

# Funkce

Jaroslav Drobek

[jaroslav.drobek@goa-orlova.cz](mailto:jaroslav.drobek@goa-orlova.cz)

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

## 1. Základní pojmy

**GOA** –  
ORLOVA.CZ

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$



$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$
$$[1, ], [2, ], [3, ]$$

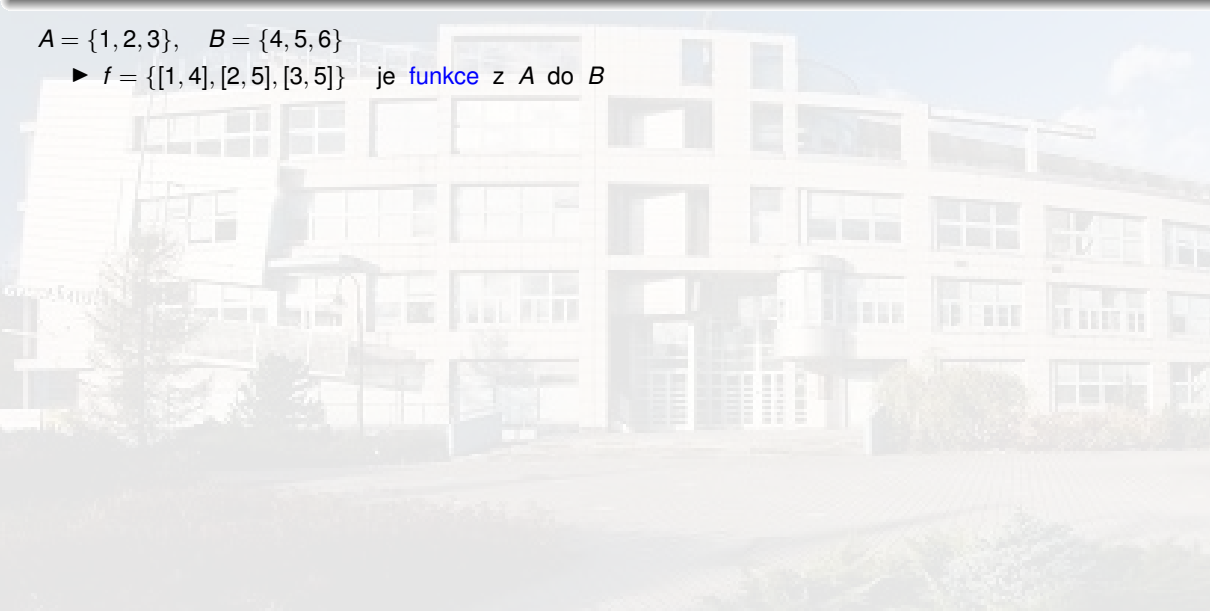


$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$
$$[1, 4], [2, 5], [3, 5]$$



$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

►  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$



$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$   
 $\{1, 2, 3\}$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$



$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶ 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶ 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$   
 $\{4, 5\}$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶ 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$
- ▶  $H_f = \{4, 5\}$  je **obor hodnot** funkce  $f$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶ 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$
- ▶  $H_f = \{4, 5\}$  je **obor hodnot** funkce  $f$

Další vyjádření této funkce:

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶  $1, 2, 3$  jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶  $4, 5$  jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$
- ▶  $H_f = \{4, 5\}$  je **obor hodnot** funkce  $f$

Další vyjádření této funkce:

- ▶ výčtem:  $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶  $1, 2, 3$  jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶  $4, 5$  jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$
- ▶  $H_f = \{4, 5\}$  je **obor hodnot** funkce  $f$

Další vyjádření této funkce:

- ▶ výčtem:  $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5$

- ▶ tabulkou:
- |            |   |   |   |
|------------|---|---|---|
| argument   | 1 | 2 | 3 |
| funkční h. | 4 | 5 | 5 |

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

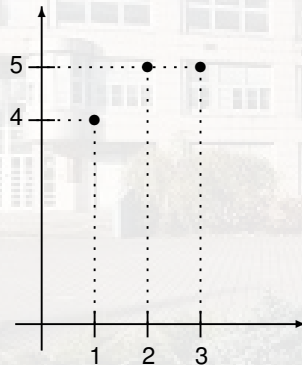
- ▶  $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$  je **funkce** z  $A$  do  $B$
- ▶ 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce  $f$
- ▶  $D_f = \{1, 2, 3\}$  je **definiční obor** funkce  $f$
- ▶ 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce  $f$
- ▶  $H_f = \{4, 5\}$  je **obor hodnot** funkce  $f$

Další vyjádření této funkce:

- ▶ výčtem:  $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5$

- ▶ tabulkou:
- |            |   |   |   |
|------------|---|---|---|
| argument   | 1 | 2 | 3 |
| funkční h. | 4 | 5 | 5 |

- ▶ graficky:



$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$





$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?



$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) =$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2}$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4,$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) =$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2}$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$



$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$

► Jak vypadá graf funkce  $f$  ?

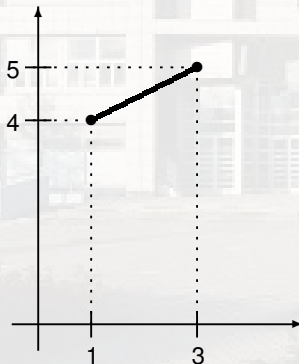
$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4$ ,  $f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1$ , ...

► Jak vypadá graf funkce  $f$  ?



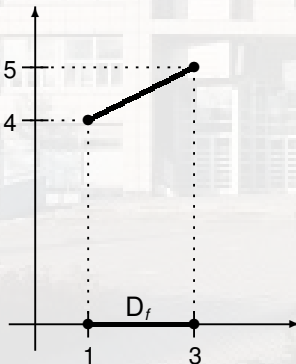
$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4$ ,  $f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1$ , ...

► Jak vypadá graf funkce  $f$  ?



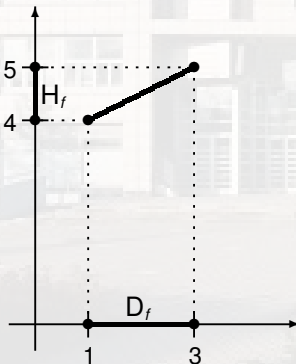
$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

► Jak zadat funkci  $f$  ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např.  $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4$ ,  $f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1$ , ...

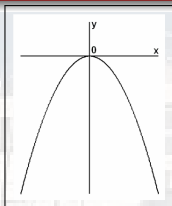
► Jak vypadá graf funkce  $f$  ?



# Vlastnosti funkcí

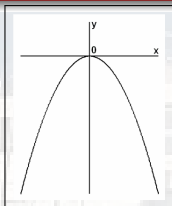


# Vlastnosti funkcí

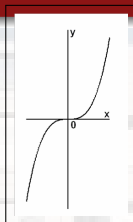


sudá

# Vlastnosti funkcí

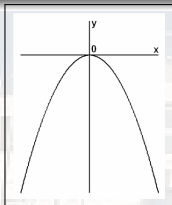


sudá

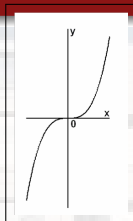


lichá

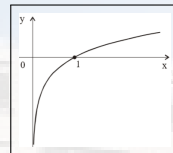
# Vlastnosti funkcí



sudá



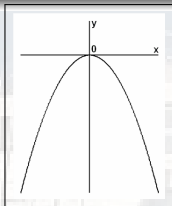
lichá



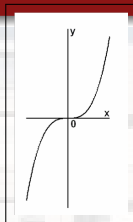
prostá



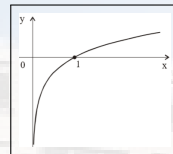
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá

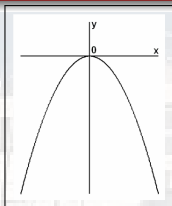


prostá

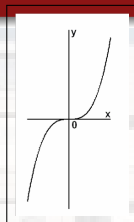
► pro prostou funkci  $f$  existuje inverzní funkce  $f^{-1}$  a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

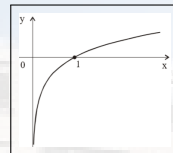
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



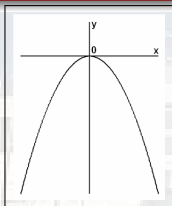
prostá

► pro prostou funkci  $f$  existuje **inverzní** funkce  $f^{-1}$  a platí

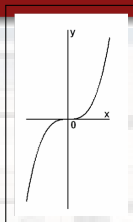
$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

např.  $\log_2 x = 3$

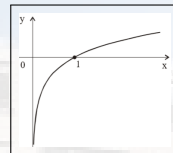
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

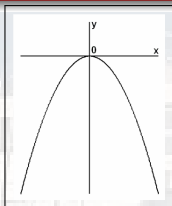
► pro prostou funkci  $f$  existuje **inverzní** funkce  $f^{-1}$  a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

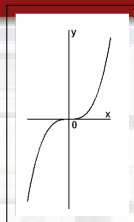
např.  $\log_2 x = 3$

$$x = 2^3$$

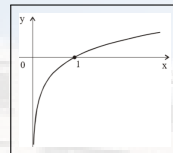
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



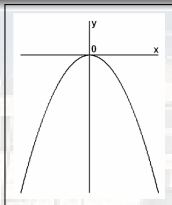
prostá

► pro prostou funkci  $f$  existuje inverzní funkce  $f^{-1}$  a platí

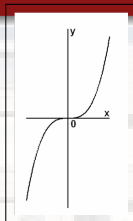
$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

např.  $\log_2 x = 3$       nebo     $\sin x = 0.3$   
 $x = 2^3$

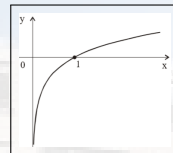
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

- ▶ pro prostou funkci  $f$  existuje **inverzní** funkce  $f^{-1}$  a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

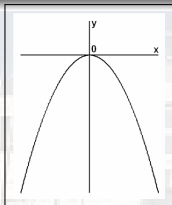
např.  $\log_2 x = 3$

$$x = 2^3$$

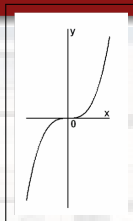
nebo  $\sin x = 0.3$

$$x = \arcsin 0.3$$

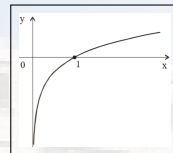
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

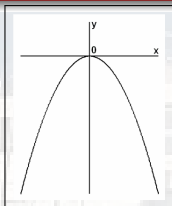
- pro prostou funkci  $f$  existuje **inverzní** funkce  $f^{-1}$  a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

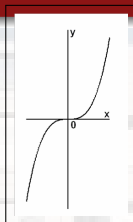
např.  $\log_2 x = 3$       nebo     $\sin x = 0.3$   
 $x = 2^3$                                        $x = \arcsin 0.3$

- grafy vzájemně inverzních funkcí jsou symetrické podle osy 1. a 3. kvadrantu:

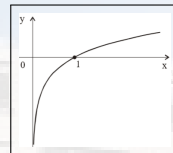
# Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



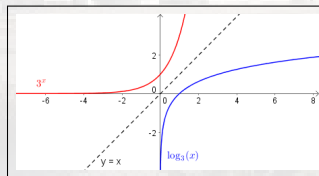
prostá

- pro prostou funkci  $f$  existuje inverzní funkce  $f^{-1}$  a platí

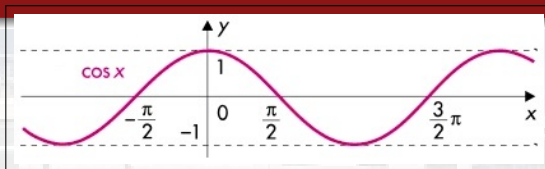
$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

např.  $\log_2 x = 3$       nebo       $\sin x = 0.3$   
 $x = 2^3$                        $x = \arcsin 0.3$

- grafy vzájemně inverzních funkcí jsou symetrické podle osy 1. a 3. kvadrantu:

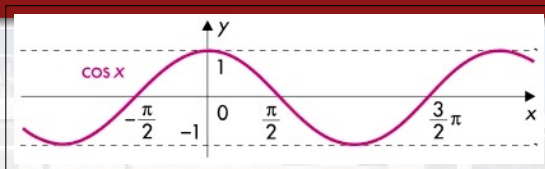


# Vlastnosti funkcí



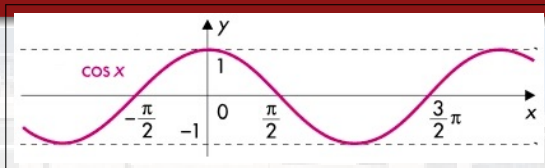


# Vlastnosti funkcí



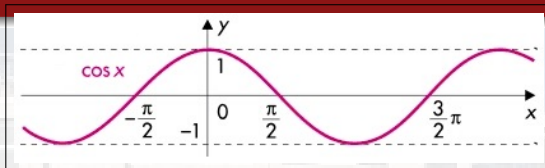
► ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená

# Vlastnosti funkcí



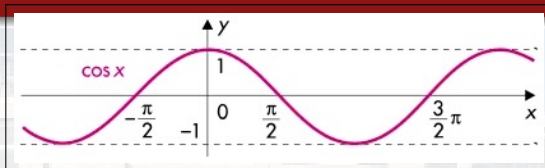
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$

# Vlastnosti funkcí



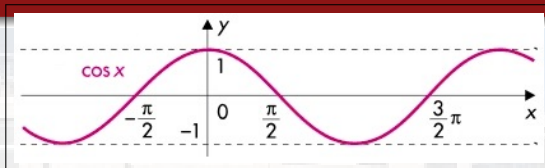
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$

# Vlastnosti funkcí



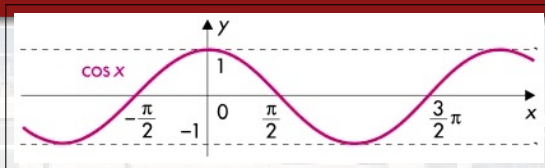
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$

# Vlastnosti funkcí



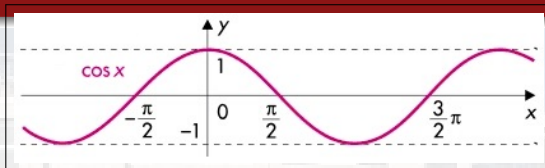
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\implies$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$

# Vlastnosti funkcí



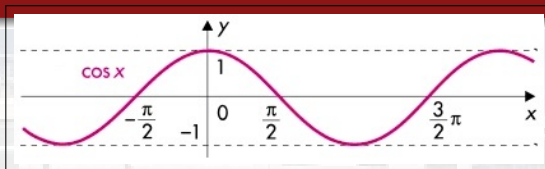
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\implies$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$

# Vlastnosti funkcí



- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$

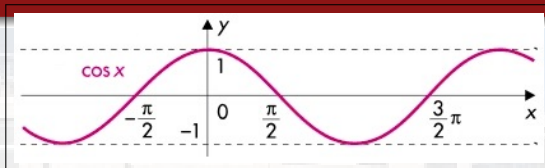
# Vlastnosti funkcí



- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\implies$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $\boxed{x}$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $\boxed{y}$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- ▶ klesající :  $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$

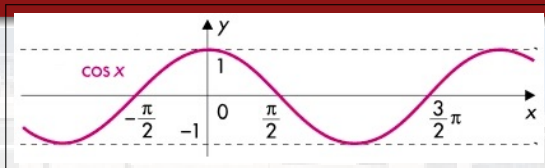


# Vlastnosti funkcí



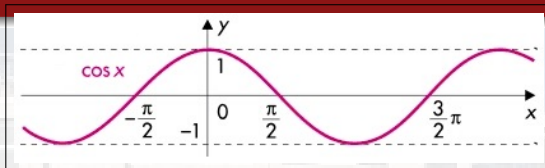
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- ▶ klesající :  $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- ▶ lokální maxima :  $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$

# Vlastnosti funkcí



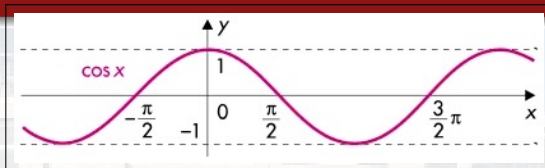
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\implies$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- ▶ klesající :  $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- ▶ lokální maxima :  $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- ▶ lokální minima :  $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$

# Vlastnosti funkcí



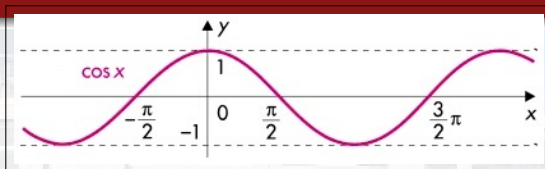
- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\Rightarrow$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- ▶ klesající :  $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- ▶ lokální maxima :  $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- ▶ lokální minima :  $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$
- ▶ konvexní :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$

# Vlastnosti funkcí



- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\implies$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- ▶ klesající :  $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- ▶ lokální maxima :  $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- ▶ lokální minima :  $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$
- ▶ konvexní :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ konkávní :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$

# Vlastnosti funkcí



- ▶ ohraničená shora, ohraničená zdola  $\implies$  ohraničená
- ▶ periodická, základní perioda  $2\pi$
- ▶ průsečíky s osou  $x$  :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- ▶ průsečík s osou  $y$  :  $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- ▶ kladná :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ záporná :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ rostoucí :  $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- ▶ klesající :  $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- ▶ lokální maxima :  $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- ▶ lokální minima :  $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$
- ▶ konvexní :  $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- ▶ konkávní :  $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- ▶ inflexe :  $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$