

ACH0021 – Tratamento e Análise de Dados/Informações

Lista de Exercícios 1

Observação 1: Os exercícios desta lista devem ser resolvidos SEM o uso de ferramentas computacionais

Observação 2: Alguns dos exercícios foram adaptados ou retirados do livro de M. N. Magalhães & A. C. P. de Lima, *Noções de Probabilidade e Estatística*, Edusp (2008).

Formulário (para um conjunto $\{x_i\}$ de n dados)

$$\text{Média amostral: } \bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Variância amostral: } \sigma^2 := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Desvio padrão amostral: } \sigma$$

1) Um grupo de pedagogos estuda a influência da troca de escolas no desempenho de alunos do ensino fundamental. Como parte do levantamento realizado, foi anotado o número de escolas cursadas pelos alunos participantes do estudo.

| Escolas cursadas | Frequência |
|------------------|------------|
| 1 | 92 |
| 2 | 114 |
| 3 | 42 |
| 4 | 30 |
| 5 | 8 |
| 6 | 4 |

- Determinar a porcentagem dos alunos que cursaram mais de duas escolas.
- Construir o gráfico de barras.
- Classificar os alunos em dois grupos segundo a rotatividade: *alta* para alunos com mais de 2 escolas e *baixa* para os demais. Obter a tabela de frequência dessa variável.

2) Cinquenta e seis pacientes de uma clínica médica tiveram a sua concentração de potássio no meio extracelular medida (em mEq/l – miliequivalente por litro¹). Os resultados foram os seguintes:

| Concentração (mEq/l) | Frequência |
|----------------------|------------|
| 3,20 – 3,40 | 04 |
| 3,40 – 3,60 | 06 |
| 3,60 – 4,00 | 10 |
| 4,00 – 4,40 | 16 |
| 4,40 – 4,80 | 12 |
| 4,80 – 5,20 | 08 |

- Construir o histograma.
- Estimar a média e o desvio padrão.
- Considerando “típicas” as concentrações de potássio até a uma distância de um desvio padrão em relação à média, estimar a fração de pacientes que apresenta a concentração “típica”.
- Considerando “pacientes normais” aqueles que têm a concentração de potássio (no meio extracelular) entre 3,5mEq/l a 5,0mEq/l, estimar a fração dos pacientes fora desta faixa.

3) O índice de germinação é um dos principais fatores para definir a qualidade das sementes. Ele é determinado em experimento científico conduzido pelo fabricante e regulamentado pelos órgãos fiscalizadores. Um fabricante afirma que o índice de germinação de suas sementes de milho é de 85%. Para verificar tal afirmação, uma cooperativa de agricultores sorteou 150 amostras com 100 sementes em cada uma e anotou a porcentagem de germinação em cada amostra.

| Germinação (%) | Frequência |
|----------------|------------|
| 60 – 75 | 12 |
| 75 – 80 | 30 |
| 80 – 85 | 63 |
| 85 – 90 | 27 |
| 90 – 100 | 18 |

- Fazer uma representação gráfica da tabela ao lado.
- Estimar a média e o desvio padrão.
- Comentar a afirmação do fabricante.

¹Um “equivalente” é a massa, em gramas, de uma substância que pode reagir com um mol de elétrons.

4) Um exame vestibular para uma faculdade tem 80 questões, sendo 40 de português e 40 de matemática. Para os 10 melhores classificados, apresentamos o número de acertos em cada disciplina, em ordem decrescente do total de pontos.

| Aluno | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Português | 35 | 35 | 34 | 32 | 31 | 30 | 26 | 26 | 24 | 23 |
| Matemática | 31 | 29 | 27 | 28 | 28 | 26 | 27 | 23 | 24 | 24 |

- Organizar uma tabela de frequência para cada variável.
- Fazer uma representação gráfica das tabelas obtidas em (a)
- Construir a tabela de frequência da variável “total de pontos”.
- Comentar sobre a afirmação: “os aprovados são melhores em português do que em matemática”. (Nota: Supor que a aprovação está condicionada somente a uma pontuação total igual ou superior a 50)

5) Os dados abaixo referem-se ao salário (em salários mínimos) de 20 funcionários administrativos em uma indústria.

| | | | | |
|------|------|-----|-----|------|
| 10,1 | 7,3 | 8,5 | 5,0 | 4,2 |
| 3,1 | 2,2 | 9,0 | 9,4 | 6,1 |
| 3,3 | 10,7 | 1,5 | 8,2 | 10,0 |
| 4,7 | 3,5 | 6,5 | 8,9 | 6,1 |

- Construir uma tabela de frequência agrupando os dados em faixas a partir de 1 e com amplitude de 2 salários mínimos. Construir, também, o histograma.
- Analisando o histograma construído, estimar quantos funcionários poderiam financiar uma compra à prestação de R\$703,80 mensais de sorte que este valor não seja superior a 30% de seus salários. (Nota: 1 salário mínimo: R\$510,00)

6) Um estudo pretende verificar se o problema da desnutrição em adultos medida pelo peso, em quilogramas, em uma região agrícola (denotada por Região A), é maior do que em uma região industrial (Região B). Para tanto, uma amostra foi tomada em cada região, fornecendo a tabela de frequências a seguir:

| Região A | | Região B | |
|------------|-------|------------|-------|
| Massa (kg) | n_i | Massa (kg) | n_i |
| 25 – 40 | 08 | 25 – 60 | 10 |
| 40 – 50 | 25 | 60 – 70 | 34 |
| 50 – 60 | 28 | 70 – 80 | 109 |
| 60 – 70 | 12 | 80 – 90 | 111 |
| 70 – 100 | 09 | 90 – 100 | 55 |

- Construir um histograma para cada região.
- Estimar a média e o desvio padrão para cada região e discutir se o grau de desnutrição em ambas é diferente.

7) Alunos da Escola de Educação Física foram submetidos a um teste de resistência quanto ao número de quilômetros que conseguiriam correr sem parar. Os dados estão apresentados a seguir.

| Faixas (km) | Frequência |
|-------------|------------|
| 0 – 4 | 438 |
| 4 – 8 | 206 |
| 8 – 12 | 125 |
| 12 – 16 | 22 |
| 16 – 20 | 9 |

- Construir o histograma.
- A tradicional corrida de São Silvestre tem um trajeto de cerca de 15km. Estimar quantos alunos, a princípio, estariam aptos a participar deste evento sem necessitar parar durante a corrida (ignorando as peculiaridades do trajeto).

8) Mostrar que, para um conjunto $\{x_i\}$ de n dados, tem-se as seguintes fórmulas para a média (\bar{x}) e desvio padrão (σ):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i: \text{tipo de variável}} n_i x_i = \sum_{i: \text{tipo de variável}} f_i x_i$$

e

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i: \text{tipo de variável}} n_i (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\sum_{i: \text{tipo de variável}} f_i (x_i - \bar{x})^2}$$

onde n_i e f_i são, respectivamente, a frequência absoluta e relativa do i -ésimo tipo de variável.

9) Foram feitas medidas da taxa de hemoglobina no sangue (em g/cm^3) em um grupo de voluntários com os seguintes resultados:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 11,1 | 12,2 | 11,7 | 12,5 | 13,9 | 12,3 | 14,4 | 13,6 | 12,7 | 12,6 |
| 11,3 | 11,7 | 12,6 | 13,4 | 15,2 | 13,2 | 13,0 | 16,9 | 15,8 | 14,7 |
| 13,5 | 12,7 | 12,3 | 13,5 | 15,4 | 16,3 | 15,2 | 12,3 | 13,7 | 14,1 |

- Organizar os dados em faixas de tamanho 1 (g/cm^3) a partir de $11g/cm^3$ e construir o histograma.
- Calcular, pelos dados, a média e o desvio padrão.
- Estimar, pelo histograma, a média e o desvio padrão. Comparar os valores obtidos com os resultados do exercício (8b) e comentar as possíveis diferenças.
- Taxas abaixo de $12g/cm^3$ ou acima de $16g/cm^3$ são consideradas alteradas e requerem acompanhamento médico. Estimar a porcentagem dessas pessoas que se encontram nestas condições segundo o histograma.

10) Uma nova ração foi fornecida a suínos recém desmamados e deseja-se avaliar sua eficiência. A ração tradicional dava um ganho de peso ao redor de 3,5kg em um mês. A seguir, apresenta-se os dados referentes ao ganho, em quilogramas, para essa nova ração, aplicada em um mês em 200 animais nas condições acima.

| Ganho (kg) | Frequência |
|------------|------------|
| 1,0 ┤ 2,0 | 45 |
| 2,0 ┤ 3,0 | 83 |
| 3,0 ┤ 4,0 | 52 |
| 4,0 ┤ 5,0 | 15 |
| 5,0 ┤ 6,0 | 4 |
| 6,0 ┤ 7,0 | 1 |

- Construir o histograma.
- Estimar a média e o desvio padrão.
- Analisar se a nova ração é mais eficiente que a tradicional.

11) Num estudo sobre rotatividade de mão-de-obra na indústria, anotou-se o número de empregos nos últimos 3 anos para operários especializados e não especializados.

| Não especializados | | Especializados | |
|--------------------|-------|----------------|-------|
| Empregos | n_i | Empregos | n_i |
| 1 | 106 | 1 | 210 |
| 2 | 222 | 2 | 342 |
| 3 | 338 | 3 | 109 |
| 4 | 292 | 4 | 91 |
| 5 | 164 | 5 | 35 |
| Total | 1122 | Total | 787 |

- Construir um histograma para cada grupo de operários (especializados e não especializados).
- Analisar se os trabalhadores especializados trocam menos de emprego.
- Juntar as informações das duas tabelas em uma só e obter um histograma da rotatividade de mão-de-obra na indústria (sem diferenciar a especialização).

d) Com base no histograma do item (c), estimar por quantos empregos passam, no mínimo, os 50% dos operários que mais trocam de emprego.

12) Como parte de uma avaliação médica, foi medida a frequência cardíaca de um grupo de pessoas. Os dados (frequência cardíaca em batidas por minuto) são apresentados em seguida.

| Frequência cardíaca | Frequência |
|---------------------|------------|
| 60 ┤ 65 | 11 |
| 65 ┤ 70 | 35 |
| 70 ┤ 75 | 68 |
| 75 ┤ 80 | 20 |
| 80 ┤ 85 | 12 |
| 85 ┤ 90 | 10 |
| 90 ┤ 95 | 01 |
| 95 ┤ 100 | 3 |

- Obter o histograma.
- Para a faixa etária dessas pessoas, frequências cardíacas que estejam abaixo de 62 e acima de 92 requerem acompanhamento médico. Estimar a porcentagem de pessoas nessas condições.
- Para a faixa etária dessas pessoas, uma frequência cardíaca ao redor de 72 batidas por minuto é considerada padrão. Analisar se, de modo geral, essas pessoas encaixam nesse caso.

13) Dado um conjunto $\{x_i\}$ de n (> 1) dados cuja média e variância são, respectivamente, \bar{x} e σ^2 , mostrar que

a) $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ b) $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$ $\left(\text{por definição, } \overline{x^2} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)$

14) Em um estudo sobre a renda de professores do ensino fundamental, coletou-se os dados referentes ao salário desses. Os resultados foram dispostos na tabela abaixo.

| Salário (salários mínimos) | Frequência absoluta |
|----------------------------|---------------------|
| 1 – 3 | 15 |
| 3 – 5 | 25 |
| 5 – 7 | 18 |
| 7 – 9 | 9 |
| 9 – 10 | 4 |
| TOTAL | 71 |

a) Estimar a média \bar{s} e desvio padrão σ . Explicitar a hipótese assumida para os cálculos.

b) Estimar a porcentagem dos professores situados no intervalo $(\bar{s} - \sigma, \bar{s} + \sigma)$.

15) Num estudo sobre consumo de combustível, 200 automóveis do mesmo ano e modelo tiveram seu consumo observado durante 1000 quilômetros. A informação obtida é apresentada na tabela abaixo em km/litro.

| Faixas | Frequência |
|---------|------------|
| 7 – 8 | 27 |
| 8 – 9 | 29 |
| 9 – 10 | 46 |
| 10 – 11 | 43 |
| 11 – 12 | 55 |

a) Estimar o desvio padrão de consumo (por litro).

b) Estimar o número de carros cuja taxa de consumo situa-se no intervalo de até um desvio padrão em torno da média.

c) Estimar a menor taxa de consumo observada dentre os 90% dos carros que mais consomem combustível (por litro).

16) O tempo, em horas, necessário para um certo medicamento fazer efeito é apresentado abaixo:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,21 | 2,71 | 2,12 | 2,81 | 3,30 | 0,15 | 0,54 | 3,12 | 0,80 | 1,76 |
| 1,14 | 0,16 | 0,31 | 0,91 | 0,18 | 0,04 | 1,16 | 2,16 | 1,48 | 0,63 |

a) Calcular a média e o desvio padrão para o conjunto de dados.

b) Construir uma tabela de frequência para classes com amplitude de 0,5 hora, começando do zero.

c) Suponha que o conjunto original de dados foi perdido e só se dispõe da tabela construída em (b). Construir o histograma a partir desta tabela e, utilizando alguma hipótese conveniente (e razoável), estimar a média e a variância. Comentar as possíveis diferenças encontradas.

17) Um consumidor está indeciso na compra de uma televisão e decide avaliar algumas informações estatísticas, fornecidas pelo fabricante, sobre a duração (em horas) do tubo de imagem. Discutir qual seria a escolha mais “conservadora” e a escolha mais “ousada”.

| Marca da TV | A | B | C |
|---------------|------|------|------|
| Média | 8000 | 8100 | 8000 |
| Desvio padrão | 3000 | 3000 | 300 |

18) A distribuição de nota dos alunos de um curso de física é dada na tabela abaixo.

| Nota | Frequência |
|------------|------------|
| 0,0 – 2,0 | 04 |
| 2,0 – 4,0 | 02 |
| 4,0 – 6,0 | 36 |
| 6,0 – 8,0 | 28 |
| 8,0 – 10,0 | 01 |

a) Estimar a média \bar{n} e o desvio padrão σ .

b) Estimar a fração dos alunos com as notas situadas no intervalo $\bar{n} \pm 2,0\sigma$.

c) Estimar a fração dos alunos com as notas situadas no intervalo $(\bar{n} - \sigma, \bar{n} + 1,5\sigma)$.

19) Uma amostra de vinte empresas, de porte médio, foi escolhida para um estudo sobre o nível educacional dos funcionários do setor de vendas. Os dados coletados, quanto ao número de empregados com curso superior completo, são apresentados abaixo.

| | | | | | | | | | | |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Empresa | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 |
| Funcionários | 02 | 00 | 00 | 03 | 00 | 01 | 03 | 02 | 02 | 01 |

| | | | | | | | | | | |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Empresa | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Funcionários | 01 | 01 | 00 | 00 | 04 | 03 | 01 | 01 | 02 | 02 |

- a) Organizar uma tabela de frequência e calcular a média.
- b) Determinar o desvio padrão.
- c) As empresas pretendem incentivar o estudo de seus funcionários oferecendo um adicional de 3 salários mínimos para cada funcionário com curso superior. Calcular a despesa média adicional nessas empresas.

20) Estudando-se o número de acertos em 100 lances-livres de bola ao cesto, uma amostra com 20 jogadores forneceu os seguintes resultados: 68, 73, 61, 66, 96, 79, 65, 86, 84, 79, 65, 78, 78, 62, 80, 67, 75, 88, 75 e 82. Agrupar as observações em intervalos de comprimento 5 a partir de 60 e, usando alguma suposição adicional, estimar a média e a variância do número de acertos em 100 arremessos.

21) Estudando uma nova técnica de sutura, foram contados os dias necessários para a completa cicatrização de determinada cirurgia. Os resultados de 25 pacientes foram os seguintes: 6, 8, 9, 7, 8, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 7, 8, 10, 9, 9, 9, 7, 6, 5, 7, 7, 8, 10 e 11. Organizar os dados numa tabela de frequência e calcular a média e a variância.

22) O departamento de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe, via telefone, as reclamações dos clientes. O número de chamadas dos últimos 30 dias foram anotados e os resultados foram: 3, 4, 5, 4, 4, 5, 6, 9, 4, 4, 5, 6, 4, 3, 6, 7, 4, 5, 4, 5, 7, 8, 8, 5, 7, 5, 4, 5, 7 e 6.

- a) Construir uma tabela de frequência.
- b) Calcular a média e o desvio padrão.
- c) Admitindo que cada telefonema acarreta serviços sob a garantia avaliados em R\$ 0,50 por chamada, calcular a média e o desvio padrão das despesas oriundas do atendimento ao consumidor.

23) Considere um conjunto de n dados $\{x_i\}$ onde o desvio padrão coincide com a média \bar{x} .

- a) Determinar a média se $x_i = a$ (a constante) para $i = 1, \dots, n$. Determinar, ainda, o valor de a .
- b) Determinar a média se metade dos n dados (assuma n par) for da forma $\bar{x} + b$ e, a outra metade, da forma $\bar{x} - b/2$ (b constante).

24) Os batimentos cardíacos de dez pacientes foram medidos, chegando-se a uma média de 80 batidas por minuto. Após o cálculo desta média, os dados de um dos pacientes foram perdidos, restando as medidas dos outros nove, que são 75, 83, 77, 88, 82, 76, 79, 80 e 83 (em batidas por minuto). Determinar o desvio padrão dos dez dados.

25) Em uma experiência em um laboratório didático, um aluno foi requisitado para medir a massa de um material três vezes com um instrumento precário. Após duas medidas (1g e 2g), o estudante (desonestamente) inventou a terceira medida de sorte que a variância fosse $1,00g^2$ para sua futura conveniência. Determinar o(s) possível(is) valor(es) para a terceira medida forjada.