



Tutorium Hardware- und Systemgrundlagen

Gruppe 1
Raum F109

Gruppe 2
Raum F110

Mirko Bay
[mirko.bay@htwg-konstanz.de]

Michael Bernhardt
[michael.bernhardt@htwg-konstanz.de]

Boole'sche Algebra IV

Schaltalgebra
Huntington'sche Axiome

Schaltfunktionen & Schaltnetze
Funktionstabellen

Aussagenlogik
Strukturbäume

Min- / Max-Terme
Disjunktive / Konjunktive Normalform

Shannonscher Entwicklungssatz (& Binärbäume)
Multiplexer-Bausteine

Normalformen von Funktionen

Jede Schaltfunktion kann als disjunktive Normalform (DNF) oder konjunktive Normalform dargestellt werden! Beide Formen sind jeweils möglich und funktional äquivalent.

- ▶ DNF: Min-Terme (nur eine 1 in Funktionstabelle)
- ▶ KNF: Max-Terme (nur eine 0 in Funktionstabelle)

Disjunktive Normalform

= Eins-Stellen-Menge = Min-Terme

Die DNF ist **ODER-Verknüpfung von Min-Termen**. Ein Min-Term ist eine Funktion von n Variablen, wo **Funktionstabelle eine 1 in der Zeile** hat.

In der Funktionstabelle wird (wie gewohnt) die **0 negiert**, die einzelnen **Terme in sich** sind **UND-Verknüpft**, diese Min-Terme werden dann durch ODER verknüpft.

Konjunktive Normalform

= Null-Stellen-Menge = Max-Terme

Die KNF ist **UND-Verknüpfung von Max-Termen**. Ein Max-Term ist eine Funktion von n Variablen, wo **Funktionstabelle eine 0 in der Zeile** hat.

In der Funktionstabelle wird die **1 negiert**, die einzelnen Terme in sich sind ODER-Verknüpft, diese Max-Terme werden dann durch UND verknüpft!

Beispiel:

Die Variablen werden i.d.R.
in absteigender Reihenfolge
notiert

i = Zeilenindex

i ₁₀	c	b	a	y	Min-Terme (DNF)	Max-Terme (KNF)
0	0	0	0	1	$\bar{c} \bar{b} \bar{a}$	
1	0	0	1	0		$c \vee b \vee \bar{a}$
2	0	1	0	0		$c \vee \bar{b} \vee a$
3	0	1	1	1	$\bar{c} b a$	
4	1	0	0	1	$c \bar{b} \bar{a}$	
5	1	0	1	0		$\bar{c} \vee b \vee \bar{a}$
6	1	1	0	0		$\bar{c} \vee \bar{b} \vee a$
7	1	1	1	0		$\bar{c} \vee \bar{b} \vee \bar{a}$

Kurzschreibweise für
die beiden Formen:

Man nimmt einfach nur den
Zeilenindex und kann somit
direkt auf die
KNF [N(f)] / DNF [E(f)]
schließen!

Disjunktive Normalform:

$$y_{DNF} = \bar{c} \cdot \bar{b} \cdot \bar{a} \vee \bar{c} \cdot b \cdot a \vee c \cdot \bar{b} \cdot \bar{a} \rightarrow E(y) = \{000, 011, 100\} \rightarrow E(y) = \{0, 3, 4\}$$

Konjunktive Normalform:

$$f_{KNF} = (c \vee b \vee \bar{a}) \cdot (c \vee \bar{b} \vee a) \cdot (\bar{c} \vee b \vee \bar{a}) \cdot (\bar{c} \vee \bar{b} \vee a) \cdot (\bar{c} \vee \bar{b} \vee \bar{a})$$

$$\rightarrow N(f) = \{001, 010, 101, 110, 111\} \rightarrow N(f) = \{1, 2, 5, 6, 7\}$$

Aufgabe 1:

Die Eins-Stellen der vollständigen Schaltfunktion $g = f(c, b, a)$ lauten:

$$E(f) = \{ 001, 010, 100, 111 \}$$

Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktion g an.

(Testat WS 06/07)

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktion $f(w, x, y, z)$:

$$f(w, x, y, z) = \bar{y} \cdot (x \cdot z \vee \bar{z}) \vee w \cdot x \cdot (y \vee \bar{y} \cdot z) \vee \bar{x} \cdot y \cdot z$$

(Klausur WS 02/03)

Aufgabe 3:

Ein mobiler Roboter hat drei Sensoren (s_2, s_1, s_0), die drohende Kollisionen (bei $s_i = 1$) mit Hindernissen erkennen. Der Roboter darf weiterfahren, wenn mindestens zwei Sensoren keine Kollisionen melden.

Geben Sie die Schaltfunktion $y = f(s_2, s_1, s_0)$ in disjunktiver Normalform an.

(Klausur WS 11/12)

Aufgabe 4:

Gegeben sei die disjunktive Normalform (DNF) der Funktion $z = f(x_3, x_2, x_1)$:

$$Z = \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \vee \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot \overline{x_1} \vee \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1 \vee x_3 \cdot x_2 \cdot \overline{x_1}$$

Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktion z an.

(Testat SS 07)

Aufgabe 5:

Geben Sie die konjunktive Normalform der folgenden Schaltfunktion an:

$$f(c, b, a) = \bar{b} \cdot a \vee c \cdot \bar{b} \vee \bar{c} \Leftrightarrow \bar{a}$$

Klausur WS 13/14 (Nachklausur)

Aufgabe 6:

Geben Sie die Schaltfunktion $y = f(x_2, x_1, x_0)$ an, die genau dann 1 ist, wenn die durch die Belegung (x_2, x_1, x_0) dargestellte Zahl ohne Rest durch 3 teilbar ist. Stellen Sie f in disjunktiver Normalform (DNF) dar.

Klausur WS 13/14 (Nachklausur)

Aufgabe 7:
Geben Sie die konjunktive Normalform der Schaltfunktion
 $f(c, b, a) = \bar{c} \vee b \cdot \bar{a}$ an.

Klausur WS 11/12