

# atcoder 题目选讲

shj

2026 年 1 月 28 日

## AGC058 F - Authentic Tree DP

**简化题意：**

给定一棵  $N$  个点的无向树  $T$ 。对任意树  $t$  定义有理数  $f(t)$ ：

若  $|V(t)| = 1$ ，则  $f(t) = 1$ ；

若  $|V(t)| = n \geq 2$ ，对每条边  $e$ ，删去  $e$  得到两棵树  $t_x(e), t_y(e)$ （顺序无关），并定义

$$f(t) = \frac{1}{n} \sum_{e \in E(t)} f(t_x(e)) \cdot f(t_y(e)).$$

求  $f(T) \bmod 998244353$ （按题面“有理数取模”定义）。

**数据范围：**  $2 \leq N \leq 5000$ ；输入保证为树。

## AGC062 F - Preserve Distinct

**简化题意：**

有  $N$  叠牌，每张牌写着  $1 \sim M$  的整数。第  $i$  叠从上到下为  $A_{i,1}, A_{i,2}, \dots$ 。初始满足：

- (1) 每个数字  $x \in [1, M]$  恰好出现两次，且在两叠不同的牌里；
- (2) 所有“当前顶牌”的数字两两不同。

操作：选择一叠仍有牌的牌堆，丢弃其顶牌；要求丢弃后，所有仍非空牌堆的顶牌数字仍两两不同。

求最多能进行多少次操作。

**数据范围：**  $2 \leq N \leq M \leq 2 \times 10^5$ ;  $1 \leq A_{i,j} \leq M$ 。

## AWTF2024 E - Colorful Stamps

**简化题意：**

有一个  $N \times N$  网格，初始全为空色。你有  $N^2$  个印章：对每个  $(h, w)$  ( $1 \leq h, w \leq N$ ) 恰好有一个大小为  $h \times w$  的印章，且每个印章颜色都不同。

按一次印章  $(h, w)$ ：选择左上角  $(a, b)$ ，把对应的  $h \times w$  子矩形全部涂成该印章颜色（会覆盖旧颜色）。

已知有  $K$  个印章已被按过（给出其  $(H_i, W_i)$  与位置  $(A_i, B_i)$ ）。请给出剩余  $N^2 - K$  个印章的按压顺序和位置，使得最终  $N^2$  个格子的颜色两两不同。

**数据范围：**  $2 \leq N \leq 400$ ； $0 \leq K < N^2$ ；输入保证一定有解。

## AGC064 E

**简化题意：**

给定  $A, B$  (长度  $N$ )。令多重集  $X = \{a_i + b_j\}$  ( $N^2$  个)。

构造整数矩阵  $M$  (元素在  $[-10^{18}, 10^{18}]$ )，对每个格子定义

$$c_{i,j} = \sum_k M_{i,k} + \sum_k M_{k,j} - M_{i,j},$$

并令  $S = \{c_{i,j}\}$  (共  $N^2$  个)。

得分为  $\sum_z \min(\text{cnt}_X(z), \text{cnt}_S(z))$ ，求最大得分的构造。

**数据范围：**  $1 \leq N \leq 500$ ， $|a_i|, |b_i| \leq 10^9$ ， $\sum N^2 \leq 2.5 \times 10^5$ 。

## AGC065 E - One Two Three

**简化题意：**

给定两个长度为  $N$  的序列  $A, B$ ，其中每个  $A_i, B_i \in \{1, 2, 3\}$ 。

你要构造序列  $C$ ，对每个  $i$  选  $C_i \in \{A_i, B_i\}$ 。

定义逆序对数为满足  $i < j$  且  $C_i > C_j$  的对数。求最小可能的逆序对数。

**数据范围：**  $1 \leq N \leq 5 \times 10^5$ ;  $A_i, B_i \in \{1, 2, 3\}$ 。

## WTF19 C2 - Triangular Lamps Hard

### 简化题意：

无限多盏灯位于整数坐标点  $(x, y)$ 。初始只有  $(X, Y)$  一盏灯亮，其余全灭。

操作：任选整数  $x, y$ ，同时切换三盏灯  $(x, y)$ 、 $(x, y + 1)$ 、 $(x + 1, y)$  的状态（亮变灭、灭变亮）。

若干次操作后，恰有  $N$  盏灯亮，给出它们的坐标  $(x_i, y_i)$ 。保证输入合法且  $(X, Y)$  唯一。求初始的  $(X, Y)$ 。

**数据范围：**  $1 \leq N \leq 10^4$ ；  $|x_i|, |y_i| \leq 10^{17}$ 。

## AGC069 E - Pair of Sequences

**简化题意：**

给定  $N, M, X, Y$ 。计数满足以下条件的序列对  $(A, B)$  的个数 (对 998244353 取模)：

$A = (a_1, \dots, a_N)$  为非负整数序列；

$B = (b_1, \dots, b_N)$  是序列  $(0, 1, \dots, M-1)$  的一个长度为  $N$  的子序列 (等价于  $0 \leq b_1 < \dots < b_N \leq M-1$ )；

$$\sum_{i=1}^N a_i = X, \quad \sum_{i=1}^N a_i b_i = Y.$$

**数据范围：**  $1 \leq N \leq M \leq 2 \times 10^5$ ；  $1 \leq X, Y \leq 2 \times 10^5$ 。



## AGC076 E - Squared Norm Maximization

**简化题意：**

给定  $N$  对整数  $(A_i, B_i)$ 。你可以选择一个下标集合  $S \subseteq \{1, \dots, N\}$ ，其得分为

$$\left(\sum_{i \in S} A_i\right)^2 + \left(\sum_{i \in S} B_i\right)^2 - 3 \sum_{i \in S} (A_i^2 + B_i^2).$$

求最大可能得分。

**数据范围：**  $1 \leq N \leq 2.5 \times 10^5$ ;  $\sum |A_i| \leq 10^9$ ;  $\sum |B_i| \leq 10^9$  (多组数据时总  $N$  受限)。