Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

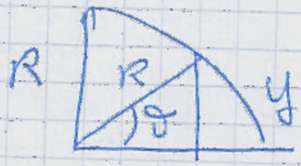
Ingegneria Informatica e Automatica1

13.06.2024-A.A. 2023-2024 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

Soluzioni

N. 1

a) In assenza di attrito l'energia meccanica si conserva tra la cima della cupoletta ed un punto a quota y



$$mgR = \frac{1}{2} m v^2 + mgy \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2g(R-y)}$$

b) Quando gli sci si staccano dalla pista, non c'è reazione normale alla pista definita $\Rightarrow$ Per la direzione radiale:

$$mg\sin\theta - N = m a_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad N = mg\frac{y}{R} - m\,\frac{2g(R-y)}{R} = mg\,\frac{(3y-2R)}{R}$$

dove $\sin\theta = y/R \Rightarrow$

$$N \geq 0 \text{ se } y \geq h = \frac{2}{3}R = 4\ m$$

c) La direzione del vettore velocità è

$$\vec{u}_t = \sin\theta\,\vec{u}_x - \cos\theta\,\vec{u}_y$$

Nel punto di stacco dove $\sin\theta = \frac{h}{R} = 2/3$

$$\vec{u}_t = \frac{h}{R}\vec{u}_x - \sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}\,\vec{u}_y = \frac{2}{3}\vec{u}_x - \frac{\sqrt{5}}{3}\vec{u}_y$$

da cui $\quad v_f = \sqrt{2g(R-h)} = \sqrt{\frac{2}{3}gR} = 0,\ldots 63 \ m/s$

d) $\quad v_{2x} = v_{1x} = \sqrt{\frac{8}{27}gR} = 5.176 \ m/s$

$v_{2y} = \sqrt{v_2^2 - v_{2x}^2} = \sqrt{\frac{46}{27}gR} = 10,014 \ m/s$

Componente verso il basso

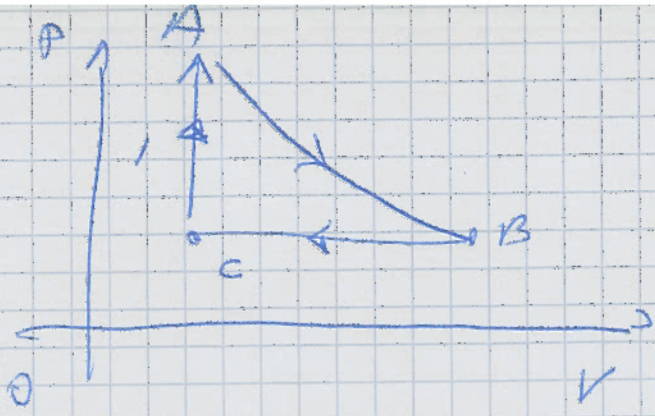
$\vec{v}_2 = v_2 \vec{u}_t = \sqrt{\frac{8}{27}gR}\,\vec{u}_y = 10,014 \ m/s \ \vec{u}_y$

N2 Per l'equilibrio deve annullarsi il momento delle forze.

Il calcolo del momento va fatto rispetto al fulcro

$$m_1 g d - m_2 g (L-d) - Mg\left(\frac{L}{2}-d\right) = 0$$

N,3



a) $T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 366\ K$ $\qquad V_A = 15\ l = 0.015\ m^3$

$A \to B$ $\qquad \Delta U_{AB} = -W_{AB} = n c_v (T_B - T_A)$

$$T_A P_A^{1-\gamma/\gamma} = T_B P_B^{1-\gamma/\gamma} \qquad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} = -\frac{2}{7}$$

$$T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{1-\gamma/\gamma} = 246\ K$$

$$\Delta U_{AB} = -4986\ J$$

$B \to C$ $\qquad P_C = P_B$ $\qquad \Delta U_{BC} = n c_v (T_C - T_B)$

$$Q_{BC} = n c_p (T_C - T_B)$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{P_B V_A}{nR} = 91\ K$$

$$\Delta U_{BC} = -6440\ J$$

$$Q_{BC} = -9016\ J$$

$$W_{BC} = Q_{BC} - \Delta U_{BC} = -2576\ J$$

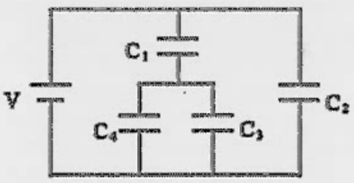
$C \rightarrow A$ $\quad V_C = V_A \quad W_{CA} = 0$

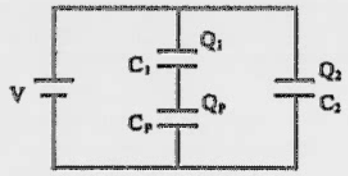
$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} = n c_v (T_A - T_C) = 1166\ J$$

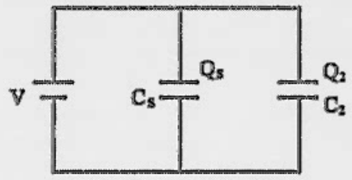
$$Q_{CA} > 0$$

b) $\eta = \dfrac{W}{Q_{ASS}} = \dfrac{W_{AB} + W_{AC}}{Q_{CA}} = 0,21$

N.4. A regime non scorre corrente nei rami dove ci sono i condensatori quindi anche nella resistenza R, quindi la differenza di potenziale ai capi di R è nulla e il circuito può essere così ridisegnato:







da cui si vede che C_2 è a potenziale V e quindi $Q_2 = C_2 V$.

Definendo $C_p = C_4 + C_3$ la capacità equivalente del parallelo tra C_3 e C_4 e $C_s = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p} = \frac{C_1(C_4+C_3)}{C_1+C_4+C_3}$ la capacità equivalente della serie tra C_1 e C_p, si ha:

$$Q_s = Q_p = Q_1 = C_s V = \frac{C_1(C_4 + C_3)}{C_1 + C_4 + C_3} V$$

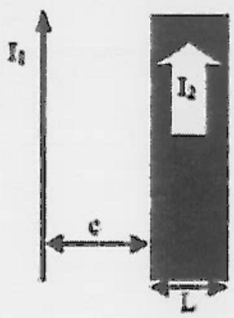
Infine la differenza di potenziale ai capi di C_4 e C_3 è:

$$V_p = \frac{Q_p}{C_p} = \frac{C_1}{C_1 + C_4 + C_3} V$$

Di necessità la carica sui condensatori C_4 e C_3 è:

$$Q_3 = C_3 V_p = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_4 + C_3} V$$
$$Q_4 = C_4 V_p = \frac{C_1 C_4}{C_1 + C_4 + C_3} V$$

N.5



Mettendo l'asse y di un sistema di riferimento cartesiano lungo I_1 il vettore indizione magnetica generato dal filo nel punto P a distanza $c/2$ è:

$$\vec{B}_1\left(\frac{c}{2}\right) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \frac{c}{2}} \otimes$$

Invece il campo B generato dal nastro sempre in P è:

$$\vec{B}_2\left(\frac{c}{2}\right) = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi L} \ln\left(\frac{\frac{c}{2} + L}{\frac{c}{2}}\right) \odot$$

Uguagliando i moduli si ha:

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\frac{c}{2}}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi L}\ln\left(\frac{\frac{c}{2}+L}{\frac{c}{2}}\right)\Rightarrow I_2=\frac{2I_1}{c}\ln\left(\frac{c+2L}{c}\right)$$