②

$d = ggT(98701, 345)$

$98701 = 286 \cdot \boxed{345} + \boxed{31}$

$\boxed{345} = 11 \cdot \boxed{31} + 4$

$31 = 7 \cdot 4 + 3$

$4 = 1 \cdot 3 + 1$

$3 = 3 \cdot 1 + 0$

④

Zeige, dass $mod(35^{57} - 7, 11) = 0$!

$mod(35^{57} - 7, 11)$

$mod(35^{56} \cdot 35 - 7, 11)$

$mod(35^{56} \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(mod(35^2, 11)^{28} \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(4^{28} \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(mod(4^4, 11)^7 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(3^7 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(3^6 \cdot 3 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(mod(3^3, 11)^2 \cdot 3 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(5^2 \cdot 3 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(25 \cdot 3 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(3 \cdot 3 \cdot 2 - 7, 11)$

$mod(11, 11) = \underline{\underline{0}}$

③

a)

1. Primfaktorzerlegung von 1001:

$mod(1001,2) \neq 0$ (1) $\quad$ $mod(1001,7) = 0$

$mod(1001,3) \neq 0$ (2) $\quad$ $mod(1001,11) = 0$

$mod(1001,5) \neq 0$ (1) $\quad$ $mod(1001,13) = 0$

$7 \cdot 11 = 77 \cdot 13 = 1001$

3. $3+1+7+2+0+6+3+7+5 = \underline{\underline{34}}$

$mod(34,3) = 1 \Rightarrow$ nicht durch 3 teilbar.

$mod(34,7) = 6 \Rightarrow$ nicht durch 7 teilbar.

b)

$mod(3^{15},13)$

$mod(3^{14} \cdot 3,13)$

$mod(mod(3^2,13)^7 \cdot 3,13)$

$mod(9^7 \cdot 3,13)$

$mod(9^6 \cdot 9 \cdot 3,13)$

$mod(mod(9^3,13)^2 \cdot 9 \cdot 3,13)$

$mod(1^2 \cdot 9 \cdot 3,13)$

$mod(27,13) = \underline{\underline{1}}$

$mod(15^{83},13)$

$mod(15^{82} \cdot 15,13)$

$mod(mod(15^2,13)^{41} \cdot 15,13)$

$mod(4^{41} \cdot 15,13)$

$15 \cdot 4$

$mod(4^{40} \cdot 8,13)$

$mod(mod(4^2,13)^{20} \cdot 8,13)$

$mod(3^{20} \cdot 8,13)$

$mod(3^2,13)^{10}$

$mod(9^{10} \cdot 8,13)$

$mod(mod(9^2,13)^5 \cdot 8,13)$

$mod(3^5 \cdot 8,13)$

$mod(9^2 \cdot 11,13)$

$mod(3 \cdot 11,13) = \underline{\underline{7}}$

1

a) $\forall\, n \in \mathbb{N}$: $8^n - 3^n$ ist ein vielfaches von $\underline{\underline{5}}$

IA: für $n=1$: $8^1 - 3^1 = 5$ ✓ IA wird angenommen.

IV: $8^n - 3^n = 5 \cdot k$

IS: Ist $8^{n+1} - 3^{n+1}$ durch 5 teilbar ?

$\Longleftrightarrow 8^n \cdot 8 - 3^n \cdot 3$