

二维矩形件排样问题的自适应多岛遗传算法优化

曾晓亮¹, 吴 琼¹, 袁旭华²

(1. 江西应用技术职业学院 设计工程学院, 江西 赣州 341000; 2. 延安大学 数学与计算机科学学院, 陕西 延安 716000)

摘要: 为了提高二维矩形件排样问题的板材利用率、降低生产成本, 提出了基于自适应多岛遗传算法的排样优化方法。使用六元数组对矩形件进行表征, 以板材利用率最大为优化目标, 建立了排样问题的带约束优化模型。以多岛遗传算法为基础, 引入了交叉概率和变异概率的自适应调整方法, 从而提出了自适应多岛遗传算法; 针对排样问题的特殊性, 对遗传算子进行适应性设计, 提出了环形交叉方法和交换变异策略, 保证了执行遗传算子前、后的矩形规模不变; 提出了最低水平线启发式算法的基因解码方法。使用规模为 30 和 59 的两组矩形件排样实验进行验证, 结果表明: 与分布估计排样方法相比, 自适应多岛遗传算法的排样结果的板材利用率更高, 且排样方法的稳定性也优于分布估计排样方法。

关键词: 矩形件排样; 自适应多岛遗传算法; 启发式算法; 基因解码; 板材利用率

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2020.12.009

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1000-3940 (2020) 12-0053-06

Adaptive multi-island genetic algorithm optimization on layout problem for 2D rectangular parts

Zeng Xiaoliang¹, Wu Qiong¹, Yuan Xuhua²

(1. College of Design Engineering, Jiangxi College of Applied Technology, Ganzhou 341000, China;

2. College of Mathematics and Computer Science, Yan'an University, Yan'an 716000, China)

Abstract: The optimization method of layout based on adaptive multi-island genetic algorithm was proposed in order to increase the utilization rate of plate and reduce production cost for the layout problem of 2D rectangular parts. Then, the rectangular part was characterized by six-element array, taking the maximum utilization rate of plate as the optimizing goal, the optimization model with constraint of layout problem was built. Based on multi-island genetic algorithm, the adaptively adjusting method of crossover probability and mutation probability was introduced, and the adaptive multi-island genetic algorithm was put forward. Furthermore, for the particularity of layout problem, the genetic operators were designed adaptively, and the circular crossover method and changing mutation strategy were given to ensure that the rectangle scale remained unchanged before and after the execution of genetic operator. Finally, the gene decoding method was set by the lowest horizontal line heuristic algorithm, and two sets of layout experiments for rectangular part with the scales of 30 and 59 for verification were conducted. The result shows that compared with the distribution estimation layout method, the utilization rate of plate and the stability of layout method for the layout results of adaptive multi-island genetic algorithm are higher.

Key words: layout of rectangular part; adaptive multi-island genetic algorithm; heuristic algorithm; gene decode; utilization of plate

二维矩形件排样是指在板材上对矩形零件进行合理布局, 是钣金件下料过程中的常见问题和基础性问题^[1]。合理的排样结果可以提高板材利用效率、简化切割工艺、提高生产效率, 对降低矩形件的加工成本意义重大。

目前, 矩形件排样的优化方法可以分为 3 类: 数学规划法、启发式算法和智能规划方法。数学规

划方法包括动态规划法和线性规划法等。文献 [2] 以分层排样的动态规划法求解矩形件的排样问题, 实现板材总价值最大化。文献 [3] 提出以矩阵变化列生成的线性规划方法解决矩形件的排样问题, 不仅降低了算法的复杂度, 而且提高了板材利用率。数学规划法的缺点是只能求解小规模排样问题, 难以适用于大规模排样问题。启发式算法包括顺序启发式算法、组合策略启发式算法等。文献 [4] 针对二维矩形件排样问题, 提出大、小工件分治策略和组块快速举荐算法, 实现了切割工艺简单化, 具有较高的板材利用率。启发式算法的缺陷是通用性

收稿日期: 2020-04-15; 修订日期: 2020-07-12

基金项目: 江西省高等学校教学改革研究重点课题 (JXJG-16-52-2)

作者简介: 曾晓亮 (1984-), 男, 学士, 副教授

E-mail: ixieio9@163.com

和稳定性较差。智能规划方法包括遗传算法、蚁群算法、鱼群算法等。文献 [5] 使用改进蚁群算法规划零件排样顺序, 使用剩余矩形法确定排样位置, 提高了板材利用率; 文献 [6] 通过重新设计狼群的游走和奔袭等行为, 提出了适用于二维矩形件排样问题的十进制狼群算法, 经验证, 此方法比遗传算法和粒子群算法等具有更高的板材利用率。当前, 矩形件排样主要使用智能算法与启发式算法相结合的求解方式, 使用智能算法确定矩形件的排放顺序, 再使用启发式算法确定矩形件的排样布局, 算法间的有效组合是今后研究的热点之一。

本文研究了矩形件排样优化问题, 以最大板材利用率为优化目标, 建立了带约束的优化模型。提出了自适应多岛遗传算法进行求解, 使用最低水平线启发式算法进行基因解码, 达到了提高板材利用率的目的。

1 问题描述与数学模型

1.1 排样问题描述

矩形件排样问题是指将给定的 n 个已知尺寸的矩形件 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 排列在宽度为 W_{id} 、长度不限的板材上, 其中 n 为矩形件数量, 在满足约束条件的前提下, 实现板材利用效率最高, 达到节约板材和生产成本的目的。

矩形件排样需要满足 3 个约束条件: (1) 任何一个矩形件 p_i 均不能超过板材边界; (2) 任意两个矩形件 p_i 与 p_j 相互不重叠, i, j 为不同件的编号, $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n, i \neq j$; (3) 矩形件不允许斜放, 只能横放或竖放。

1.2 排样问题数学模型

为了对排样问题进行数学描述, 以板材为基准建立坐标系, 如图 1 所示, 其中, 外框表示板材,

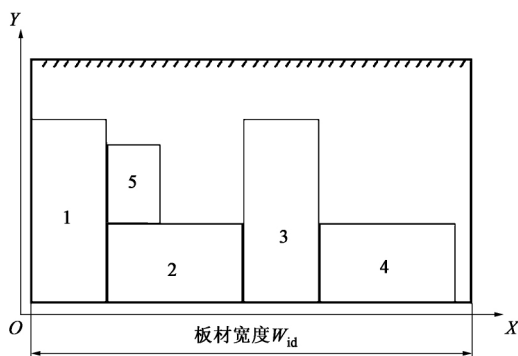


图 1 坐标系建立方法

Fig. 1 Setting method of coordinate system

编号 1~5 的黑色框表示 5 个矩形件, 编号顺序表示排样顺序。将板材宽度方向记为 X 轴, 板材高度方向记为 Y 轴, 板材左下角记为原点 $O(0, 0)$ 。

矩形件 p_i 采用六元数组表示为 $p_i = \{x_i, y_i, l_i, w_i, h_i, f_i\}$, 其中: (x_i, y_i) 为矩形件 p_i 的左下角坐标; l_i 、 w_i 分别为矩形件 p_i 的长边和短边的长度, h_i 为矩形件 p_i 的最高点的高度值; f_i 为矩形件 p_i 横放或竖放的标志值, $f_i = 1$ 表示矩形件 p_i 横放 (长边平行于 X 轴), $f_i = -1$ 表示矩形件 p_i 竖放 (短边平行于 X 轴)。根据以上参数设置, 得到矩形件右上角坐标为: $\left(x_i + \frac{[(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i]}{2}, y_i + \frac{[(1+f_i)w_i + (1-f_i)l_i]}{2}\right)$ 。矩形件排样问题的数学模型为:

$$\begin{aligned} \text{obj. Max } F &= \frac{\sum_{i=1}^n w_i \times l_i}{H \times W_{id}} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \forall p_i: 0 \leq x_i \leq W_{id}, y_i \geq 0 \\ \forall p_i: 0 \leq x_i + \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2} \leq W_{id} \\ \forall p_i, p_j: x_i + \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2} \leq x_j \text{ 或} \\ y_i + \frac{(1+f_i)w_i + (1-f_i)l_i}{2} \leq y_j \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中: F 为目标函数; H 为板材的最大高度, $H = \max\{h_i\}$ 。

约束条件中的第 1 式和第 2 式将矩形件限制在板材内, 第 3 式表示任意两个矩形件不重叠。

2 自适应多岛遗传算法

首先介绍多岛遗传算法原理, 而后根据矩形件排样问题的数学模型及问题特殊性, 对遗传操作进行特殊设计, 从而获得较优的排样结果。

2.1 多岛遗传算法原理

多岛遗传算法本质上是对并行分布式遗传算法的改进, 将种群分为若干子群, 每个子群称为一个“岛”, 在各岛上分别进行选择、交叉、变异等遗传操作, 每隔一定周期进行岛间的个体迁移, 而后继续进行遗传操作^[7]。算法示意图如图 2 所示。

多岛遗传算法通过迁移操作保持解的多样性,

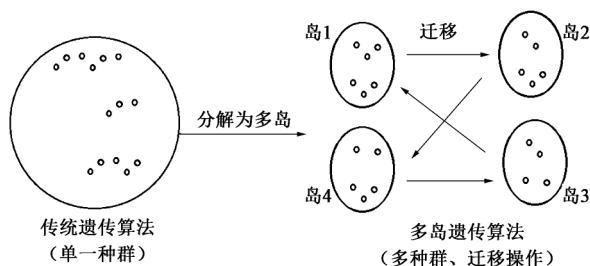


图 2 多岛遗传算法原理

Fig. 2 Principle of multi-island genetic algorithm

并提高了算法的全局搜索能力和计算效率^[8]。迁移操作的具体方式为: 每隔一定的迭代次数, 选择一定比例的个体进行种群间迁移。

2.2 单个岛的遗传算法设计

针对矩形件排样优化问题的特殊性, 对遗传算法的基因编码和遗传算子进行适应性设计, 使遗传算法能够求解排样优化模型。

2.2.1 基因编码

首先, 按照面积降序对 n 个矩形件进行编号, 面积相同的矩形件的编号顺序可随机确定。由此, 为每个矩形件确定了一一对应的数字编号: $\{p_1, p_2, \dots, p_n\} \leftrightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 。基因编码采用十进制编码方法, 以随机方式生成一个 $1 \sim n$ 序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 再以随机方式为每个 x_i 施加正负号, 即可得到一个基因。基因中, 正号表示横放, 负号表示竖放, x_i 表示矩形件 p_i 的编号。基于以上编码方式, 确定了每个矩形件的排样顺序和排列方式。

2.2.2 适应度函数

本文以板材利用率最大为优化目标, 因此, 将式 (1) 中的目标函数作为适应度函数。

2.2.3 选择操作

为了将父代的较优个体保留到子代中, 首先, 利用式 (2) 计算每个个体的被选概率, 而后以轮盘赌的方式选择子代个体^[9]。

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (2)$$

式中: P_i 为基因 i 被选中的概率; F_i 为基因 i 的适应度值。

2.2.4 交叉操作

根据矩形件排样问题的特殊性, 要求在同一基因编码中不能出现同一数字 (绝对值一致、正负号

不一致, 视为同一数字), 因此, 常见的两点交叉需要进行冲突检测, 为了避免这一繁琐过程, 本文使用环形交叉算子^[10]。环形交叉算子中每个基因位的被选概率相同, 非常有利于算法的全局搜索, 交叉原理如图 3 所示。

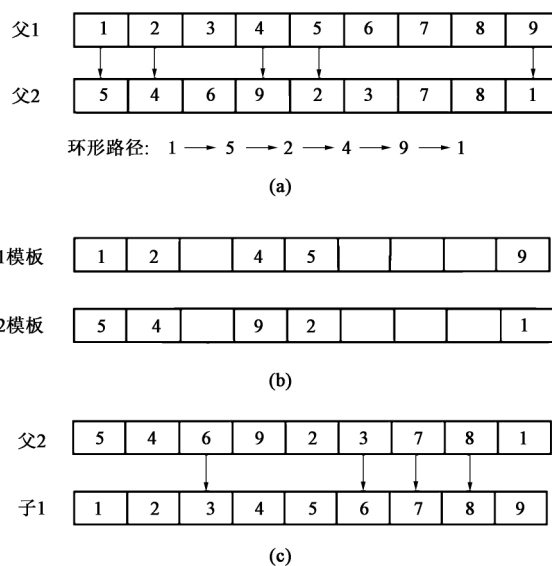


图 3 环形交叉算子

(a) 第 1 步 (b) 第 2 步 (c) 第 3 步

Fig. 3 Cycle crossover operator

(a) Step 1 (b) Step 2 (c) Step 3

环形交叉第 1 步: 从任意一个父代中选择一个基因位 (图 3 中父 1 的基因 1), 而后找到另一父代相应基因位的基因 (图 3 中父 2 的基因 5), 再回到第 1 个父代寻找同编号基因的位置, 重复以上过程, 直至形成闭环。

环形交叉第 2 步: 父 1 和父 2 保留各自循环位的基因, 去除其余位的基因, 得到子 1 和子 2 的模板基因。

环形交叉第 3 步: 将父 1 和父 2 的非循环基因交换, 得到子 1 和子 2, 图 3 中以子 1 为例进行说明, 得到的另一子 2 的基因: 543926781。

传统蚁群算法中所有个体参与交叉操作的概率相同, 本文根据不同个体的适应度值, 设计自适应交叉概率。当个体适应度值大于平均适应度值时, 说明个体优于种群平均水平, 则使用较小的交叉概率, 有利于将较优个体保留到下一代; 当个体适应度值小于平均适应度值时, 说明个体次于种群平均水平, 则使用较大的交叉概率, 使较差个体以更大概率参与交叉算子, 产生更优子代, 自适应交叉概

率为:

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} & F_{acr} < F_{avg} \\ P_{c1} - \frac{(P_{c1} - P_{c2})(F_{acr} - F_{avg})}{F_{max} - F_{avg}} & F_{acr} \geq F_{avg} \end{cases} \quad (3)$$

式中: P_c 为自适应交叉概率; F_{acr} 为两个交叉个体中适应度值的较大值; F_{avg} 为种群平均适应度值; F_{max} 为种群中最大的适应度值; P_{c1} 、 P_{c2} 为自适应交叉参数, 预先设定为 $(0, 1)$ 间定值, 且 $P_{c1} > P_{c2}$ 。

2.2.5 变异操作

变异是在单个染色体的某一个或某几个基因位上实施的操作, 针对矩形件排样问题的特殊性, 本文使用交换变异策略^[11], 即随机选择若干个基因位, 对被选基因位进行随机交换, 即可得到新的变异基因。与自适应交叉概率的思路一致, 本文设计的自适应变异概率为:

$$P_m = \begin{cases} P_{m1} & F_{mut} < F_{avg} \\ P_{m1} - \frac{(P_{m1} - P_{m2})(F_{max} - F_{mut})}{F_{max} - F_{avg}} & F_{mut} \geq F_{avg} \end{cases} \quad (4)$$

式中: P_m 为个体变异概率; F_{mut} 为变异个体的适应度值; P_{m1} 、 P_{m2} 为自适应变异概率, 预先设定为 $(0, 1)$ 间定值, 且 $P_{m1} > P_{m2}$ 。

2.2.6 基因解码

基因的编码方式确定了矩形件的排入顺序和排样方式, 在基因解码时, 还需要确定矩形件的具体位置。本文提出了最低水平线启发式算法, 用于基因解码, 分为以下几步实现。

Step 1: 初始化最高轮廓线集合, 最高轮廓线的初始值为板材底边;

Step 2: 按照基因编码顺序和排入方式将矩形件 p_i 排入板材中, 首先在最高轮廓线中选择最低的一段水平线, 若该段可排则将 p_i 靠左排放, 并更新最高轮廓线, 若不可排放则进入下一步;

Step 3: 判断矩形件 p_i 能否排入次高的最高轮廓线中, 若能则排入, 若不能则继续判断更高的最高轮廓线, 直至 p_i 能放入为止, 而后更新最高轮廓线;

Step 4: 重复 Step 2 和 Step 3, 直至将所有矩形件排样完毕为止。

2.3 基于多岛遗传算法的矩形件排样流程

根据 2.2 节自适应多岛遗传算法的原理, 制定了基于多岛遗传算法的矩形件排样流程。

Step 1: 初始化算法参数, 包括子群规模、岛的数量、最大进化代数、迁移周期、岛间迁移率、自适应交叉参数 p_{c1} 和 p_{c2} 、自适应变异概率 p_{m1} 和 p_{m2} ;

Step 2: 初始化岛上各子群;

Step 3: 使用启发式算法对基因进行解码, 计算每个基因的适应度值;

Step 4: 判断是否到达迁移周期, 若是则进行迁移操作, 若否则继续;

Step 5: 各岛上子群按照自适应概率进行选择、交叉、变异等遗传操作;

Step 6: 判断是否达到最大迭代次数, 若否则转至 Step 3, 若是则对基因解码, 输出最优基因, 得到矩形件的最优排样。

3 实验验证及分析

为了验证本文建立的矩形件排样模型的合理性和多岛遗传算法求解的有效性, 设计了两组实验进行验证: 实验 1 的矩形件规模较小, 为 30 件; 实验 2 的矩形件规模较大, 为 59 件。

3.1 实验 1

在宽度为 65 cm、长度不限的板材上放置 14 种规格的矩形件, 矩形件数量为 30 件, 矩形件的规格及数量如表 1 所示。

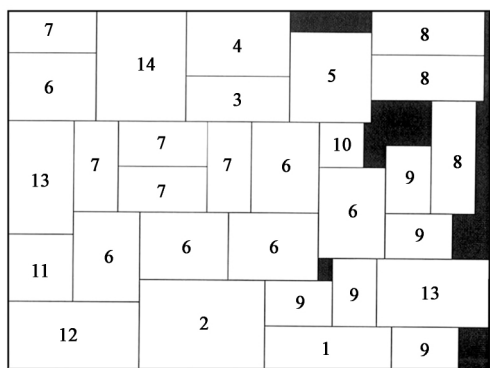
表 1 实验 1 矩形件规格及数量

Table 1 Specification and quantity of rectangular parts for experiment 1

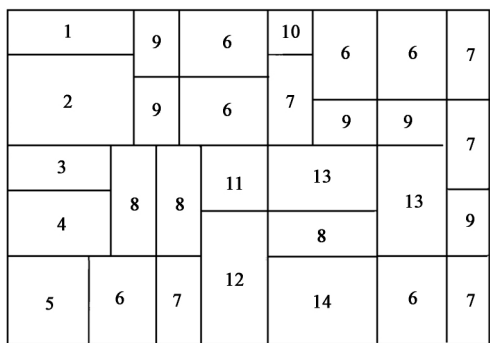
编号	宽度/ cm	长度/ cm	数量/ 个	编号	宽度/ cm	长度/ cm	数量/ 个
1	17	6	1	8	6	15	3
2	17	12	1	9	6	9	5
3	14	6	1	10	6	6	1
4	14	6	9	11	9	9	1
5	11	12	1	12	9	18	1
6	9	12	6	13	15	9	2
7	6	12	5	14	15	12	1

为了防止随机性的影响, 算法运行 20 次, 选择最优排样结果进行展示。为了形成比较效果, 同时使用文献 [12] 中的排样方法和本文排样方法对上述案例进行对比。文献 [12] 排样后的最优结果如图 4a 所示, 本文算法排样的两个最优结果如图 4b 和图 4c 所示, 其中, 黑色区域为板材的未利用区域。

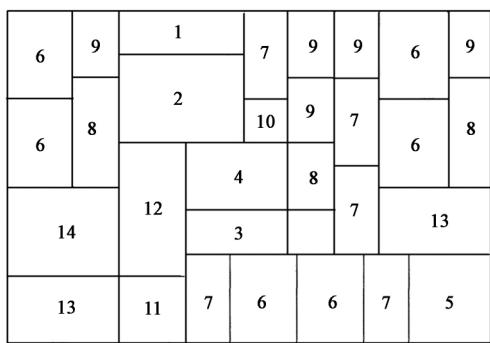
统计两种排样结果的板材消耗长度和板材利用



(a)



(b)



(c)

图 4 实验 1 的本文排样方法与文献 [12] 排样方法的最优结果对比

(a) 文献 [12] 排样方法 (b) 本文排样方法最优结果 1
(c) 本文排样方法的最优结果 2

Fig. 4 Comparison of optimal results between layout methods in this paper and in reference [12] for experiment 1
(a) Optimal result of layout method in reference [12]
(b) Optimal result 1 of layout method in this paper
(c) Optimal result 2 of layout method in this paper

率，结果如表 2 所示。

结合表 2 和图 4 可知：本文排样的 30 个矩形件能够恰好实现板材的 100% 利用，本文算法得到了两种板材 100% 利用率的排样方式，板材的消耗长度为 45 cm；而文献 [12] 算法的板材利用率为

93.8%，板材消耗长度为 49 cm。以上数据说明了本文提出的排样方法具有更高的板材利用率。

表 2 排样的板材消耗长度和板材利用率的统计结果

Table 2 Statistical results of consumption length and utilization rate of plate after layout

算法	消耗长度/cm	板材利用率/%
文献 [12]	49	93.8
本文	45	100.0

3.2 实验 2

实验 2 是在宽度为 400 cm、长度不限的板材上排放 20 种规格的矩形件，矩形件数量为 59，矩形件的规格及数量如表 3 所示。

表 3 实验 2 矩形件规格及数量

Table 3 Specification and quantity of rectangular parts for experiment 2

编号	宽度/cm	长度/cm	数量/个	编号	宽度/cm	长度/cm	数量/个
1	36	25	4	11	22	55	1
2	24	18	5	12	41	87	2
3	84	79	3	13	72	39	2
4	30	121	4	14	25	31	2
5	48	29	11	15	65	41	2
6	98	64	2	16	24	78	3
7	21	36	2	17	11	19	2
8	59	48	3	18	36	63	2
9	17	11	2	19	30	10	3
10	121	46	2	20	61	50	2

分别使用文献 [12] 算法和本文算法进行排样 20 次，统计 20 次排样结果的板材利用率最大值、板材利用率平均值、板材消耗长度最小值和板材消耗长度平均值，结果如表 4 所示。

表 4 实验 2 排样结果对比 (%)

Table 4 Comparison of layout results for experiment 2 (%)

算法	板材利用率		板材利用率	
	最大值	平均值	最小值	平均值
文献[12]	90.28	88.25	345	353
本文	95.23	94.38	336	341

由表 4 中数据可以看出，与文献 [12] 的排样方法相比，本文提出的自适应多岛遗传算法不仅具有最大的板材利用率、最小的板材高度消耗值，而

且 20 次排样的板材利用率平均值也远大于文献 [12] 算法, 说明本文提出的排样方法的稳定性也优于文献 [12] 方法。本文的最佳排样结果如图 5 所示。

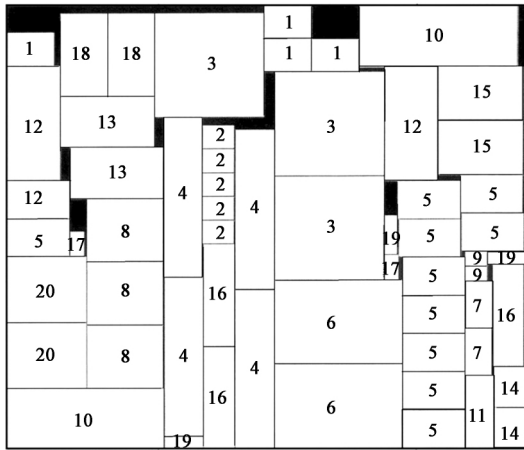


图 5 本文排样方法的最优结果

Fig. 5 Optimal result of layout method in this paper

4 结语

本文研究了矩形件排样问题, 以板材利用率最大建立了优化模型, 提出了自适应多岛遗传算法的求解方法。经验证得出以下结论: 在宽度为 65 和 400 cm、长度不限的板材上对不同规模的矩形件进行排样, 与文献 [12] 排样方法相比, 自适应多岛遗传算法得到的排样结果的板材利用率更高, 且多次排样的稳定性优于文献 [12] 的排样方法。

参考文献:

- [1] 唐少华, 潘立武. 针矩形件五级剪切排样方式的一种生成算法 [J]. 锻压技术, 2018, 43 (10): 190-194.
Hu S H, Pan L W. A generating algorithm for five-level cutting layout pattern of rectangular part [J]. Forging & Stamping Technology, 2018, 43 (10): 190-194.
- [2] 王晓庆, 李尚芳, 崔耀东. 矩形毛坯最优层排样方式的动态规划算法 [J]. 计算机应用研究, 2010, 27 (6): 2040-2042.
Wang X Q, Li S F, Cui Y D. Dynamic programming algorithm for generating optimal layer patterns of rectangular blanks [J]. Application Research of Computers, 2010, 27 (6): 2040-2042.
- [3] Liao X, Xiao H, Zhou X, et al. A new linear programming approach for TDGCS layout problem [J]. Engineering and Technology Research, 2016, 978: 354-360.

- [4] 王磊, 刘强, 陈新. 单规格一刀切矩形排样问题的启发式搜索算法 [J]. 软件学报, 2017, 28 (7): 1640-1654.
Wang L, Liu Q, Chen X. Heuristic search algorithm for the rectangular fixed-size guillotine bin packing problem [J]. Journal of Software, 2017, 28 (7): 1640-1654.
- [5] 郭蕴华, 许昆仑, 常万里, 等. 基于改进蚁群算法和剩余矩形法的二维矩形件优化排样 [J]. 武汉理工大学学报, 2018, 40 (2): 95-100.
Guo Y H, Xu K L, Chang W L, et al. Packing optimization of rectangles based on improved ant colony algorithm and surplus rectangle method [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2018, 40 (2): 95-100.
- [6] 罗强, 饶运清, 刘泉辉, 等. 求解矩形件排样问题的十进制狼群算法 [J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25 (5): 1169-1179.
Luo Q, Rao Y Q, Liu Q H, et al. Decimal wolf pack algorithm for rectangular packing problem [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25 (5): 1169-1179.
- [7] 孙永厚, 杨帅, 刘夫云, 等. 基于多岛遗传算法汽车动力总成悬置解耦优化 [J]. 机械设计与制造, 2019, (12): 155-159.
Sun Y H, Yang S, Liu F Y, et al. Decoupling optimization of an automotive powertrain suspension based on multi-island genetic algorithm [J]. Machinery Design & Manufacture, 2019, (12): 155-159.
- [8] 黄致谦, 丁勤卫, 李春, 等. 基于多岛遗传算法的漂浮式风力机稳定性多重调谐质量阻尼器优化控制 [J]. 中国机械工程, 2018, 29 (11): 1349-1356.
Huang Z Q, Ding Q W, Li C, et al. Optimal control of MTMD in floating wind turbine stability based on MIGA [J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29 (11): 1349-1356.
- [9] 熊昕, 赖国明. 改进的三级遗传算法定制特定应用片上网络拓扑 [J]. 计算机应用与软件, 2018, 35 (3): 241-246.
Xiong X, Lai G M. An improved three-level genetic algorithm to customize application-specific network-on-chip topology [J]. Computer Applications and Software, 2018, 35 (3): 241-246.
- [10] 胡士娟. 基于改进遗传算法的多旅行商问题的研究 [D]. 无锡: 江南大学, 2019.
Hu S J. Research on Multiple Traveling Salesman Problem Based on Improved Genetic Algorithm [D]. Wuxi: Jiangnan University, 2019.
- [11] 杨华丽. 基于遗传算法的复杂间歇生产绿色调度优化研究 [D]. 湘潭: 湘潭大学, 2019.
Yang H L. Research on Green Scheduling Optimization of Complex Batch Production Based on Genetic Algorithm [D]. Xiangtan: Xiangtan University, 2019.
- [12] 马康, 高尚. 分布估计算法求解矩形件排样优化问题 [J]. 电子设计工程, 2017, 25 (2): 49-54.
Ma K, Gao S. Solution to optimize cutting pattern in rectangular packing problem based on estimation of distribution algorithm [J]. Electronic Design Engineering, 2017, 25 (2): 49-54.