

## Opakování základů matematiky

Mgr. Jaroslav Drobek, Ph. D.  
(e-mail: [jaroslav.drobek@vsb.cz](mailto:jaroslav.drobek@vsb.cz))

Mgr. Lumír Jedelský  
(e-mail: [lumir.jedelsky@vsb.cz](mailto:lumir.jedelsky@vsb.cz))

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

## Bakalářská matematika I



## Obsah I

## 1. cvičení

- Mnohočleny
- Úpravy zlomků
- Výrazy s mocninami a odmocninami
- Výrazy s absolutními hodnotami
- Lineární rovnice a nerovnice
- Rovnice a nerovnice s absolutními hodnotami
- Soustavy lineárních rovnic a nerovnic
- Kvadratické rovnice a nerovnice
- Rovnice a nerovnice s odmocninami
- Exponenciální rovnice
- Logaritmické rovnice
- Goniometrické rovnice
- Posloupnosti
- Analytická geometrie



### Příklad 1.1:

$$(-3a)(-2a^2)(-4a^3)(-5a^4) = \dots = \underline{120a^{10}}$$



### Příklad 1.3:

$$(4x - 2y - z) - \{5x - [8y - 2z - (x + y)] - x - (3y - 10z)\} = \dots$$

$$\dots = \underline{-x + 8y - 13z}$$

### Příklad 1.4:

$$(2a^2 + 2a + 1)[(a + 1)(a - 1) + a(a + 2)] = \cdots = \underline{4a^4 + 8a^3 + 4a^2 - 1}$$

### Příklad 1.5:

$$(a^4 + 5a^3 + 4a^2 - 3a + 1)(a^2 + 2a + 1) = \dots$$

$$\dots = \underline{a^6 + 7a^5 + 15a^4 + 10a^3 - a^2 - a + 1}$$





$$(13 + x^3 + 9x) : (x + 6) = \dots = \underline{x^2 - 6x + 45 - \frac{257}{x + 6}}$$

$$(3x^2 - 33x + 30) : (x - 2) = \dots = 3x - 27 - \frac{24}{x - 2}$$

---

### Příklad 1.11:

$$(a^3 + 2a^2b - 8ab^2 + 5b^3) : (a^2 + 3ab - 5b^2) = \dots = \underline{a - b}$$

### Příklad 1.12:

$$\frac{p^2 - 4}{pq + 2q - p - 2} = \dots = \frac{p - 2}{q - 1}$$

### Příklad 1.13:

$$\frac{xy - y - x^2 + x}{xy + y - x^2 - x} = \dots = \frac{x - 1}{x + 1}$$

### Příklad 1.14:

$$\frac{x-y}{xy} - \frac{z-y}{yz} + \frac{x+z}{xz} = \dots = \frac{2}{\underline{z}}$$

### Příklad 1.15:

$$\frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} - 1} = \dots = \frac{2}{\underline{\underline{1+x}}}$$

### Příklad 1.16:

$$\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9} = \dots = \underline{\underline{\sqrt[9]{3^8}}}$$

### Příklad 1.17:

$$\frac{\sqrt{3ab^3} \cdot \sqrt{15ab}}{\sqrt{5}} = \dots = \underline{\underline{3ab^2}}$$



### Příklad 1.19:

$$\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} = \dots = \frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{2}$$



### Příklad 1.21:

$$3 + x - |3 - x| = \dots = \underline{\begin{cases} 2x & \text{pro } x < 3 \\ 6 & \text{pro } x \geq 3 \end{cases}}$$

### Příklad 1.22:

$$\frac{|x-2|}{|x+2|} = \dots = \begin{cases} \frac{x-2}{x+2} & \text{pro } x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty) \\ -\frac{x-2}{x+2} & \text{pro } x \in (-2, 2) \end{cases}$$

### Příklad 1.23:

$$(2x - 5)(8x - 1) - (4x - 3)^2 = 12(x - 1) - 7 \quad \dots x = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$



---

---





---









**Příklad 1.34:**

$$3(x + 1) > 13$$

$$\underline{\underline{\frac{10}{3}x - 51 < 1 - 2x}}$$

$$\dots x \in \underline{\underline{\left(\frac{10}{3}, \frac{39}{4}\right)}}$$





---



### Příklad 1.39:

$$x^6 + 5x^3 - 24 = 0 \quad \dots \underline{x_1 = -2, x_2 = \sqrt[3]{3}}$$

---





### Příklad 1.43:

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{1-x}}-\sqrt{x}=1 \quad \dots \underline{x=1}$$







$$5^{x-2} = 1 \quad \dots \underline{x = 2}$$







---

---

$$\log(x^2 + 7) \leq 2\log(x + 7) \quad \dots \underline{x \in \langle -3, \infty \rangle}$$









### Příklad 1.58:

$$\sin x = 1 \quad \dots x = \underline{\underline{\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}}}$$

### Příklad 1.59:

$$\cotg x = 0 \quad \dots x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \dots \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x_2 = \frac{5}{3}\pi + 2\pi k \end{array} \right\} k \in \mathbb{Z}$$

### Příklad 1.61:

$$\text{tg } x = 1 \quad \dots x = \underline{\underline{\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}}}$$

### Příklad 1.62:

$$\cos x = 3 \quad \dots \underline{\underline{\emptyset}}$$



### Příklad 1.64:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \quad \dots \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = \pi k \\ x_2 = -\frac{\pi}{3} + \pi k \end{array} \right\} k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \dots \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x_2 = -\frac{2}{3}\pi + 2\pi k \end{array} \right\} k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin^2 x = \frac{3}{4} \quad \dots \quad \left. \begin{array}{l} x_{1,3} = \frac{\pi}{3} + \pi k \\ x_{2,4} = \frac{2}{3}\pi + \pi k \end{array} \right\} k \in \mathbb{Z}$$



### Příklad 1.68:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{1,3} = \frac{\pi}{3} + \pi k \\ \dots \\ x_{2,4} = \frac{2}{3}\pi + \pi k \end{array} \right\} k \in \mathbb{Z}$$

**Příklad 1.69:** Určete aritmetickou posloupnost, pro kterou platí

$$a_3 = -4, \quad a_7 = 2.4.$$

$$\dots \underline{a_1 = -7.2, d = 1.6}$$

**Příklad 1.70:** Určete aritmetickou posloupnost, pro kterou platí

$$5a_3 - 2a_5 = 5$$

$$a_4 + 2a_5 = -1$$

$$\dots a_1 = \frac{19}{9}, d = -\frac{2}{3}$$

**Příklad 1.71:** Určete  $n$  v aritmetické posloupnosti, pro kterou platí

$$d = -12, \quad a_n = 15, \quad s_n = 456.$$

...  $n = 8$

### Příklad 1.72:

Určete délky zbývajících stran v pravoúhlém trojúhelníku, měří-li delší odvěsna 24 a tvoří-li délky stran po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti.

$$\dots \underline{a_1 = 18, a_3 = 30}$$

**Příklad 1.73:** Určete geometrickou posloupnost, pro kterou platí

$$a_4 = -\frac{8}{3}, \quad a_6 = \frac{32}{3}.$$

$$\dots \left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{1}{3}, \quad q = -2 \\ a_1 = -\frac{1}{3}, \quad q = 2 \end{array} \right.$$

**Příklad 1.74:** Určete geometrickou posloupnost, pro kterou platí

$$a_1 + a_4 = 195$$

$$a_2 + a_3 = 60$$

$$\dots \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 3, q = 4 \\ a_1 = 192, q = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

**Příklad 1.75:** Určete, pro které  $n$  je  $s_n = 3069$  v geometrické posloupnosti, v níž platí

$$a_1 + a_5 = 51$$

$$a_2 + a_6 = 102$$

...  $n = 10$





### Příklad 1.77:

Napište parametrickou rovnici přímky, která prochází středy kuželoseček

$$k_1 : x^2 + y^2 = 4, \quad k_2 : x^2 + y^2 + 4x + 2y = 12.$$

### Příklad 1.78:

Napište parametrickou rovnici přímky, která prochází půsečikem přímek

$$q: 3x - 2y = 7, \quad r: x - 2y = 3$$

a je kolmá k přímce  $s: y = 4x$ .

**Konec**  
(Opakování základů matematiky)