HOCHSCHULE KONSTANZ UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Tutorium Hardware- und Systemgrundlagen

Gruppe 1
Raum F109

Mirko Bay
[mirko.bay@htwg-konstanz.de]

Gruppe 2
Raum F110

Michael Bernhardt
[michael.bernhardt@htwg-konstanz.de]

Boole'sche Algebra I

Schaltalgebra
Huntington'sche Axiome

Schaltfunktionen & Schaltnetze
Funktionstabellen

Aussagenlogik
Strukturbäume

Min- / Max-Terme
Disjunktive / Konjunktive Normalform

Shannonscher Entwicklungssatz (& Binärbäume)
Multiplexer-Bausteine

Huntigton'sche Axiome

Kommutativgesetz:	$a \vee b = b \vee a$ $a \wedge b = b \wedge a$
Distributivgesetz	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
Neutrale Elemente	$a \vee 0 = a$ $a \wedge 1 = a$
Inverse Elemente	$a \wedge \bar{a} = 0$ $a \vee \bar{a} = 1$
Assoziativgesetz	$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$
Idempotengesetz	$a \wedge a = a$ $a \vee a = a$
Absorptionsgesetz	$a \wedge (a \vee b) = a$ $a \vee (a \wedge b) = a$
DeMorgan-Gesetze	$\overline{(a \wedge b)} = \bar{a} \vee \bar{b}$ $\overline{(a \vee b)} = \bar{a} \wedge \bar{b}$

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Web-Site zum Auflösen boole'scher Funktionen:
www.elektroniker-bu.de/boolesche

Elementare Regeln

Konstanten	$\overline{0} = 1$	$\overline{1} = 0$
	$0 \vee 0 = 0$	$0 \wedge 0 = 0$
	$1 \vee 1 = 1$	$1 \wedge 1 = 1$
	$0 \vee 1 = 1$	$0 \wedge 1 = 0$

Variablen	$a \vee 0 = a$	$a \wedge 0 = 0$
	$a \vee 1 = 1$	$a \wedge 1 = a$
	$a \vee a = a$	$a \wedge \overline{a} = 0$
	$a \vee \overline{a} = 1$	$a \wedge a = a$

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Gemeint ist bei den folgenden Aufgaben eigentlich, dass man die linke Seite der Gleichung so lange umformt, bis die rechte Seite herauskommt.

Aufgabe 1:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$\left(a \wedge \overline{b}\right) \vee \left(a \wedge \overline{b} \wedge c\right) = a \wedge \overline{b}$$

$$\left(a \cdot \overline{b}\right) + \left(a \cdot \overline{b} \cdot c\right) = a \cdot \overline{b} \quad \left(alternative\ \ Schreibweise\right)$$

Bei einer der alternativen Schreibweise wird ein UND als mal-Zeichen und das ODER als plus-Zeichen geschrieben! $\cdot$ $+$

Vorteile: übersichtlichere und kürzere Schreibweise

Meist wird eine Mischung aus beiden Schreibweisen verwendet:

Das UND als mal-Zeichen, $\cdot$
Das ODER als logisches Zeichen $\vee$

Gemeint ist bei den folgenden Aufgaben eigentlich, dass man die linke Seite der Gleichung so lange umformt, bis die rechte Seite herauskommt.

Aufgabe 2:

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$(a \vee b) \wedge (\overline{a} \vee b) \wedge (a \vee \overline{b}) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) = 0$$

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 3:
Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$\left(\overline{a \wedge b} \vee \bar{c}\right) \wedge \left(\bar{a} \vee b \vee \bar{c}\right) = \bar{a} \vee \bar{c}$$

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 4:
Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$\overline{\overline{a \wedge b} \vee c} \vee (a \wedge c) = a \wedge (b \vee c)$$

$$\overline{\overline{a \cdot b} \vee c} \vee (a \cdot c) = a \cdot (b \vee c) \quad (\textit{alternative Schreibweise})$$

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 5:
Zeigen Sie die Identität der folgenden Gleichung mit Hilfe schaltalgebraischer Umformungen:

$$a \wedge b \vee c \wedge d \vee a \wedge c = (a \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee c)$$

$$ab \vee cd \vee ac = (a \vee c)(a \vee d)(b \vee c)$$

Kurzschreibweise:
kürzer und übersichtlicher!

Aufgabe 6:
Zeigen Sie die Identität der folgenden Gleichung mit Hilfe schaltalgebraischer Umformungen:

$$\overline{(x \wedge \overline{y})} \wedge \overline{(\overline{x} \wedge y)} = x \leftrightarrow y$$

vgl. Übung 04 (Lösungen)

Äquivalenz: $\leftrightarrow$

$(x_1 \leftrightarrow x_2) = (x_1 \cdot x_2) \vee (\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2)$

Antivalenz: $\nleftrightarrow$

$(x_1 \nleftrightarrow x_2) = (\overline{x}_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot \overline{x}_2)$

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 7:
Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck:

$$y = \overline{\overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \vee \left(\overline{x_2} \nleftrightarrow x_1\right) \cdot \overline{x_3} \vee \left(x_2 \leftrightarrow x_1\right) \cdot x_3}$$

(Testat WS 10/11)

Besonderheit:
Negation der
Äqui- / Antivalenz

$$\overline{x_1 \leftrightarrow x_2} = x_1 \nleftrightarrow x_2$$
$$\overline{x_1 \nleftrightarrow x_2} = x_1 \leftrightarrow x_2$$

Die Variablen selbst bleiben unberührt!

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 8:

Gegeben ist $Z = [((a \vee 0) \cdot \overline{b}) \cdot (b \vee a) \cdot 1] \vee (c \cdot \overline{d}) \cdot (\overline{c} \vee 0)$

a) **Gegen Sie den zu Z dualen Ausdruck Z^D an.**

b) **Vereinfachen Sie den Ausdruck Z soweit es geht.**

(Testat WS 10/11)

Den dualen Ausdruck erhält man durch Austausch von

AND ↔ OR
0 ↔ 1

Achtung: Man muss in jeder Operation Klammern setzen, da AND und OR verschiedene Operatorprioritäten haben!

Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck:

$$y = \overline{\overline{x_2 \cdot \left(x_2 \nleftrightarrow x_3\right)} \cdot \overline{\overline{x_3} \cdot \overline{\left(x_2 \nleftrightarrow x_3\right)}}} \vee \left(\overline{\left(\overline{x_2} \vee \overline{x_3}\right)} \nleftrightarrow 1\right)$$

(Testat SS 07)

$$x \leftrightarrow 1 \;=\; x \cdot 1 \vee \overline{x} \cdot \overline{1} \;=\; x \cdot 1 \vee \overline{x} \cdot 0 \;=\; x \cdot 1 \;=\; x$$
$$x \nleftrightarrow 1 \;=\; \overline{x} \cdot 1 \vee x \cdot \overline{1} \;=\; \overline{x} \cdot 1 \vee x \cdot 0 \;=\; \overline{x} \cdot 1 \;=\; \overline{x}$$

$$x \leftrightarrow 0 \;=\; x \cdot 0 \vee \overline{x} \cdot \overline{0} \;=\; x \cdot 0 \vee \overline{x} \cdot 1 \;=\; \overline{x} \cdot 1 \;=\; \overline{x}$$
$$x \nleftrightarrow 0 \;=\; x \cdot \overline{0} \vee \overline{x} \cdot 0 \;=\; x \cdot 1 \vee \overline{x} \cdot 0 \;=\; x \cdot 1 \;=\; x$$

Aufgabe 10:
Vereinfachen Sie die boole'sche Funktion soweit wie möglich:

$$y = \left[\overline{\overline{x_2 \vee \overline{x_1}} \cdot \overline{x_2}} \vee \left(x_2 \leftrightarrow x_1\right) \vee \left(\overline{x_2 \vee x_1} \vee \left(1 \nleftrightarrow \overline{x_2}\right)\right)\right] \nleftrightarrow 0$$

(Testat WS 04/05)

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 11:
Vereinfachen Sie die folgende boole'sche Funktion soweit wie möglich:

$$y = \overline{\left(b \nleftrightarrow \bar{a}\right) \cdot \bar{c} \lor \overline{c \cdot b} \lor \left(\bar{b} \leftrightarrow a\right) \cdot c \lor \overline{c \lor a}} \lor \bar{c} \cdot b \cdot a$$

(Testat WS 11/12)

mirko.bay@htwg-konstanz.de | michael.bernhardt@htwg-konstanz.de | alle Unterlagen auf Moodle

Aufgabe 12:
Zeigen Sie die Identität der folgenden Gleichung mit Hilfe schaltalgebraischer Umformungen:

$$(0 \nleftrightarrow x) \wedge (x \nleftrightarrow y \nleftrightarrow x \wedge y) \wedge (1 \nleftrightarrow y) = x \wedge y$$