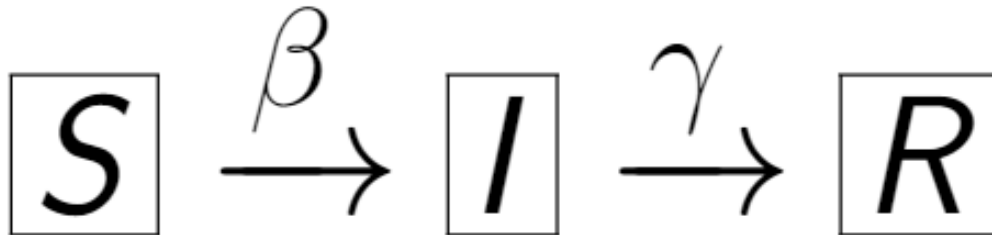
Présentation et schéma explicatif

Le modèle SIR (pour Susceptible-Infectieux-Retiré) décrit une épidémie dont les guéris sont immunisés à vie (ou au moins pendant la période d'étude).

Il consiste à diviser la population en trois compartiments :

- Susceptibles
- Infectieux
- Retirés

Population totale constante au cours du temps



II- Les modèles compartimentaux

Système d'équations le décrivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.1) \\ (1.2) \\ (1.3) \end{array}$$

Justification :

- $S(t)I(t)$: Nombre de contacts entre des personnes saines et des personnes infectées par unité de temps
- $\beta S(t)I(t)$: Nombre de personnes nouvellement infectées par unité de temps
- $\gamma I(t)$: Nombre de personnes nouvellement guéries par unité de temps

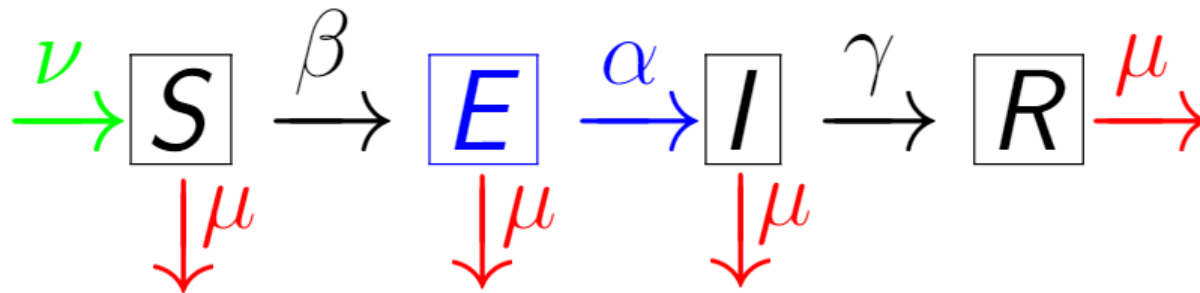
II- Les modèles compartimentaux

Le modèle SEIR

Le modèle SEIR (pour Susceptible-Exposé-Infectieux-Retiré) est similaire au modèle SIR

Hypothèses supplémentaires par rapport au modèle SIR:

- Population totale varie au cours du temps
- Prise en compte de la période d'incubation de la maladie, des naissances et des décès de causes non liées à la maladie.



$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} &= -\beta S(t)I(t) + \nu N(t) - \mu S(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= \beta S(t)I(t) - \alpha E(t) - \mu E(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \alpha E(t) - \gamma I(t) - \mu I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \gamma I(t) - \mu R(t) \end{cases}$$

III- Le Chikungunya

- Transmission
- Distribution géographique
- Caractéristique de la maladie: Symptômes, Incubation
- Pas encore de traitement, vaccin
- Guérison

IV- Problématique

Quel modèle permettrait de représenter de manière pertinente les effets de la transmission du Chikungunya sur une population humain/moustique?

Épidémie de 2007 au Kerala en Inde :

Groupe de population considéré

Total de la population humaine au départ : 6657 individus dont

-3623 susceptibles

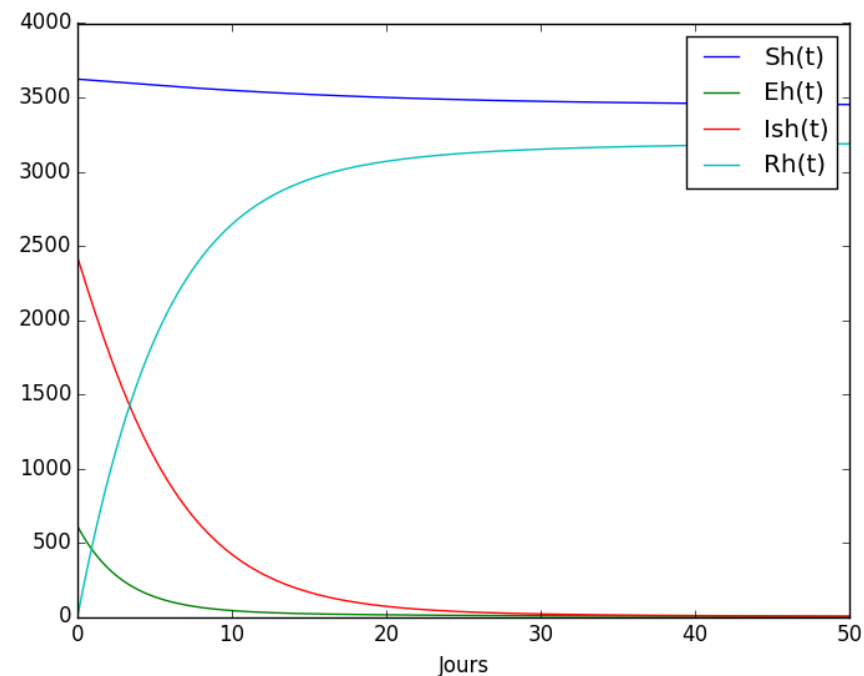
-2423 infectés

-611 exposés

V- Solutions proposées

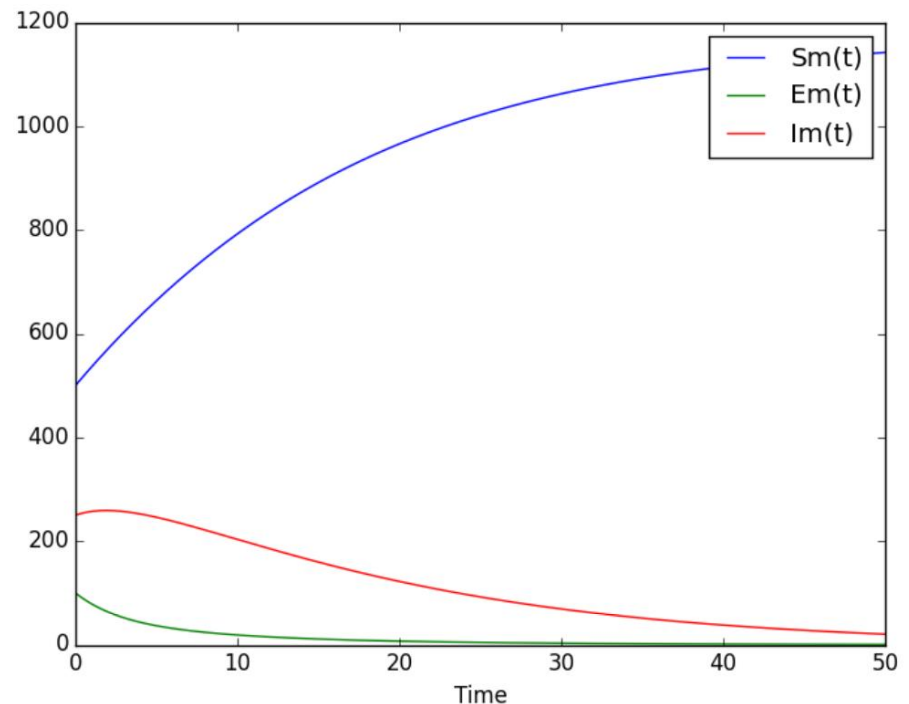
1^{ère} Solution proposée : Courbes obtenues

Modèle SEIR pour les Hommes



- taux de mortalité: $1/(70 \cdot 365)$
- taux d'incubation: $1/3$
- taux de transmission: 0.002
- taux de natalité: $400/(15 \cdot 365)$
- taux de guérison: $1/4.5$

Modèle SEI pour les moustiques



- taux de mortalité: $1/14$
- taux d'incubation: $1/3.5$
- taux de transmission: 0.17
- taux de natalité: 0.10375

V- Solutions proposées

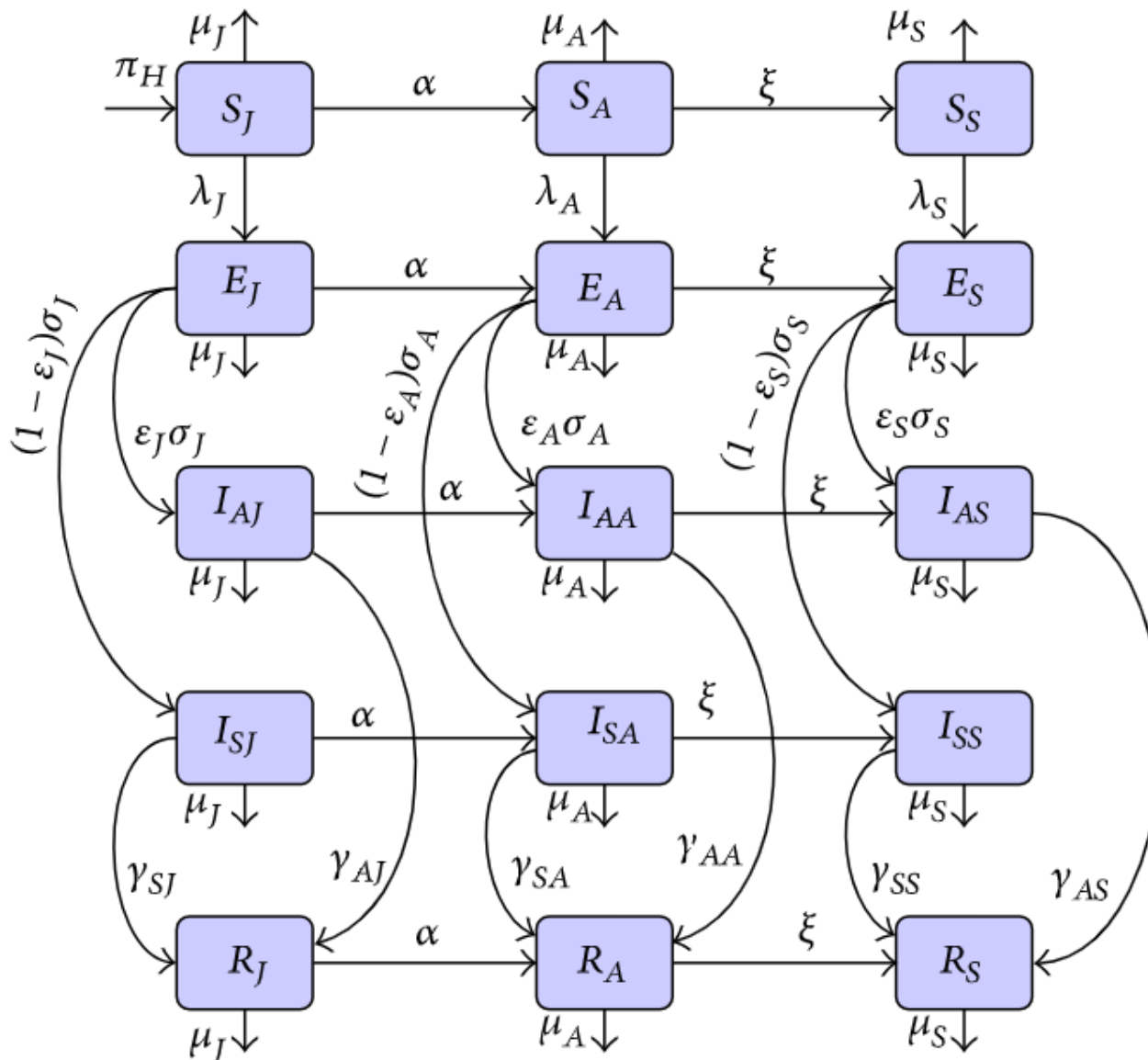
2^e Solution proposée : Modèle structuré par âge avec symptomatiques et asymptomatiques

Hypothèses supplémentaires par rapport au modèle SEIR :

- Individus infectés sont symptomatiques ou asymptomatiques
- Population humaine divisée en trois classes d'âges:
 - juvéniles (< 15ans, 31,2% susceptibles et 11% infectés)
 - adultes (15-59 ans, 60,6% susceptibles et 73,4% infectés)
 - seniors (≥ 60 ans, 8,3% susceptibles et 15,6% infectés)

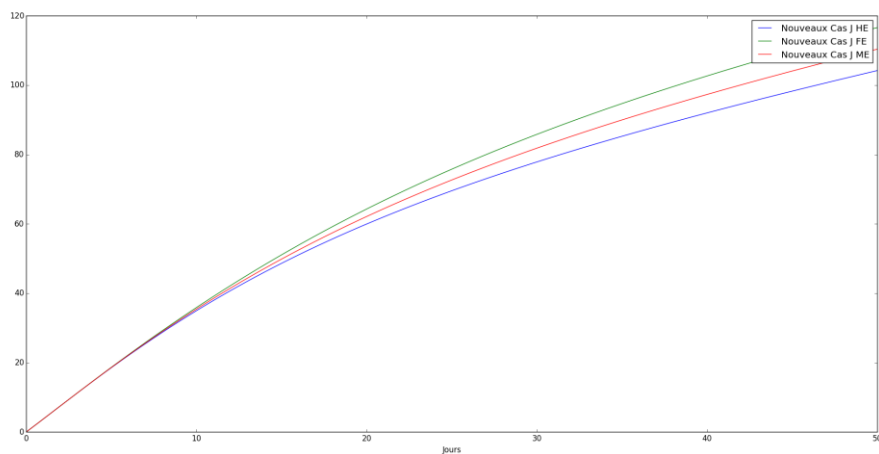
V- Solutions proposées

Modèle structuré par âge: un schéma pour mieux visualiser

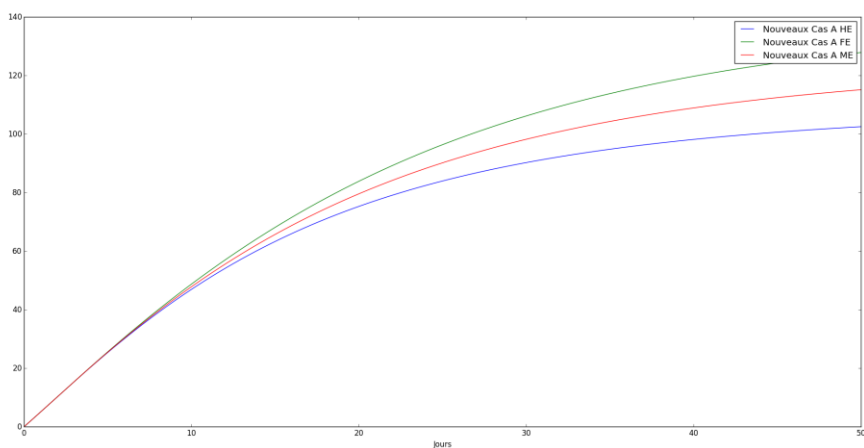


VI- Stratégies de contrôle

Stratégie de réduction des moustiques



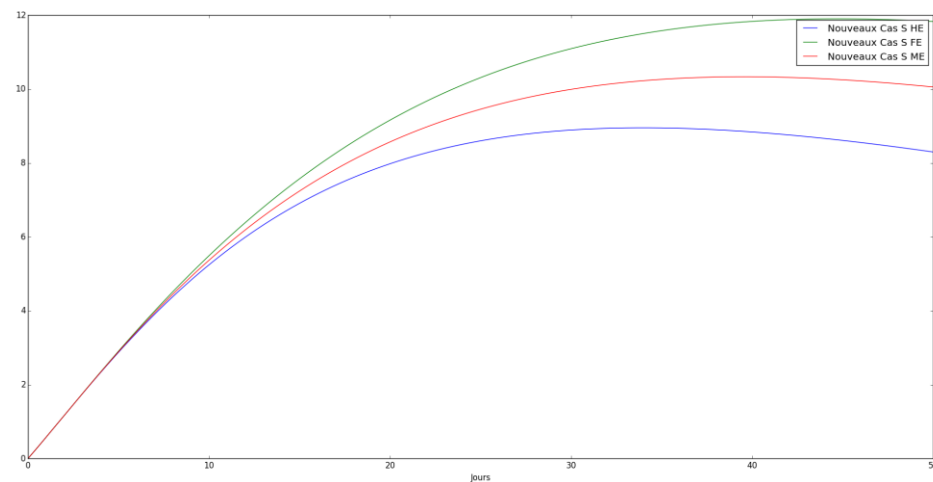
Nombre de nouveaux cas juvéniles pour $t = 50$ jours



Nombre de nouveaux cas adultes pour $t = 50$ jours

Niveaux d'efficacités :

- faible efficacité $\pi_M = 500 \times 0.32$ $\mu_M = (1/21)$
- moyenne efficacité $\pi_M = 500 \times 0.1675$ $\mu_M = (1/14)$
- haute efficacité $\pi_M = 500 \times 0.015$ $\mu_M = (1/7)$

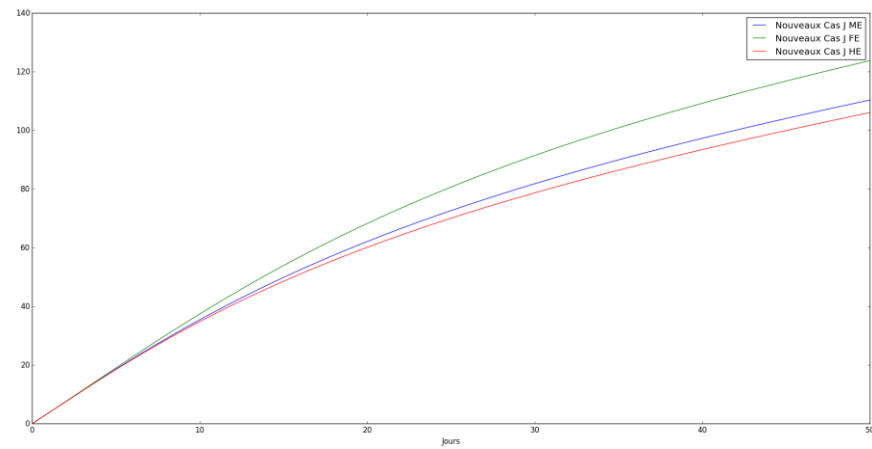


Nombres de nouveaux cas seniors pour $t = 50$ jours

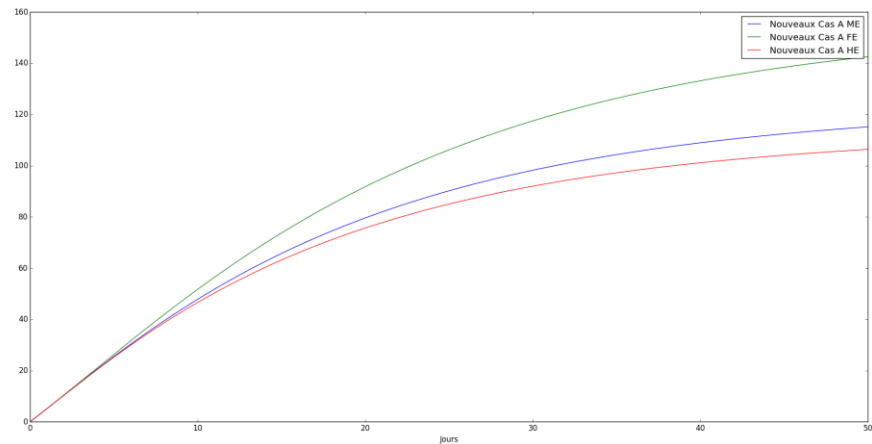
| Humains pour $t=50j$ | Faible efficacité | Moyenne efficacité | Haute efficacité |
|------------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| Juveniles | 116.868 | 110.44 | 104.341 |
| Adultes | 128.077 | 115.192 | 102.692 |
| Seniors | 11.8352 | 10.0714 | 8.30769 |
| Sans structure par âge | 289.286 | 198.214 | 107.143 |

VI- Stratégies de contrôle

Stratégie de protection personnelle



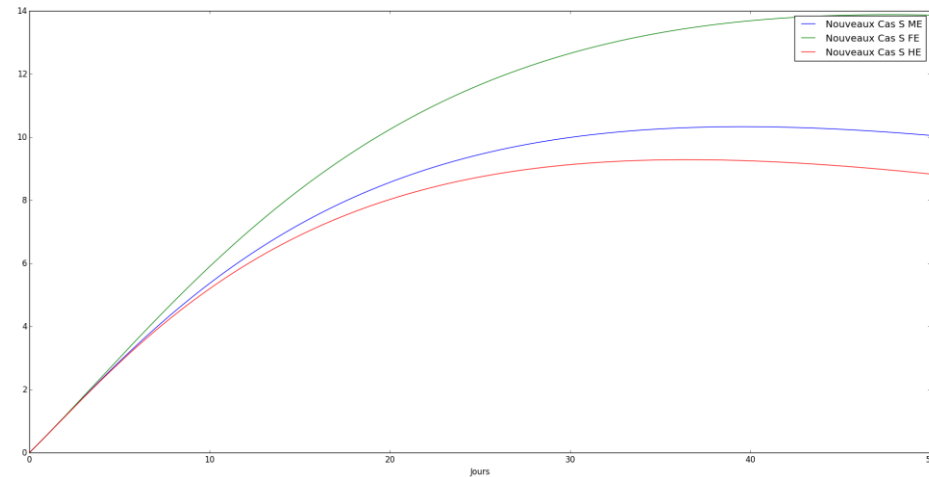
Nombre de nouveaux cas juvéniles pour $t = 50$ jours



Nombre de nouveaux cas adultes pour $t = 50$ jours

Niveaux d'efficacités :

- faible efficacité $\beta_J = \beta_A = \beta_S = \beta_M = 0.54$
- moyenne efficacité $\beta_J = \beta_A = \beta_S = \beta_M = 0.24$
- haute efficacité $\beta_J = \beta_A = \beta_S = \beta_M = 0.15$



Nombre de nouveaux cas seniors pour $t = 50$ jours

| Humains pour $t=50j$ | Faible efficacité | Moyenne efficacité | Haute efficacité |
|----------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| Juvéniles | 123.654 | 110.44 | 106.154 |
| Adultes | 142.418 | 115.192 | 106.374 |
| Seniors | 13.8846 | 10.0714 | 8.84615 |
| Sans structure d'âge | 337,019 | 198.214 | 113.462 |

VI- Stratégies de contrôle

Comparaison des résultats

| Groupe d'âge humains pour t=50j | Stratégie de réduction des moustiques | Stratégie de protection personnelle |
|---------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| Juveniles | 104.341 | 106.154 |
| Adultes | 102.692 | 106.374 |
| Seniors | 8.30769 | 8.84615 |
| Sans structure par âge | 107.143 | 113.462 |

Comparaison du nombre de nouveaux cas pour les niveaux de haute efficacité des deux stratégies de contrôle

VII- Conclusion

- Modélisation a permis de voir quels paramètres étaient dominants

- Réduction accumulation d'eau, insecticides (diminue taux de natalité et mortalité)

- Vêtements couvrant la peau, zone à l'abri, moustiquaire (diminue taux de transmission)

- Modèle structuré par âge avec symptomatiques et asymptomatiques :
beaucoup de paramètres, plus difficile à obtenir

- Modèle SEIR, sans structure par âge

ne permet pas de montrer la répartition par âge pour:

- stratégie de contrôle efficace basée sur l'âge

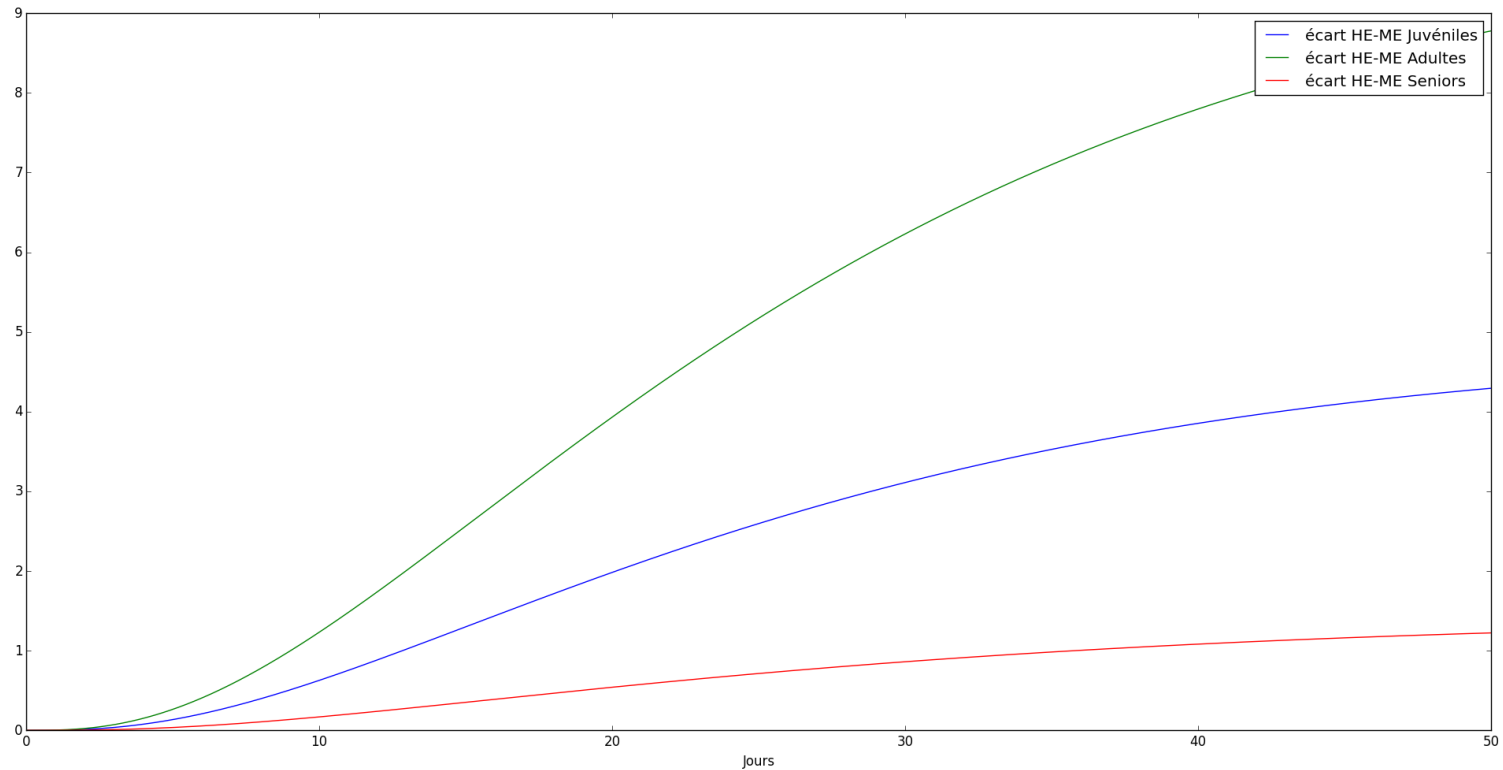
- contrôle global unique sur ensemble population.

- Autre approche possible:

système d'EDP qui varie en fonction du temps et de l'âge des individus

Annexe 1

Impact du taux de transmission sur les juvéniles, adultes et seniors



Baisse en pourcentage du nombre de nouveaux cas entre les niveaux de hautes efficacité et de moyenne efficacité des juvéniles, adultes et seniors pour $t = 50$ jours

Annexe 2

Système d'équations du modèle avec structure par âge

$$\frac{dS_J}{dt} = \pi_J - \frac{\beta_J b_M S_J I_M}{N_H} - \alpha S_J - \mu_J S_J,$$

$$\frac{dE_J}{dt} = \frac{\beta_J b_M S_J I_M}{N_H} - \alpha E_J - (\sigma_J + \mu_J) E_J,$$

$$\frac{dI_{AJ}}{dt} = \varepsilon_J \sigma_J E_J - \alpha I_{AJ} - (\gamma_{AJ} + \mu_J) I_{AJ},$$

$$\frac{dI_{SJ}}{dt} = (1 - \varepsilon_J) \sigma_J E_J - \alpha I_{SJ} - (\gamma_{SJ} + \mu_J) I_{SJ},$$

$$\frac{dR_J}{dt} = \gamma_{AJ} I_{AJ} + \gamma_{SJ} I_{SJ} - \alpha R_J - \mu_J R_J,$$

$$\frac{dS_A}{dt} = \alpha S_J - \frac{\beta_A b_M S_A I_M}{N_H} - \xi S_A - \mu_A S_A,$$

$$\frac{dE_A}{dt} = \alpha E_J + \frac{\beta_A b_M S_A I_M}{N_H} - \xi E_A - (\sigma_A + \mu_A) E_A,$$

$$\frac{dI_{AA}}{dt} = \alpha I_{AJ} + \varepsilon_A \sigma_A E_A - \xi I_{AA} - (\gamma_{AA} + \mu_A) I_{AA},$$

$$\frac{dI_{SA}}{dt} = \alpha I_{SJ} + (1 - \varepsilon_A) \sigma_A E_A - \xi I_{SA} - (\gamma_{SA} + \mu_A) I_{SA},$$

$$\frac{dR_A}{dt} = \alpha R_J + \gamma_{AA} I_{AA} + \gamma_{SA} I_{SA} - \xi R_A - \mu_A R_A,$$

$$\frac{dS_S}{dt} = \xi S_A - \frac{\beta_S b_M S_S I_M}{N_H} - \mu_S S_S,$$

$$\frac{dE_S}{dt} = \xi E_A + \frac{\beta_S b_M S_S I_M}{N_H} - (\sigma_S + \mu_S) E_S,$$

$$\frac{dI_{AS}}{dt} = \xi I_{AA} + \varepsilon_S \sigma_S E_S - (\gamma_{AS} + \mu_S) I_{AS},$$

$$\frac{dI_{SS}}{dt} = \xi I_{SA} + (1 - \varepsilon_S) \sigma_S E_S - (\gamma_{SS} + \mu_S) I_{SS},$$

$$\frac{dR_S}{dt} = \xi R_A + \gamma_{AS} I_{AS} + \gamma_{SS} I_{SS} - \mu_S R_S,$$

$$\frac{dS_M}{dt}$$

$$= \pi_M$$

$$- \beta_M b_M \left[\frac{I_{AJ} + I_{SJ} + I_{AA} + I_{SA} + I_{AS} + I_{SS}}{N_H} \right] S_M$$

$$- \mu_M S_M,$$

$$\frac{dE_M}{dt}$$

$$= \beta_M b_M \left[\frac{I_{AJ} + I_{SJ} + I_{AA} + I_{SA} + I_{AS} + I_{SS}}{N_H} \right] S_M$$

$$- (\sigma_M + \mu_M) E_M,$$

$$\frac{dI_M}{dt} = \sigma_M E_M - \mu_M I_M.$$

Annexe 3

Système d'équations du modèle sans structure par âge

$$\frac{dS_H}{dt} = \pi_H - \frac{\beta_H b_M I_M}{N_H} S_H - \alpha S_H - \mu_H S_H,$$

$$\frac{dE_H}{dt} = \frac{\beta_H b_M I_M}{N_H} S_H - \alpha E_H - (\sigma_H + \mu_H) E_H,$$

$$\frac{dI_{AH}}{dt} = \varepsilon_H \sigma_H E_H - \alpha I_{AH} - (\gamma_{AH} + \mu_H) I_{AH},$$

$$\frac{dI_{SH}}{dt} = (1 - \varepsilon_H) \sigma_H E_H - \alpha I_{SH} - (\gamma_{SH} + \mu_H) I_{SH},$$

$$\frac{dR_H}{dt} = \gamma_{AH} I_{AH} + \gamma_{SH} I_{SH} - \alpha R_H - \mu_H R_H,$$

$$\frac{dS_M}{dt} = \pi_M - \beta_M b_M \left[\frac{I_{AH} + I_{SH}}{N_H} \right] S_M - \mu_M S_M,$$

$$\frac{dE_M}{dt} = \beta_M b_M \left[\frac{I_{AH} + I_{SH}}{N_H} \right] S_M - (\sigma_M + \mu_M) E_M,$$

$$\frac{dI_M}{dt} = \sigma_M E_M - \mu_M I_M,$$

Annexe 4

Variable

S_J, S_A, S_S

E_J, E_A, E_S

I_{AJ}, I_{SJ}

I_{AA}, I_{SA}

I_{AS}, I_{SS}

R_J, R_A, R_S

S_M

E_M

I_M

π_J

π_M

α, ξ

$\beta_J, \beta_A, \beta_S$

β_M

b_M

μ_J, μ_A, μ_S

μ_M

$\varepsilon_J, \varepsilon_A, \varepsilon_S$

$\sigma_J, \sigma_A, \sigma_S$

Description

Population d'humains juvéniles, adultes et seniors susceptibles

Population d'humains juvéniles, adultes et seniors exposés

Population d'humains juvéniles asymptomatiques et symptomatiques

Population d'humains adultes asymptomatiques et symptomatiques

Population d'humains seniors asymptomatiques et symptomatiques

Population d'humains juvéniles, adultes et seniors récupérés

Population de moustiques sensibles

Population de moustiques exposés

Population de moustiques infectieux

Taux de natalité des jeunes humains

Taux de natalité des moustiques

Taux de maturation juvénile et adulte

Taux de transmission par contact pour les juvéniles, adultes et seniors susceptibles

Taux de transmission par contact pour les moustiques susceptibles

Taux de piquêre des moustiques

Taux de mortalité naturelle des humains juvéniles, adultes et seniors

Taux de mortalité naturelle des moustiques

Fraction d'humains exposés devenant asymptomatiques et symptomatiques

Taux de progression des humains juvéniles, adultes et seniors exposés

Annexe 4

| | |
|----------------------------|--|
| γ_{AJ}, γ_{SJ} | Taux de guérison des humains juvéniles asymptomatiques et symptomatiques |
| γ_{AA}, γ_{SA} | Taux de guérison des humains adultes asymptomatiques et symptomatiques |
| γ_{AS}, γ_{SS} | Taux de guérison des personnes âgées asymptomatiques et symptomatiques |
| σ_M | Taux de progression des moustiques exposés |

- Conditions initiales utilisées dans le modèle structuré par âge

$$\begin{aligned} S_J(0) &= 1130 & E_J(0) &= 123 & I_{AJ}(0) &= 84 & I_{SJ}(0) &= 211 & R_J(0) &= 0 \\ S_A(0) &= 2196 & E_A(0) &= 264 & I_{AA}(0) &= 351 & I_{SA}(0) &= 1404 & R_A(0) &= 0 \\ S_S(0) &= 300 & E_S(0) &= 224 & I_{AS}(0) &= 75 & I_{SS}(0) &= 298 & R_S(0) &= 0 \\ S_M(0) &= 500 & E_M(0) &= 100 & I_M(0) &= 250. \end{aligned}$$

- Conditions initiales utilisées dans le modèle sans structure par âge

$$\begin{aligned} S_H(0) &= 3623 & E_H(0) &= 611 & I_{AH}(0) &= 510 & I_{SH}(0) &= 1913 & R_H(0) &= 0 \\ S_M(0) &= 500 & E_M(0) &= 100 & I_M(0) &= 250. \end{aligned}$$

Annexe 4

Valeurs des paramètres des modèles avec et sans structure par âge

| | | | |
|--------------------------------------|--------------|--|-------------|
| π_J | 400/(15*365) | $\varepsilon_J, \varepsilon_A, \varepsilon_S, \varepsilon_H$ | 0.155 |
| α | 1/(16*365) | σ_A, σ_H | 1/(2*3) |
| ξ | 1/(50*365) | σ_J, σ_S | 1/3 |
| $\beta_J, \beta_A, \beta_S, \beta_H$ | 0.24 | γ_{AJ}, γ_{SJ} | 1/(1.5*4.5) |
| b_M | 0.25 | γ_{AA}, γ_{SA} | 1/(4.5) |
| μ_J | 1/(3*365) | γ_{AS}, γ_{SS} | 1/(2.5*4.5) |
| μ_A | 1/(40*365) | γ_{AH}, γ_{SH} | 1/(4.5) |
| μ_S | 1/(70*365) | π_M | 500*0.1675 |
| μ_H | 1/(70*365) | β_M | 0.24 |
| | | σ_M | 1/3.5 |
| | | μ_M | 1/14 |

Annexe 5

Code Python

```
1 import scipy.integrate as integr
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy as np
4
5 ##RESOLUTION DU SDNL POUR MODÈLE AVEC STRUCTURE PAR AGE
6 def
7     F(Y,T,piJ,piM,alpha,ksi,betaJ,betaA,betaS,betaM,bM,nuJ,nuA,nuS,nuM,epsilonJ,epsilonA,epsilon
8     S,sigmaJ,sigmaA,sigmaS,gammaAJ,gammaSJ,gammaAA,gammaSA,gammaAS,gammaSS) :
9
10     Sj, Ej, Iaj, Isj , Rj, Sa, Ea, Iaa, Isa, Ra, Ss, Es, Ias, Iss, Rs, Sm, Em, Im = Y
11     Nh= Sj + Ej + Iaj + Isj + Rj + Sa + Ea + Iaa + Isa + Ra + Ss + Es + Ias + Iss + Rs
12     dSj_dt= piJ - (betaJ*bM*Im*Sj)/(Nh) -alpha*Sj - nuJ*Sj
13     dEj_dt = (betaJ*bM*Sj*Im)/(Nh) - alpha*Ej - (sigmaJ + nuJ)*Ej
14     dIaj_dt = epsilonJ*sigmaJ*Ej - alpha*Iaj - (gammaAJ + nuJ)*Iaj
15     dIsj_dt= (1-epsilonJ)*sigmaJ*Ej - alpha*Isj - (gammaSJ+nuJ)*Isj
16     dRj_dt= gammaAJ*Iaj + gammaSJ*Isj - alpha*Rj - nuJ*Rj
17     dSa_dt= alpha*Sj - (betaA*bM*Sa*Im)/(Nh) - ksi*Sa - nuA*Sa
18     dEa_dt= alpha*Ej + (betaA*bM*Sa*Im)/(Nh) - ksi*Ea - (sigmaA + nuA)*Ea
19     dIaa_dt= alpha*Iaj + epsilonA*sigmaA*Ea - ksi*Iaa - (gammaAA+ nuA)*Iaa
20     dIsa_dt = alpha*Isj + (1-epsilonA)*sigmaA*Ea - ksi*Isa - (gammaSA + nuA)*Isa
21     dRa_dt = alpha*Rj + gammaAA*Iaa + gammaSA*Isa - ksi*Ra - nuA*Ra
22     dSs_dt = ksi*Sa - (betaS*bM*Ss*Im)/(Nh)-nuS*Ss
23     dEs_dt = ksi*Ea + (betaS*bM*Ss*Im)/(Nh) - (sigmaS+nuS)*Es
24     dIas_dt = ksi*Iaa + epsilonS*sigmaS*Es - (gammaAS+nuS)*Ias
25     dIss_dt = ksi*Isa + (1- epsilonS)*sigmaS*Es - (gammaSS + nuS)*Iss
26     dRs_dt= ksi*Ra + gammaAS*Ias + gammaSS*Iss - nuS*Rs
27     dSm_dt= piM - (betaM*bM*(Iaj+Isj+Iaa+Isa+Ias+Iss)*Sm)/(Nh) - nuM*Sm
28     dEm_dt= (betaM*bM*(Iaj+Isj+Iaa+Isa+Ias+Iss)*Sm)/(Nh) - (sigmaM + nuM)*Em
29     dIm_dt = sigmaM*Em - nuM*Im
```

Annexe 5

Code Python

```
29     return([dSj_dt,dEj_dt,dIaj_dt,dIsj_dt,dRj_dt,dSa_dt,dEa_dt,dIaa_dt,dIsa_dt,dRa_dt,dSs_dt
,dEs_dt,dIas_dt,dIss_dt,dRs_dt,dSm_dt,dEm_dt,dIm_dt])
30
31
32 piJ=400/(15*365) #taux de natalité juvéniles
33 alpha=1/(16*365) #taux de maturation des juvéniles
34 ksi=1/(50*365) #taux de maturation des adultes
35 betaJ=0.24 #taux transmission juvéniles
36 betaA=0.24 #taux transmission adultes
37 betaS=0.24 #taux transmission seniors
38 bM=0.25 #taux de piqûres des moustiques
39 nuJ=1/(3*365) #taux de mortalité juvéniles
40 nuA=1/(40*365) #taux de mortalité adultes
41 nuS= 1/(70*365) #taux de mortalité seniors
42 epsilonJ=0.155 #fraction juvéniles exposé devenant asymptomatique
43 epsilonA=0.155 #fraction adultes exposé devenant asymptomatique
44 epsilonS=0.155 #fraction seniors exposé devenant asymptomatique
45 sigmaJ=1/(2*3) #taux progression juvéniles exposés
46 sigmaS=1/(2*3) #taux progression seniors exposés
47 sigmaA=1/3 #taux progression adultes exposés
48 gammaAJ=1/(1.5*4.5) #taux guérison juvéniles asymptomatiques
49 gammaSJ=1/(1.5*4.5) #taux guérison juvéniles symptomatiques
50 gammaAA=1/(4.5) #taux guérison adultes asymptomatiques
51 gammaSA=1/(4.5) #taux guérison adultes symptomatiques
52 gammaAS=1/(2.5*4.5) #taux guérison seniors asymptomatiques
53 gammaSS=1/(2.5*4.5) #taux guérison seniors symptomatiques
54 piM=500*0.1675 #nombre de naissance moustiques par jour
55 betaM=0.24 #taux transmission moustiques
56 sigmaM=1/3.5 #taux progression moustiques exposés
57 nuM=1/14 #taux mortalité moustiques
```


Annexe 5

Code Python

```
59 #CONDITION INITIALES HOMMES à t=0
60 Sj0=1130 #susceptibles juvéniles
61 Sa0=2196 #susceptibles adultes
62 Ss0=300 #susceptibles seniors
63 Ej0=123 #exposés juvéniles
64 Ea0=264 #exposés adultes
65 Es0=224 #exposés seniors
66 Isj0=211 #infecté symptomatiques juvéniles
67 Iaj0=84 #infectés asymptomatique juvéniles
68 Iaa0=351 #infectés asymptomatique adultes
69 Isa0=1404 #infectés symptomatiques adultes
70 Ias0=75 #infecté asymptomatique seniors
71 Iss0=298 #infecté symptomatiques seniors
72 Rj0=0 #rétablis juvéniles
73 Ra0=0 #rétablis adultes
74 Rs0=0 #rétablis seniors
75
76 #CONDITIONS INITIALES MOUSTIQUES à t=0
77 Sm0=500 #susceptibles
78 Em0=100 #exposé
79 Im0=250 #infectés
80
81 #étude sur 50 jours avec dt=0,001
82 T = np.arange(0,50,0.001)
83 #résolution du modèle
84 X = integr.odeint(F,
[Sj0,Ej0,Iaj0,Isj0,Rj0,Sa0,Ea0,Iaa0,Isa0,Ra0,Ss0,Es0,Ias0,Iss0,Rs0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piJ,
piM,alpha,ksi,betaJ,betaA,betaS,betaM,bM,nuJ,nuA,nuS,nuM,epsilonJ,epsilonA,epsilonS,sigmaJ,s
igmaA,sigmaS,gammaAJ,gammaSJ,gammaAA,gammaSA,gammaAS,gammaSS))
```

Annexe 5

Code Python

```
87 #résolution avec la stratégie de réduction du nombre de moustiques: faible efficacité
88 muM=1/21
89 piM=500*0.32
90 XLOW = integr.odeint(F,
    [Sj0,Ej0,Iaj0,Isj0,Rj0,Sa0,Ea0,Iaa0,Isa0,Ra0,Ss0,Es0,Ias0,Iss0,Rs0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piJ,
    piM,alpha,ksi,betaJ,betaA,betaS,betaM,bM,nuJ,nuA,nuS,nuM,epsilonJ,epsilonA,epsilonS,sigmaJ,s
    igmaA,sigmaS,gammaAJ,gammaSJ,gammaAA,gammaSA,gammaAS,gammaSS))
91
92 #résolution avec la stratégie de réduction du nombre de moustiques: haute efficacité
93 muM=1/7
94 piM=500*0.015
95 XHigh = integr.odeint(F,
    [Sj0,Ej0,Iaj0,Isj0,Rj0,Sa0,Ea0,Iaa0,Isa0,Ra0,Ss0,Es0,Ias0,Iss0,Rs0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piJ,
    piM,alpha,ksi,betaJ,betaA,betaS,betaM,bM,nuJ,nuA,nuS,nuM,epsilonJ,epsilonA,epsilonS,sigmaJ,s
    igmaA,sigmaS,gammaAJ,gammaSJ,gammaAA,gammaSA,gammaAS,gammaSS))
96
97 #résolution avec la stratégie de protection personnelle: faible efficacité
98 piM=500*0.1675
99 muM=1/14
100 betaH=0.54
101 betaM=0.54
102 YLow = integr.odeint(F,
    [Sj0,Ej0,Iaj0,Isj0,Rj0,Sa0,Ea0,Iaa0,Isa0,Ra0,Ss0,Es0,Ias0,Iss0,Rs0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piJ,
    piM,alpha,ksi,betaJ,betaA,betaS,betaM,bM,nuJ,nuA,nuS,nuM,epsilonJ,epsilonA,epsilonS,sigmaJ,s
    igmaA,sigmaS,gammaAJ,gammaSJ,gammaAA,gammaSA,gammaAS,gammaSS))
103
104
105 #résolution avec la stratégie de protection personnelle: haute efficacité
106 betaH=0.15
107 betaM=0.15
108 YHigh = integr.odeint(F,
```

Annexe 5

Code Python

```
[Sj0,Ej0,Iaj0,Isj0,Rj0,Sa0,Ea0,Iaa0,Isa0,Ra0,Ss0,Es0,Ias0,Iss0,Rs0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piJ,
piM,alpha,ksi,betaJ,betaA,betaS,betaM,bM,nuJ,nuA,nuS,nuM,epsilonJ,epsilonA,epsilonS,sigmaJ,s
igmaA,sigmaS,gammaAJ,gammaSJ,gammaAA,gammaSA,gammaAS,gammaSS))

109
110 #TRACÉS COURBES HOMMES
111 plt.plot(T,X[:,0],label="Sj(t)")
112 plt.plot(T,X[:,1],label="Ej(t)")
113 plt.plot(T,X[:,2],label="Iaj(t)")
114 plt.plot(T,X[:,3],label="Isj(t)")
115 plt.plot(T,X[:,4],label="Rj(t)")
116 plt.plot(T,X[:,5],label="Sa(t)")
117 plt.plot(T,X[:,6],label="Ea(t)")
118 plt.plot(T,X[:,7],label="Iaa(t)")
119 plt.plot(T,X[:,8],label="Isa(t)")
120 plt.plot(T,X[:,9],label="Ra(t)")
121 plt.plot(T,X[:,10],label="Ss(t)")
122 plt.plot(T,X[:,11],label="Es(t)")
123 plt.plot(T,X[:,12],label="Ias(t)")
124 plt.plot(T,X[:,13],label="Iss(t)")
125 plt.plot(T,X[:,14],label="Rs(t)")
126 plt.plot(T,[X[k,0]+X[k,1]+X[k,2]+X[k,3]+X[k,4]+X[k,5]+X[k,6]+X[k,7]+X[k,8]+X[k,9]+X[k,10]
+X[k,11]+X[k,12]+X[k,13]+X[k,14] for k in range(len(X[:,0]))],label="Nh(t)")
127
128 #TRACÉS COURBES MOUSTIQUES
129 plt.plot(T,X[:,15],label="Sm(t)")
130 plt.plot(T,X[:,16],label="Em(t)")
131 plt.plot(T,X[:,17],label="Im(t)")
132 plt.plot(T,[X[k,15]+X[k,16]+X[k,17] for k in range(len(X[:,15]))],label="Nm(t)")
```

Annexe 5

Code Python

```
134 #TRACÉS COURBES CONTROLE
135 plt.plot(T,-XHigh[:,0]+Sj0,label="Nouveaux Cas J HE")
136 plt.plot(T,-XLOW[:,0]+Sj0,label="Nouveaux Cas J FE")
137 plt.plot(T,-X[:,0]+Sj0,label="Nouveaux Cas J ME")
138 plt.plot(T,-YLow[:,0]+Sj0,label="Nouveaux Cas J FE")
139 plt.plot(T,-YHigh[:,0]+ Sj0,label="Nouveaux Cas J HE")
140
141 plt.grid
142 plt.legend()
143 plt.xlabel('Jours')
144 plt.show()
145
146 ##RESOLUTION DU SDNL POUR MODÈLE SANS STRUCTURE PAR AGE
147 def F(Y,T,piH,piM,alpha,betaH,bM,betaM,muM,muH,epsilonH,sigmaM,sigmaH,gammaAH,gammaSH) :
148     Sh, Eh, Iah, Ish, Rh, Sm, Em, Im = Y
149     Nh = Sh + Eh + Iah + Ish + Rh
150
151     dSh_dt= piH - (betaH*bM*Im*Sh)/(Nh) -alpha*Sh - muH*Sh
152     dEh_dt = (betaH*bM*Im*Sh)/(Nh) - alpha*Eh - (sigmaH + muH)*Eh
153     dIah_dt = epsilonH*sigmaH*Eh - alpha*Iah - (gammaAH + muH)*Iah
154     dIsh_dt = (1-epsilonH)*sigmaH*Eh - alpha*Ish - (gammaSH + muH)*Ish
155     dRh_dt = gammaAH*Iah + gammaSH*Ish - alpha*Rh - muH*Rh
156     dSm_dt = piM - (betaM*bM*(Iah+Ish)*Sm)/(Nh) - muM*Sm
157     dEm_dt = (betaM*bM*(Iah+Ish)*Sm)/(Nh) - (sigmaM + muM)*Em
158     dIm_dt = sigmaM*Em - muM*Im
159
160     return([dSh_dt,dEh_dt,dIah_dt,dIsh_dt,dRh_dt,dSm_dt,dEm_dt,dIm_dt])
161
162 #CONDITION INITIALES HOMMES à t=0
163 Sh0=3623 #susceptibles
164 Eh0=611 #exposé
```

Annexe 5

Code Python

```
165 Iah0=510 #infecté asymptomatique
166 Ish0=1913 #infecté symptomatique
167 Rh0=0 #rétablis
168
169 #CONDITIONS INITIALES MOUSTIQUES à t=0
170 Sm0=500 #susceptibles
171 Em0=100 #exposés
172 Im0=250 #infectés
173
174 piH=400/(15*365) #nombre de naissance humains par jour
175 piM=500*0.1675 #nombre de naissance moustiques par jour
176 alpha=1/(16*365) #taux de maturation
177 betaH=0.24 #taux transmission hommes
178 betaM=0.24 #taux transmission moustiques
179 bM=0.25 #taux piqûres moustiques
180 muM=1/(14) #taux mortalité moustiques
181 muH=1/(70*365) #taux mortalité hommes
182 epsilonH=0.155 #fraction humain exposé devenant asymptomatique
183 sigmaM=1/(3.5) #taux progression moustiques exposés
184 sigmaH=1/(3) #taux progression humains exposés
185 gammaAH=1/(4.5) #taux guérison humains asymptomatiques
186 gammaSH=1/(4.5) #taux guérison humains symptomatiques
187
188
189 #étude sur 50 jours avec dt=0,001
190 T = np.arange(0,50,0.001)
191 #resolution du modèle
192 X = integr.odeint(F,
[Sh0,Eh0,Iah0,Ish0,Rh0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piH,piM,alpha,betaH,betaM,bM,muM,muH,epsilonH,sigmaM,sigmaH,gammaAH,gammaSH))
```

Annexe 5

Code Python

```
194 #résolution avec la stratégie de réduction du nombre de moustiques: faible efficacité
195 muM=1/21
196 piM=500*0.32
197 XLOW = integr.odeint(F,
    [Sh0,Eh0,Iah0,Ish0,Rh0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piH,piM,alpha,betaH,betaM,bM,muM,muH,epsilonH,si
    gmaM,sigmaH,gammaAH,gammaSH))
198
199 #résolution avec la stratégie de réduction du nombre de moustiques: haute efficacité
200 muM=1/7
201 piM=500*0.015
202 XHigh = integr.odeint(F,
    [Sh0,Eh0,Iah0,Ish0,Rh0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piH,piM,alpha,betaH,betaM,bM,muM,muH,epsilonH,si
    gmaM,sigmaH,gammaAH,gammaSH))
203
204 #résolution avec la stratégie de protection personnelle: faible efficacité
205 piM=500*0.1675
206 muM=1/14
207 betaH=0.54
208 betaM=0.54
209 YLow = integr.odeint(F,
    [Sh0,Eh0,Iah0,Ish0,Rh0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piH,piM,alpha,betaH,betaM,bM,muM,muH,epsilonH,si
    gmaM,sigmaH,gammaAH,gammaSH))
210
211
212 #résolution avec la stratégie de protection personnelle: haute efficacité
213 piM=500*0.1675
214 muM=1/14
215 betaH=0.15
216 betaM=0.15
217 YHigh = integr.odeint(F,
    [Sh0,Eh0,Iah0,Ish0,Rh0,Sm0,Em0,Im0],T,args=(piH,piM,alpha,betaH,betaM,bM,muM,muH,epsilonH,si
```

Annexe 5

Code Python

```
220 #TRACÉS DES COURBES HOMMES
221 plt.plot(T,X[:,0],label="Sh(t)")
222 plt.plot(T,X[:,1],label="Eh(t)")
223 plt.plot(T,X[:,2],label="Iah(t)")
224 plt.plot(T,X[:,3],label="Ish(t)")
225 plt.plot(T,X[:,4],label="Rh(t)")
226
227
228 #TRACÉS DES COURBES MOUSTIQUES
229 plt.plot(T,X[:,5],label="Sm(t)")
230 plt.plot(T,X[:,6],label="Em(t)")
231 plt.plot(T,X[:,7],label="Im(t)")
232 plt.plot(T,[X[k,0]+X[k,1]+X[k,2]+X[k,3]+X[k,4] for k in range(len(X[:,0]))],label="Nh(t)")
233 plt.plot(T,[X[k,5]+X[k,6]+X[k,7] for k in range(len(X[:,5]))],label="Nm(t)")
234
235 #TRACÉS COURBES CONTROLE
236 plt.plot(T,-XHigh[:,0]+Sh0,label="Nouveaux cas H HE")
237 plt.plot(T,-XLOW[:,0]+Sh0,label="Nouveaux cas H FE")
238 plt.plot(T,-X[:,0]+Sh0,label="Nouveaux cas H ME")
239 plt.plot(T,-YLow[:,0]+Sh0,label="Nouveaux Cas H FE")
240 plt.plot(T,-YHigh[:,0]+Sh0,label="Nouveaux Cas H HE")
241
242 plt.legend()
243 plt.xlabel('Jours')
244 plt.show()
245
246 ##RESOLUTION DU SDNL POUR MODÈLE SEIR
247 beta = 0.02 #taux de transmission
248 gamma = 1/(4.5) #taux de guérison
249 alpha = 1/(3) #taux d'incubation
250 nu = 1/(70*365) #taux de mortalité
```


Annexe 5

Code Python

```
251 mu = 400/(15*365) #taux de natalité
252 dt = 0.001 #pas de temps
253 N_t = int(50/dt)
254 t = np.arange(0,50,dt) #np.arange(a,b,dt)
255
256 #CONDITIONS INITIALES à t=0
257 S = zeros(N_t)
258 E = zeros(N_t)
259 I = zeros(N_t)
260 R = zeros(N_t)
261 N = S + E + I + R
262 S[0] = 0.53 #=3623/6657
263 E[0] = 0.09 #=611/6657
264 I[0] = 0.38 #=510+1923/6657
265 R[0] = 0
266
267 for n in range(N_t-1):
268     S[n+1] = S[n] - dt*beta*S[n]*I[n] + dt*mu*N[n] - dt*nu*S[n]
269     E[n+1] = E[n] + dt*beta*S[n]*I[n] - dt*alpha*E[n] - dt*nu*E[n]
270     I[n+1] = I[n] + dt*alpha*E[n] - dt*gamma*I[n] - dt*nu*I[n]
271     R[n+1] = R[n] + dt*gamma*I[n] - dt*nu*R[n]
272
273
274 fig = plt.figure()
275 l1, l2, l3, l4 = plt.plot(t, S, t, E, t, I, t, R)
276 fig.legend((l1, l2, l3, l4), ('S', 'E', 'I', 'R'))
277 plt.xlabel('jours')
278 plt.show()
```


Annexe 5

Code Python

```
280  ##RESOLUTION DU SDNL POUR MODELE SEI MOUSTIQUES
281  beta = 0.17
282  gamma = 0
283  alpha = 1/(3.5)
284  nu = 1/(14)
285  mu = 0.10375
286  dt = 0.001
287  N_t = int(50/dt)
288  t = np.arange(0,50,dt)  #np.arange(a,b,dt)
289
290  #CONDITIONS INITIALES
291  S = zeros(N_t)
292  E = zeros(N_t)
293  I = zeros(N_t)
294  R = zeros(N_t)
295  N = S + E + I + R
296  S[0] = 10/17  #=250/850
297  E[0] = 2/17  #=100/850
298  I[0] = 5/17  #=500/850
299  R[0] = 0
300
301  for n in range(N_t-1):
302      S[n+1] = S[n] - dt*beta*S[n]*I[n] + dt*mu*N[n] - dt*nu*S[n]
303      E[n+1] = E[n] + dt*beta*S[n]*I[n] - dt*alpha*E[n] - dt*nu*E[n]
304      I[n+1] = I[n] + dt*alpha*E[n] - dt*gamma*I[n] - dt*nu*I[n]
305      R[n+1] = R[n] + dt*gamma*I[n] - dt*nu*R[n]
306
307
308  fig = plt.figure()
309  l1, l2, l3, l4 = plt.plot(t, S, t, E, t, I, t, R)
310  fig.legend((l1, l2, l3,l4), ('S','E', 'I', 'R'))
311  plt.xlabel('jours')
312  plt.show()
```