Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

04.09.2023-A.A. 2022-2023 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

- **ESERCIZIO –**

Il problema può essere risolto dal punto di vista di un SRI solidale al suolo o dal punto di vista di un SRNI solidale al camion.

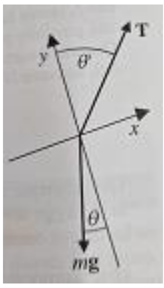
Primo metodo. Rispetto a un SRI solidale al suolo, le forze applicate alla massa puntiforme m sono solo la tensione del filo $\mathbf{T}$ e la forza peso $m\mathbf{g}$. Si scelga per convenienza un sistema di assi cartesiani come in Figura. La II legge di Newton dice quindi che $\mathbf{T} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$. Scomponendo le forze lungo gli assi scelti si trova

$$+T\sin\theta' - mg\sin\theta = m\alpha \;\; (componenti\ x)$$

$$+T\cos\theta' - mg\cos\theta = 0 \;\;\; (componenti\ y)$$

dove ovviamente α è l'accelerazione del camion, che coincide con l'accelerazione della massa m poiché quest'ultima è in quiete rispetto al camion. Dalla seconda equazione si può ricavare $T = mg\cos\theta\,/\cos\theta'$ che, inserita nella prima, dà

- $\tan\theta' = \frac{\alpha}{g\cos\theta} + \tan\theta.$



Si noti che nel caso $\theta = 0$ (ossia strada orizzontale) si ottiene il risultato facilmente verificabile che $\tan\theta' = \alpha/g$.

Secondo metodo. Rispetto a un SRNI solidale con il camion, la massa m è in equilibrio sotto l'effetto delle forze *vere* $\mathbf{T}$ e $m\mathbf{g}$ e della forza apparente $-m\mathbf{a}_T$ essendo $\mathbf{a}_T$ l'accelerazione di trascinamento che nel caso in esame è l'accelerazione del camion. Pertanto, usando gli stessi assi della Figura, un osservatore del SRNI direbbe che $\mathbf{T} = \ m\mathbf{g} - m\mathbf{a} = 0$. È chiaro che questa equazione porta agli stessi risultati ottenuti dal SRI.

2 .**ESERCIZIO**

La prima equazione cardinale applicata al sistema formato da ragazzo + bicicletta si scrive $\mathbf{R}^{ext} = \mathbf{N} + m\mathbf{g} + \mathbf{f}_s = m\mathbf{a}$ e, proiettandola lungo le direzioni definite da $\mathbf{u}_r$ e $\mathbf{u}_z$ da essa si ottiene il seguente sistema di due equazioni

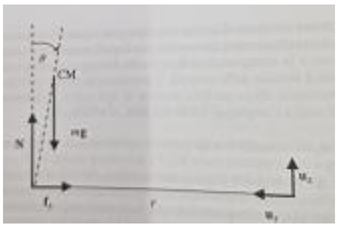
$$-f_s = -m\frac{v^2}{r} \qquad\qquad +N - mg = 0$$

Da queste relazioni appare chiaro che tanto minore è il raggio della traiettoria, tanto maggiore è la forza di attrito statico necessaria per evitare che la bicicletta scivoli. Però $f_s \leq f_s^{max} = \mu_s N$ e quindi nel caso in esame

$$f_s = m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s mg \rightarrow r \geq \frac{v^2}{\mu_s g} \cong 4.00\, m.$$

b) Se si considera il CM come polo, la condizione che il ragazzo non cada equivale a dire che il punto di contatto tra la bici e il suolo non ruoti rispetto al CM stesso, cioè sia in equilibrio rotazionale (Figura). Detto $\mathbf{r}$ il vettore che va dal centro di massa al punto Ω di contatto tra la ruota e il suolo, si può quindi scrivere: $\mathbf{r} \wedge \mathbf{N} + \mathbf{r} \wedge \mathbf{f}_s = 0$. Prendendo come positivo il verso uscente dal foglio si ottiene:

$$r\, f_s \cos\theta - rN \sin\theta = 0 \quad \rightarrow \quad \tan\theta = \frac{f_s}{N} \leq \mu_s.$$



Pertanto il massimo angolo di inclinazione θ^* è dato dalla relazione $\tan\theta^* = \mu_s$

3 .ESERCIZIO

Usando sistematicamente l'equazione di stato dei gas perfetti per gli stati A, B, C e D si trovano le corrispondenti temperature:

$$T_A = \frac{p_i V_i}{nR} = T_i; \quad T_B = \frac{4p_i V_i}{nR} = 4T_i; \quad T_C = 12T_i; \quad T_D = 3T_i.$$

a) A questo punto, il calore scambiato lungo le quattro trasformazioni può essere calcolato agevolmente:

$$Q_{AB} = nc_V\,(T_B - T_A) = n\frac{3}{2}R\,(4T_i - T_i) = \frac{9}{2}nRT_i$$
$$Q_{BC} = nc_p\,(T_C - T_B) = n\frac{5}{2}R\,(12T_i - 4T_i) = 20nRT_i$$
$$Q_{CD} = nc_V\,(T_D - T_C) = n\frac{3}{2}R\,(3T_i - 12T_i) = -27nRT_i$$
$$Q_{DA} = nc_P\,(T_A - T_D) = n\frac{5}{2}R\,(T_i - 3T_i) = -5nRT_i.$$

Il calore assorbito è la somma dei due calori positivi, cioè $Q_{ass} = Q_{AB} + Q_{BC} = 24.5\,nRT_i$.
Il lavoro compiuto dal gas durante il ciclo è uguale alla somma dei lavori compiuti lungo le quattro trasformazioni. Poiché $L_{AB} = L_{CD} = 0$, si ottiene

$$L = L_{BC} + L_{DA} = +(4p_i)(2V_i) - (p_i)(2V_i) = 6nRT_i.$$

Si noti che L è anche uguale alla somma di tutti i calori scambiati.
b) Il rendimento della macchina termica è quindi dato da

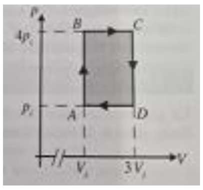
$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = \frac{6nRT_i}{24.5nRT_i} = 0.2449.$$

c) Le quattro trasformazioni sono reversibili; pertanto la variazione di entropia lungo ognuna di esse può essere calcolata lungo la trasformazione effettivamente compiuta dal gas;

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = nc_V \int_A^B \frac{dT}{T} = nc_V ln\,(\frac{T_B}{T_A}) = \frac{3}{2}nRln4$$
$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{\delta Q}{T} = nc_p \int_B^C \frac{dT}{T} = nc_p ln\,(\frac{T_C}{T_B}) = \frac{5}{2}nRln3$$
$$\Delta S_{CD} = \int_C^D \frac{\delta Q}{T} = nc_V \int_C^D \frac{dT}{T} = nc_V ln\,(\frac{T_D}{T_C}) = \frac{3}{2}nRln\,(\frac{1}{4})$$
$$\Delta S_{DA} = \int_D^A \frac{\delta Q}{T} = nc_p \int_D^A \frac{dT}{T} = nc_p ln\,(\frac{T_A}{T_D}) = \frac{5}{2}nRln\,(\frac{1}{3}).$$

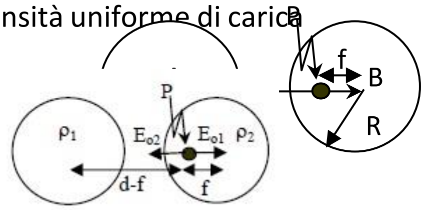
la variazioni di entropia totale è zero come ci si aspetta per un ciclo.

.



4.ESERCIZIO

1) Il campo elettrico prodotto da un cilindro infinitamente lungo con densità uniforme di carica di volume ρ in un generico punto P a distanza r dall'asse del cilindro è:



$$\begin{cases} E_{0int}(r) = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} & r < R \\ E_{0ext}(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} & r > R \end{cases}$$

Con riferimento alla figura, per trovare il valore della distribuzione sul secondo cilindro si deve avere: $E_{01ext}(d-f) = E_{02int}(f)$, da cui:

$$\frac{\rho_1 R^2}{(d-f)} = \rho_2 f \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = \frac{\rho_1 R^2}{f(d-f)} = 0.8\rho_1 = 8 \cdot 10^{-7}\, C/m^3$$

La differenza di potenziale tra i punti A e B per una generica distribuzione di carica ρ è:

$$V_A - V_B = \int_0^R \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} dr + \int_R^d \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} dr = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2} + ln\left(\frac{d}{R}\right)\right)$$

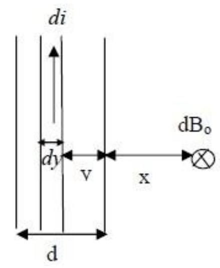
Dalla legge di sovrapposizione degli effetti:

$$V_A - V_B = (V_A - V_B)_1 + (V_A - V_B)_2 = \frac{(\rho_1 - \rho_2)R^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2} + ln\left(\frac{d}{R}\right)\right) = 180.8V$$

5.ESERCZIZIO.

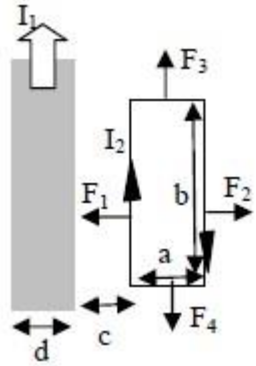
2) Per trovare l'espressione del vettore induzione magnetica generato da un nastro infinito di fili rettilinei di spessore infinitesimo dy sui quali scorre la corrente $di = \left(\frac{I_1}{d}\right) dy$ posizionati ad una distanza y dal bordo destro del nastro. Il contributo dB_0 generato dalla corrente di alla distanza generica x dal bordo destro del nastro vale per Biot-Savart:

$dB_0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{di}{x+y} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\frac{dy}{x+y}$



Da cui si ricava l'intensità dell'induzione magnetica generata dall'intero del nastro:

$B_0(x) = \int dB_0 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\int_0^d \frac{dy}{x+y} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} ln\left(\frac{x+d}{x}\right)$



La spira rettangolare è sottoposta a forze magnetiche dirette verso l'esterno della spira. Le forze F_3 ed F_4 hanno risultante nulla essendo uguali ed opposte.

Le altre due forze orizzontali non si compensano e valgono: $F_1 = I_2 b B_0(c)$ (attrattiva), $F_2 = I_2 b B_0(a+c)$ (repulsiva)

La risultante delle forze sarà attrattiva

$$F_{tot} = F_1 - F_2 = I_2 b[B_0(c) - B_0(a+c)] = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi}\left(\frac{b}{d}\right) ln\left[\frac{(c+d)(a+c)}{c(a+c+d)}\right] = 9{,}48 \cdot 10^{-11} N$$