

1 Algoritmien suorituskyvyt ja aikavaatimusluokat

Harjoitustyössä käytetään Cooley–Tukey FFT - algoritmia. IFFT on toteutettu käyttäen apuna FFT-algoritmia. Vektorit, joiden pituus ei ole 2:n potenssi, käsitellään täyttämällä vektori nolilla seuraavaan toimivaan pituuteen.

Toimintaidea perustuu diskreetin Fourier-muunnoksen ominaisuuteen, jonka mukaan muunnos voidaan esittää summana parillisten- ja parittomien alkioden muodostamista vektoreista.

Diskreetti Fourier-muunnos

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{(-2\pi i k n / N)} \quad (1)$$

voidaan esittää summina

$$\begin{aligned} X_k &= E_k + e^{(-2\pi i k / N)} O_k \\ X_{k+N/2} &= E_k - e^{(-2\pi i k / N)} O_k \end{aligned}$$

Missä E_k on parillisten alkioden muodostama vektori ja O_k parittomien alkioden muodostama vektori. Nyt hajoittamalla vektori kahteen osaan ja kutsumalla algoritmia rekursiivisesti saadaan algoritmi toimimaan aikavaatimusluokassa $O(N \log N)$, kun alkuperäisen DFT-algoritmin aikavaatimus on luokkaa $O(N^2)$.

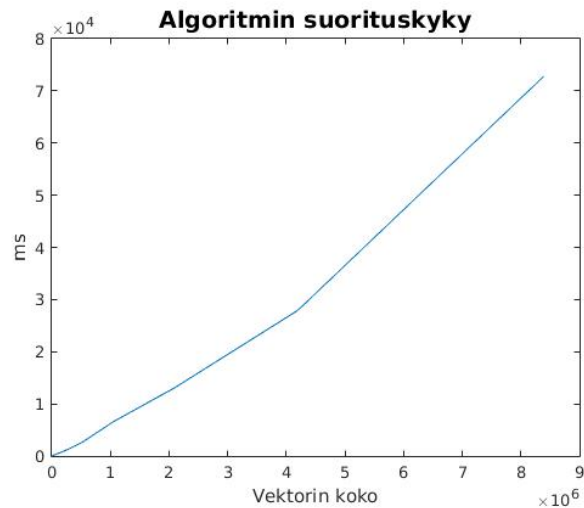
```

FFTPower2(A)
1:  $N = A.length$ 
2: if  $N = 1$  then
3:    $A \leftarrow A$ 
4: else
5:    $A_{even} \leftarrow FFT(A_{even})$ 
6:    $A_{odd} \leftarrow FFT(A_{odd})$ 
7:   for  $k = 0$  to  $k = N/2 - 1$  do
8:      $t \leftarrow A_{even}_k$ 
9:      $A_k \leftarrow t + \exp(-2\pi i k / N) A_{odd}_k$ 
10:     $A_{k+N/2} \leftarrow t - \exp(-2\pi i k / N) A_{odd}_k$ 
11:   end for
12: end if

```

2 Java-toteutuksen suorituskyvyn testausta

Algoritmia testattiin eri kokoisilla syötteille. Kuvasta 1 voidaan havaita että algoritmin kuluttama aika kasvaa lähellä lineaarista kasvua. Joten voimme todetta, että aikavaatimus on luokkaa $O(N \log N)$.



Kuva 1: FFT-algoritmi