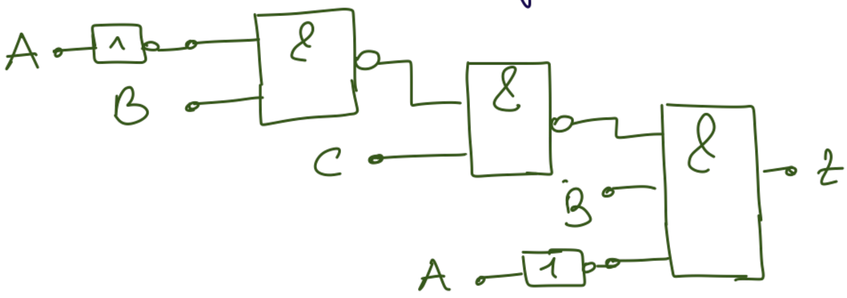
Lösung Übung 006

• gegeben: $Z = \bar{A} \wedge B \wedge \overline{\overline{\bar{A} \wedge B} \wedge C}$

a) Direkte Umsetzung der Funktion z in ein Schaltnetz:



Kosten (K):

2× Inverter

2× NAND-Gatter

1× UND-Gatter

$\Rightarrow \underline{\underline{K = 3}}$ (Inverter zählen nicht)

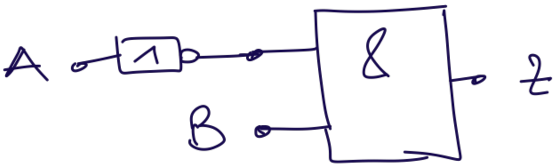
b) Vereinfachung von Z:

$$z = \bar{A} \wedge B \wedge (\bar{A} \wedge B \vee \bar{C}) = \bar{A} \wedge B \vee \bar{A} \wedge B \wedge C = \underline{\underline{\bar{A} \wedge B}}$$

ausdistribuieren

Absorption

Neue Lösung für Schaltnetz:



$\underline{\underline{K = 1}}$

Lösung Übung 006, 2. Aufgabe

- gegeben: $z = \overline{\overline{x_3 \wedge x_2 \wedge (x_2 \nleftrightarrow x_1)} \vee x_2 \wedge (x_3 \leftrightarrow x_1)}$

- durch ein einziges UND-Gatter zu realisieren?

- Vereinfachung: - Anwendung de Morgan
  - Anti- und Äquivalenz in UND/ODER-Form

$$\Rightarrow \quad z = \overline{\overline{x_3 \wedge x_2 \wedge (x_2 \nleftrightarrow x_1)}} \wedge \overline{\left(x_2 \wedge (x_3 \leftrightarrow x_1)\right)}$$

$$z = x_3 \wedge x_2 \wedge (\overline{x}_2 \wedge x_1 \vee x_2 \wedge \overline{x}_1) \wedge \overline{\left(x_2 \wedge (\overline{x}_3 \wedge \overline{x}_1 \vee x_3 \wedge x_1)\right)}$$

$$z = (x_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_1) \wedge \underbrace{\overline{(\overline{x}_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_1 \vee x_3 \wedge x_2 \wedge x_1)}}$$

$$\Downarrow$$

$$(x_3 \vee \overline{x}_2 \vee x_1) \wedge (\overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_1)$$

$$= \underbrace{x_3 \wedge \overline{x}_3}_{=0} \vee \cancel{x_3 \wedge \overline{x}_2} \vee x_3 \wedge \overline{x}_1$$

$$\vee \cancel{\overline{x}_2 \wedge \overline{x}_3} \vee \underbrace{\overline{x}_2 \wedge \overline{x}_2}_{=\overline{x}_2} \vee \cancel{\overline{x}_2 \wedge \overline{x}_1}$$

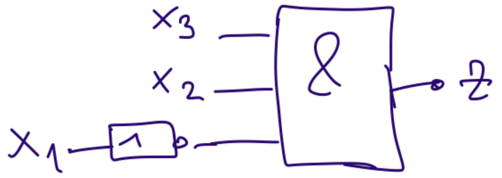
$$\vee x_1 \wedge \overline{x}_3 \vee \cancel{x_1 \wedge \overline{x}_2} \vee \underbrace{x_1 \wedge \overline{x}_1}_{=0}$$

(Absorption aller Terme mit x_2)

$$= x_3 \wedge \overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3 \wedge x_1$$

$$\Rightarrow \quad z = (x_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_1) \wedge (x_3 \wedge \overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3 \wedge x_1)$$

$$\underline{\underline{z = x_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_1}}$$



Lösung Übung 006, Aufgabe 3

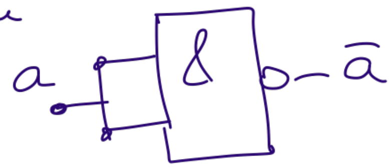
- Basissystem $B = \{\wedge, \vee, \bar{\ }\}$ ist vollständig, d.h. alle Schaltfunktionen können damit realisiert werden.
- Ist $B = \{NAND\}$ auch vollständig?

⇒ Nachweis: Zeige das $\wedge, \vee, \bar{\ }$ mit NAND auch möglich ist.

a) Negation $\bar{\ }$: $a \to \bar{a}$: Lösung: $\bar{a} \Rightarrow \overline{a \wedge a}$

Da $a \wedge a = a$ ist damit Negation möglich

Schaltbild:

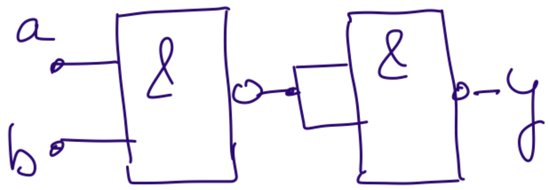


b) UND-Fktn: $y = a \wedge b$

Da NAND negiert ⇒ doppelte Negation:

$y = a \wedge b = \overline{\overline{a \wedge b}}$

Schaltbild:

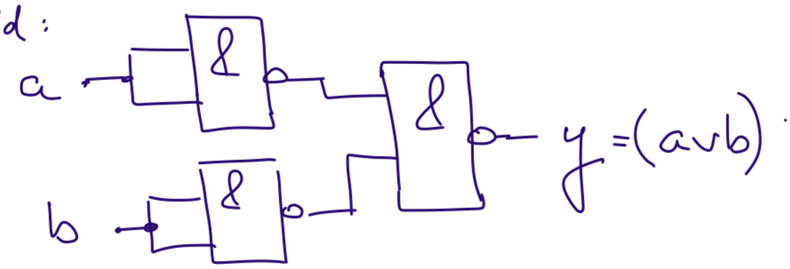


$\overline{a \wedge b}$ $\overline{\overline{a \wedge b}}$

c) ODER-Fktn: $y = a \vee b$

de Morgan $y = a \vee b = \overline{\overline{a \vee b}} = \overline{\bar{a} \wedge \bar{b}}$

Schaltbild:



⇒ Damit gezeigt, dass NAND vollständige Basis ist!

(Das gleiche kann man mit NOR nachweisen, bitte versuchen!