

Géométrie vectorielle: Travail #1

Due le 21 mars 2022

Jean-Philippe Miguel-Gagnon

Problème 1

Soit le triangle ABC, de sommets $A(-2, 3)$, $B(4, -2)$ et $C(9, 1)$.

$$\vec{BA} = (-6, 5)$$

$$\vec{BC} = (5, 3)$$

$$\vec{AC} = (11, -2)$$

1. Trouver la mesure en degrés de l'angle obtus du triangle ABC.

$$\begin{aligned}\theta &= \arccos \frac{\vec{BA} \bullet \vec{BC}}{\|\vec{BA}\| \cdot \|\vec{BC}\|} \\ &= \arccos \frac{(-6, 5) \bullet (5, 3)}{\sqrt{61} \cdot \sqrt{34}} \\ &= \arccos \frac{6(5) + 5(3)}{\sqrt{2074}} \\ &= \arccos \frac{15}{\sqrt{2074}} \\ &\approx \arccos(0.3293) \\ &\approx 70.77 \text{ deg} \\ &\approx 109.23 \text{ deg}\end{aligned}$$

2. Soit D , le point milieu du côté \vec{AC} .

- (a) Exprimer le vecteur \vec{BD} comme une combinaison linéaire de vecteurs construits à partir des points A , B , C .

$$\begin{aligned}\vec{BD} &= \vec{BA} + \vec{AD} \\ &= \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC}\end{aligned}$$

- (b) Trouver la longueur de la médiane \overline{BD} .

$$\begin{aligned}\vec{BD} &= \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC} & \overline{BD} &= \|\vec{BA}\| \\ &= (-6, 5) + \frac{1}{2}(11, -2) & &= \|(\frac{1}{2}, 4)\| \\ &= (-6, 5) + (\frac{11}{2}, -1) & &= \sqrt{\frac{1}{2}^2 + 4^2} \\ &= (\frac{1}{2}, 4) & &= \frac{\sqrt{65}}{2} \\ & & &\approx 4.03113\end{aligned}$$

3. Soit h , la hauteur abaissé du point A et qui coupe la droite \overline{BC} à angle droit au point E .

- (a) Exprimer le vecteur \vec{BE} à l'aide d'une projection de vecteurs construits à partir des points A , B , C .

$$\vec{BE} = \vec{BA}_{\vec{BC}}$$

- (b) Trouvez la longueur du segment \overline{BE} .

$$\begin{aligned} \vec{BE} &= \frac{\vec{BA} \bullet \vec{BC}}{\|\vec{BC}\|} \cdot \vec{BC} \\ &= \frac{(-6, 5) \bullet (5, 3)}{(\sqrt{5^2 + 3^2})^2} \cdot \vec{BC} \\ &= \frac{6(5) + 5(3)}{5^2 + 3^2} \cdot \vec{BC} \\ &= \frac{15}{34} \cdot \vec{BC} \quad \overline{BE} = \|\vec{BE}\| \\ &= \frac{15}{34} \cdot (5, 3) \\ &= \left(\frac{75}{34}, \frac{45}{34}\right) \\ &\approx (2.20588, 1.32352) \end{aligned}$$