Funkce

Jaroslav Drobek
jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

9. Trigonometrie

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b}$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta = \frac{v_c}{a}$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta = \frac{v_c}{a}$$

$$b\sin\alpha = v_c$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta = \frac{v_c}{a}$$

$$b\sin\alpha = v_c \qquad a\sin\beta = v_c$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha=\frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta=\frac{v_c}{a}$$

$$b\sin\alpha=v_c \qquad a\sin\beta=v_c$$

Potom musí být stejné levé strany, tj.

Sinová věta

GOA ORLOVA.CZ

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta = \frac{v_c}{a}$$

$$b\sin\alpha = v_c \qquad a\sin\beta = v_c$$

Potom musí být stejné levé strany, tj. $$b\sin\alpha = a\sin\beta$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta = \frac{v_c}{a}$$

$$b\sin\alpha = v_c \qquad a\sin\beta = v_c$$

Potom musí být stejné levé strany, tj.

$$b\sin\alpha = a\sin\beta$$

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

Sinová věta

Sinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Důkaz:

Označíme-li v_c výšku na stranu c, potom

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \qquad \sin\beta = \frac{v_c}{a}$$

$$b\sin\alpha = v_c \qquad a\sin\beta = v_c$$

Potom musí být stejné levé strany, tj.

$$b\sin\alpha = a\sin\beta$$

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

Podobně lze dokázat, že $\dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$.

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku *ABC*, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku *ABC*, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b\cdot\frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7\cdot\frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b\cdot\frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7\cdot\frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

$$\underline{\underline{\gamma \doteq 51^\circ}}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

$$\underline{\underline{\gamma \doteq 51^\circ}}$$

- Stranu c lze zjistit opět ze sinové věty:

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\beta \doteq 74^\circ$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

$$\gamma \doteq 51^\circ$$

- Stranu c lze zjistit opět ze sinové věty:

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

$$\underline{\underline{\gamma \doteq 51^\circ}}$$

- Stranu c lze zjistit opět ze sinové věty:

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

$$c = \sin\gamma \cdot \frac{a}{\sin\alpha}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku *ABC*, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7 \cdot \frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

$$\underline{\underline{\gamma \doteq 51^\circ}}$$

- Stranu *c* lze zjistit opět ze sinové věty:

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

$$c = \sin\gamma \cdot \frac{a}{\sin\alpha}$$

$$c \doteq \sin 52^\circ \cdot \frac{6}{\sin 55^\circ}$$

Sinová věta

Příklad 9.1 Určete zbývající strany a vnitřní úhly v trojúhelníku ABC, je-li $a = 6,\ b = 7,\ \alpha = 55^\circ$.

- Lze použít sinovu větu

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Vyberme její vhodný tvar:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = b\cdot\frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\sin\beta = 7\cdot\frac{\sin 55^\circ}{6}$$

$$\sin\beta \doteq 0,96$$

$$\beta \doteq \arcsin 0,96$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 74^\circ}}$$

- Úhel γ lze zjistit dopočtem do 180°:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha+\beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (55^\circ + 74^\circ)$$

$$\underline{\underline{\gamma \doteq 51^\circ}}$$

- Stranu c lze zjistit opět ze sinové věty:

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

$$c = \sin\gamma\cdot\frac{a}{\sin\alpha}$$

$$c \doteq \sin 52^\circ\cdot\frac{6}{\sin 55^\circ}$$

$$\underline{\underline{c \doteq 5,8}}$$

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku *ABC* určete stranu *c*, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku *ABC* určete stranu *c*, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku ABC určete stranu c, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku ABC určete stranu c, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Příklad 9.2 V trojúhelníku ABC určete stranu c, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$

$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\operatorname{cotg} x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Příklad 9.2 V trojúhelníku ABC určete stranu c, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$

$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54\cdot\frac{1}{2}$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\, x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\mathrm{cotg}\, x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Příklad 9.2 V trojúhelníku *ABC* určete stranu *c*, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60°$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě *c* jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60°$$
$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54\cdot \frac{1}{2}$$
$$c^2 = 117 - 54$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\, x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\mathrm{cotg}\, x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku *ABC* určete stranu *c*, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě *c* jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$
$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54\cdot\frac{1}{2}$$
$$c^2 = 117 - 54$$
$$c^2 = 63$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\operatorname{cotg} x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku *ABC* určete stranu *c*, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě *c* jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$
$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54\cdot \frac{1}{2}$$
$$c^2 = 117 - 54$$
$$c^2 = 63$$
$$c = \sqrt{63}$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\operatorname{cotg} x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Příklad 9.2 V trojúhelníku *ABC* určete stranu c, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$

$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54\cdot\frac{1}{2}$$

$$c^2 = 117 - 54$$

$$c^2 = 63$$

$$c = \sqrt{63} = \sqrt{9\cdot 7}$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\, x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\mathrm{cotg}\, x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kosinová věta

Kosinová věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v obecném trojúhelníku platí

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Příklad 9.2 V trojúhelníku ABC určete stranu c, je-li $a = 6,\ b = 9,\ \gamma = 60^\circ$.

Je potřeba vybrat vhodný tvar kosinové věty:
(obsahující kromě c jen známé údaje)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cos 60^\circ$$
$$c^2 = 36 + 81 - 2\cdot 54\cdot\frac{1}{2}$$
$$c^2 = 117 - 54$$
$$c^2 = 63$$
$$c = \sqrt{63} = \sqrt{9\cdot 7} = \underline{\underline{3\sqrt{7}}}$$

úhel (°)	0	30	45	60	90
úhel (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$
$\operatorname{cotg} x$	$\nexists$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$4^2 = 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$4^2 = 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha$$
$$16 = 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6$.

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$4^2 = 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha$$
$$16 = 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha$$
$$-45 = -60\cdot\cos\alpha$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha
\end{aligned}
$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4}
\end{aligned}
$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}
$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\ 4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot5\cdot6\cdot\cos\alpha \\ 16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\ -45 &= -60\cdot\cos\alpha \\ \frac{3}{4} &= \cos\alpha \\ \alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\ \alpha &\doteq 41^\circ25' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\ 5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot4\cdot6\cdot\cos\beta \\ 25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\ -27 &= -48\cdot\cos\beta \end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16}
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
&\underline{\underline{\alpha \doteq 41^\circ 25'}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
&\underline{\underline{\beta \doteq 55^\circ 46'}}
\end{aligned}
$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6$.

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cdot\cos\gamma
\end{aligned}
$$

GOA ORLOVA.CZ

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cdot\cos\gamma \\
36 &= 16 + 25 - 40\cdot\cos\gamma
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6$.

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cdot\cos\gamma \\
36 &= 16 + 25 - 40\cdot\cos\gamma \\
-5 &= -40\cdot\cos\gamma
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \quad \big/ -61 \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \quad \big/ : (-60) \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cdot\cos\gamma \\
36 &= 16 + 25 - 40\cdot\cos\gamma \\
-5 &= -40\cdot\cos\gamma \\
\frac{1}{8} &= \cos\gamma
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cdot\cos\gamma \\
36 &= 16 + 25 - 40\cdot\cos\gamma \\
-5 &= -40\cdot\cos\gamma \\
\frac{1}{8} &= \cos\gamma \\
\gamma &= \arccos\frac{1}{8}
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku *ABC* určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha} \quad \boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta} \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha\\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot5\cdot6\cdot\cos\alpha\\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha\\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha\\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha\\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4}\\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta\\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot4\cdot6\cdot\cos\beta\\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta\\
-27 &= -48\cdot\cos\beta\\
\frac{9}{16} &= \cos\beta\\
\beta &= \arccos\frac{9}{16}\\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma\\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot4\cdot5\cdot\cos\gamma\\
36 &= 16 + 25 - 40\cdot\cos\gamma\\
-5 &= -40\cdot\cos\gamma\\
\frac{1}{8} &= \cos\gamma\\
\gamma &= \arccos\frac{1}{8}\\
\gamma &\doteq 82^\circ 49'
\end{aligned}$$

Příklad 9.3 V trojúhelníku ABC určete velikosti vnitřních úhlů, je-li $a = 4,\ b = 5,\ c = 6.$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$ $\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$ $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$

Postupně využijeme všechny tvary kosinové věty:

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \\
4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2\cdot5\cdot6\cdot\cos\alpha \\
16 &= 25 + 36 - 60\cdot\cos\alpha \\
-45 &= -60\cdot\cos\alpha \\
\frac{3}{4} &= \cos\alpha \\
\alpha &= \arccos\frac{3}{4} \\
\alpha &\doteq 41^\circ 25'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \\
5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2\cdot4\cdot6\cdot\cos\beta \\
25 &= 16 + 36 - 48\cdot\cos\beta \\
-27 &= -48\cdot\cos\beta \\
\frac{9}{16} &= \cos\beta \\
\beta &= \arccos\frac{9}{16} \\
\beta &\doteq 55^\circ 46'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
6^2 &= 4^2 + 5^2 - 2\cdot4\cdot5\cdot\cos\gamma \\
36 &= 16 + 25 - 40\cdot\cos\gamma \\
-5 &= -40\cdot\cos\gamma \\
\frac{1}{8} &= \cos\gamma \\
\gamma &= \arccos\frac{1}{8} \\
\gamma &\doteq 82^\circ 49'
\end{aligned}
$$

Ověření: $\alpha + \beta + \gamma \doteq 180^\circ$.

Konec

(9. Trigonometrie)