Mathematik I

Prof. Dr. Doris Bohnet

Sommersemester 2020

Inhalt der Vorlesung

1. Mengen & Aussagenlogik (Zusammenfassung)
2. Relationen (Zusammenfassung)
3. Abbildungen (Zusammenfassung)

Mengen

Was sollen Sie über Mengen wissen?

Korrekte Schreibweise von Mengen

M = Menge aller durch 5 teilbaren Zahlen größer als 20 und kleiner als 40

$$M = \{25, 30, 35\} = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} : n = 5k, \ 20 < n < 40\}$$

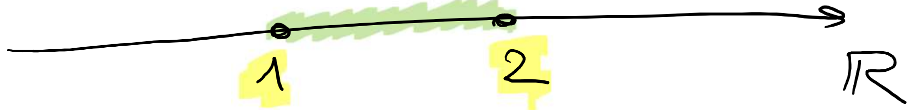
natürliche Zahlen

Element von

$$\{1,2\} \overset{?}{\longrightarrow} [1,2]$$

Intervall

$1 \leq x \leq 2$



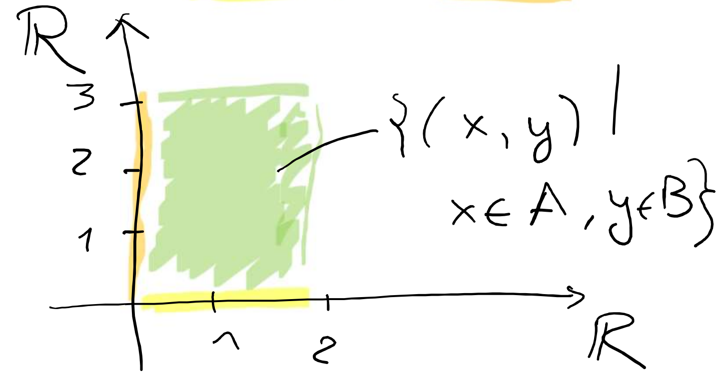
Mengen

Was sollen Sie über Mengen wissen?

Mengenoperationen kennen und berechnen können

$A = [0,2)$ $\quad$ $B = (1,3) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$

- $A \cup B = [0,3)$
  Vereinigung
- $A \cap B = (1,2) =]1,2[$
  Durchschnitt
- $A \setminus B = [0,1] =$
  Restmenge
  „ohne"
- $A \times B$ Produktmenge
  $= [0,2) \times (1,3)$



Etwas Aussagenlogik & Quantoren

Eine Aussage ist ein Satz, der wahr oder falsch ist.

5 ist ungerade.

X

Hallo!

Was müssen Sie über Aussagen wissen?

Wie man den Wahrheitswert von einer zusammengesetzten Aussage aus den Wahrheitswerten der elementaren Aussagen bestimmt.

Aussage A

A : 5 ist ungerade.

Negation:

$\neg A$: 5 ist nicht ungerade.

„nicht"

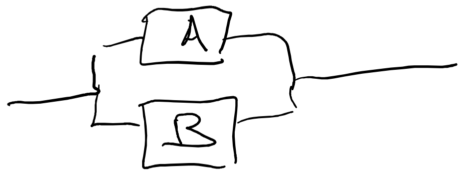
A	$\neg A$
0	1
1	0

$A \wedge B$ „A und B"

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Etwas Aussagenlogik & Quantoren

$A \vee B$ „A oder B"



A	B	$A \vee B$
0	1	1
0	0	0
1	1	1
1	0	1

$A \Rightarrow B$ „aus A folgt B"

A	B	$A \Rightarrow B$
0	1	1
0	0	1
1	1	1
1	0	0

$A \Leftrightarrow B$ „A äquivalent zu B"

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	1	0
0	0	1
1	1	1
1	0	0

Etwas Aussagenlogik & Quantoren

$\forall$ „für alle": $\forall n \in \mathbb{N}: n+1 > n$

$\exists$ „es gibt": $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 = 2$

$\exists!$ „es gibt genau ein"

$\neg(\forall n \in \mathbb{N}: n+1 > n) \iff \exists n \in \mathbb{N}: n+1 \leq n$

$\neg(\exists x \in \mathbb{R}: x^2 = 2) \iff \forall x \in \mathbb{R}: x^2 \neq 2$

Etwas Aussagenlogik & Quantoren

Was müssen Sie über Quantoren wissen?

Eigentlich nur, wie man sie liest und verneint.

$\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 0$ RICHTIG

hängt von x ab! nämlich $y = -x$

$\exists y \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R} : x + y = 0$ FALSCH

um zu zeigen, dass es falsch ist, zeigt man die Verneinung der Aussage!

$\forall y \in \mathbb{R}\ \exists x \in \mathbb{R} : x + y \neq 0$

z.B. $x \neq -y$

Relationen

Was müssen Sie über Relationen wissen?

Definition von Relationen kennen und überprüfen können

Bsp: $A = \{\text{Stud. HTWG}\}$

$(x,y) \in R \subset A \times A :\Longleftrightarrow$ x hat dieselbe Augenfarbe wie y

Reflexivität: $\forall x \in A: (x,x) \in R$

Symmetrie: $\forall x,y \in A: (x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R$

Antisymmetrie: $\forall x,y \in A: (x,y) \in R \wedge (y,x) \in R \Rightarrow x = y$

Transitivität: $\forall x,y,z \in A: (x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$

Relationen

Was müssen Sie über Relationen wissen?

Definition von Relationen kennen und Eigenschaften einer Relation überprüfen können

Bsp: $(x,y) \in R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R} :\Leftrightarrow x \leq y$

reflexiv: $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ $(\Leftrightarrow x < x$ oder $x = x)$ RICHTIG

symmetrisch: $\forall x,y \in \mathbb{R} : x \leq y \Rightarrow y \leq x$ FALSCH

z.B. $2 \leq 3 \not\Rightarrow 3 \leq 2$

<u>R ist antisymmetrisch</u>

transitiv: $\forall x,y,z \in R : \underbrace{x \leq y \wedge y \leq z}_{x \leq y \leq z} \Rightarrow x \leq z$

Abbildungen

// Funktion

Was müssen Sie über Abbildungen wissen?

Definition kennen und überprüfen können

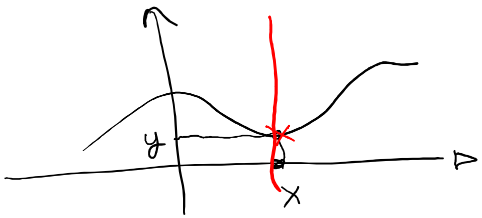
Bsp: Zuordnung: Person $\longmapsto$ Geburtsdatum

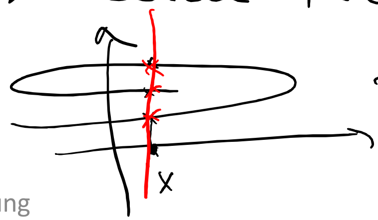
$\longrightarrow$ Zuordnung ist eindeutig, also ist es eine Abbildung

Person $\longmapsto$ Telefonnummer

$\longrightarrow$ keine Abbildung

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x)$$





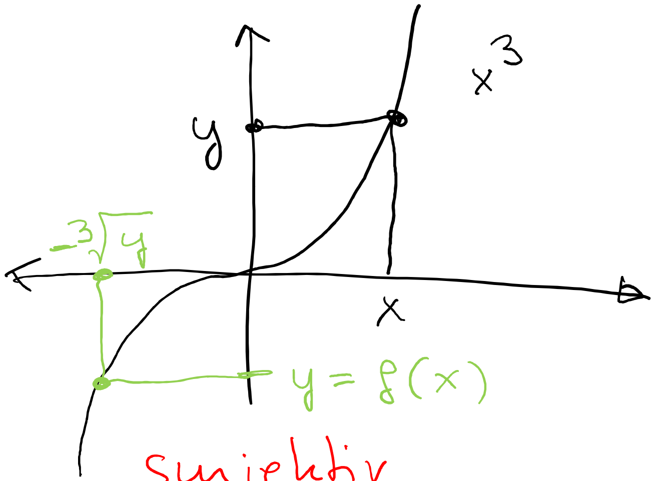
keine Funktion

Abbildungen

Was müssen Sie über Abbildungen wissen?

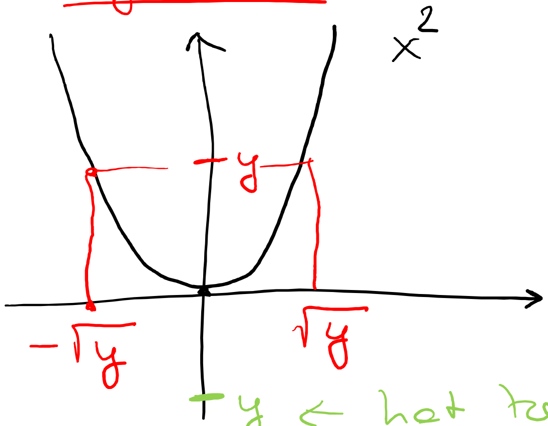
Eigenschaften (injektiv, surjektiv, bijektiv) kennen und überprüfen können sowie Anwendung für gleichmächtige Mengen kennen

injektiv



surjektiv

nicht injektiv



$-y$ ← hat kein Urbild, d.h. kein x, so dass $x^2 = y$

nicht surjektiv

Wie geht es weiter?

Übungsaufgaben machen bis Montag, 27.04.
Montag, 27.04. (Vorlesung): 8:00-9:30
Montag, 27.04. (Übungsgruppe 1): 9:45-11:15
Dienstag, 28.04. (Vorlesung): 17:30-19:00
Mittwoch, 29.04. (Übungsgruppe 2): 9:45-11:15