

# Labo Signaalverwerking

Dries Kennes (R0486630)

May 9, 2018

## Opdracht 2A: Analyse v.e. actieve filtertrap

### Specificatie

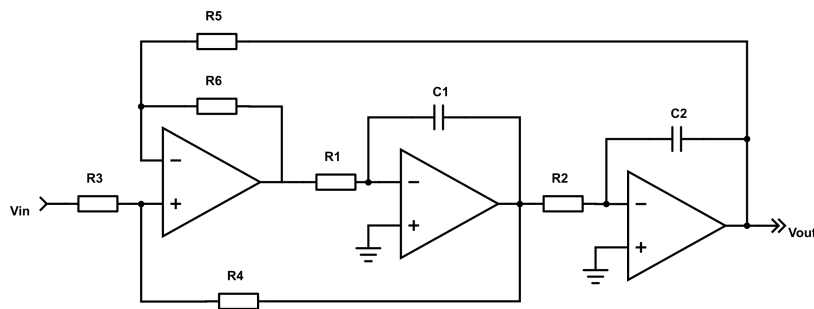


Figure 1: Het schema.

- **Low Pass KHN - Non Inverting** (schema nr 5)
- Filter is een *LDL*
  - $|H(0)| = 6dB$
  - $|H(10kHz)| = -34dB$
  - $Q_p = 4$

### Analyse

#### 1. Bepaal de DC- en HF-weergave

##### DC

Bij DC zijn condensatoren open kring, dus wordt de versterking bepaald door de feedback weerstanden  $R_4$ ,  $R_5$ , en  $R_6$ . Dit is dus een vaste versterking.  $|H(DC)| = A$ .

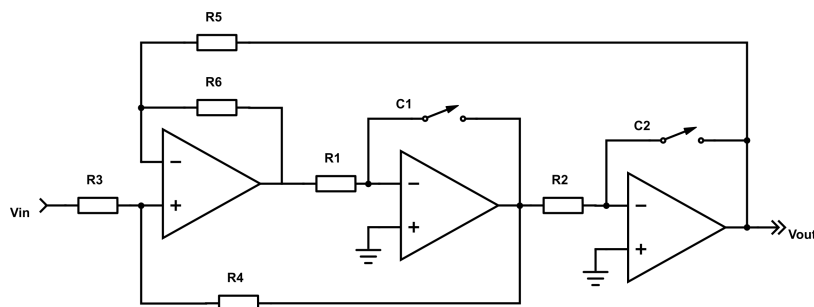


Figure 2: Schema met alle condensatoren open kring.

## HF

Bij HF ( $f = \infty$ ) zijn de condensatoren kortsluitingen, dus wordt het signaal volledig onderdrukt door de feedback lussen  $C_1$  en  $C_2$ .  $|H(HF)| = -\infty dB$

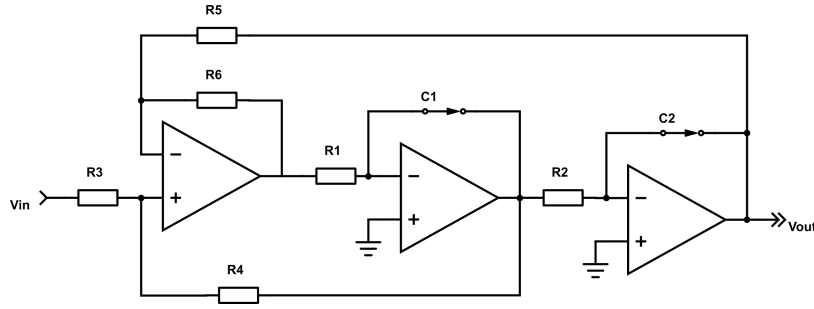


Figure 3: Schema met alle condensatoren kortgesloten.

## 2. Bepaal de transferfunctie

Ik heb de transfer functie uitgerekend door het schema op te splitsen in twee integrators en de eerste opamp.

### De integrators

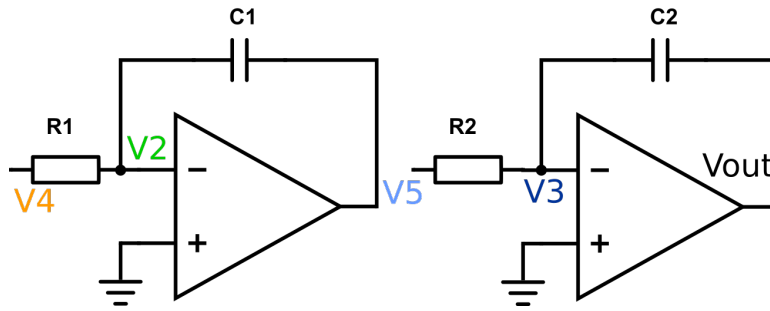


Figure 4: Deel van het schema met de integrators.

De algemene formule voor een integrator is  $v_o = \frac{-v_1}{sRC}$ . Voor deze twee specifieke gevallen:  $v_5 = \frac{-v_4}{sR_1C_1}$  en  $v_{out} = \frac{-v_5}{sR_2C_2}$ . Gecombineerd:  $v_{out} = \frac{v_4}{s^2R_1C_1R_2C_2}$  of  $v_4 = s^2R_1R_2C_1C_2v_{out}$

### Superpositie

**Geval 1:**  $v_{in}, v_{out} = v_5 = 0$

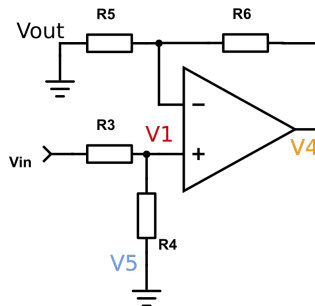


Figure 5: Superpositie schema geval 1

De opamp is nu een niet inverterende versterker.  $v_4 = v_1 \cdot (1 + \frac{R_6}{R_5})$   $v_1 = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow v_4 = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot (1 + \frac{R_6}{R_5}) = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5}$

**Geval 2:**  $v_5, v_{out} = v_{in} = 0$

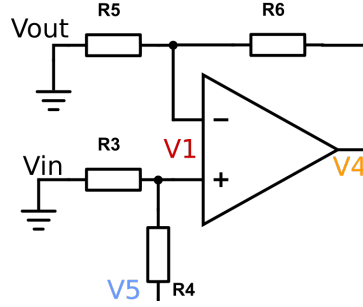


Figure 6: Superpositie schema geval 2

De opamp is nu een niet inverterende versterker.

$$v_4 = v_1 \cdot \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) \quad v_1 = v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \Rightarrow v_4 = v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) = v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5}$$

**Geval 3:**  $v_{out}, v_5 = v_{in} = 0$

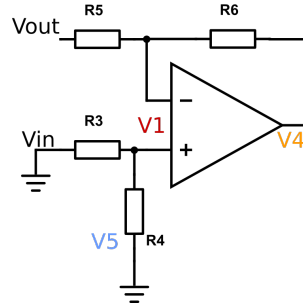


Figure 7: Superpositie schema geval 3

De opamp is nu een inverterende versterker.

$$v_4 = -\frac{R_6}{R_5} \cdot v_{out}$$

**Totaal**

$$v_4 = \sum v_4 = v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{-R_6}{R_5} \cdot v_{out}$$

$$v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} = -v_5 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5} \cdot v_{out} + v_4$$

Vervang in deze formule  $v_5$  en  $v_4$  door de formules van de twee integrators:

$$v_{in} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} = v_{out} \cdot \left(s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5} + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 v\right)$$

$$\frac{v_{in}}{v_{out}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} = s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} \cdot \frac{1}{s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} + \frac{R_6}{R_5}}$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_5} \cdot \frac{1}{\frac{R_6}{R_5} \cdot \left(s^2 \cdot \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 R_5}{R_6} + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_6} + 1\right)}$$

**Het resultaat:**  $H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_6} \cdot \frac{1}{s^2 \cdot \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 R_5}{R_6} + s R_2 C_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_6 + R_5}{R_6} + 1}$

### 3. Vergelijk transfer functie met de algemene

Algemene vorm LDL filter:  $H(s) = K \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + \frac{1}{Q} \cdot \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}$

- $K = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_5 + R_6}{R_6}$
- $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 R_5}{R_6}$
- $\frac{1}{Q \omega_n} = C_2 R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_3} \cdot \frac{R_5 + R_6}{R_6}$

#### 4. Pole-zero plot

- Geen zeros
- Wel polen, namelijk:

$$\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{s}{Q\omega_n} + 1 = 0$$

$$\frac{s^2}{(2000\pi)^2} + \frac{s}{4 \cdot 2000\pi} + 1 = 0$$

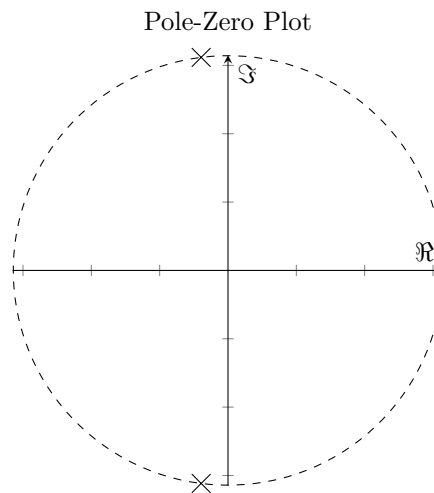
$$\frac{s^2}{(2000\pi)^2} + \frac{s}{8000\pi} + 1 = 0$$

2 complexe polen:

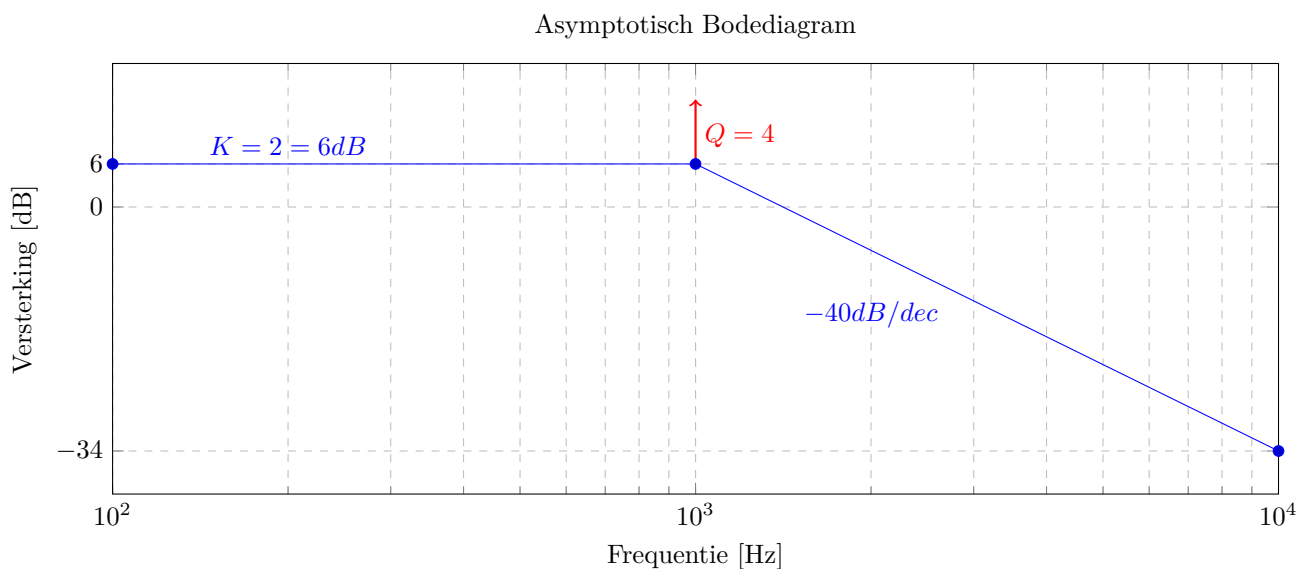
$$250\pi(-1 + 3\sqrt{7}i) \text{ en } 250\pi(-1 - 3\sqrt{7}i)$$

of ongeveer

$$-785 + 6234i = 6283\angle 97^\circ \text{ en } -785 - 6234i = 6283\angle -97^\circ$$



#### 5. Frequentiegedrag



De lijn van  $-40\text{dB/dec}$ , het beginpunt bij  $10\text{kHz}$ ,  $-34\text{dB}$ , en het filtertype (LDF) laat toe  $f_n$  te berekenen. We moeten  $40\text{dB}$  zakken van  $6\text{dB}$  to  $-34\text{dB}$ , dit is dus 1 decade, ofwel  $f_n = 1\text{kHz}$ .

ToDo: Bespreek ligging polen

## 5. Tijdsgedrag

ToDo: Dit heel deel

ToDo: Grafiek

ToDo: Bespreek ligging polen

## Synthese

### Ontwerpvergelijkingen

Kies:  $+ C_2 = c^{te} = 1$  Kies  $C_2$  omdat van  $C_1$  makkelijker een ontwerpvergelijking te vinden is.  $+ R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_6$   $R_5$  variabel omdat die enkel in tellers zit. Dit maakt ontwerpvergelijkingen makkelijker.

De transfer functie wordt dan:

$$H(s) = \frac{R+R_5}{2R} \cdot \frac{1}{s^2 R C_1 C_2 R_5 + s \cdot (R+R_5) \cdot \frac{C_2}{2} + 1}$$

Met de vergelijkingen van uit de transfer functie:  $+ K = \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot \frac{R_5+R_6}{R_6} + \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 R_5}{R_6} + \frac{1}{Q \omega_n} = C_2 R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4+R_3} \cdot \frac{R_5+R_6}{R_6}$

Geeft:

- $K = \frac{R}{2R} \cdot \frac{R_5+R}{R} = \frac{R_5+R}{2R} \Rightarrow R_5 + R = 2KR \Rightarrow R_5 = R(2K - 1)$
- $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_1 C_2 R^2 R_5}{R} = C_1 C_2 R R_5 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_n^2 C_2 R_5 R}$
- $\frac{1}{Q \omega_n} = C_2 R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4+R_3} \cdot \frac{R_5+R_6}{R_6} = C_2 R \cdot \frac{R}{2R} \cdot \frac{R_5+R}{R} = \frac{C_2(R_5+R)}{2} \Rightarrow Q = \frac{2}{\omega_n C_2 2KR} \Rightarrow R = \frac{1}{Q \omega_n C_2 K}$

De ontwerpvergelijkingen:

- $R = \frac{1}{Q \omega_n C_2 K}$
- $R_5 = R(2K - 1)$
- $C_1 = \frac{1}{\omega_n^2 C_2 R_5 R}$

### Impedantieschaling

Waarden zonder impedantieschaling:

- $R = 0.0000198943... \Omega$
- $R_5 = 0.0000596831... \Omega$
- $C_1 = 21.33... F$
- $C_2 = 1 F$

Met schalingsfactor  $10^9$ :

- $R = R * ISF = 19894.36... = 19.89 k\Omega$
- $R_5 = R_5 * ISF = 59683.10... = 59.68 k\Omega$
- $C_1 = \frac{C_1}{ISF} = 0.000000021333... = 21.33 nF$
- $C_2 = \frac{C_2}{ISF} = 0.000000001 = 1 nF$

## Simulatie op basis van de transferfunctie (Matlab)

### Matlab code

*% Zonder tekenen van figuren*

```
fn = 1000 % 1kHz
K = 2 % 6dB
Q = 4
```

```
wn = 2*pi*fn
```

```
H_N = K * [0 0 1]
```

```

H_D = [1/wn^2 1/(Q*wn) 1]

H = tf(H_N, H_D) % H_N / H_D

C2 = 1
R=1/(C2*K*Q*wn)
R5=R*(2*K-1)
C1=1/(wn^2*C2*R5*R)

ISF= 10^9
C1 = C1/ISF
C2 = C2/ISF
R = R*ISF
R5 = R5*ISF

% CHECK 1: fn and Qz (specification vs components)

Kc = (R+R5)/(2*R)
wnc = 1/sqrt(C1*C2*R*R5)
fnc = wnc/(2*pi)
Qc = 2/(C2*wn*(R5+R))

% CHECK 2: transfer function (specification vs components)
%      s^2      s^1      s^0
H_Nc = ((R5+R)/(2*R)) * [0 0 1]
H_Dc = [C1*C2*R*R5 C2*(R5+R)/2 1]

Hc = tf(H_Nc, H_Dc)

Output:

fn = 1000
K = 2
Q = 4
wn = 6.2832e+03
H_N = 0 0 2
H_D = 0.0000 0.0000 1.0000
H =
      2
-----
2.533e-08 s^2 + 3.979e-05 s + 1

Continuous-time transfer function.

C2 = 1
R = 1.9894e-05
R5 = 5.9683e-05
C1 = 21.3333

ISF = 1.0000e+09
C1 = 2.1333e-08
C2 = 1.0000e-09
R = 1.9894e+04
R5 = 5.9683e+04

Kc = 2
wnc = 6.2832e+03
fnc = 1.0000e+03
Qc = 4

H_Nc = 0 0 2
H_Dc = 0.0000 0.0000 1.0000

```

$H_c =$

$$\frac{2}{2.533e-08 s^2 + 3.979e-05 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

### Pole Zero plot

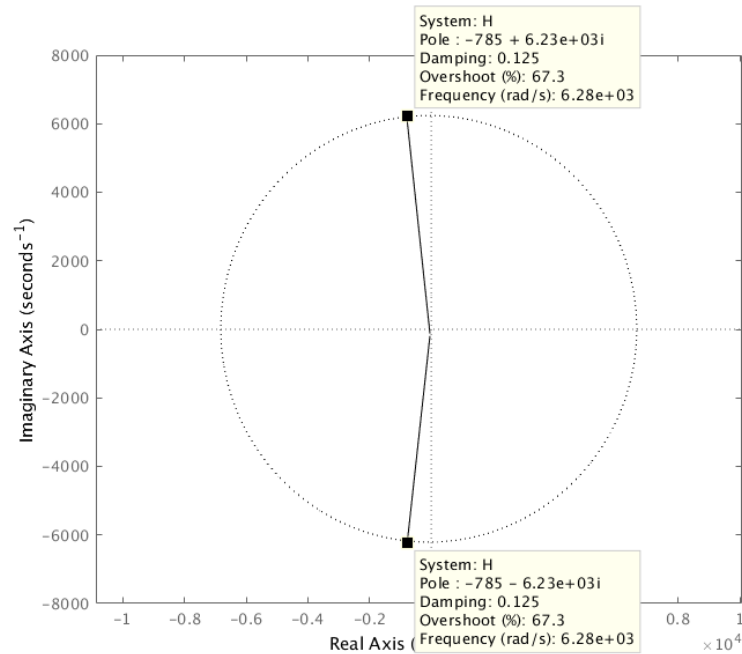


Figure 8: Pole zero plot

Todo: uitleg

### Bode plot

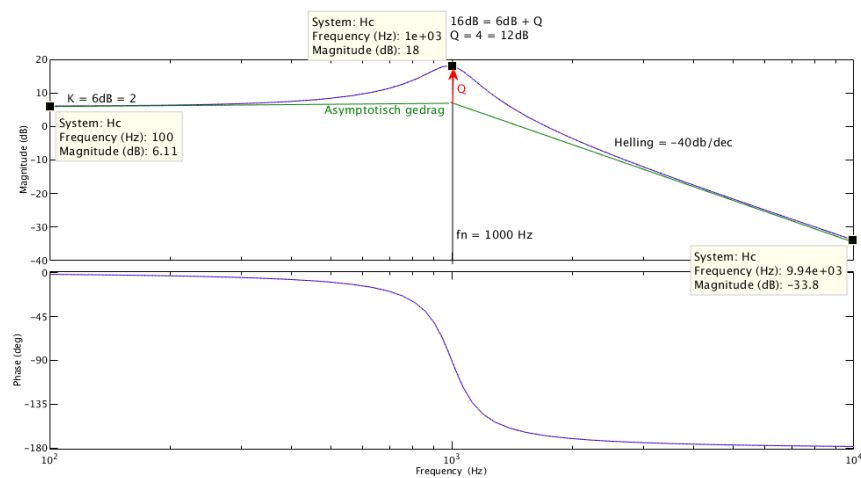


Figure 9: Bode Plot

Door de dubbele pool is er maar 1 knik in de (anymptotische) grafiek, daar gaat de helling van 0 naar  $-40\text{dB/dec}$ .

## Stapresponsie

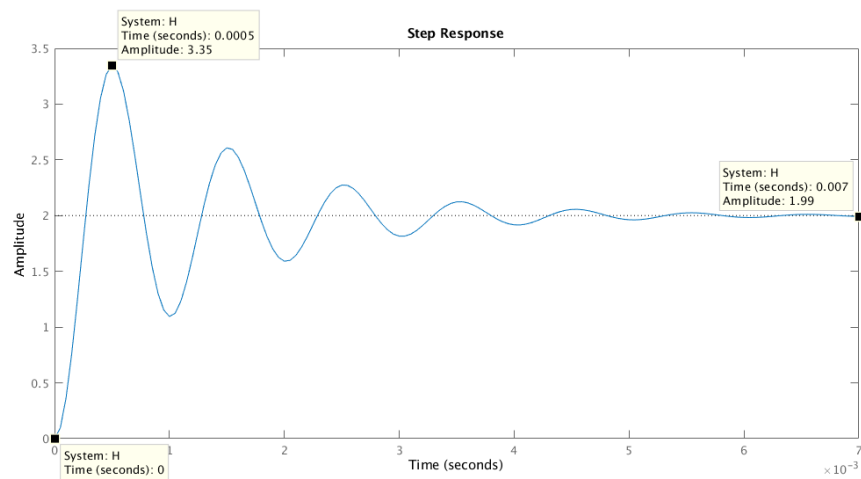


Figure 10: Stapresponsie

Todo: uitleg

## Simulatie op basis van de componenten (SPICE)

### Ideaal

### Bode plot

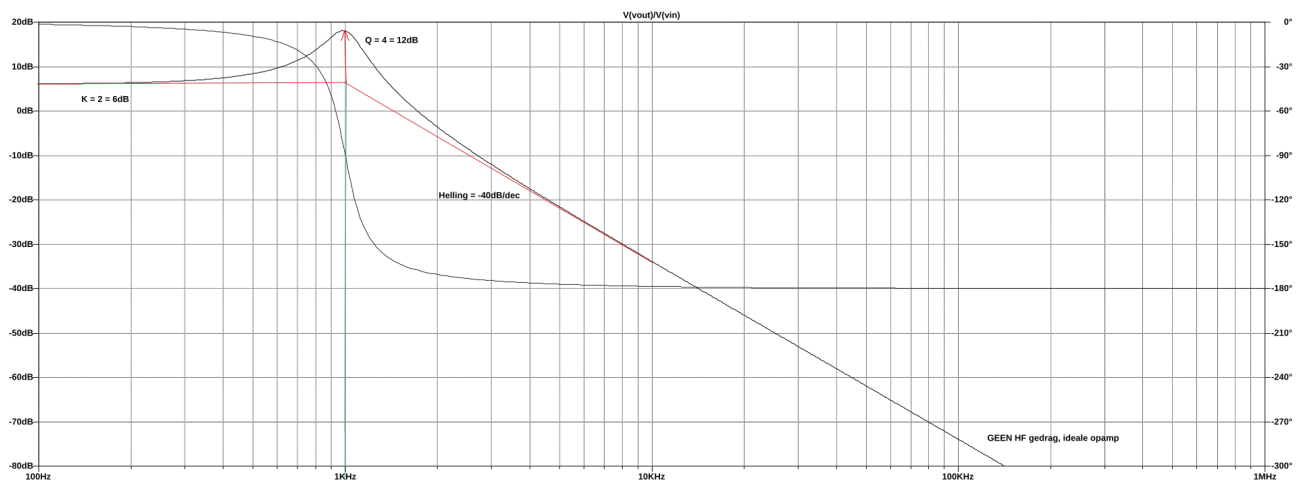


Figure 11: Ideaal Bode Plot

### VCVS

Figure 12: VCVS Bode Plot

tl084



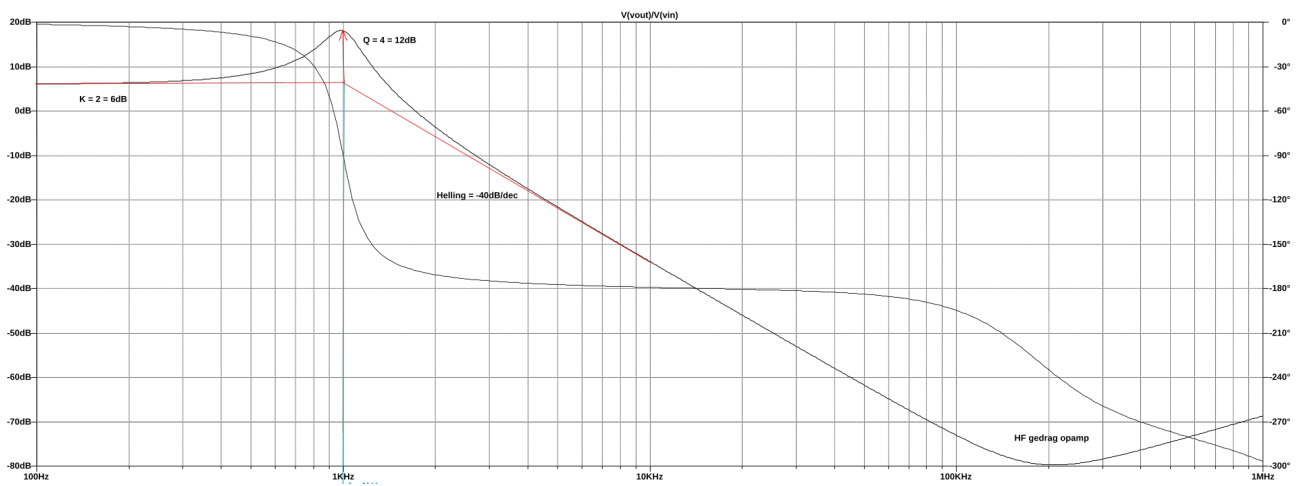


Figure 13: TL084 Bode Plot