

Sessie 4: Bandpass en nulling filters

Inleiding

De onderstaande opdrachten dienen te worden gemaakt in koppels van twee personen. De antwoorden op de opgaven dienen te worden ingeleverd in PDF-formaat. Inleveren kan door het PDF-bestand te mailen naar *practicumSenS@gmail.com*.

Vergeet niet om in je uitwerking de gebruikte Matlab broncode toe te voegen en grafieken te voorzien van labels. Leg ook duidelijk uit hoe je aan je verkregen antwoorden komt.

Let op: de deadline voor een practicum is altijd het begin van de eerstvolgende practicumsessie. Voor iedere dag dat een verslag te laat ingeleverd is zal een halve punt aftrek worden gerekend.

Opgaven

1. Nulling filters zijn filters die een bepaalde frequentiecomponent compleet elimineren. Als de gewenste nulling frequentie gelijk is aan $\hat{\omega} = 0$ of $\hat{\omega} = \pi$ dan kan het filter als een tweepunts FIR-filter gemaakt worden. Het eenvoudigste nulling filter voor een willekeurige frequentie kan met slechts drie filtercoëfficiënten gemaakt worden. Als $\hat{\omega}_n$ de gewenste nulling frequentie is dan kan er een nulling filter gemaakt worden met het volgende FIR filter:

$$y[n] = x[n] - 2 \cos(\hat{\omega}_n)x[n-1] + x[n-2]$$

Dit filter heeft een nulpunt in de frequentierespons op $\hat{\omega} = \hat{\omega}_n$. Een filter dat een signaal van de vorm $Ae^{j0.5\pi n}$ wegfilt heeft dan de volgende vorm:

$$\begin{aligned} b_0 &= 1 \\ b_1 &= -2 \cos(0.5\pi) = 0 \\ b_2 &= 1 \end{aligned}$$

- 1.1. Ontwerp een filter dat bestaat uit de cascade van twee nulling filters. Het filter moet frequenties van $\hat{\omega} = 0.44\pi$ en $\hat{\omega} = 0.7\pi$ wegfiltren. Geef de filtercoëfficiënten voor het totale systeem. Gebruik `freqz` om het frequentie respons te bepalen, en maak een plot van de gain van het filter.
- 1.2. Genereer een invoersignaal $x[n]$ dat bestaat uit drie sinusoiden met behulp van Matlab:

$$x[n] = 5 \cos(0.3\pi n) + 22 \cos(0.44\pi n - \frac{\pi}{3}) + 22 \cos(0.7\pi n - \frac{\pi}{4})$$

Maak het signaal 150 samples lang en gebruik het domein $0 \leq n \leq 149$.

- 1.3. Gebruik `conv` om $x[n]$ te filteren met het ontworpen nulling filter van opgave 1.1 en maak een plot van het gefilterde signaal voor de eerste 40 samples. Geef ook een formule waarmee het gefilterde signaal (met $n \geq 5$) geproduceerd kan worden.
 - 1.4. Leg uit waarom je voor de punten aan het begin van het gefilterde signaal andere waarden krijgt in vergelijking met de in de vorige opgave bepaalde formule.
2. Het L-point averaging filter is een lowpass filter. De passband van dit filter wordt bepaald door L. Het is ook mogelijk om een filter te maken waarbij de passband gecentreerd is om een frequentie die anders is dan nul. Een manier om dit te doen is met een FIR filter met de volgende impulsrespons:

$$h[n] = \frac{2}{L} \cos(\hat{\omega}_c n), \quad 0 \leq n \leq L$$

Hierbij is L de filterlengte en $\hat{\omega}_c$ de frequentie van het middelpunt van de passband. De bandbreedte van het bandpass filter wordt bepaald door L. Een hogere waarde van L versmalt de passband.

- 2.1. Genereer een bandpass filter dat een frequentiecomponent op $\hat{\omega} = 0.44\pi$ doorlaat. Maak L gelijk aan 10. Maak een plot van de gain van dit filter, en meet de sterkte van het filter op de frequenties $\hat{\omega} = 0.3\pi$, $\hat{\omega} = 0.44\pi$ en $\hat{\omega} = 0.7\pi$.
- 2.2. De passband van het filter wordt bepaald door het gebied van de frequentierespons waar $H(e^{j\hat{\omega}})$ dicht bij zijn maximumwaarde zit. Als het maximum aangeduid wordt met H_{max} dan is de breedte van de passband gelijk aan de lengte van het gebied waar de verhouding $H(e^{j\hat{\omega}})/H_{max}$ groter is dan $1/\sqrt{2} = 0.707$. Gebruik de Matlab functie `find` om de breedte van de passband te bepalen. Doe dit voor filters met lengte $L = 10$, $L = 20$ en $L = 40$ en beschrijf het verschil in breedte van de passband.
- 2.3. Ontwerp een passband filter dat de frequentie $\hat{\omega} = 0.44\pi$ doorlaat, maar maak de lengte L lang genoeg zodat het filter de frequenties $\hat{\omega} = 0.3\pi$ en $\hat{\omega} = 0.7\pi$ sterk vermindert. Bepaal vervolgens de kleinste waarde voor L waarvoor het volgende geldt:
 - Elke frequentiecomponent met $|\hat{\omega}| \leq 0.3\pi$ wordt een factor 10 verzwakt
 - Elke frequentiecomponent met $0.7\pi \leq |\hat{\omega}| \leq \pi$ wordt met een factor 10 verzwakt
- 2.4. Gebruik het filter op het signaal van opgave 1.2. Maak een plot van de eerste 100 punten van de invoer- en uitvoersignalen en leg uit hoe het komt dat twee van de drie frequentiecomponenten nu afgezwakt zijn.