ACH0021 – Tratamento e Análise de Dados/Informações

Lista de Exercícios 2

Observação 1: Os exercícios desta lista devem ser resolvidos SEM o uso de ferramentas computacionais
Observação 2: Alguns dos exercícios foram adaptados do livro de M. N. Magalhães & A. C. P. de Lima, *Noções de Probabilidade e Estatística*, Edusp (2008).

---

1) Dados os subconjuntos A, B e C de Ω (suponha A, B e C não-vazios), mostre que
a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
c) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
d) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
e) $A \setminus B = A \cap B^c$.

2) Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, "traduzir" as situações abaixo para a linguagem da teoria dos conjuntos:
a) os dois eventos ocorrem.
b) pelo menos um dos eventos ocorre.
c) a ocorrência de A implica a ocorrência de B.
d) a ocorrência de A implica B não ocorrer.
e) o evento A ocorre, mas B não ocorre.
f) nenhum dos dois eventos ocorre.
g) exatamente um dos eventos ocorre.

3) Uma universidade tem 15 mil alunos dos quais 6 mil são considerados esportistas. Sabe-se, ainda, que 750 alunos são do curso de biologia diurno, 1050 da biologia noturno, 150 são esportistas e da biologia diurno e 300 são esportistas e da biologia noturno. Um aluno é escolhido, ao acaso, e pergunta-se a probabilidade de:
a) ser esportista.
b) ser esportista e aluno da biologia noturno.
c) não ser da biologia.
d) ser esportista ou aluno da biologia.
e) não ser esportista e nem aluno da biologia.

4) Sejam A e B dois eventos em um dado espaço amostral de sorte que $P(A) = 0,30$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,60$ e $P(A \cap B) = 0,20$. Determine o valor de p.

5) Dois processadores, A e B, são colocados em teste por várias horas. A probabilidade de que um erro de cálculo ocorra no processador A é de p_a, no processador B, p_b, e, em ambos, p. Determinar a probabilidade de:
a) pelo menos um dos processadores apresentar erro.
b) nenhum dos processadores apresentar erro.
c) apenas o processador A apresentar erro.
d) apenas o processador B apresentar erro.

6) Se $P(A \cup B) = p_{ab}$, $P(A) = p_a$ e $P(B) = x$, determine x se:
a) A e B forem mutualmente exclusivos.
b) A e B forem independentes (admita $P(A) \neq 1$).

7) Mostrar que se os eventos A e B forem independentes, então A^c e B^c também o são.

8) Sejam A, B, C e D pertencentes a um mesmo espaço amostral. Supondo $P(D) > 0$, mostre que:
a) $P(A^c|D) = 1 - P(A|D)$.
b) $P(A \cup B|D) = P(A|D) + P(B|D) - P(A \cap B|D)$.
c) $P(A \cup A^c|D) = 1$.

d) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$.

9) Se $P(A) \neq 0$, $P(B|A) = a/2$, e o evento B sempre é observado quando o evento A ocorre, determine o valor de a.

10) Uma classe de estatística teve a seguinte distribuição das notas finais: 12 do sexo masculino (M) e 18 do feminino foram reprovados, 24 do sexo masculino e 42 do feminino foram aprovados (A). Calcule:
a) $P(A \cup M^c)$ b) $P(A^c \cap M^c)$ c) $P(A|M)$ d) $P(M^c|A)$ e) $P(M|A)$

11) Peças produzidas por uma máquina são tais que 2%, 8% e 90% delas são, respectivamente, defeituosas, recuperáveis e perfeitas. De um lote, foram sorteadas, para análise, duas peças (com reposição). Determine a probabilidade de:
a) as duas serem defeituosas.
b) pelo menos uma ser perfeita.
c) uma ser recuperável e a outra, perfeita.

12) Numa cidade, estima-se que cerca de 30% dos habitantes tenham algum tipo de alergia. Sabe-se que 60% dos alérgicos praticam esportes, enquanto que esta porcentagem entre os não-alérgicos é de 30%. Escolhendo-se um indivíduo, de forma aleatória nesta cidade, determine a probabilidade dele:
a) praticar esporte.
b) ser alérgico, dado que não pratica esportes.

13) As preferências de homens e mulheres por cada gênero de filme alugado em uma locadora de vídeos estão apresentadas na tabela abaixo.

Sexo\Filme	Comédia	Romance	Policial
Homens	150	90	200
Mulheres	100	200	60

Sorteando-se, ao acaso, uma dessas locações, determine a probabilidade de:
a) uma mulher ter alugado um filme policial.
b) uma mulher ter alugado um filme, sabendo-se que o gênero era policial.
c) o filme ser policial, dado que foi alugado por uma mulher.
d) o filme não ser policial, dado que foi alugado por um homem.

14) Em um bairro existem três empresas de TV a cabo e 30 mil residências. A empresa TA tem 3150 assinantes, a TB tem 2775 e a empresa TC tem 3900 assinantes, sendo que algumas residências em condomínios subscrevem aos serviços de mais de uma empresa. Assim, há 630 residências que são assinantes de TA e TB, 180 de TA e TC, 270 de TB e TC e 45 que são assinantes das três empresas. Se uma residência desse bairro é sorteada ao acaso, determinar a probabilidade de:
a) ser assinante somente da TA.
b) assinar pelo menos uma delas.
c) não ter TV a cabo.

15) Das pacientes de uma clínica de ginecologia com idade acima de 40 anos, 70% são ou foram casadas e 30% são solteiras. Sendo solteira, a probabilidade de ter apresentado um distúrbio hormonal no último ano é de 20%, enquanto que para as demais essa probabilidade aumenta para 40%. Determinar:
a) a probabilidade de uma paciente escolhida ao acaso ter apresentado um distúrbio hormonal (no último ano).
b) se a paciente sorteada teve distúrbio hormonal (no último ano), a probabilidade de ser solteira.
c) se duas pacientes são escolhidas ao acaso e com reposição, a probabilidade de pelo menos uma ter manifestado distúrbio (no último ano).

16) Numa região, a probabilidade de chuva em um dia qualquer de primavera é de $0,2$. Um meteorologista acerta suas previsões em 80% dos dias em que chove e em 90% dos dias em que não chove.
a) Determinar a probabilidade deste meteorologista acertar a previsão.
b) Havendo acerto na previsão feita, determinar a probabilidade de ter sido um dia de chuva.

17) Um médico desconfia que um paciente tem tumor no abdômen, já que isto ocorreu em 80% dos casos similares que tratou. Se o paciente de fato tiver o tumor, o exame ultra-som o detectará com probabilidade

$0,9$. Entretanto, se ele não tiver o tumor, o exame pode, erroneamente, indicar que tem com probabilidade $0,1$. Se o exame detectou um tumor, determinar a probabilidade do paciente tê-lo de fato.

18) Acredita-se que numa certa população, 30% de seus habitantes sofrem de algum tipo de alergia e são classificados como alérgicos para fins de saúde pública. Sendo alérgico, a probabilidade de ter reação a um certo antibiótico é de $0,5$. Para os não alérgicos, esta probabilidade é de $0,1$. Uma pessoa dessa população teve reação ao ingerir o antibiótico; determinar a probabilidade dela ser do grupo não alérgico.

19) Uma companhia que fura poços artesianos trabalha numa região escolhendo, aleatoriamente, o ponto de furo. Não encontrando água na primeira tentativa, sorteia outro local e, caso também não tenha sucesso, faz uma terceira tentativa. Não encontrando novamente, um quarto e último furo é aberto em outro local escolhido ao acaso. Admite-se que a probabilidade de encontrar água em qualquer ponto dessa região seja p. Determinar a probabilidade de:
a) encontrar água na terceira tentativa.
b) encontrar água em até três tentativas.
c) encontrar água.

20) Uma urna contém $a > 0$ bolas amarelas e $b \geq 2$ bolas brancas. Retira-se, aleatoriamente, uma bola da urna e registra-se a cor sorteada. A bola é devolvida à urna e a operação anterior é repetida.
a) Determinar a probabilidade de obter duas bolas brancas.
b) Determinar a probabilidade de obter a bola branca no segundo sorteio.
c) Refazer os exercícios (2a) e (2b) admitindo que, após o primeiro sorteio, a primeira bola não seja devolvida à urna.

21) Em um curso hipotético de TADI, suponha que a probabilidade de um(a) aluno(a) obter nota igual ou acima de $5,0$ seja de 80% caso o ele(a) esteja muito motivado(a) e 2% se não estiver. Suponha que a motivação do(a) aluno(a) seja diretamente ligada ao seu desempenho na prova anterior. Determinar a probabilidade do(a) aluno(a) ser aprovado no curso sem a necessidade das provas substitutiva e de recuperação se:
a) ele(a) começou o curso desmotivado(a).
b) ele(a) começou o curso motivado(a).

22) Suponha que o tempo de um dia D (em dias) seja determinado pelos dois dias anteriores de sorte que:

- Chuva nos dias $D-2$ e $D-1$ implica chuva no dia D com probabilidade 0,6.
- Chuva no dia $D-2$ e ausência de chuva no dia $D-1$ implica chuva no dia D com probabilidade 0,3.
- Ausência de chuva no dia $D-2$ e chuva no dia $D-1$ implica chuva no dia D com probabilidade 0,4.
- Ausência de chuva nos dias $D-2$ e $D-1$ implica chuva no dia D com probabilidade 0,1.

a) Admitindo que choveu ontem e não há chuva hoje, determinar a probabilidade de chover daqui a três dias.
b) Determinar o cenário mais provável (previsão do tempo de amanhã e depois) se não houver chuva daqui a três dias (assumindo a condição inicial do item anterior).