

Labo Signaalverwerking

Dries Kennes (R0486630)

May 9, 2018

Opdracht 2A: Analyse v.e. actieve filtertrap

Specificatie

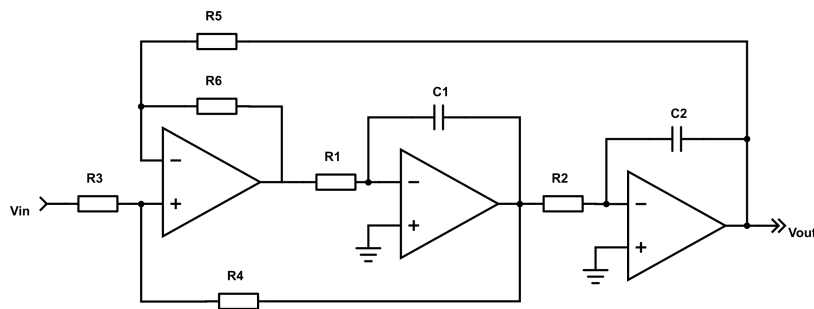


Figure 1: Het schema.

- **Low Pass KHN - Non Inverting** (schema nr 5)
- Filter is een *LDL*
 - $|H(0)| = 6dB$
 - $|H(10kHz)| = -34dB$
 - $Q_p = 4$

Analyse

1. Bepaal de DC- en HF-weergave

DC

Bij DC zijn condensatoren open kring, dus wordt de versterking bepaald door de feedback weerstanden R_4 , R_5 , en R_6 . Dit is dus een vaste versterking. $|H(DC)| = A$.

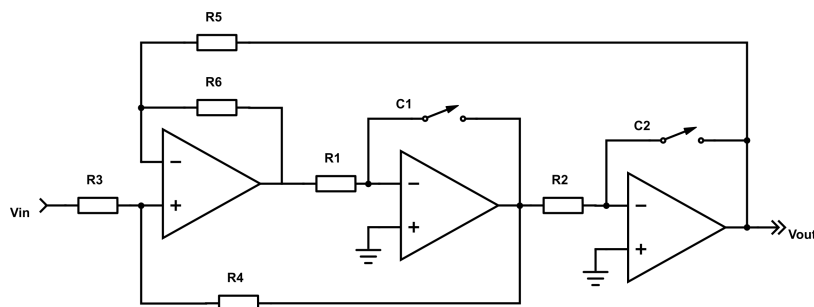


Figure 2: Schema met alle condensatoren open kring.

HF

Bij HF ($f = \infty$) zijn de condensatoren kortsluitingen, dus wordt het signaal volledig onderdrukt door de feedback lussen C_1 en C_2 . $|H(HF)| = -\infty dB$

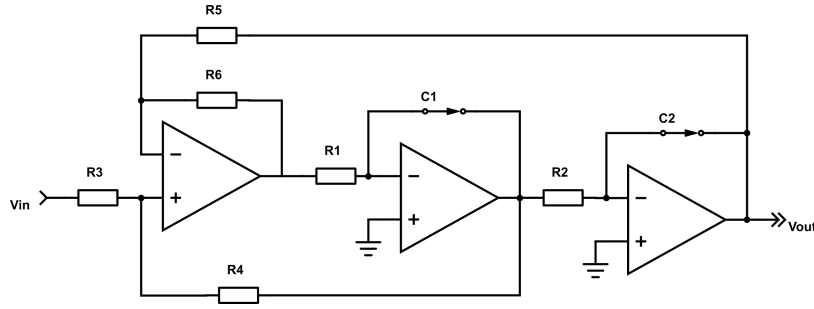


Figure 3: Schema met alle condensatoren kortgesloten.

2. Bepaal de transferfunctie

Ik heb de transfer functie uitgerekend door het schema op te splitsen in twee integrators en de eerste opamp.

De integrators

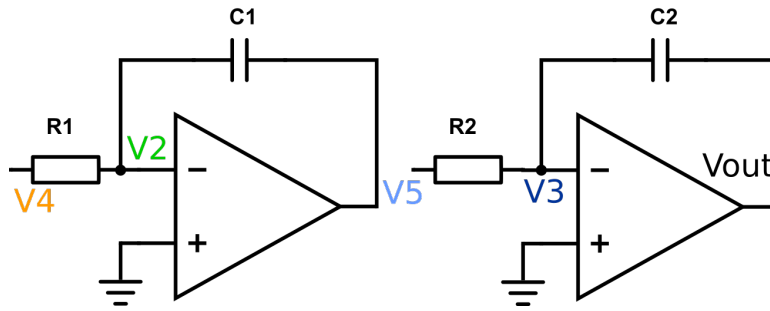


Figure 4: Deel van het schema met de integrators.

De algemene formule voor een integrator is $v_o = \frac{-v_1}{sRC}$. Voor deze twee specifieke gevallen: $v_5 = \frac{-v_4}{sR_1C_1}$ en $v_{out} = \frac{-v_5}{sR_2C_2}$. Gecombineerd: $v_{out} = \frac{v_4}{s^2R_1C_1R_2C_2}$ of $v_4 = s^2R_1R_2C_1C_2v_{out}$

Superpositie

Geval 1: $v_{in}, v_{out} = v_5 = 0$

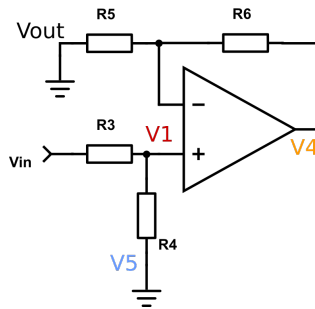


Figure 5: Superpositie schema geval 1

De opamp is nu een niet inverterende versterker. $v_4 = v_1 \cdot (1 + \frac{R_6}{R_5})$ $v_1 = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow v_4 = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot (1 + \frac{R_6}{R_5}) = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5}$

Geval 2: $v_5, v_{out} = v_{in} = 0$

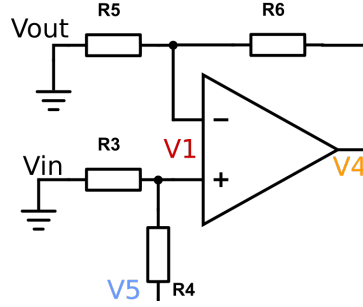


Figure 6: Superpositie schema geval 2

De opamp is nu een niet inverterende versterker.

$$v_4 = v_1 \cdot \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) \quad v_1 = v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \Rightarrow v_4 = v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) = v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5}$$

Geval 3: $v_{out}, v_5 = v_{in} = 0$

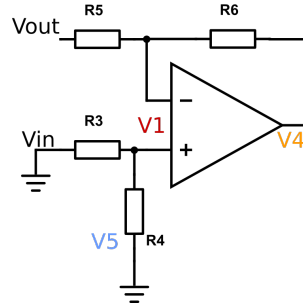


Figure 7: Superpositie schema geval 3

De opamp is nu een inverterende versterker.

$$v_4 = -\frac{R_6}{R_5} \cdot v_{out}$$

Totaal

$$v_4 = \sum v_4 = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{-R_6}{R_5} \cdot v_{out}$$

$$v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} = -v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5} \cdot v_{out} + v_4$$

Vervang in deze formule v_5 en v_4 door de formules van de twee integrators:

$$v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} = v_{out} \cdot \left(s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5} + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 v\right)$$

$$\frac{v_{in}}{v_{out}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} = s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} \cdot \frac{1}{s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5}}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} \cdot \frac{1}{\frac{R_6}{R_5} \cdot \left(s^2 \cdot \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 R_5}{R_6} + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_6} + 1\right)}$$

Het resultaat: $H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_6} \cdot \frac{1}{s^2 \cdot \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 R_5}{R_6} + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_6} + 1}$

3. Vergelijk transfer functie met de algemene

Algemene vorm LDL filter: $H(s) = K \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$

- $K = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_5 + R_6}{R_6}$
- $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 R_5}{R_6}$
- $\frac{1}{Q \omega_n} = C_2 R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_3} \cdot \frac{R_5 + R_6}{R_6}$

4. Pole-zero plot

- Geen zeros
- Wel polen, namelijk:

$$\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{s}{Q\omega_n} + 1 = 0$$

$$\frac{s^2}{(2000\pi)^2} + \frac{s}{4 \cdot 2000\pi} + 1 = 0$$

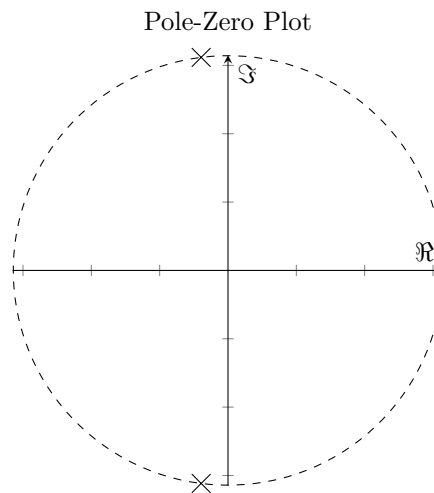
$$\frac{s^2}{(2000\pi)^2} + \frac{s}{8000\pi} + 1 = 0$$

2 complexe polen:

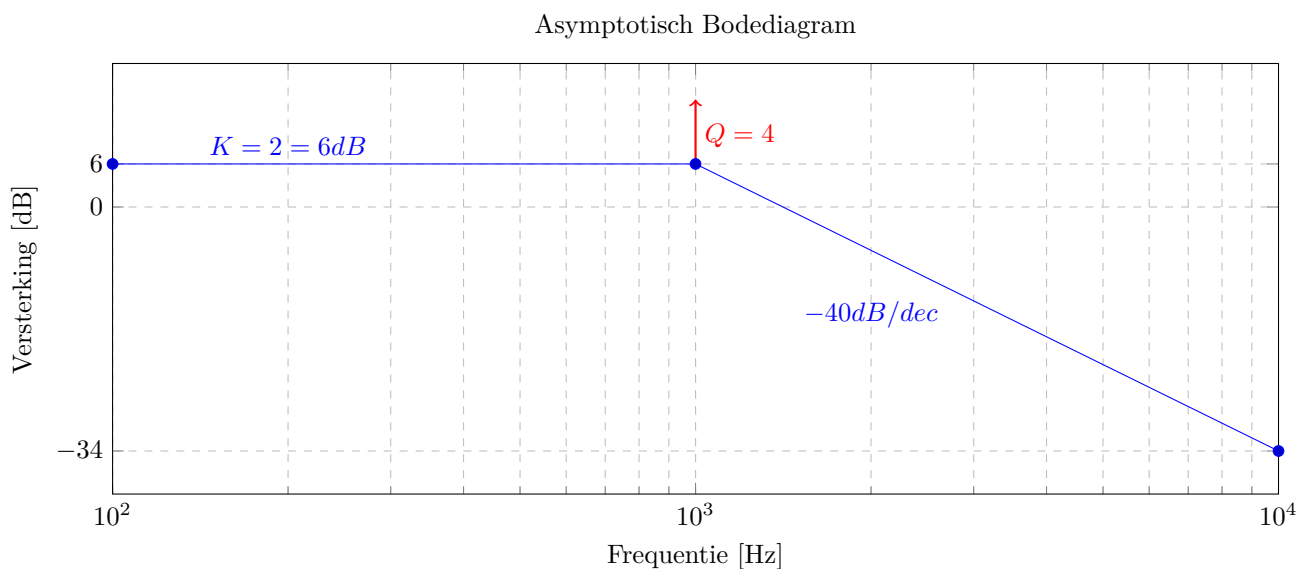
$$250\pi(-1 + 3\sqrt{7}i) \text{ en } 250\pi(-1 - 3\sqrt{7}i)$$

of ongeveer

$$-785 + 6234i = 6283\angle 97^\circ \text{ en } -785 - 6234i = 6283\angle -97^\circ$$



5. Frequentiegedrag



De lijn van -40dB/dec , het beginpunt bij 10kHz , -34dB , en het filtertype (LDF) laat toe f_n te berekenen. We moeten 40dB zakken van 6dB to -34dB , dit is dus 1 decade, ofwel $f_n = 1\text{kHz}$.

ToDo: Bespreek ligging polen

5. Tijdsgedrag

ToDo: Dit heel deel

ToDo: Grafiek

ToDo: Bespreek ligging polen

Synthese

Ontwerpvergelijkingen

Kies: $+ C_2 = c^{te} = 1$ Kies C_2 omdat van C_1 makkelijker een ontwerpvergelijking te vinden is. $+ R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_6$ R_5 variabel omdat die enkel in tellers zit. Dit maakt ontwerpvergelijkingen makkelijker.

De transfer functie wordt dan:

$$H(s) = \frac{R+R_5}{2R} \cdot \frac{1}{s^2 RC_1 C_2 R_5 + s \cdot (R+R_5) \cdot \frac{C_2}{2} + 1}$$

Met de vergelijkingen van uit de transfer functie: $+ K = \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot \frac{R_5+R_6}{R_6} + \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 R_5}{R_6} + \frac{1}{Q \omega_n} = C_2 R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4+R_3} \cdot \frac{R_5+R_6}{R_6}$

Geeft:

- $K = \frac{R}{2R} \cdot \frac{R_5+R}{R} = \frac{R_5+R}{2R} \Rightarrow R_5 + R = 2KR \Rightarrow R_5 = R(2K - 1)$
- $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_1 C_2 R^2 R_5}{R} = C_1 C_2 R R_5 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_n^2 C_2 R_5 R}$
- $\frac{1}{Q \omega_n} = C_2 R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4+R_3} \cdot \frac{R_5+R_6}{R_6} = C_2 R \cdot \frac{R}{2R} \cdot \frac{R_5+R}{R} = \frac{C_2(R_5+R)}{2} \Rightarrow Q = \frac{2}{\omega_n C_2 2KR} \Rightarrow R = \frac{1}{Q \omega_n C_2 K}$

De ontwerpvergelijkingen:

- $R = \frac{1}{Q \omega_n C_2 K}$
- $R_5 = R(2K - 1)$
- $C_1 = \frac{1}{\omega_n^2 C_2 R_5 R}$

Impedantieschaling

Waarden zonder impedantieschaling:

- $R = 0.0000198943... \Omega$
- $R_5 = 0.0000596831... \Omega$
- $C_1 = 21.33... F$
- $C_2 = 1 F$

Met schalingsfactor 10^9 :

- $R = R * ISF = 19894.36... = 19.89 k\Omega$
- $R_5 = R_5 * ISF = 59683.10... = 59.68 k\Omega$
- $C_1 = \frac{C_1}{ISF} = 0.000000021333... = 21.33 nF$
- $C_2 = \frac{C_2}{ISF} = 0.000000001 = 1 nF$

Simulatie op basis van de transferfunctie

Mathlab code

% Zonder tekenen van figuren

```
fn = 1000 % 1kHz
K = 2 % 6dB
Q = 4
```

```
wn = 2*pi*fn
```

```
H_N = K * [0 0 1]
```

```

H_D = [1/wn^2 1/(Q*wn) 1]

H = tf(H_N, H_D) % H_N / H_D

C2 = 1
R=1/(C2*K*Q*wn)
R5=R*(2*K-1)
C1=1/(wn^2*C2*R5*R)

ISF= 10^9
C1 = C1/ISF
C2 = C2/ISF
R = R*ISF
R5 = R5*ISF

% CHECK 1: fn and Qz (specification vs components)

Kc = (R+R5)/(2*R)
wnc = 1/sqrt(C1*C2*R*R5)
fnc = wnc/(2*pi)
Qc = 2/(C2*wn*(R5+R))

% CHECK 2: transfer function (specification vs components)
%      s^2      s^1      s^0
H_Nc = ((R5+R)/(2*R)) * [0 0 1]
H_Dc = [C1*C2*R*R5 C2*(R5+R)/2 1]

Hc = tf(H_Nc, H_Dc)

Output:

fn = 1000
K = 2
Q = 4
wn = 6.2832e+03
H_N = 0 0 2
H_D = 0.0000 0.0000 1.0000
H =
      2
-----
2.533e-08 s^2 + 3.979e-05 s + 1

Continuous-time transfer function.

C2 = 1
R = 1.9894e-05
R5 = 5.9683e-05
C1 = 21.3333

ISF = 1.0000e+09
C1 = 2.1333e-08
C2 = 1.0000e-09
R = 1.9894e+04
R5 = 5.9683e+04

Kc = 2
wnc = 6.2832e+03
fnc = 1.0000e+03
Qc = 4

H_Nc = 0 0 2
H_Dc = 0.0000 0.0000 1.0000

```

$H_c =$

$$\frac{2}{2.533e-08 s^2 + 3.979e-05 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

Pole Zero plot

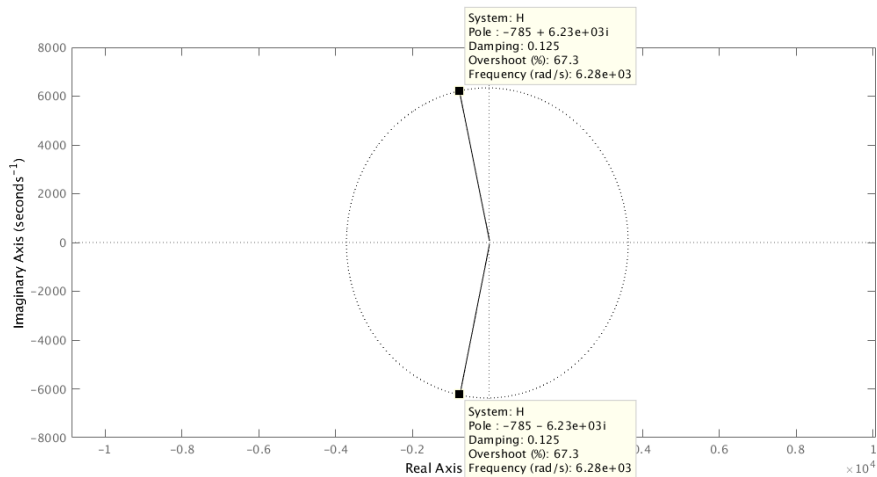


Figure 8: Pole zero plot

Bode plot

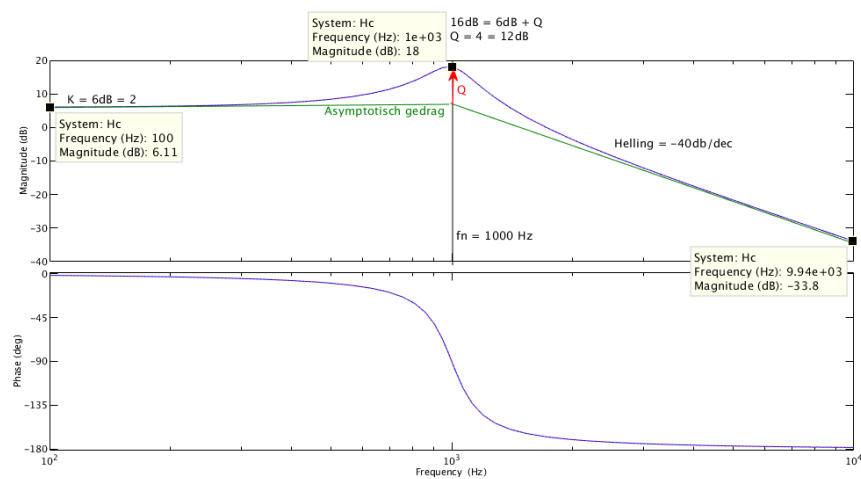


Figure 9: Bode Plot

Door de dubbele pool is er maar 1 knik in de (anymptotische) grafiek, daar gaat de helling van 0 naar $-40dB/dec$.

Stapresponsie

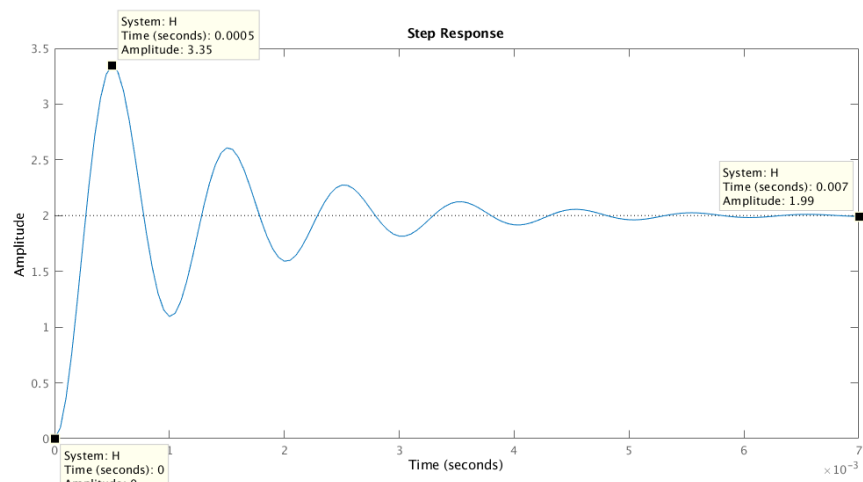


Figure 10: Stapresponsie