

3. Aufgabe:

$$\begin{aligned} a) (\overline{x \wedge \bar{y}}) \wedge (\overline{\bar{x} \wedge y}) &= (\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \\ &= \underbrace{\bar{x} \wedge x}_{=0} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \vee y \wedge x \vee \underbrace{y \wedge \bar{y}}_{=0} \\ &= \bar{x} \wedge \bar{y} \vee x \wedge y = \underline{\underline{x \leftrightarrow y}} \end{aligned}$$

↑
Definitionsgleichung der Äquivalenzfunktion

$$b) a \wedge b \vee c \wedge d \vee a \wedge c = (a \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee c)$$

→ Start rechte Seite der Gleichung, dann ausdistributieren:

$$\begin{aligned} (a \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee c) &= (\underbrace{a \wedge a}_{=a} \vee \underbrace{a \wedge d}_{\text{Absorption}} \vee \underbrace{c \wedge a}_{\text{Absorption}} \vee c \wedge d) \wedge (b \vee c) \\ &= (a \vee c \wedge d) \wedge (b \vee c) = a \wedge b \vee a \wedge c \vee c \wedge d \wedge b \vee \underbrace{c \wedge d}_{\text{Absorpt. c \wedge d}} \\ &= \underline{\underline{a \wedge b \vee a \wedge c \vee c \wedge d}} \quad \checkmark \quad (= \text{linke Seite der Gleichg}) \end{aligned}$$

$$c) (\underbrace{0 \leftrightarrow y}_x) \wedge (\underbrace{x \leftrightarrow y \leftrightarrow x \wedge y}_{\bar{y}}) \wedge (\underbrace{1 \leftrightarrow y}_{\bar{y}})$$

$$\begin{aligned} \text{klammer: } \cdot \underline{y \leftrightarrow x \wedge y} &= \underbrace{\bar{y} \wedge x \wedge y}_{=0} \vee y \wedge \overline{x \wedge y} = y \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \\ &= \underline{\underline{x \wedge y}} \\ \cdot \underline{x \leftrightarrow \bar{x} \wedge y} &= \bar{x} \wedge \bar{x} \wedge y \vee x \wedge (\overline{\bar{x} \wedge y}) \\ &= \bar{x} \wedge y \vee x \wedge (x \vee \bar{y}) = \bar{x} \wedge y \vee \underbrace{x \wedge x}_{=x} \vee \underbrace{x \wedge \bar{y}}_{\text{Absorpt.}} \\ &= x \vee \bar{x} \wedge y \end{aligned}$$

Also:

$$(x \leftrightarrow y \leftrightarrow x \wedge y) = x \vee \bar{x} \wedge y$$

$$\text{Damit: } x \wedge (\underbrace{x \vee \bar{x} \wedge y}_{\bar{y}}) \wedge \underline{\underline{\bar{y}}} = (x \vee 0) \wedge \bar{y} = \underline{\underline{x \wedge \bar{y}}}$$

Zeigen Sie, dass das Assoziativgesetz für die Äquivalenz gilt:

$$a \leftrightarrow (b \leftrightarrow c) = (a \leftrightarrow b) \leftrightarrow c$$

Hinweis: Tabellarisch oder per Umformung

a	b	c	①: $b \leftrightarrow c$	$a \leftrightarrow$ ①	②: $a \leftrightarrow b$	② $\leftrightarrow c$
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1