① Da $n, m \in \mathbb{Z} : \varphi(n \cdot m) = \varphi(n) \cdot \varphi(m)$ gilt* und $2 \in P$, woraus folgt $\varphi(2) = 1$, ist die Aussage wahr da $\varphi(n)$ mit 1 multipliziert wird.

*: Weil n ungerade ist gilt $ggT(n, m) = 1$

$\varphi(2n) = \varphi(n)$

$n = 15$:

$$\begin{aligned} \varphi(30) &= \varphi(15) \\ \varphi(2 \cdot 15) &= \varphi(15) \\ \varphi(2 \cdot 3 \cdot 5) &= \varphi(3 \cdot 5) \\ \varphi(2) \cdot \varphi(3) \cdot \varphi(5) &= \varphi(3) \cdot \varphi(5) \\ 1 \cdot 2 \cdot 4 &= 2 \cdot 4 \end{aligned}$$

② $11^{7213} \bmod 26$

Eulersche Funktion: $a^{\varphi(26)} = 1 \bmod 26$

$\Leftrightarrow \varphi(26) = \varphi(2) \cdot \varphi(13) = 12$

$11^{12} = 1 \bmod 26$ $\Leftrightarrow a^{12} = 1 \bmod 26$

gilt

$11^{12^2} = 11^{144} \bmod 26 = 1 \bmod 26$

$11^{7213} = (11^{144} \bmod 26)^8 \cdot 11^{61} \bmod 26$

$= 1^8 \bmod 26 \cdot 11^{61} \bmod 26$

$= \ldots \cdot (11^{12} \cdot 11^{12} \cdot 11^{12} \cdot 11^{12} \cdot 11^{12} \cdot 11^{1}) \bmod 26$

$= 1 \bmod 26 \cdot 11 \bmod 26$

$= 11 \bmod 26$

③

$(\mathbb{Z}_7, \cdot) = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

$\cdot$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

$(\mathbb{Z}_8, \cdot) = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

$\cdot$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

(4)

$S_1 = (1,2,4,3)$ $S_{10} = (2\ 4\ 3\ 1)$ $S_{19} = (3\ 2\ 4\ 1)$

$S_2 = (1,4,2,3)$ $S_{11} = (1\ 4\ 3\ 2)$ $S_{20} = (3\ 4\ 2\ 1)$

$S_3 = (4\ 1\ 2\ 3)$ $S_{12} = (2\ 4\ 1\ 3)$ $S_{21} = (3\ 4\ 1\ 2)$

$S_4 = (1\ 3\ 2\ 4)$ $S_{13} = (2\ 1\ 4\ 3)$ $S_{22} = (3\ 1\ 2\ 4)$

$S_5 = (1\ 3\ 4\ 2)$ $S_{14} = (4\ 1\ 3\ 2)$ $S_{23} = (3\ 1\ 4\ 2)$

$S_6 = (2\ 1\ 3\ 4)$ $S_{15} = (4\ 2\ 3\ 1)$

$S_7 = (2\ 3\ 1\ 4)$ $S_{16} = (4\ 2\ 1\ 3)$

$S_8 = (2\ 3\ 4\ 1)$ $S_{17} = (4\ 3\ 2\ 1)$

$S_9 = (3\ 2\ 1\ 4)$ $S_{18} = (4\ 3\ 1\ 2)$

Neutr. Element Ordnung 1 = id: $\{1,2,3,4\}$

Ordnung 2: $S_1 \mid S_4 \mid S_6 \mid S_9 \mid S_{11} \mid S_{15}$

Ordnung 3: $S_2 \mid S_5 \mid S_7 \mid S_{10} \mid S_{13} \mid S_{14} \mid S_{16} \mid S_{17} \mid S_{19} \mid S_{21} \mid S_{22}$

Ordnung 4: $S_3 \mid S_8 \mid S_{12} \mid S_{18} \mid S_{20} \mid S_{23}$