

명제 논리

명제



명제 : 참 또는 거짓 중 하나를 나타내는, 선언적 문장이다.

명제의 예

- 1. 미국의 수도는 워싱턴 D.C이다.
- 2. 캐나다의 수도는 토론토이다.
- 3. 1 + 1 = 2
- 4. 2 + 2 = 3

상기된 문장들은 명제이다. 하기된 문장들은 꼭 명제라고 할 수 없다. 왜냐하면 참 또는 거짓을 판단할 수 없기 때문이다.

- 5. 몇 시에요?
- 6. 이것을 주의깊게 읽어라
- 7. x + 1 = 2
- 8. x + y = z
- 5, 6은 명제가 아니다. 그리고 7, 8은 변수의 값에 따라 명제가 될 수 있다.

명제 변수(문장 변수): 명제를 표현하는 변수. 명제의 진리값이 참일 때는 T, 거짓은 F로 표현한다.



명제 산술(명제 논리) : 명제를 다루는 논리



단순 명제 : 더 단순한 명제로 나누어질 수 없는 명제



복합 명제 : 한 개 또는 여러 개의 명제를 조합하여 새로운 명제를 만든 것, <mark>논리 연산자</mark>를 이용하여 기존의 명제들로부터 만듦.

p 가 명제라 하면, $\neg p(or \bar{p})$ 로 표기되는 p 의 부정은 not p 라고 읽으며, p 의 반대가 된다.

명제 p 에 대한 진리표

명제 논리 1

p	$\neg p$
Т	F
F	Т



접속사: 두 개 이상의 명제로부터 새로운 명제를 만들어 내는 논리 연산자

p 와 q 가 명제라면, $p \land q$ 로 나타내는 p 와 q 의 논리곱은 명제 "p and q" 이며, 논리곱 $p \land q$ 는 p,q 가모두 참일 때만 참임 그 외의 경우는 모두 거짓이다.

명제 $p \wedge q$ 의 논리곱 진리표

p	q	$p \wedge q$
Т	Т	Т
Т	F	F
F	Т	F
F	F	F

p 와 q 가 명제라면, $p\lor q$ 로 나타내는 p 와 q 의 논리합은 명제 "p or q" 이며, 논리합 $p\lor q$ 는 p,q 가 모두 거짓일 때만 거짓임 그 외의 경우는 모두 참이다.

명제 p ee q 의 논리합 진리표

p	q	p ee q
Т	Т	Т
Т	F	Т
F	Т	Т
F	F	F

p 와 q 가 명제라면, "p exclusive - or q" 도 명제이며 $p \oplus q$ 로 나타낸다. 이 명제는 p 와 q 중 어느 하나만이 참일 때 전체가 참이다. 즉, 둘 다 모두 거짓이거나, 둘 다 모두 참일 때 전체 명제는 거짓이다.

명제 $p \oplus q$ 의 베타적 논리합 진리표

p	q	$p\oplus q$
Т	Т	F
Т	F	Т
F	Т	Т
F	F	F

조건문(함축)

p 와 q 가 명제라면, 조건문 $p \to q$ 는 명제 " $if\ p,\ then\ q$ " 이다. 조건문 $p \to q$ 는 p 가 참이고, q 가 거짓일 경우에 거짓이며, 그 외 다른 경우에는 모두 참이다. 이 때 p 를 가정(전제)라고 하며, q 를 결론(결론)이라고 한다.

조건문 p o q 의 진리표

명제 논리 2

p	\boldsymbol{q}	p o q
Т	Т	Т
Т	F	F
F	Т	Т
F	F	Т

• 예시로 "정치가가 당성되면 세금을 내릴 것이다"는 공약으로 볼 수 있겠다. p를 "정치가가 당선되면", q를 "세금을 내릴 것이다"로 본다면 "정치가가 당선되면 세금을 올릴 것이다"는 말이 되지 않는다.

역(converse), 대우(contrapositive), 이(inverse)

조건문 p o q 로부터 몇 개의 새로운 조건문을 만들 수 있다. 아 중 q o p 를 p o q 의 역, $\neg q o \neg p$ 를 p o q 의 대우, $\neg p o \neg q$ 를 p o q 의 이라고 한다.

상호 조건문

p 와 q 가 명제라면, 상호 조건문 $p\leftrightarrow q$ 는 명제 "p if and only if q" 이다. 조건문 $p\leftrightarrow q$ 는 p 와 q 가 동일한 진리값을 가질 때 참이며, 그렇지 않을 경우 거짓이다. 상호 조건문은 또한 상호 함축명제라고도 부른다

상호 조건문 $p \leftrightarrow q$ 의 진리표

p	q	$p \leftrightarrow q$
Т	Т	Т
Т	F	F
F	Т	F
F	F	Т

복합명제의 진리표

 $(p \lor \lnot q) \to (p \land q)$ 와 같은 식의 결과값.

 $(p ee
eg q) o (p \wedge q)$ 의 진리표

р	q	$\neg q$	p ee eg q	$p \wedge q$	$\begin{array}{c} (p \vee \neg q) \to \\ (p \wedge q) \end{array}$
Т	Т	F	Т	Т	Т
Т	F	Т	Т	F	F
F	Т	F	F	F	Т
F	F	Т	Т	F	F

논리 연산자의 우선순위

논리 연산자 우선순위

Operator	Precedence
_	1
\wedge	2

Operator	Precedence
V	3
\rightarrow	4
\leftrightarrow	5

논리와 비트 연산



비트: 0, 1의 값을 가짐. binary-digit(이진수)에서 따온 단어로 숫자의 이진표현에 사용된다. 즉 참 과 거짓의 진리값을 가지며, 1은 참이고 0은 거짓이다.

비트 연산자 $OR,\ AND,\ XOR$ 진리표

\boldsymbol{x}	y	x ee y	$x \wedge y$	$x\oplus y$
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0

4 명제 논리