

Tutorium Hardware- und Systemgrundlagen

Gruppe 1

Raum F109 | Mittwoch, 11.30 Uhr

Mirko Bay

[mirko.bay@htwg-konstanz.de]

Gruppe 2

Raum F110 | Mittwoch, 11.30 Uhr

Michael Bernhardt

[michael.bernhardt@htwg-konstanz.de]

Zahlensysteme III

Dual-, Oktal-, Dezimal-,
Hexadezimalsystem

Betrag + Vorzeichen
Einer- / Zweierkomplement

IEEE Floating-Point-Standard
BCD-Zahl

IEEE 32-Bit Gleitkomma-Standard

Zahl mit Basis 10 als IEEE-Zahl darstellen

Beispiel: Stellen Sie die Zahl $(69,125)_{10}$ als Zahl im IEEE 32-Bit-Standard dar!

$69 : 2 = 34$ Rest 1
 $34 : 2 = 17$ Rest 0
 $17 : 2 = 8$ Rest 1
 $8 : 2 = 4$ Rest 0
 $4 : 2 = 2$ Rest 0
 $2 : 2 = 1$ Rest 0
 $1 : 2 = 0$ Rest 1

$0,125 \cdot 2 = 0,25$
 $0,250 \cdot 2 = 0,50$
 $0,500 \cdot 2 = 1,00$

$(69,125)_{10} = (1\ 000\ 101,001)_2$

Vorzeichen-Bit = 0 weil positiv (1 wenn negativ)

$(1\ 000\ 101,001)_2 = (1,000\ 101\ 001)_2 \cdot 2^6$

Exponent (Character) = $6 + 127 = (133)_{10} = (1000\ 0101)_2$

Fraction = Nachkomma-Anteil der Mantisse
 = $000\ 101\ 001$

2.

Umschreiben der Dualzahl in Schreibweise mit Exponent, sodass die Zahl immer mit 1, beginnt!

Wenn Komma-Verschiebung nach links: positiver Exp.
 Wenn Komma-Verschiebung nach rechts: negativer Exp.

3.

Den Exponent mit dem fixen Wert 127 (Bias) addieren (=Character) und umschreiben des Ergebnisses als 8-Bit Dualzahl

1.

Die Dezimalzahl umwandeln in Dualzahl!
 (z.B. mit Horner Schema)

vz	character = exp + bias : 8 bit								fraction = 23 bit																							
0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4.

Eintragen des Vorzeichen-Bits und Übertragen der 8-Bit-Dualzahl des Exponenten (inkl. Bias)

5.

Übertragen des Nachkomma-Anteils der ursprünglichen Zahl. Leere Stellen mit 0 auffüllen.

BCD - Codierung

Zahl mit Basis 10 als BCD-Zahl darstellen

Beispiel: Stellen Sie die Zahl $(69,125)_{10}$ als BCD-Zahl dar!

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{(} & \text{6} & \text{9} & , & \text{1} & \text{2} & \text{5} & \text{)}_{10} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \\ \text{(} & \text{0110} & \text{1001} & , & \text{0001} & \text{0010} & \text{0101} & \text{)}_{\text{BCD}} \end{array}$$

Jede Dezimal-Ziffer wird als
4-stellige Dualzahl angegeben!

Aufgabe 1:

Gegeben sei eine Gleitkommazahl im IEEE-P 754 32-Bit Standard:

vz	exponent (character): 8 bit								fraction: 23 bit																						
1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Geben Sie die dargestellte Zahl in Dezimaldarstellung an!
(Testat WS 06/07)

Vorzeichen: 1 = negativ

Character = $(1000\ 0110)_2$
 $= 128 + 2 + 4$
 $= (134)_{10} - 127 \text{ (Bias)}$
 Exponent = $(7)_{10}$

Fixer Wert!

Fraction = $(1,0000\ 1101\ 1000)_2 \cdot 2^7$
 $= (1000110,11)_2$
 $= 128 + 4 + 2 + 0,5 + 0,25$
 $= (134,75)_{10}$

Komma um 7 Stellen nach links verschieben

Aufgabe 2:

- a) Stellen Sie die BCD-Zahl $(0001\ 0010\ 1000\ ,\ 0010\ 0101)_{\text{BCD}}$ als Zahl im Maschinenformat des IEEE 32-Bit Gleitkomma-Standards dar!
- b) $-(2^{10})_{10}$ als Zweierkomplement-Zahl mit einer Breite von 16 Bit.
(Testat WS 10/11)

a)

$$(0001\ 0010\ 1000\ ,\ 0010\ 0101)_{\text{BCD}} \rightarrow (128,25)_{10} = (1000\ 0000,01)_2 = (1,0000\ 0000\ 1)_2 \cdot 2^7 \rightarrow 7 + 127 = (134)_{10} (= \text{Character}) = (1000\ 0110)_2$$

vz	character: 8 bit								fraction: 23 bit																						
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

b)

$$-(210)_{10} = -(1024)_{10} = -(0000\ 0100\ 0000\ 0000)_2 = (1111\ 1011\ 1111\ 1111)_{\text{EK}} = (1111\ 1100\ 0000\ 0000)_{\text{ZK}}$$

Aufgabe 3:

- $(57,625)_{10}$ als Zahl im Maschinenformat des IEEE 32-Bit-Gleitkomma-Standards.

(Klausur WS 02/03)

$$\begin{aligned}
 -(57,625)_{10} &= -(0011\ 1001,101)_2 & \Rightarrow & 5 + 127 = (132)_{10} (= \text{Character}) \\
 &= -(1,1100\ 1101)_2 \cdot 2^5 & & = (1000\ 0100)_2
 \end{aligned}$$

vz	character: 8 bit								fraction: 23 bit																						
1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Aufgabe 4:

Stellen Sie die Zahl $(98)_{10}$ als BCD-Zahl dar und interpretieren Sie diese dann als Zweierkomplement-Zahl.

Geben Sie die dazu entsprechende Dezimalzahl an!

(Klausur WS 04/05)

$$(98)_{10} = (1001\ 1000)_{\text{BCD}}$$

$$\begin{aligned}(1001\ 1000)_{\text{ZK}} &= -128 + 16 + 8 \\ &= -(104)_{10}\end{aligned}$$

Aufgabe 5:

Eine Zahl lässt sich darstellen als: $Z = 2^{15} + 2^{10} + 2^5 + 2^0$

Stellen Sie Z im Maschinenformat des IEEE-P 754 32-Bit-Gleitkomma-Standards dar.

(Klausur WS 05/06)

$$Z = 2^{15} + 2^{10} + 2^5 + 2^0$$

$$Z = (1000\ 0100\ 0010\ 0001)_2$$

15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Es wird einfach nur 1 bei den erwähnten Stellen gesetzt

Exponent:

Character:

$$Z = 1,0000\ 1000\ 0100\ 0001 \cdot 2^{15}$$

$$= 15 + 127$$

$$= (142)_{10}$$

$$= (1000\ 1110)_2$$

vz	character: 8 bit								fraction: 23 bit																						
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0			

Aufgabe 6:

Ein pfiffiger WIN-Student hat eine platzsparende Darstellung von Gleitkomma-Zahlen in einem einzigen Byte entwickelt. Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die vier niedrigstwertigen Bit die Fraction F und die drei Bit in der Mitte den Exponenten E (siehe Bild). (Klausur SS 05)

V	E			F			

Für alle möglichen binären Belegungen ergibt sich der Dezimalwert Z aus der nachstehenden Formel: $Z = (-1)^V \cdot 2^{E-3} \cdot (1, F)$

- Berechnen Sie den Dezimalwert der Belegung 1001 1000.
- Geben Sie die größte Dezimalzahl an, die mit diesem 8-Bit-Gleitkomma-Format dargestellt werden kann.
- Geben Sie die kleinste positive Dezimalzahl an, die mit diesem 8-Bit-Gleitkomma-Format dargestellt werden kann.
- Welche elementare Zahl kann mit der oben vereinbarten Interpretation der 8 Bit nicht dargestellt werden?

a) 1001 1000 : $Z = (-1)^1 \cdot 2^{1-3} \cdot (1, \mathbf{1000})$ $2^{-2} \cdot (1,1000)_2 = (0,011\,00)_2 = (0,25 + 0,125)_{10}$
 $= (-1) \cdot 0,375$ $= (0,375)_{10}$
 $= (-0,375)_{10}$

b) Größte Dezimalzahl : Belegung (0111 1111)

0111 1111 : $Z = (-1)^0 \cdot 2^{7-3} \cdot (1, \mathbf{1111})$ $2^4 \cdot (1,1111)_2 = (11\,111)_2 = (16 + 8 + 4 + 2 + 1)_{10}$
 $= 1 \cdot 31$ $= (31)_{10}$
 $= (31)_{10}$

c) Kleinste positive Dezimalzahl : Belegung (0000 0000)

0000 0000 : $Z = (-1)^0 \cdot 2^{0-3} \cdot (1, \mathbf{0000})$ $2^{-3} \cdot (0001,0000)_2 = (0,001)_2 = (0,125)_{10}$
 $= 1 \cdot 31$
 $= (31)_{10}$

d) Die Zahl „0“, da für diese keine spezielle Sonderbelegung vorgesehen ist.

Beim IEEE-Format wird die „0“
durch Character = 0 und Fraction = 0 dargestellt!

Aufgabe 7:

Geben Sie die Dezimalzahl $-(0,625)_{10}$ im Maschinenformat des IEEE-P 754 32-Bit-Gleitkomma-Standards an.

(Klausur WS 06/07)

$$\begin{aligned}
 -(0,625)_{10} &= -(0,101)_2 & \rightarrow & -1 + 127 = (126)_{10} (= \text{Character}) \\
 &= -(1,01)_2 \cdot 2^{-1} & & = (0111\ 1110)_2
 \end{aligned}$$

vz	character: 8 bit								fraction: 23 bit																						
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Aufgabe 8:

Geben Sie die Dezimalzahl $-(47,125)_{10}$ im Maschinenformat des IEEE-P 754 32-Bit-Gleitkomma-Standards an.

(Klausur WS 04/05)

$$\begin{aligned}
 -(47,125)_{10} &= -(0010\ 1111,001)_2 \\
 &= -(1,0111\ 1001)_2 \cdot 2^5 \quad \rightarrow \quad 5 + 127 = (132)_{10} (= \text{Character}) \\
 &= (1000\ 0100)_2
 \end{aligned}$$

vz	character: 8 bit								fraction: 23 bit																								
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0