

atcoder 题目选讲

shj

2026 年 1 月 28 日

AGC058 F - Authentic Tree DP

简化题意：

给定一棵 N 个点的无向树 T 。对任意树 t 定义有理数 $f(t)$ ：

若 $|V(t)| = 1$, 则 $f(t) = 1$;

若 $|V(t)| = n \geq 2$, 对每条边 e , 删去 e 得到两棵树 $t_x(e), t_y(e)$ (顺序无关), 并定义

$$f(t) = \frac{1}{n} \sum_{e \in E(t)} f(t_x(e)) \cdot f(t_y(e)).$$

求 $f(T) \bmod 998244353$ (按题面“有理数取模”定义)。

数据范围： $2 \leq N \leq 5000$; 输入保证为树。

AGC062 F - Preserve Distinct

简化题意：

有 N 叠牌，每张牌写着 $1 \sim M$ 的整数。第 i 叠从上到下为 $A_{i,1}, A_{i,2}, \dots$ 。初始满足：

- (1) 每个数字 $x \in [1, M]$ 恰好出现两次，且在两叠不同的牌里；
- (2) 所有“当前顶牌”的数字两两不同。

操作：选择一叠仍有牌的牌堆，丢弃其顶牌；要求丢弃后，所有仍非空牌堆的顶牌数字仍两两不同。

求最多能进行多少次操作。

数据范围： $2 \leq N \leq M \leq 2 \times 10^5$; $1 \leq A_{i,j} \leq M$ 。

AWTF2024 E - Colorful Stamps

简化题意：

有一个 $N \times N$ 网格，初始全为空色。你有 N^2 个印章：对每个 (h, w) ($1 \leq h, w \leq N$) 恰好有一个大小为 $h \times w$ 的印章，且每个印章颜色都不同。

按一次印章 (h, w) ：选择左上角 (a, b) ，把对应的 $h \times w$ 子矩形全部涂成该印章颜色（会覆盖旧颜色）。

已知有 K 个印章已被按过（给出其 (H_i, W_i) 与位置 (A_i, B_i) ）。
请给出剩余 $N^2 - K$ 个印章的按压顺序和位置，使得最终 N^2 个格子的颜色两两不同。

数据范围： $2 \leq N \leq 400$; $0 \leq K < N^2$; 输入保证一定有解。

AGC064 E

简化题意：

给定 A, B (长度 N)。令多重集 $X = \{a_i + b_j\}$ (N^2 个)。
构造整数矩阵 M (元素在 $[-10^{18}, 10^{18}]$)，对每个格子定义

$$c_{i,j} = \sum_k M_{i,k} + \sum_k M_{k,j} - M_{i,j},$$

并令 $S = \{c_{i,j}\}$ (共 N^2 个)。

得分为 $\sum_z \min(\text{cnt}_X(z), \text{cnt}_S(z))$ ，求最大得分的构造。

数据范围： $1 \leq N \leq 500$, $|a_i|, |b_i| \leq 10^9$, $\sum N^2 \leq 2.5 \times 10^5$ 。

AGC065 E - One Two Three

简化题意：

给定两个长度为 N 的序列 A, B , 其中每个 $A_i, B_i \in \{1, 2, 3\}$ 。

你要构造序列 C , 对每个 i 选 $C_i \in \{A_i, B_i\}$ 。

定义逆序对数为满足 $i < j$ 且 $C_i > C_j$ 的对数。求最小可能的逆序对数。

数据范围： $1 \leq N \leq 5 \times 10^5$; $A_i, B_i \in \{1, 2, 3\}$ 。

WTF19 C2 - Triangular Lamps Hard

简化题意：

无限多盏灯位于整数坐标点 (x, y) 。初始只有 (X, Y) 一盏灯亮，其余全灭。

操作：任选整数 x, y ，同时切换三盏灯 (x, y) 、 $(x, y + 1)$ 、 $(x + 1, y)$ 的状态（亮变灭、灭变亮）。

若干次操作后，恰有 N 盏灯亮，给出它们的坐标 (x_i, y_i) 。保证输入合法且 (X, Y) 唯一。求初始的 (X, Y) 。

数据范围： $1 \leq N \leq 10^4$ ； $|x_i|, |y_i| \leq 10^{17}$ 。

AGC069 E - Pair of Sequences

简化题意：

给定 N, M, X, Y 。计数满足以下条件的序列对 (A, B) 的个数
(对 998244353 取模)：

$A = (a_1, \dots, a_N)$ 为非负整数序列；

$B = (b_1, \dots, b_N)$ 是序列 $(0, 1, \dots, M - 1)$ 的一个长度为 N 的子序列 (等价于 $0 \leq b_1 < \dots < b_N \leq M - 1$)；

$$\sum_{i=1}^N a_i = X, \quad \sum_{i=1}^N a_i b_i = Y.$$

数据范围： $1 \leq N \leq M \leq 2 \times 10^5$; $1 \leq X, Y \leq 2 \times 10^5$ 。

AGC076 E - Squared Norm Maximization

简化题意：

给定 N 对整数 (A_i, B_i) 。你可以选择一个下标集合 $S \subseteq \{1, \dots, N\}$ ，其得分为

$$\left(\sum_{i \in S} A_i \right)^2 + \left(\sum_{i \in S} B_i \right)^2 - 3 \sum_{i \in S} (A_i^2 + B_i^2).$$

求最大可能得分。

数据范围： $1 \leq N \leq 2.5 \times 10^5$; $\sum |A_i| \leq 10^9$; $\sum |B_i| \leq 10^9$ (多组数据时总 N 受限)。