

Posloupnosti

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

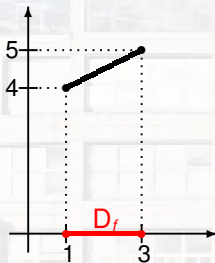
Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

1. Základní pojmy

GOA –
ORLOVA.CZ

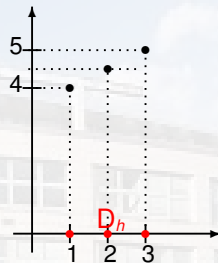
Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



Posloupnost

$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$



Pozorování: Redukce definičního oboru mění charakter grafu – úsečka se redukuje na body.

Definice:

- Funkce s definičním oborem $\{1, 2, \dots, n_0\}$, kde $n_0 \in \mathbb{N}$, se nazývá **konečná posloupnost**.
- Funkce s definičním oborem \mathbb{N} , se nazývá **nekonečná posloupnost**.

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

- ▶ Její argumenty nazýváme **indexy** a označujeme obvykle symbolem n (u funkcí x).
- ▶ Její funkční hodnoty nazýváme **členy posloupnosti**. Je-li h posloupnost, potom funkční hodnotu $h(n)$ nazýváme **n -tý člen posloupnosti h** a označujeme symbolem h_n (u funkcí $f(x)$).
- ▶ Zápis $(h_n)_{n=1}^{\infty}$ resp. $(h_n)_{n=1}^{n_0}$ (pro pevné $n_0 \in \mathbb{N}$) vyjadřuje nekonečnou resp. konečnou posloupnost h .
- ▶ Je-li posloupnost h zadána explicitně, tj. např.

$$h_n = \frac{n+7}{2}, \quad n \in \{1, 2, 3\},$$

říkáme, že **je určena vzorcem pro n -tý člen**.

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $(4n)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\frac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $(3 + (-1)^n)_{n=1}^{\infty}$ d) $(\cos(\pi n))_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.2 Vyjádřete dané konečné posloupnosti pomocí vzorce pro n -tý člen

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ b) $1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1$ c) $54, 18, 6, 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}$

d) $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_2 = -3a_1 = \underline{\underline{-21}}$$

$$a_3 = -3a_2 = \underline{\underline{63}}$$

$$a_4 = -3a_3 = \underline{\underline{-189}}$$

Je-li posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dána vztahy (1), říkáme, že tato posloupnost je určena rekurentně.



Konec
(1. Základní pojmy)