Оглавление

[**Введение** 1](#_Toc103636827)

[**Актуальность** 1](#_Toc103636828)

[**Цели и задачи выпускной квалификационной работы** 1](#_Toc103636829)

[**Содержание работы** 2](#_Toc103636830)

[**Глава 1. Основные понятия** 2](#_Toc103636831)

[**1.1 Полутоновые изображения** 2](#_Toc103636832)

[**1.2 Дискретный сигнал** 2](#_Toc103636833)

[**1.3 Кратно-масштабный анализ** 3](#_Toc103636834)

[**1.4 Вейвлеты** 3](#_Toc103636835)

[**1.5 Вейвлет ряды** 4](#_Toc103636836)

[**1.6 Арифметическое кодирование** 4](#_Toc103636837)

[**1.7 Машинное обучение** 4](#_Toc103636838)

[**1.8 Линейная регрессия** 5](#_Toc103636839)

[**1.9 Случайный лес** 6](#_Toc103636840)

[**Список использованной литературы** 7](#_Toc103636841)

# **Введение**

## **Актуальность**

В современном мире интернет-технологии всё глубже проникают в нашу жизнь, возрастает значимость проблем хранения и передачи информации. В частности, одной из наиболее актуальных тем исследований является эффективное представление изображений. Развитие данной предметной области происходит в направлении сокращения объема, занимаемого данными при хранении информации. Иногда затраты на хранение и передачу данных становятся основным пунктом расходов, которые были бы сильно выше, если бы не существовало алгоритмов сжатия. И требования к оптимальности хранения данных только растут, появляются новые форматы высокой четкости изображений и видео, а развитие пропускной способности каналов связи не всегда соответствуют требованиям к скорости передачи информации. Например, на современных web сайтах от 30% до 70% размера страницы занимают изображения.

Одним из вариантов решения этих проблем является применение методов компрессии с целью уменьшения занимаемого интересующими данными объема. Чаще всего основной идеей сжатия является уменьшение качества изображения с помощью уменьшения его детализации.

Объектом исследования данной работы являются системы хранений изображений. Предметом исследования являются методы сжатия изображений.

## **Цели и задачи выпускной квалификационной работы**

Целью работы является исследование и анализ методов сжатий изображений с использованием дискретных вейвлет-преобразований (ДВП). В рамках работы изображения разбиваются на независимые компоненты и кодируются независимо арифметическим кодером с учетом связей между соседними элементами (контекстный кодер). Далее предпринимаются попытки повысить качество учета статистических связей соседей.

Основные задачи, решение которых необходимо для достижения поставленной цели:

* проанализировать уже существующие методы компрессии изображений, использующих вейвлет-преобразования;
* проверить эффективность методов сжатия изображений с использованием контекстного кодирования;
* повысить эффективность контекстного кодирования коэффициентов ДВП за счет использования технологий машинного обучения;
* реализовать описанные алгоритмы и разработать программу для их тестирования.

## **Содержание работы**

В первой главе данной работы находится вводная информация, содержащая необходимые теоретические основы, подкреплённые математическими выкладками.

Во второй главе описаны идеи и особенности уже существующих алгоритмов сжатия изображений, выдвигаются гипотезы об их улучшении. Раскрывается реализация упомянутых методов сжатия.

В третьей главе продемонстрированы результаты сравнения эффективности работы рассматриваемых методов, представлены примеры конкретных изображений, восстановленных описанными алгоритмами.

# **Глава 1. Основные понятия**

## **1.1 Полутоновые изображения**

Статические растровые изображения представляют собой двумерный массив чисел. Элементы этого массива называют пикселами (от английского pixel ≈ picture element). Все изображения можно подразделить на две группы: с палитрой и без нее. У изображений с палитрой в пикселе хранится число (индекс) в некотором одномерном векторе цветов, называемом палитрой. Чаще всего встречаются палитры из 16 и 256 цветов.

Изображения без палитры бывают в какой-либо системе цветопредставления и *в градациях серого* (полутоновые изображения) [1]. Для последних значение каждого пиксела интерпретируется как яркость соответствующей точки. В данной работе рассматриваются изображения такого вида.

## **1.2 Дискретный сигнал**

Под термином сигнал понимается физический процесс (например, изменяющееся во времени напряжение), отображающий некоторую информацию (сообщение). Математически сигнал описывается некоторой функцией 𝑓(𝑡) определенного вида. Сигналы бывают аналоговыми, дискретными и цифровыми. Аналоговый сигнал – описывается непрерывной (или кусочно-непрерывной) функцией 𝑓(𝑡).

Дискретный сигнал – это функция дискретного аргумента y = y(nT) с областью определения D = { nT|n ϵ Z } [2].

## **1.3 Кратно-масштабный анализ**

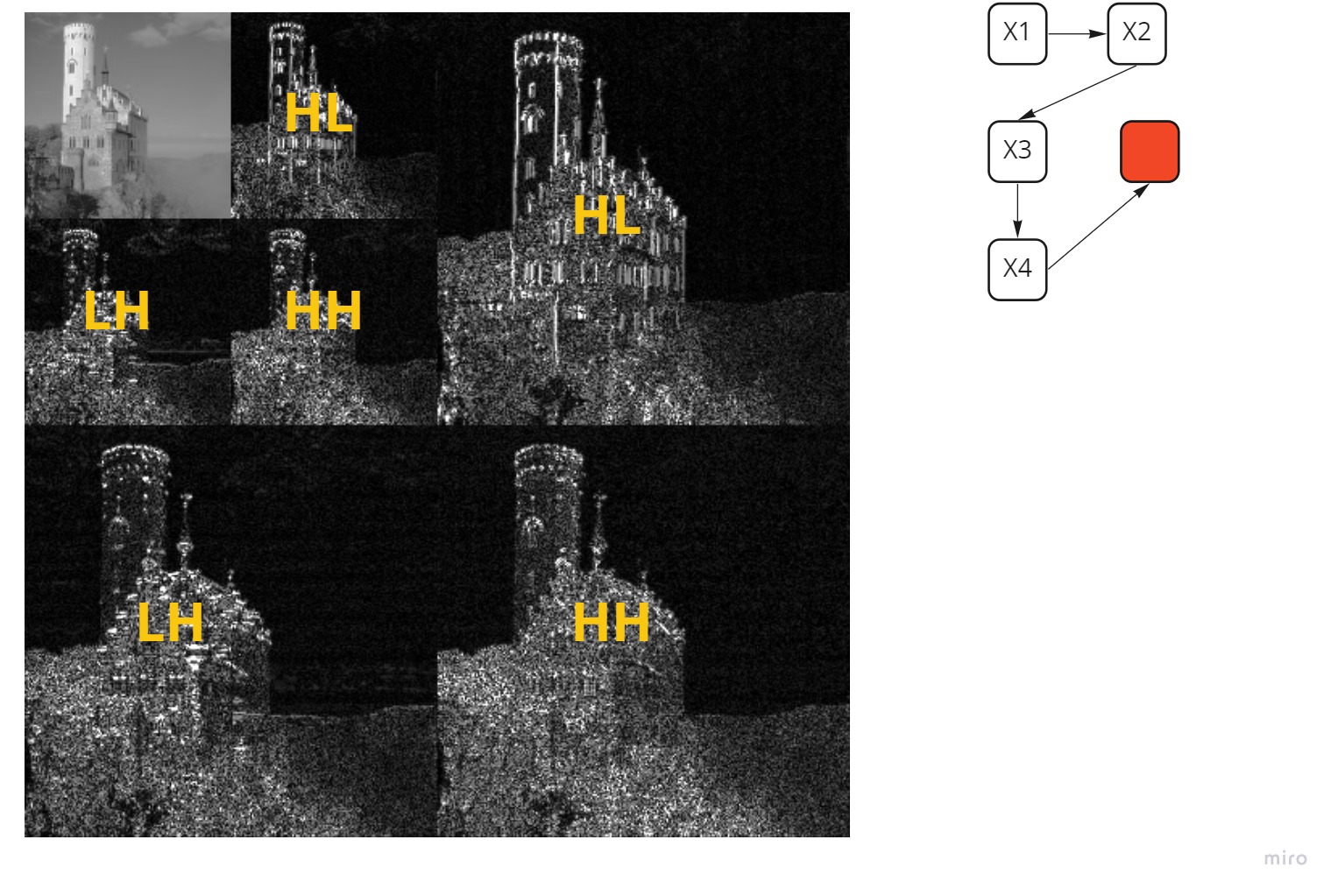
Последовательность подпространств {𝑉𝑚} ⊂ 𝐿 2 (𝑅), 𝑚 ∈ 𝑍, образует кратно-масштабный анализ (КМА), если обладает следующими свойствами [2]:

1. Подпространства вложены, ∀𝑚 ∈ 𝑍: 𝑉𝑚 ⊂ 𝑉𝑚+1.
2. Если функция 𝑓(𝑥) ∈ 𝑉𝑚, то 𝑓(2𝑥) ∈ 𝑉𝑚+1 и наоборот.
3. Существует некоторая функция 𝜙(𝑥) ∈ 𝑉0, целочисленные сдвиги которой {𝜙(𝑥 − 𝑛)}𝑛∈𝑍 ⊂ 𝑉0 образуют ортонормированный базис подпространства 𝑉0 . Такая функция 𝜙(𝑥) называется масштабирующей.
4. Для всех подпространств есть единственный общий элемент – нулевой, ∩ 𝑉𝑚 = {0}, 𝑚 ∈ 𝑍.
5. Замыкание множества всех подпространств является пространством 𝐿2 (𝑅): ⋃ = 𝐿2 (𝑅), 𝑚 ∈ 𝑍.

## **1.4 Вейвлеты**

Вейвлеты – относительно новое понятие для прикладной математики.

Вейвлет-преобразование разбивает данные или функции на составляющее с различными частотами, каждая из которых позже рассматривается отдельно с разрешением, подходящим по масштабу [3].



Здесь HL –последовательное применение высокочастотной, после чего низкочастотной фильтрации, LH - последовательное применение низкочастотной фильтрации, после чего высокочастотной фильтрации. HH – дважды примененная высокочатстоная фильтрация.

Обозначим через 𝑊𝑚 подпространство, представляющее собой ортогональное дополнение подпространства 𝑉𝑚 до 𝑉𝑚+1.

Основополагающим утверждением для кратно-масштабном анализе является следующее: для масштабирующей функции найдется такая функция ѱ(𝑥) ∈ 𝑊0 , что множество функций образует ортонормированный базис в подпространстве 𝑊m. Функцию, для которой выполняется данное утверждение, принято называть материнским вейвлетом.

Произвольную функцию 𝑓(𝑥)) ∈ 𝐿2 (𝑅) можно представить в виде разложения по ортогональному базису вейвлетов [2]:

Где 𝑓M = 𝐴M(𝑓), 𝑐m.n (𝑓) = 〈𝑓, ѱm,n 〉. Таким образом, материнский вейвлет можно представить с помощью базиса :

где . Уравнение называется масштабирующим для вейвлетов.

## **1.5** **Вейвлет ряды**

Так как , где является ортогональным дополнением подпространства до , вещественная функция 𝑓(𝑥) может быть представлена разложением масштабирующей функции в подпространстве и некоторыми из разложений материнского вейвлета в подпространствах [2]. Следовательно, имеет место представление вида:

Здесь j0 – произвольный начальный масштаб, – коэффициенты приближений, – коэффициент деталей.

В случае, когда – дискретная, полученная последовательность называется дискретным вейвлет-преобразования.

## **1.5 Квантование**

Проквантованный сигнал получается из исходного сигнала по формуле:

где –шаг квантования, а оператор означает взятие целой части числа.



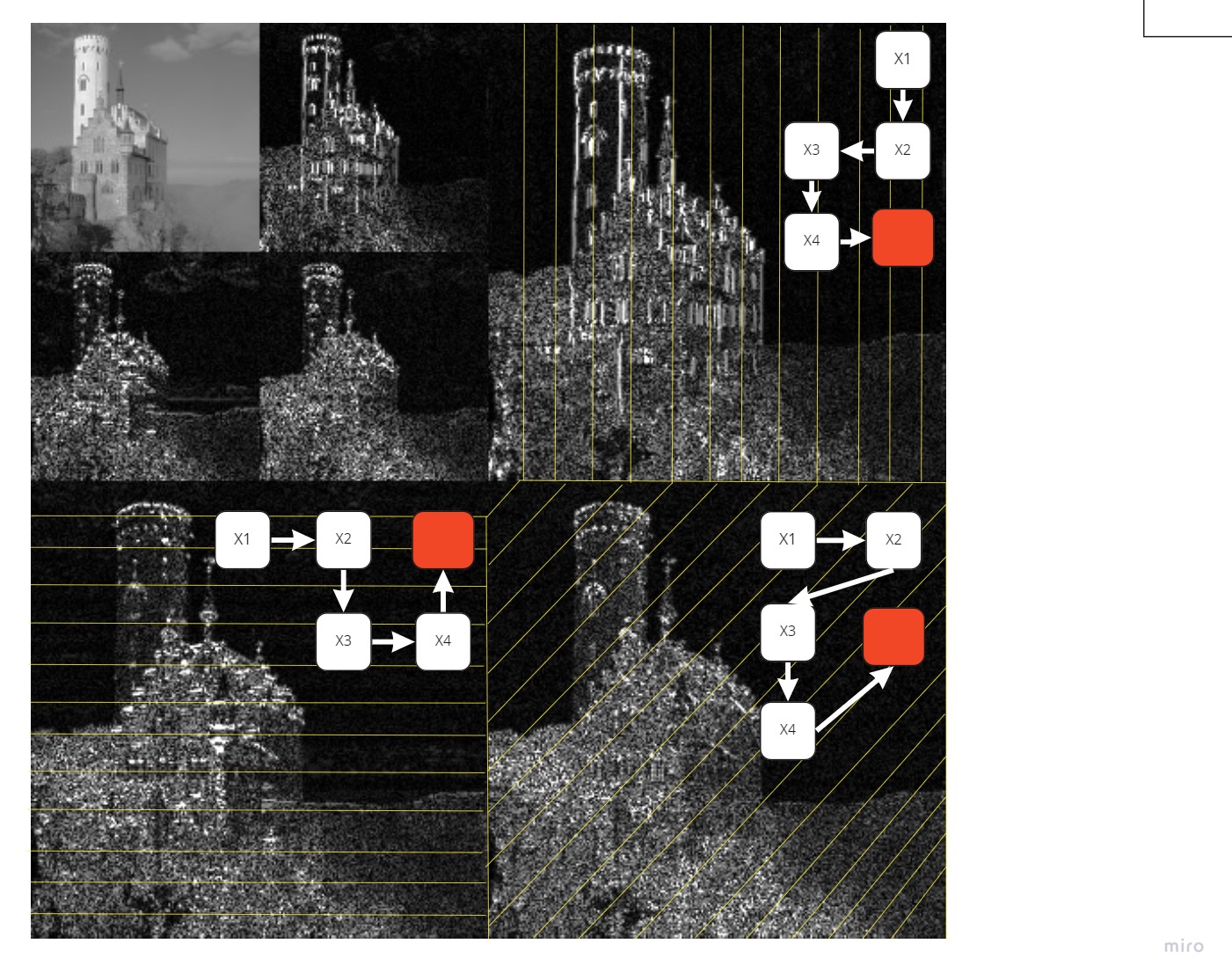
Деквантование происходит по формуле:

## **1.6 Арифметическое кодирование**

Арифметическим кодированием называется отображение слов алфавита с заданным распределение вероятностей на множество двоичных слов [4].

Основанная идея арифметического кодирования заключается в следующем: слова алфавита сортируются по возрастанию вероятности их появления, пропорционально этим вероятностям делится интервал от 0 до 1. Каждая часть такого интервала соответствует двоичному представлению слова исходного алфавита. Таким образом, для наиболее часто встречающихся слов будут использоваться наиболее компактные представления.

## **1.8 Контекстное кодирование**



## **1.7 Машинное обучение**

Машинное обучение представляет собой науку (и искусство) программирования компьютеров для того, чтобы они могли обучаться на основе данных.

Методы машинного обучения делятся на четыре вида: обучение с учителем, обучение без учителя, частичное обучение, обучение с подкреплением. [8]

При обучении с учителем данные, которые планируется использовать в системе, поставляются с метками (желательные решения). Числовые характеристики, используемые для нахождения метки, называются признаками. Матрицу, строки которой состоят из набора признаков, соответствующих одной целевой метке, будем обозначать за . Вектор-столбец желательных решений - . Набор данных с признаками и метками называется обучающей выборкой.

Как пример обучения с учителем можно рассмотреть задачу регрессии. Суть данной задачи состоит в том, чтобы по числовым признакам восстановить значение метки. Например, спрогнозировать цену автомобиля в зависимости от его пробега, модели, возраста. Еще одной типичной задачей обучения с учителем является задача классификации. Классификация отличается от регрессии конечностью множества возможных значений метки.

## **1.8 Квадратичная регрессия**

Рассмотри более подробно алгоритм квадратичной регрессии. Пусть задана обучающая выборка , где , при .

Задача квадратичной регрессии состоит в нахождении функции, которая лучше всего приближает значение [9]:

где – матрицы весовых коэффициентов, – свободный член.

Для того, чтобы найти матрицы мы составим функцию вида

которую назовем функцией потерь. Можно взять функции другого вида, но мы остановимся на этой.

Теперь задача регрессии может быть записана в виде задачи минимизации функции :

Таким образом, минимизируя ведённую нами функцию потерь, мы сможем вычислить значения такие, при которых выражение будет «предсказывать» величину .

## **1.9 Случайный лес**

Для начала введем понятие дерева решений, для этого опишем алгоритм его построения.



Обучающая выборка разбивается на две части и помещается в узлы дерева таким образом, чтобы попавшие в разные сегменты выборки данные максимально различались по зависимой переменной (какому-нибудь признаку). Далее для каждого узла вычисляется среднее значение признака и выносится решение – прогноз среднего значения целевой переменной. Полученные в результате узлы аналогично разбиваются на две части. В итоге формируется иерархическая структура, содержащая в себе зависимость между признаками и метками, которая называется деревом. Прогнозом целевой метки будут листья полученного древа [11].

Идея случайного леса заключается в том, чтобы из исходного набора данных извлечь случайные выборки (с возвращением), на каждой такой подвыборке обучить решающее дерево. Позже, чтобы получить прогноз леса, собираются ответы всех деревьев и усредняются.

# **Список использованной литературы**

[1] Д.С.Ватолин «Алгоритмы cжатия изображений». (Методическое пособие).1999. 76 с.

[2] С.В. Умняшкин. «Основы теории цифровой обработки сигналов». М.: Техносфера, 2016. 528 с.

[3] Добеши И. «Десять лекций по вейвлетам». "РХД", 2001 г. 464 с.

[4] В. Н. Потапов, “Арифметическое кодирование сообщений с использованием случайных последовательностей”, ПДМ, 2008, № 2(2), 133 с.

[5] А. В. Григорьев «Компрессия изображений на основе пакетных вейвлет-преобразований». (Бакалаврская работа). 2016. 53 с.

[6] <https://scask.ru/a_lect_cod.php?id=12>

[7] С. К. Абармов, Н. В. Бурцев, С. С. Кривенко, А. Н. Зеляченко, В. В. Лукин «Автоматическое сжатие в окрестности оптимальной рабочей точки изображений с шумом кодерами типа SPIHT и JPEG2000». Информационные технологии. 2016. 109с.

[8] Жерон Орельен «Прикладное машинное обучение с помощью Scikit-Learn и TensorFlow» 2018, 688 с.

[9] В.В.Вьюгин «Математические основы машинного обучения и прогнозирования». 2013. 387с.

[10] C. П. Чистяков «Случайные леса: обзор». 2013. С. 117–136

[11] Груздев А.В. «Прогнозное моделирование в IBM SPSS Statistics, R и Python. Метод деревьев решений и случайный лес». 2017. C. 642 с.