

Medición con Elementos Finitos

“Ensayo de fatiga de Asfalto”

PAPPALARDO, Leonardo
RONCONI, Jorge E.

12 de marzo de 2020

1. Introducción

En el siguiente informe se muestra una reproducción del trabajo "Life cycle analysis of pavement overlays made with Engineered Cementitious Composites", publicado en el año 2013, por Qian, Li, Zhang, Keoleian, donde analizan la vida útil de la rehabilitación de caminos de hormigón con asfalto.

En ese trabajo, se estudio el uso de hormigón dúctil para suprimir esta fractura frágil en la base de la capa superior debido a la grieta/junta existente en la sub-base. Por lo tanto, se puede esperar una mejora del rendimiento a largo plazo de los pavimentos. Se presento y estudio la viabilidad de este concepto a través de la integración del comportamiento de la fatiga por flexión y el análisis por elementos finitos para el pavimento revestido.

En la figura 1 se muestra el mallado y las condiciones de carga de la probeta (1(a)), y un croquis del modelo (1(b)); en el mismo se observa que se empotra una de las bases (Superficie inferior del Volumen 4) y se tracciona desde la otra base.

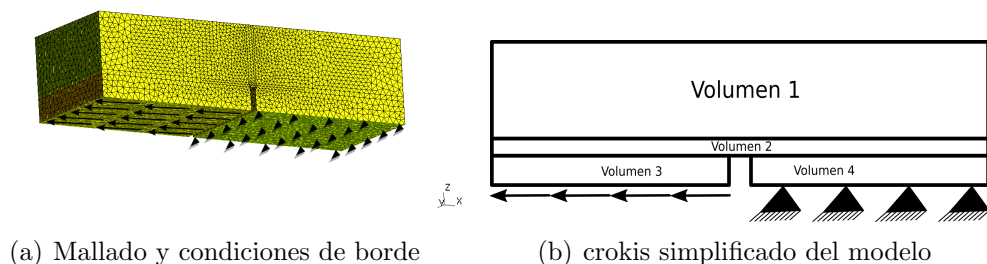


Figura 1: Modelo

Se ensallaran dos situaciones:

- Simualcion 1: para la primera prueba, se ensaya un material homogéneo, es decir, todos los volúmenes del van a contener las mismas propiedades, imitando el ensayo original, donde era una probeta de hormigón solamente.
- Simualcion 2: como segundo ensayo, y como propuesta nuestra, se realizara el modelo utilizando un material con distinta elasticidad como intercapa (Figura 1(b): volumen 2), el cual

podría ser un tipo de geo-textil, el cual buscara reducir las tensiones de tracción en el hormigón del volumen 1, de esta forma evitar la fisuración y aumentar su vida útil.

Se propone a este ultimo 2 alternativas, un material mas rígido y uno mas elástico

Por falta de mayor precision en la información, se utilizara valores medios, propuestos por los reglamentaciones vigentes

2. Formulaci3n variacional

Las ecuaciones que gobiernan las deformaciones elásticas pequeñas de un cuerpo pueden ser escritas como se muestra en la expresi3n 1:

$$-\nabla \cdot \sigma = f \quad \text{en } \Omega \quad (1a)$$

$$\sigma = \lambda \cdot \text{tr}(\epsilon) \cdot I + 2 \cdot \mu \cdot \epsilon \quad \text{en } \Omega \quad (1b)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2} \cdot (\nabla u + (\nabla u)^t) \quad \text{en } \Omega \quad (1c)$$

Donde:

- σ : es el tensor de tensiones
- f : es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen.
- λ, μ : son los parámetros de elasticidad de Lamé del material en Ω .
- I : es el tensor identidad.
- tr : es el operador traza de un tensor
- ϵ : es el tensor de deformaci3n unitaria simétrico (gradiente simétrico)
- u : es el campo vectorial de desplazamientos.

Cuando hablamos de una integraci3n en el tiempo, ya que este modelo es un ensayo elasto-dinámico, en lugar de usar la expresi3n 1a, se usa la 3, donde se plantea el equilibrio del momento lineal.

$$\nabla \cdot \sigma + \rho b = \rho \ddot{u} \quad (2)$$

En donde u es el campo vectorial de desplazamiento, \ddot{u} es la aceleraci3n, ρ la densidad del material, b una fuerza en la masa.

Si combinamos 1b y 1c, se obtiene:

$$\sigma = \lambda(\nabla \cdot u)I + \mu(\nabla u + (\nabla u)^t) \quad (3)$$

Las ecuaciones 1 pueden ser fácilmente transformadas en un único vector de EPD para u , el cual es la PDE para el u desconocido (Ecuaci3n de Navier). Sin embargo, en la derivaci3n de la formulaci3n variacional, es conveniente mantener las ecuaciones separadas.

La forma débil se obtiene fácilmente integrando por partes la ecuación de equilibrio mediante una función de prueba $v \in V$ siendo V un espacio de función adecuado que satisface las condiciones límite de desplazamiento:

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u} \cdot v \, dx + \int_{\Omega} \sigma(u) : \epsilon(v) \, dx = \int_{\Omega} \rho b \cdot v \, dx + \int_{\delta\Omega} (\sigma \cdot n) \cdot v \, ds \quad \forall v \in V \quad (4)$$

Se pueden introducir términos disipativos a nivel de la ecuación constitutiva si estos mecanismos son bien conocidos, pero con bastante frecuencia no es así. La disipación puede entonces modelarse añadiendo a la ecuación de evolución anterior un término de amortiguación en función de la velocidad \dot{u}

Cuando se sabe poco sobre el origen de la amortiguación en la estructura, una elección popular para la matriz de amortiguación, conocida como amortiguación de Rayleigh, consiste en utilizar una combinación lineal de la matriz de masa y rigidez $[C] = \nu_M [M] + \nu_K [K]$ con dos parámetros positivos ν_M ν_K que se pueden ajustar a las medidas experimentales.

2.1. Discretización del Tiempo

Ahora introducimos una discretización de tiempo del estudio del intervalo $[0; T]$ en incrementos de tiempo $N+1$ $t_0 = 0, t_1, \dots, t_N, t_{N+1} = T$ con $\Delta t = \frac{T}{N}$ que denota el paso de tiempo (supuesto constante). La resolución hará uso del método generalizado- α que puede ser visto como una extensión del ampliamente utilizado método de *Newmark* - β . Como método implícito, es incondicionalmente estable para una elección adecuada de los coeficientes, de modo que se pueden utilizar pasos de tiempo bastante grandes. También ofrece una precisión de segundo orden.

El método consiste en resolver la ecuación de evolución dinámica en un tiempo intermedio entre t_N y t_{N+1} , de la siguiente manera

$$[M](\ddot{u}_{n+1-\alpha_m}) + [C](\dot{u}_{n+1-\alpha_f}) + [K](u_{n+1-\alpha_m}) = F(t_{n+1-\alpha_m}) \quad (5)$$

Con las siguientes aproximaciones:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t(\dot{u}_n) + \frac{\Delta t^2}{2}((1-2\beta)\ddot{u}_n + 2\beta\ddot{u}_{n+1}) \quad \dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t((1-\gamma)\ddot{u}_n + \gamma\ddot{u}_{n+1}) \quad (6)$$

3. Procedimiento

Todo el código del proyecto se encuentra subido a GitHub: https://github.com/driendro/fatiga_asfalto_fem

Se utilizó un script realizado con Python 3, en donde, con la librería **pygmsh** definimos la geometría de la pieza en 3D, a través de una función, lo que nos permite, variar fácilmente los parámetros de la geometría de la probeta. Luego, utilizando el mallado de GMSH, obtenemos un mallado de la superficie y el volumen. Por último, luego de convertir la malla a xml usando **dolfin-convert**, con el fin de que "FEniCS" pueda interpretar los nodos y etiquetas de los diferentes volúmenes y superficies.

3.0.1. Código

El scripts de Python consta de 2 archivos, el primero esta definida la función que diseña la geometría, usando pygmsh, el segundo es el scripts, que desarrolla el calculo en si.

geometria.py Este archivo se divide en las siguientes partes:

1. Defecciones de la geometría de la probeta, tomadas de los parámetros de la función
2. Puntos de que definen la geometría
3. Lineas, bordes, superficies y volúmenes definidos.
4. definimos los valores físicos del volumen y la superficie.
5. creamos la malla y el xml, con la información para FEniCS.

Cabe aclarar que en la zona central, se dimensiona un sector al cual se le puede aumentar la densidad de puntos para un mejor detallado de la información.

calculo.py Este archivo cuenta con la lógica del procesamiento de la simulación:

1. Parámetros dimensionales de la geometría (tamaños y espesores)
2. Compara para no regenerar la malla siempre.
3. Clases que definen las propiedades de los materiales para cada parte de la probeta
4. Parámetros de Elasticidad y coeficiente de Poisson.
5. Clases que definen las funciones de calculo, y por ultimo el calculo por EF.

En el modelo geométrico, se definieron 4 volúmenes (Figura 2(a)) y 2 superficies (bordes) (Figura 2(b)), las cuales tendrán las condiciones de borde para la simulación.

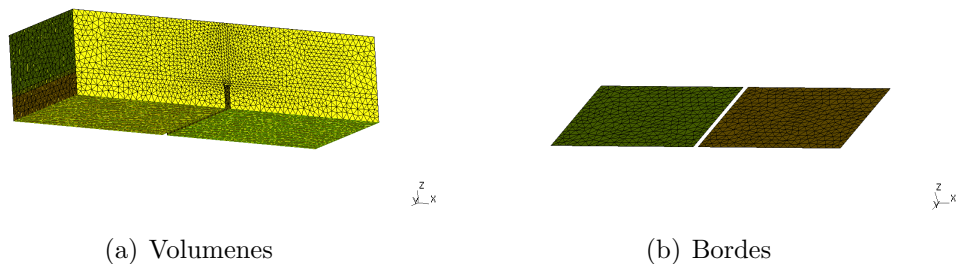


Figura 2: Modelo

3.1. Simulaciones

Para todas las simulaciones las condiciones de borde se mantienen, todas las superficies del modelo se encuentran libres, salvo las mostradas en la figura 2(b), en este caso, el borde de la derecha se encuentra sujeto (*desplazamiento* = 0), y el de la izquierda es cargado con

una fuerza P equivalente al E ($P = E/20000$) del Hormigón (Expresión 7), hacia la derecha, separando las bases inferiores.

$$\begin{cases} p = p \cdot \frac{t}{tc} & 0 < t < tc \\ p = 0 & tc < t < T \end{cases} \quad (7)$$

Donde:

- T: Tiempo relativo del ensayo.
- tc: Tiempo de corte.
- pc: Valor de la fuerza máxima

3.1.1. Simulacion 1

Todo el material es Hormigón, con las siguientes propiedades

$$E = 20000MPa = 20000000 \frac{kn}{m^2} \nu = 0,2 \rho = 24 \frac{kn}{m^3}$$

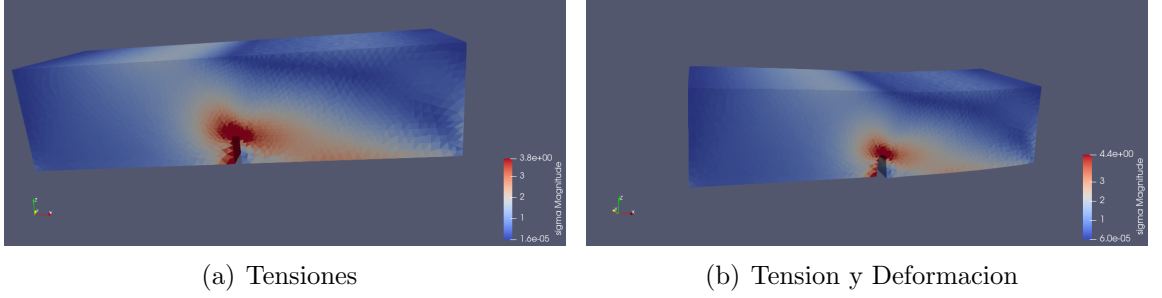


Figura 3: Simulación 1: Todo Hormigón

3.1.2. Simulacion 2-a

Las propiedades de los volúmenes 1, 3 y 4, se mantienen a la de la simulación anterior, solo se pone en el volumen 2 un material mas rígido.

Para el los volúmenes 1,3 y 4

$$E = 20000MPa = 20000000 \frac{kn}{m^2} \nu = 0,2 \rho = 24 \frac{kn}{m^3}$$

Para el volumen 2

$$E = 10000MPa = 10000000 \frac{kn}{m^2} \nu = 0,2 \rho = 10 \frac{kn}{m^3}$$

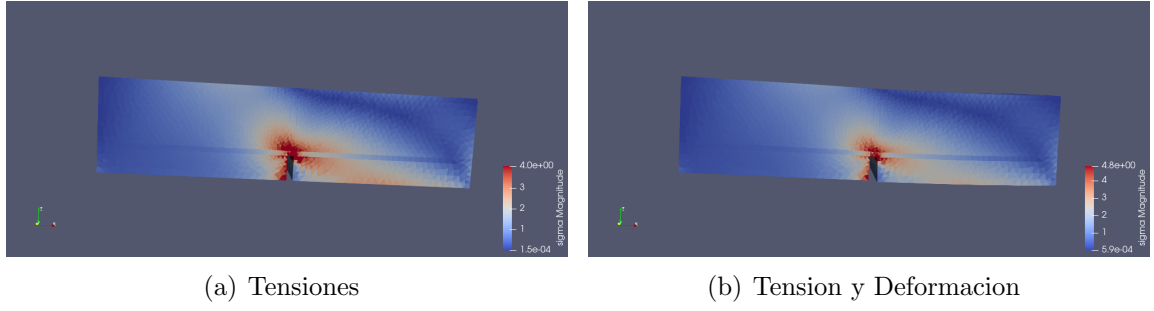


Figura 4: Simulación 2-a: Intercapa rígida

3.2. Simulación 2-b

Las propiedades de los volúmenes 1, 3 y 4, se mantienen a la de la simulación anterior, solo se pone en el volumen 2 un material mas elástico.

Para el los volúmenes 1,3 y 4

$$E = 20000MPa = 20000000 \frac{kn}{m^2} \nu = 0,2 \rho = 24 \frac{kn}{m^3}$$

Para el volumen 2

$$E = 40000MPa = 40000000 \frac{kn}{m^2} \nu = 0,2 \rho = 10 \frac{kn}{m^3}$$

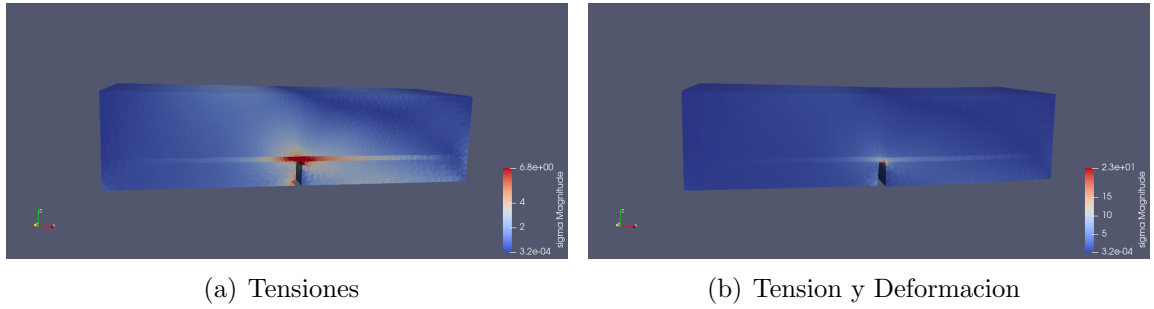


Figura 5: Simulación 2-b: Intercapa elástica

3.3. Conclusiones

Comparando los resultados arrojados por las simulaciones, en los tres casos, existe una elevada concentración de tensiones en el área central, sobre todo cerca de la ranura.

Un resumen se muestra en la Tabla 1.

Simulación	Sigma	Deformación
1	1,5	3,4
2	9,7	3,6
3	17	3,5

Cuadro 1: Valores de la tensión y la deformación en cada simulación

Al intercalar un material con distinta elasticidad se observan mejoras en el comportamiento, desarrollándose menores valores de tensión, en el hormigón, ya que la absorbe el material interno entre las capas.