

杂题选讲

刘海峰

January 22, 2026

题目比较简单，如果您一眼全秒了，请不要喷讲题人。

题目并没有完全按照难度顺序来排，可能会存在后面的题更简单的情况。

给定一个只包含 A, B, C 的长度为 n 的字符串 T 。

对于一个串 S ，定义 $val(S)$ 表示所有 S 中字符中出现次数最多的减去出现次数最少的，例如 $val(aaa) = 0$, $val(abbc) = 1$ 。

求 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n val(T[i, j])$ ，即 T 的所有子段的价值之和。
 $n \leq 2 \times 10^5$ 。

时空限制：1s, 256MB。

有一个 n 个点 m 条边的有向图，对于边 $u_i \rightarrow v_i$ ，有属性 (a_i, b_i) 。

对于一条从 1 到 n 的路径，设 A, B 分别为经过的边的两种属性对应的和，那么总代价为 $A \times B$ 。

你需要最小化总代价，再此基础上最小化 A ，你只需要输出最优的 (A, B) 即可。

$1 \leq n \leq 300, 1 \leq m \leq 10^3, 1 \leq a_i, b_i \leq 200$ 。

时空限制：2s, 256MB。

有 $2n$ 个人，编号为 $1 \sim 2n$ ，初始每个人的分数是 0。

现在需要进行 k 轮比赛，每轮比赛方式就是找到一组大小为 n 的匹配，然后对于一对匹配，如果两个人分数不一样，那么分数低的人获胜。如果分数相同则编号小的获胜。

获胜的人会加一分，没获胜的人会扣一分。

问有多少种方案使得任意时刻不存在人分数的绝对值大于 3，答案对大质数 P 取模。

$$1 \leq n \leq 400, 1 \leq k \leq 20, 10^8 \leq P \leq 10^9 + 9.$$

时空限制：6s, 512MB。

给定 n 和两个长度为 n 的排列 a, b , 初始有一个二元组 (x, y) 满足 $x = a_1, y = a_2$, 然后对于 $i = 2 \sim n$ 依次执行以下两个操作之一:

- 将 (x, y) 变成 $(\max(x, a_i), \max(y, b_i))$ 。
- 将 (x, y) 变成 $(\min(x, a_i), \min(y, b_i))$

对于 $k = 0 \sim n - 1$ 问有多少组可能达到的 (x, y) 满足 $|x - y| = k$ 。

$$1 \leq n \leq 5 \times 10^5。$$

时空限制: 5s, 1024MB。

有 $2n$ 张卡牌按顺序背面朝上放置于桌面上，每张卡牌正面写着 $1 \sim n$ 中的一个正整数，每个数出现了恰好两次。

现在一个 BOT 按照以下策略收集卡牌：

如果目前已经有两张被翻开过的卡牌内容相同，则翻开这两张卡牌并拿走。

否则，翻开最靠左的没被翻开的卡牌，如果和一张已经被翻开过的卡牌内容相同，则翻开那张翻开过的卡牌并拿走这两张卡牌。否则再翻开最靠做的没被翻开过的卡牌，如果这两张卡牌内容相同则拿走这两张卡牌。否则翻回来这两张卡牌。

问 BOT 多少轮之后能够拿走所有的卡牌。

有 Q 次操作，每次操作交换两个位置的卡牌，你需要在第一次操作前和每次操作之后回答。

$n, Q \leq 2 \times 10^5$ 。

时空限制：3s, 1024MB。

给定长度为 m 的单调不降正整数序列 b , 定义 $f(k)$ 为最大的 i 满足 $0 \leq i \leq m, \sum_{j=1}^i b_j \leq k$ 。

再给定长度为 n 的正整数序列 a , 你需要将其划分成若干段, 设每一段中 a 的和为 s , 那么该段对答案的贡献为 $f(s) - c$, 其中 c 是给定的常数, 求所有划分方案的贡献和的最大值。

$1 \leq n, m, c \leq 5 \times 10^5, 1 \leq a_i, b_j \leq 10^{12}$ 。

时空限制: 3s, 1024MB。

给定一个 $n \times m$ 的网格图，每条边都有正整数边权，边是无向边，定义网格图的权值为从最左侧的某个点走到最右侧某个点的最短距离。

你可以执行 k 次操作，每次可以将一条边的权值增加 1，最大化操作之后的网格图的权值。

$n \times m \leq 500, 1 \leq k \leq 100$ ，网格图的边权 $\leq 2 \times 10^9$ 。

时空限制：1s,1024MB。

给定 n 个数 $a_1 \dots a_n$, Alice 和 Bob 轮流对这些数操作, Alice 先手。

每次当前玩家可以选择一个 i 满足 $a_i > 0$, 然后获取 $(a_i \bmod 2)$ 的分数并令 $a_i \rightarrow \lfloor a_i/2 \rfloor$ 。当不存在这样的 i 时游戏结束。

每个玩家都希望自己的分数尽可能地高, 假设两人都绝顶聪明, 问 Alice 最终分数是多少。

$$1 \leq n \leq 5 \times 10^4, 1 \leq a_i < 2^{63}。$$

时空限制: 3s, 1024MB。

IOI2017 D1T3

有一张 n 个点 m 条边的有向图，图上一部分点属于 Alice，一部分点属于 Bob，保证每个点有至少一条出边，初始点 S 处有一辆玩具火车。

火车每达到一个点后，如果是第一次达到该点，则控制该点的玩家需要选择一条出边，然后火车每次到达该点都会沿着这条出边开出。

有一些点有加油站，火车每到达一个加油站都会加满油，加满油的情况下可以跑 n 段轨道，Alice 希望火车能一直跑下去，Bob 希望火车中途会停下来。

如果两个人都绝顶聪明，问火车最后会不会停下来。

对于 $S = 1 \cdots n$ 求答案。

$n \leq 5 \times 10^3, m \leq 2 \times 10^4$ 。

时空限制：2s, 256MB。