

Referát

Diferenciální počet

Mgr. Jaroslav Drobek, Ph. D.

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

Bakalářská matematika I



$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

$$[1, \quad], [2, \quad], [3, \quad]$$

$[1, 4], [2, 5], [3, 5]$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je funkce z A do B

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je funkce z A do B
- $1, 2, 3$ jsou argumenty funkce f

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce f
 $\{1, 2, 3\}$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- $1, 2, 3$ jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je funkce z A do B
- $1, 2, 3$ jsou argumenty funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je definiční obor funkce f
- $4, 5$ jsou funkční hodnoty funkce f

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- $1, 2, 3$ jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f
- $4, 5$ jsou **funkční hodnoty** funkce f
 $\{4, 5\}$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f
- 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce f
- $H_f = \{4, 5\}$ je **obor hodnot** funkce f

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f
- 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce f
- $H_f = \{4, 5\}$ je **obor hodnot** funkce f

Další vyjádření této funkce:

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f
- 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce f
- $H_f = \{4, 5\}$ je **obor hodnot** funkce f

Další vyjádření této funkce:

- výčtem: $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5$

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f
- 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce f
- $H_f = \{4, 5\}$ je **obor hodnot** funkce f

Další vyjádření této funkce:

- výčtem: $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5$

- tabulkou:

argument	1	2	3
funkční h.	4	5	5

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6\}$$

- $f = \{[1, 4], [2, 5], [3, 5]\}$ je **funkce** z A do B
- 1, 2, 3 jsou **argumenty** funkce f
- $D_f = \{1, 2, 3\}$ je **definiční obor** funkce f
- 4, 5 jsou **funkční hodnoty** funkce f
- $H_f = \{4, 5\}$ je **obor hodnot** funkce f

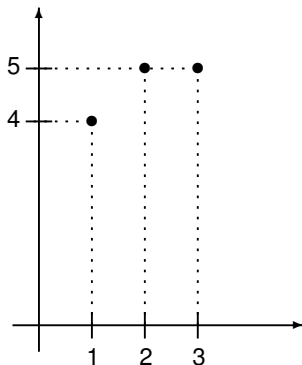
Další vyjádření této funkce:

- výčtem: $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5$

- tabulkou:

argument	1	2	3
funkční h.	4	5	5

- graficky:



$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) =$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2}$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4,$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) =$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2}$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$

$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$

- Jak vypadá graf funkce f ?

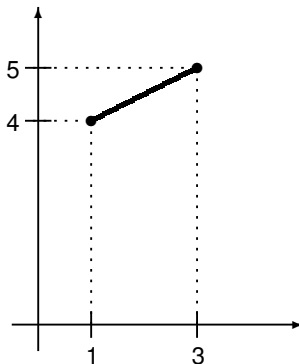
$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$

- Jak vypadá graf funkce f ?



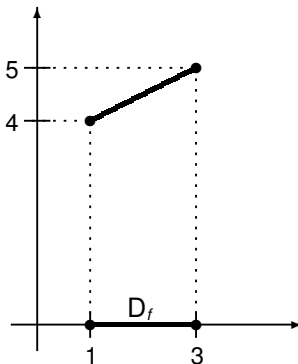
$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$

- Jak vypadá graf funkce f ?



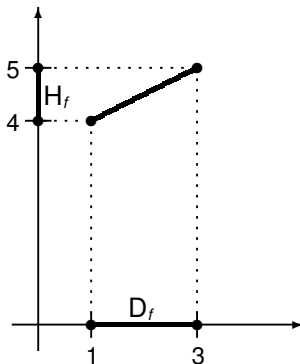
$$A = \langle 1, 3 \rangle, \quad B = \langle 4, 5 \rangle$$

- Jak zadat funkci f ?

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

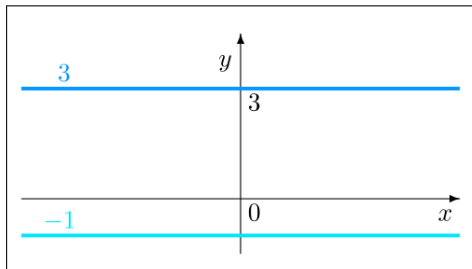
potom např. $f(1) = \frac{1+7}{2} = 4, \quad f(1.2) = \frac{1.2+7}{2} = 4.1, \quad \dots$

- Jak vypadá graf funkce f ?



Konstantní funkce

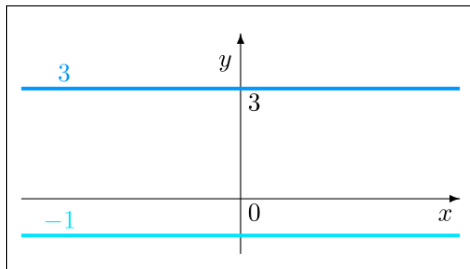
3, -1, ...



Konstantní funkce

3, -1, ...

$$f(x) = c, \text{ kde } c \in \mathbb{R}$$

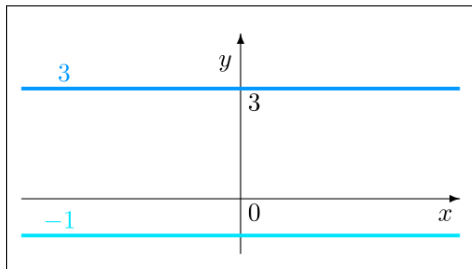


Konstantní funkce

3, -1, ...

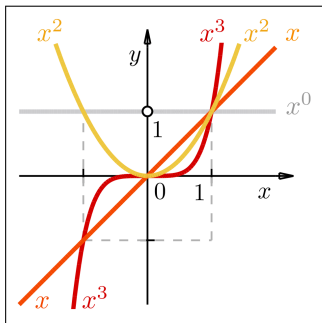
$$f(x) = c, \text{ kde } c \in \mathbb{R}$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



Mocnina

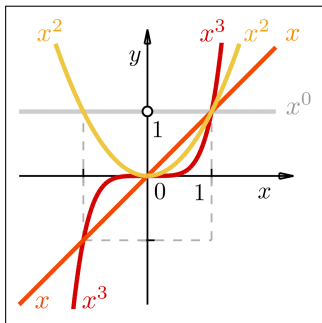
$$x, x^2, x^3, \dots$$



Mocnina

$$x, x^2, x^3, \dots$$

$$f(x) = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

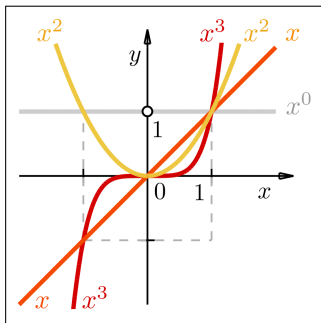


Mocnina

$$x, x^2, x^3, \dots$$

$$f(x) = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

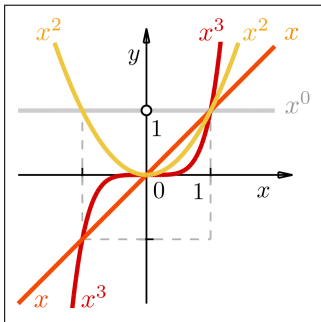


Mocnina

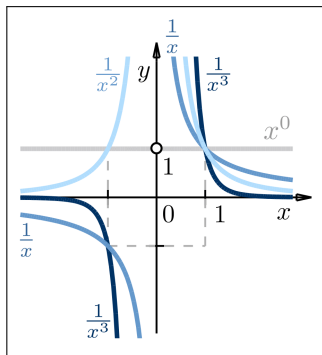
$$x, x^2, x^3, \dots$$

$$f(x) = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$$

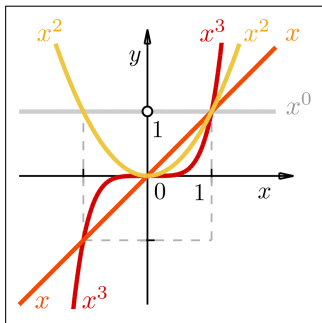


Mocnina

$$x, x^2, x^3, \dots$$

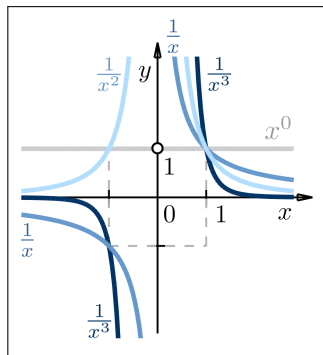
$$f(x) = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$$

$$f(x) = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

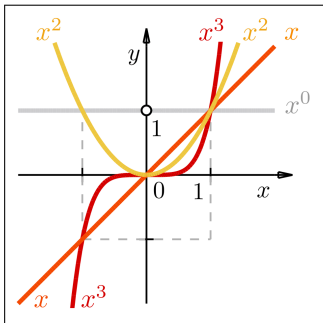


Mocnina

$$x, x^2, x^3, \dots$$

$$f(x) = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

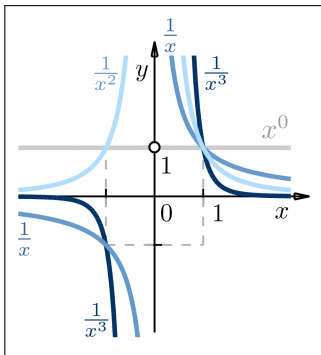
$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$$

$$f(x) = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

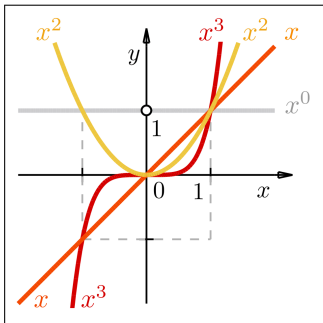


Mocnina

$$x, x^2, x^3, \dots$$

$$f(x) = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

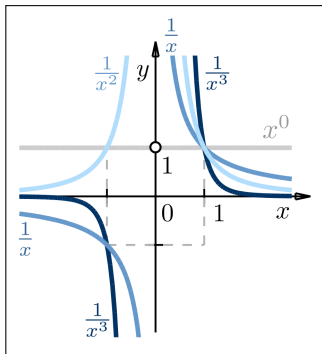


$$\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$$

$$f(x) = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

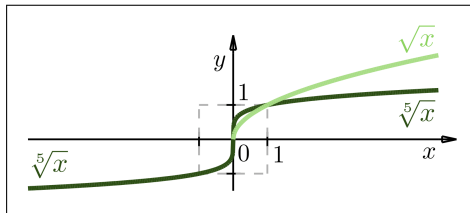
$$D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\Rightarrow \text{podmínka: } x \neq 0$$



Odmocnina

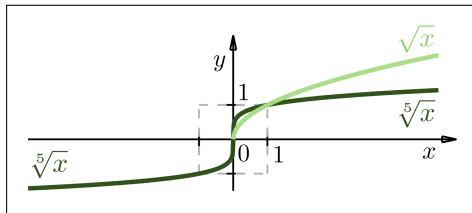
$$\sqrt{x}, \sqrt[5]{x}, \dots$$



Odmocnina

$$\sqrt{x}, \sqrt[5]{x}, \dots$$

$$f(x) = \sqrt[n]{x}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

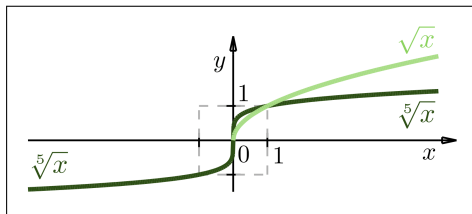


Odmocnina

$$\sqrt{x}, \sqrt[n]{x}, \dots$$

$$f(x) = \sqrt[n]{x}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = \begin{cases} (-\infty, \infty) & \text{pro } n \text{ liché} \\ (0, \infty) & \text{pro } n \text{ sudé} \end{cases}$$

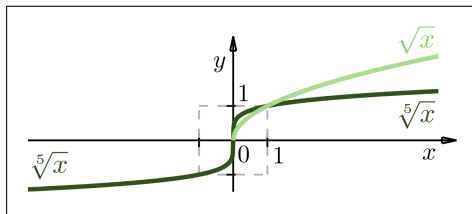


Odmocnina

$$\sqrt{x}, \sqrt[n]{x}, \dots$$

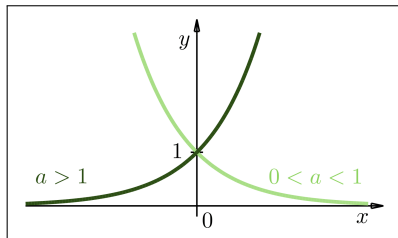
$$f(x) = \sqrt[n]{x}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

$$D_f = \begin{cases} (-\infty, \infty) & \text{pro } n \text{ liché} \\ (0, \infty) & \text{pro } n \text{ sudé} \end{cases} \Rightarrow \text{podmínka: } x \geq 0$$



Exponenciální a logaritmická funkce

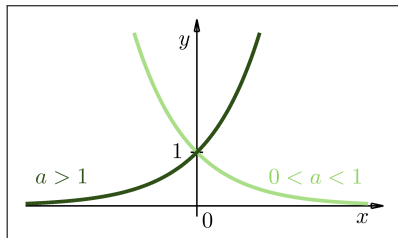
$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$



Exponenciální a logaritmická funkce

$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$

$$f(x) = a^x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

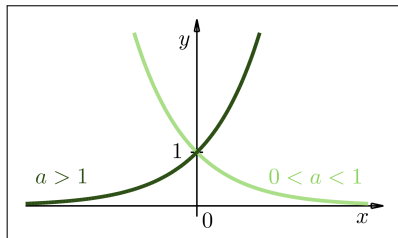


Exponenciální a logaritmická funkce

$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$

$$f(x) = a^x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



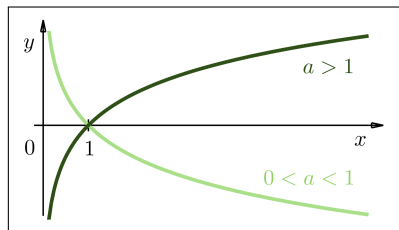
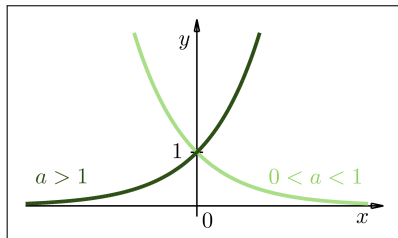
Exponenciální a logaritmická funkce

$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$

$$f(x) = a^x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$\log x, \ln x, \log_{\frac{1}{2}} x, \dots$$

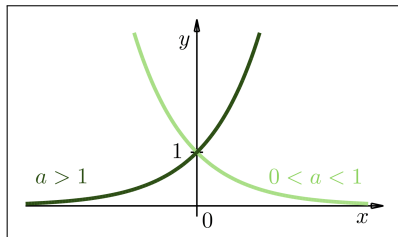


Exponenciální a logaritmická funkce

$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$

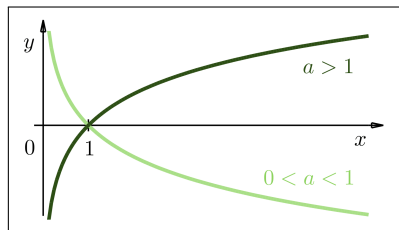
$$f(x) = a^x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$\log x, \ln x, \log_{\frac{1}{2}} x, \dots$$

$$f(x) = \log_a x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

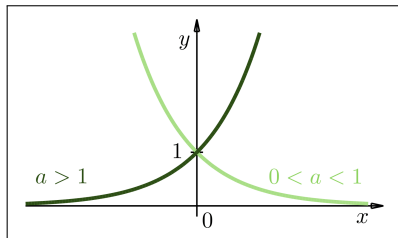


Exponenciální a logaritmická funkce

$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$

$$f(x) = a^x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

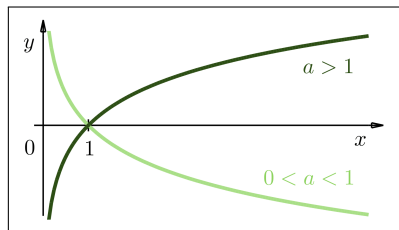
$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$\log x, \ln x, \log_{\frac{1}{2}} x, \dots$$

$$f(x) = \log_a x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

$$D_f = (0, \infty)$$

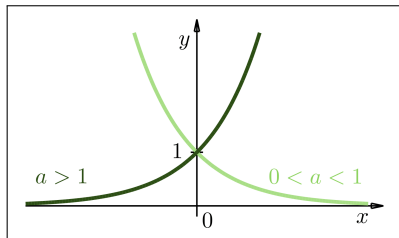


Exponenciální a logaritmická funkce

$$e^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, \dots$$

$$f(x) = a^x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

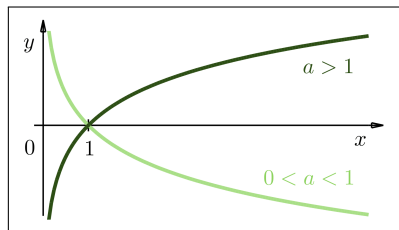
$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$\log x, \ln x, \log_{\frac{1}{2}} x, \dots$$

$$f(x) = \log_a x, \text{ kde } a > 0, a \neq 1$$

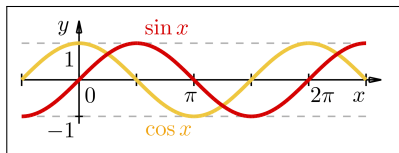
$$D_f = (0, \infty)$$

 \Rightarrow **podmínka: $x > 0$** 

Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \cos x$$



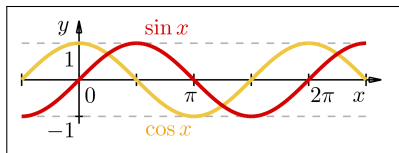
Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \cos x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



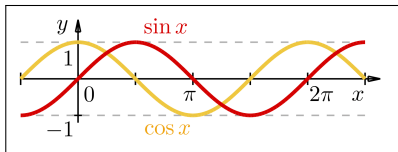
Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

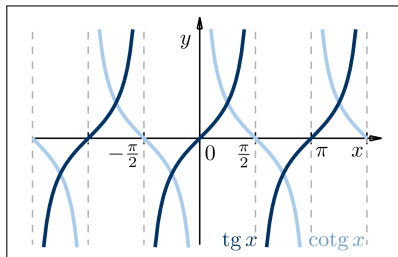
$$f(x) = \cos x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$f(x) = \operatorname{cotg} x$$



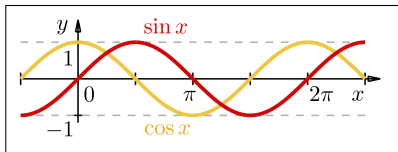
Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \cos x$$

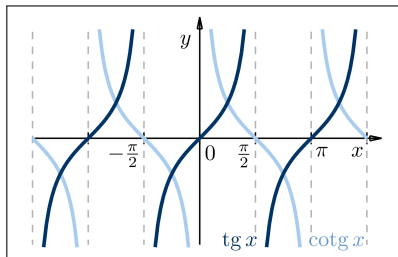
$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$f(x) = \operatorname{cotg} x$$



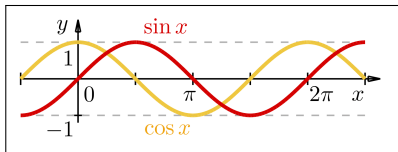
Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \cos x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

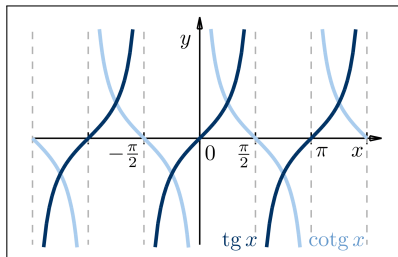


$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{podmínka: } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$f(x) = \operatorname{cotg} x$$



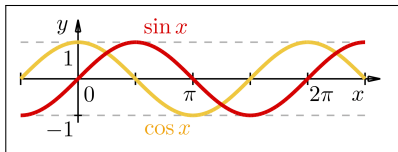
Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \cos x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



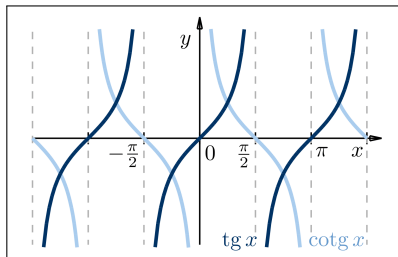
$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{podmínka: } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$f(x) = \operatorname{cotg} x$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$



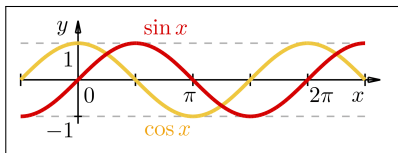
Goniometrické funkce

$$f(x) = \sin x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \cos x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

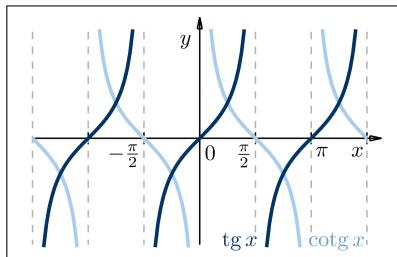
$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{podmínka: } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$f(x) = \operatorname{cotg} x$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

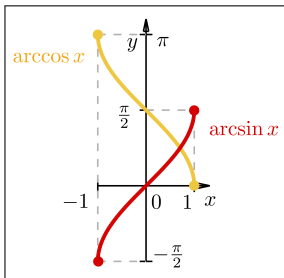
$$\Rightarrow \text{podmínka: } x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$



Cyklometrické funkce

$$f(x) = \arcsin x$$

$$f(x) = \arccos x$$



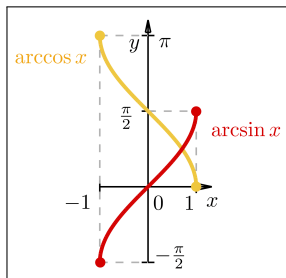
Cyklometrické funkce

$$f(x) = \arcsin x$$

$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

$$f(x) = \arccos x$$

$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$



Cyklometrické funkce

$$f(x) = \arcsin x$$

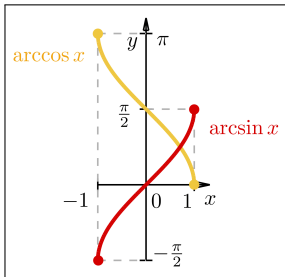
$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

⇒ **podmínka:** $-1 \leq x \wedge x \leq 1$

$$f(x) = \arccos x$$

$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

⇒ **podmínka:** $-1 \leq x \wedge x \leq 1$



Cyklometrické funkce

$$f(x) = \arcsin x$$

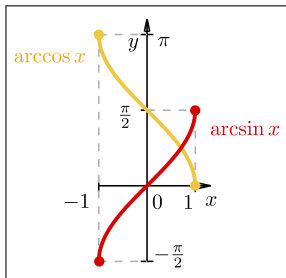
$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

⇒ **podmínka:** $-1 \leq x \wedge x \leq 1$

$$f(x) = \arccos x$$

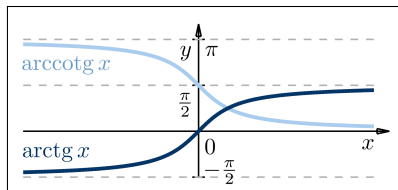
$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

⇒ **podmínka:** $-1 \leq x \wedge x \leq 1$



$$f(x) = \operatorname{arctg} x$$

$$f(x) = \operatorname{arccotg} x$$



Cyklometrické funkce

$$f(x) = \arcsin x$$

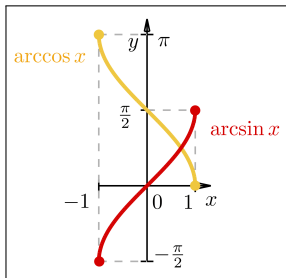
$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

⇒ **podmínka:** $-1 \leq x \wedge x \leq 1$

$$f(x) = \arccos x$$

$$D_f = \langle -1, 1 \rangle$$

⇒ **podmínka:** $-1 \leq x \wedge x \leq 1$

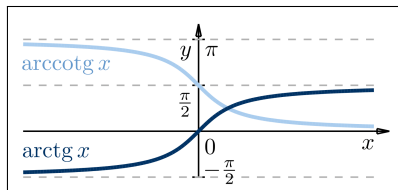


$$f(x) = \operatorname{arctg} x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \operatorname{arccotg} x$$

$$D_f = (-\infty, \infty)$$



Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

- odčítat:

$$f(x) = \sqrt{x} - \arcsin x \quad \dots D_f = \langle 0, 1 \rangle$$

Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

- odčítat:

$$f(x) = \sqrt{x} - \arcsin x \quad \dots D_f = \langle 0, 1 \rangle$$

- násobit:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos x \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

- odčítat:

$$f(x) = \sqrt{x} - \arcsin x \quad \dots D_f = \langle 0, 1 \rangle$$

- násobit:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos x \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- dělit:

$$f(x) = \frac{3}{e^x} \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

- odčítat:

$$f(x) = \sqrt{x} - \arcsin x \quad \dots D_f = \langle 0, 1 \rangle$$

- násobit:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos x \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- dělit:

$$f(x) = \frac{3}{e^x} \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- skládat:

$$f(x) = (\sin x)^2 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

- odčítat:

$$f(x) = \sqrt{x} - \arcsin x \quad \dots D_f = \langle 0, 1 \rangle$$

- násobit:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos x \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- dělit:

$$f(x) = \frac{3}{e^x} \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- skládat:

$$f(x) = (\sin x)^2 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- a tyto operace kombinovat a opakovat:

$$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 3 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty) \quad \dots \text{Polynom}$$



Operace s funkcemi

Funkce lze

- sčítat:

$$f(x) = x^2 + \ln x \quad \dots D_f = (0, \infty)$$

- odčítat:

$$f(x) = \sqrt{x} - \arcsin x \quad \dots D_f = \langle 0, 1 \rangle$$

- násobit:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos x \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- dělit:

$$f(x) = \frac{3}{e^x} \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- skládat:

$$f(x) = (\sin x)^2 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$$

- a tyto operace kombinovat a opakovat:

$$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 3 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty) \quad \dots \text{Polynom}$$

⇒ vzniká „bohatá“ třída tzv. **elementárních funkcí**



Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

na D_k : **$x \neq 0$**

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

na D_k : **$x \neq 0$**

na D_m , D_l nejsou podmínky

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

na D_k : **$x \neq 0$**
 $z^2 - z \neq 0$

na D_m , D_l nejsou podmínky

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

na D_k : **$x \neq 0$**
 $z^2 - z \neq 0$
 $z(z - 1) \neq 0$

na D_m , D_l nejsou podmínky

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

na D_k : **$x \neq 0$**

$$z^2 - z \neq 0$$

$$z(z - 1) \neq 0$$

$$z \neq 0, \quad z \neq 1$$

na D_m , D_l nejsou podmínky

Příklad 1.1: $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$

$$= k(z^2 - z), \quad \text{kde} \quad k(x) = \frac{1}{x}$$

$$= k(m(z) - l(z)), \quad \text{kde} \quad m(x) = x^2, \quad l(x) = x$$

- v zadání chybí D_f ... rozumí se všechna z vyhovující **podmínkám** na definiční obory dílčích funkcí k , l , m
- určete D_f !

Podmínky:

na D_k : **$x \neq 0$**

$$z^2 - z \neq 0$$

$$z(z - 1) \neq 0$$

$$z \neq 0, \quad z \neq 1$$

na D_m , D_l nejsou podmínky

$$\underline{\underline{D_f = (-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)}}$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$I. \quad 7 - x \geq 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\text{I. } 7 - x \geq 0 \quad \text{II. } x - 1 > 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\text{I. } 7 - x \geq 0 \quad \text{II. } x - 1 > 0 \quad \text{III. } \log(x - 1) \neq 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\text{I. } \begin{matrix} 7 - x \geq 0 \\ 7 \geq x \end{matrix} \quad \text{II. } x - 1 > 0 \quad \text{III. } \log(x - 1) \neq 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\text{I. } \begin{aligned} 7 - x &\geq 0 \\ 7 &\geq x \end{aligned}$$

$$\text{II. } \begin{aligned} x - 1 &> 0 \\ x &> 1 \end{aligned}$$

$$\text{III. } \log(x - 1) \neq 0$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\begin{array}{lll} \text{I.} & 7 - x \geq 0 & \text{II.} \quad x - 1 > 0 \\ & 7 \geq x & x > 1 \end{array} \quad \text{III.} \quad \begin{array}{l} \log(x - 1) \neq 0 \\ x - 1 \neq 10^0 \end{array}$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\begin{array}{lll} \text{I. } 7 - x \geq 0 & \text{II. } x - 1 > 0 & \text{III. } \log(x - 1) \neq 0 \\ 7 \geq x & x > 1 & x - 1 \neq 10^0 \\ & & x \neq 2 \end{array}$$

Příklad 1.2: $f(z) = \sqrt{z^2 + 5z - 14}$

$$x \geq 0$$

$$z^2 + 5z - 14 \geq 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -7) \cup (2, \infty)}}$$

Příklad 1.3: $f(x) = \ln(2 - 3x)$

$$2 - 3x > 0 \quad \implies \underline{\underline{D_f = (-\infty, -\frac{2}{3})}}$$

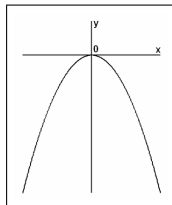
Příklad 1.4: $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\log(x-1)}$

$$\begin{array}{lll} \text{I. } 7 - x \geq 0 & \text{II. } x - 1 > 0 & \text{III. } \log(x - 1) \neq 0 \\ 7 \geq x & x > 1 & x - 1 \neq 10^0 \\ & & x \neq 2 \end{array}$$

$$\underline{\underline{D_f = (1, 2) \cup (2, 7)}}$$

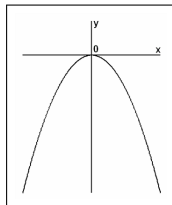
Vlastnosti funkcí

Vlastnosti funkcí

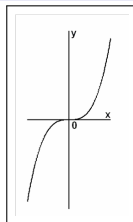


sudá

Vlastnosti funkcí

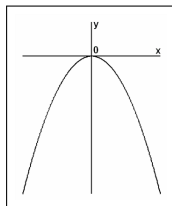


sudá

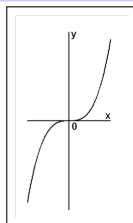


lichá

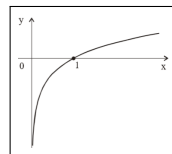
Vlastnosti funkcí



sudá

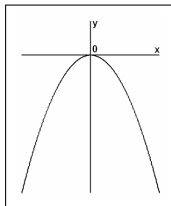


lichá

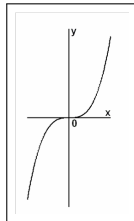


prostá

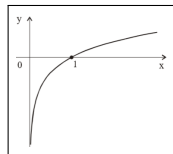
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá

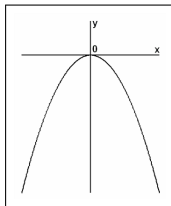


prostá

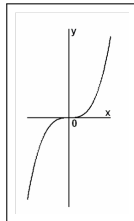
- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

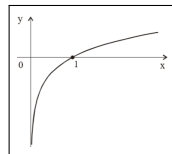
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



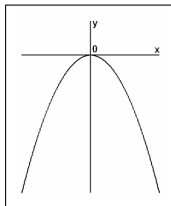
prostá

- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

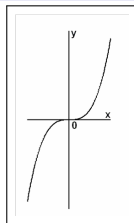
$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

např. $\log_2 x = 3$

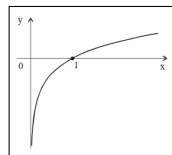
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

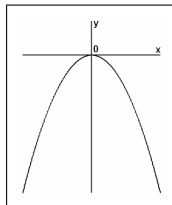
- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

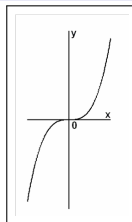
např. $\log_2 x = 3$

$$x = 2^3$$

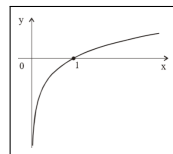
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

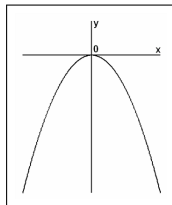
- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

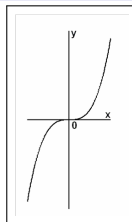
např. $\log_2 x = 3$ nebo $\sin x = 0.3$

$$x = 2^3$$

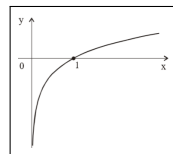
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

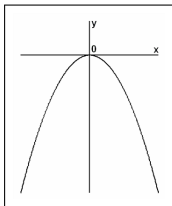
$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

např. $\log_2 x = 3$ nebo $\sin x = 0.3$

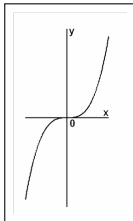
$$x = 2^3$$

$$x = \arcsin 0.3$$

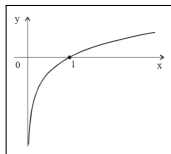
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

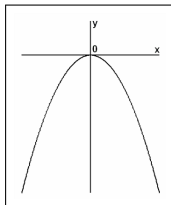
- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

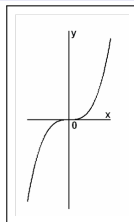
např. $\log_2 x = 3$ nebo $\sin x = 0.3$
 $x = 2^3$ $x = \arcsin 0.3$

- grafy vzájemně
inverzních funkcí jsou
symetrické podle osy 1.
a 3. kvadrantu:

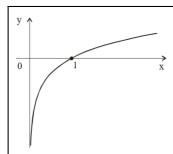
Vlastnosti funkcí



sudá



lichá



prostá

- pro prostou funkci f existuje **inverzní** funkce f^{-1} a platí

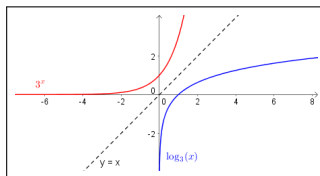
$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

např. $\log_2 x = 3$ nebo $\sin x = 0.3$

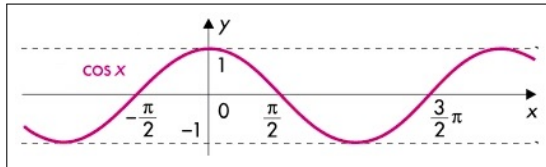
$$x = 2^3$$

$$x = \arcsin 0.3$$

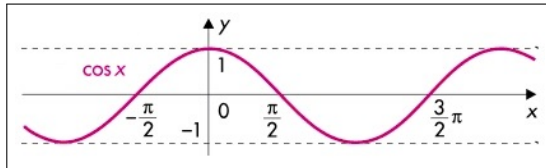
- grafy vzájemně
inverzních funkcí jsou
symetrické podle osy 1.
a 3. kvadrantu:



Vlastnosti funkcí

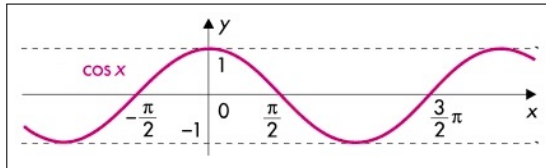


Vlastnosti funkcí



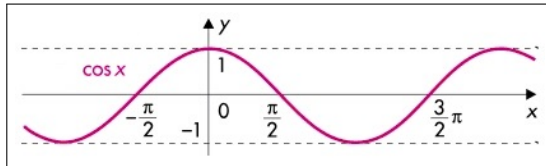
- ohraničená shora, ohraničená zdola \Rightarrow ohraničená

Vlastnosti funkcí



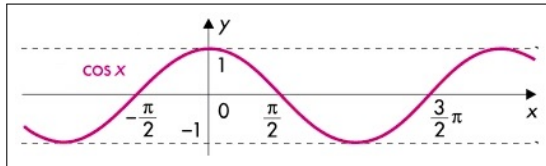
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π

Vlastnosti funkcí



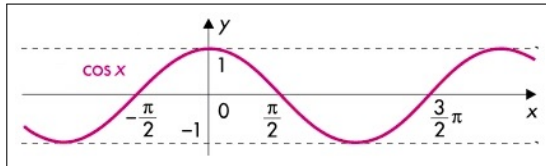
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$

Vlastnosti funkcí



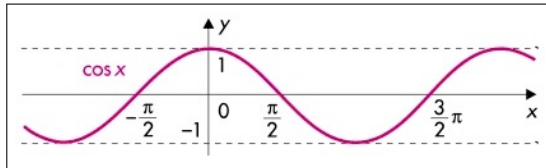
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$

Vlastnosti funkcí



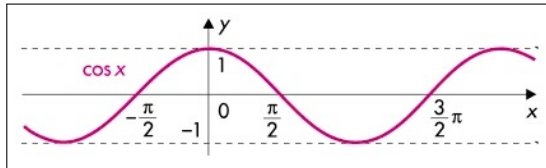
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou \boxed{x} : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou \boxed{y} : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$

Vlastnosti funkcí



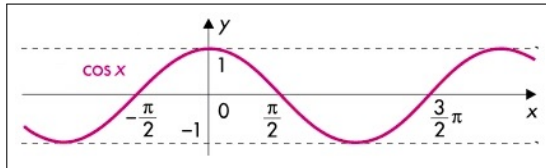
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$

Vlastnosti funkcí



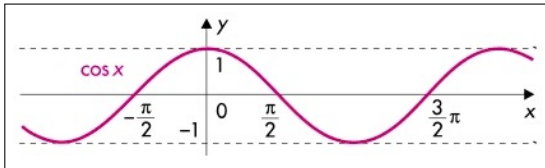
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$

Vlastnosti funkcí



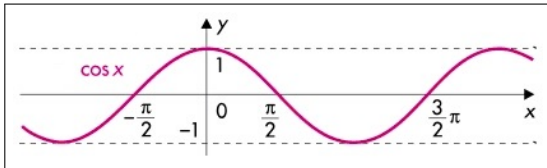
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou \boxed{x} : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou \boxed{y} : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- klesající : $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$

Vlastnosti funkcí



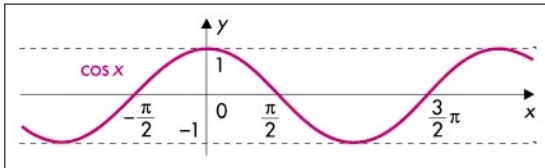
- ohraňovaná shora, ohraňovaná zdola \implies ohraňovaná
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- klesající : $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- lokální maxima : $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$

Vlastnosti funkcí



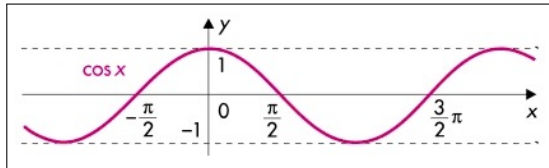
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- klesající : $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- lokální maxima : $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- lokální minima : $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$

Vlastnosti funkcí



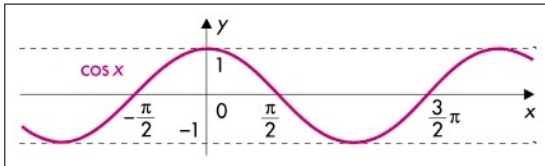
- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- klesající : $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- lokální maxima : $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- lokální minima :
 $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$
- konvexní : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$

Vlastnosti funkcí



- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou \boxed{x} : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou \boxed{y} : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- klesající : $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- lokální maxima : $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- lokální minima : $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$
- konvexní : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- konkávní : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$

Vlastnosti funkcí



- ohraničená shora, ohraničená zdola \implies ohraničená
- periodická, základní perioda 2π
- průsečíky s osou x : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$
- průsečík s osou y : $[0, \cos 0] = [0, 1]$
- kladná : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- záporná : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- rostoucí : $\dots, \langle -\pi, 0 \rangle, \langle \pi, 2\pi \rangle, \dots$
- klesající : $\dots, \langle 0, \pi \rangle, \langle 2\pi, 3\pi \rangle, \dots$
- lokální maxima : $\dots, [0, \cos 0] = [0, 1], [2\pi, \cos 2\pi] = [2\pi, 1], \dots$
- lokální minima : $\dots, [-\pi, \cos(-\pi)] = [-\pi, -1], [\pi, \cos \pi] = [\pi, -1], \dots$
- konvexní : $\dots, (-\frac{3}{2}\pi, -\frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi), \dots$
- konkávní : $\dots, (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi), \dots$
- inflexe : $\dots, [-\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{\pi}{2}, 0], [\frac{3}{2}\pi, 0], \dots$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)'$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2)$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

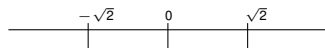
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

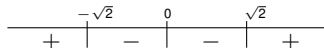
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

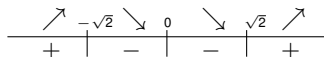
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

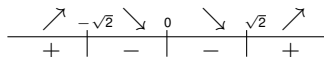
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, \infty)$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

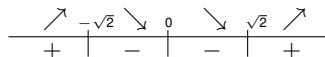
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3 \quad \dots D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

LOKMAX: $-\sqrt{2}$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

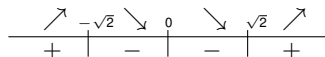
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})]$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

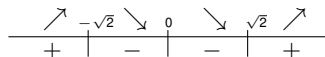
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})] = [-\sqrt{2}, 3(-\sqrt{2})^5 - 10(-\sqrt{2})^3]$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

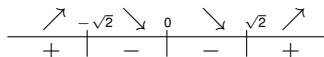
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})] = [-\sqrt{2}, 3(-\sqrt{2})^5 - 10(-\sqrt{2})^3] \approx \underline{\underline{[-1.4, 11.3]}}$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

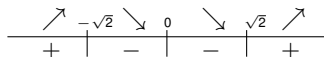
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})] = [-\sqrt{2}, 3(-\sqrt{2})^5 - 10(-\sqrt{2})^3] \approx \underline{\underline{[-1.4, 11.3]}}$$

$$\text{LOKMIN: } \sqrt{2}$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

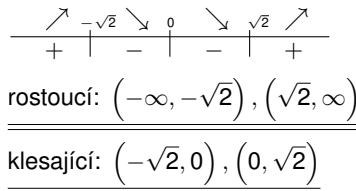
Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2} \end{aligned}$$



c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})] = [-\sqrt{2}, 3(-\sqrt{2})^5 - 10(-\sqrt{2})^3] \approx \underline{\underline{[-1.4, 11.3]}}$$

$$\text{LOKMIN: } [\sqrt{2}, f(\sqrt{2})]$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

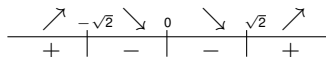
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})] = [-\sqrt{2}, 3(-\sqrt{2})^5 - 10(-\sqrt{2})^3] \approx \underline{\underline{[-1.4, 11.3]}}$$

$$\text{LOKMIN: } [\sqrt{2}, f(\sqrt{2})] = [\sqrt{2}, 3(\sqrt{2})^5 - 10(\sqrt{2})^3]$$

Vyšetřování monotónnosti a lokálních extrémů

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) První derivace:

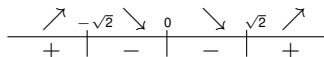
$$f'(x) = (3x^5 - 10x^3)' = 15x^4 - 30x^2 = 15x^2(x^2 - 2) = 15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

b) Znaménko první derivace:

$$f'(x) = 0$$

$$15x^2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2} \quad x_3 = -\sqrt{2}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{2}, 0)$, $(0, \sqrt{2})$

c) Lokální extrémy:

$$\text{LOKMAX: } [-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2})] = [-\sqrt{2}, 3(-\sqrt{2})^5 - 10(-\sqrt{2})^3] \approx \underline{\underline{[-1.4, 11.3]}}$$

$$\text{LOKMIN: } [\sqrt{2}, f(\sqrt{2})] = [\sqrt{2}, 3(\sqrt{2})^5 - 10(\sqrt{2})^3] \approx \underline{\underline{[1.4, -11.3]}}$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)''$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)'$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$f''(x) = 0$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$f''(x) = 0$$

$$60x(x - 1)(x + 1) = 0$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$f''(x) = 0$$

$$60x(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$f''(x) = 0$$

$$60x(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1$$



Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

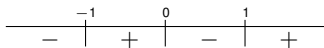
Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$



Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{array}{ccccccc} & & \cap & -1 & \cup & 0 & \cap & 1 & \cup \\ & & - & | & + & | & - & | & + \\ f''(x) = 0 & & & & & & & & \\ 60x(x - 1)(x + 1) = 0 & & & & & & & & \\ x_1 = 0 & x_2 = 1 & x_3 = -1 & & & & & & \end{array}$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) = 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{array}$$

∩	-1	∪	0	∩	1	∪
-		+		-		+

konvexní: $(-1, 0), (1, \infty)$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \cap & -1 & \cup & 0 & \cap & 1 & \cup \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$$

konvexní: $(-1, 0), (1, \infty)$

konkávní: $(-\infty, -1), (0, 1)$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \cap & -1 & \cup & 0 & \cap & 1 & \cup \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$$

konvexní: $(-1, 0), (1, \infty)$
konkávní: $(-\infty, -1), (0, 1)$

c) Inflexe:

$$-1$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \cap & -1 & \cup & 0 & \cap & 1 & \cup \\ - & | & + & | & - & | & + \\ \hline \text{konvexní: } (-1, 0), (1, \infty) \\ \hline \text{konkávní: } (-\infty, -1), (0, 1) \\ \hline \hline \end{array}$$

c) Inflexe:

$$[-1, f(-1)]$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) = 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \cap \quad -1 \quad \cup \quad 0 \quad \cap \quad 1 \quad \cup \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \hline \text{konvexní: } (-1, 0), (1, \infty) \\ \hline \text{konkávní: } (-\infty, -1), (0, 1) \end{array}$$

c) Inflexe:

$$[-1, f(-1)] = [-1, 3(-1)^5 - 10(-1)^3]$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) = 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \cap \quad -1 \quad \cup \quad 0 \quad \cap \quad 1 \quad \cup \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \hline \text{konvexní: } (-1, 0), (1, \infty) \\ \hline \text{konkávní: } (-\infty, -1), (0, 1) \end{array}$$

c) Inflexe:

$$[-1, f(-1)] = [-1, 3(-1)^5 - 10(-1)^3] = \underline{\underline{[-1, 7]}}$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) = 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \cap \quad -1 \quad \cup \quad 0 \quad \cap \quad 1 \quad \cup \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \hline \text{konvexní: } (-1, 0), (1, \infty) \\ \hline \text{konkávní: } (-\infty, -1), (0, 1) \end{array}$$

c) Inflexe:

$$\begin{aligned} [-1, f(-1)] &= [-1, 3(-1)^5 - 10(-1)^3] = \underline{\underline{[-1, 7]}} \\ [0, f(0)] &= \underline{\underline{[0, 0]}} \end{aligned}$$

Vyšetřování konvexnosti, konkávnosti a inflexních bodů

Příklad 2.2: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$... $D_f = (-\infty, \infty)$

a) Druhá derivace:

$$f''(x) = (3x^5 - 10x^3)'' = (15x^4 - 30x^2)' = 60x^3 - 60x = 60x(x - 1)(x + 1)$$

b) Znaménko druhé derivace:

$$\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ 60x(x - 1)(x + 1) = 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \cap \quad -1 \quad \cup \quad 0 \quad \cap \quad 1 \quad \cup \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \hline \text{konvexní: } (-1, 0), (1, \infty) \\ \text{konkávní: } (-\infty, -1), (0, 1) \end{array}$$

c) Inflexe:

$$[-1, f(-1)] = [-1, 3(-1)^5 - 10(-1)^3] = \underline{\underline{[-1, 7]}}$$

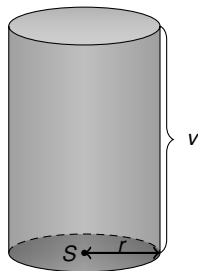
$$[0, f(0)] = \underline{\underline{[0, 0]}}$$

$$[1, f(1)] = \underline{\underline{[1, -7]}}$$



Extremální úloha

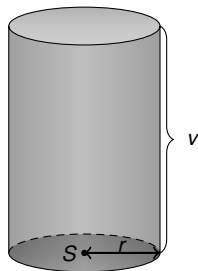
Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$n_d = 2n_p$$

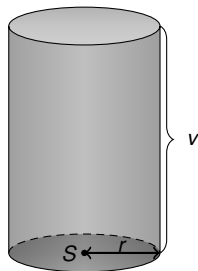


Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$n_d = 2n_p$$

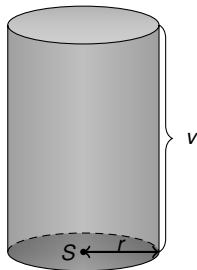


Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$\begin{aligned} N &= N_d + N_p \\ &= S_d \cdot n_d \end{aligned}$$

$$n_d = 2n_p$$

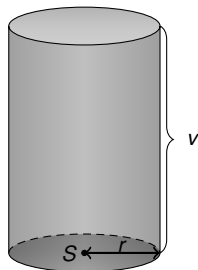


Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$\begin{aligned} N &= N_d + N_p \\ &= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p \end{aligned}$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

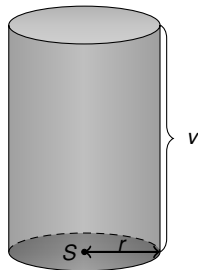
Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \quad \cdot n_d + \quad \cdot n_p$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

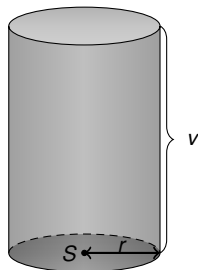
Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + \quad \cdot n_p$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

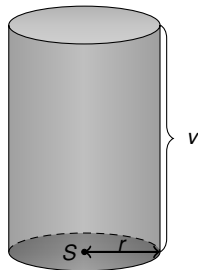
Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

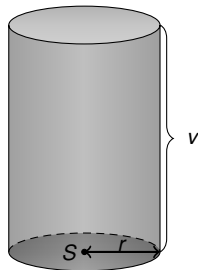
$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

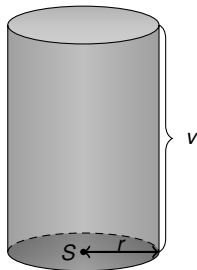
$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot 2n_p$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

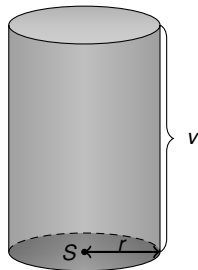
$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r$$

$$n_d = 2n_p$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

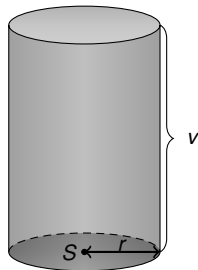
$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

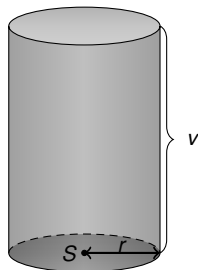
$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

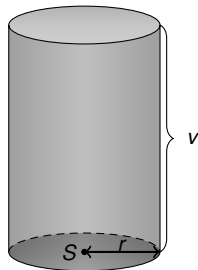
$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2}$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

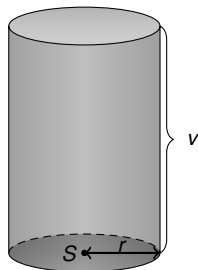
$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

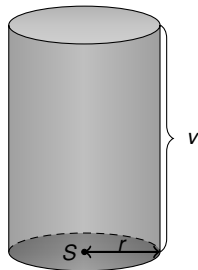
$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

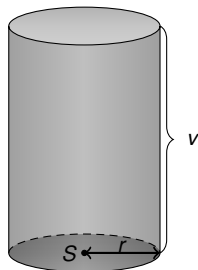
$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

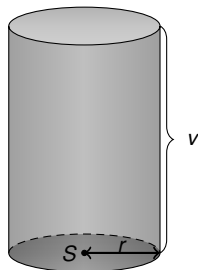
$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

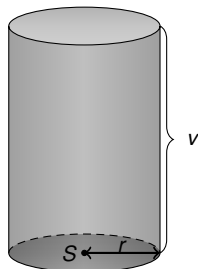
$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

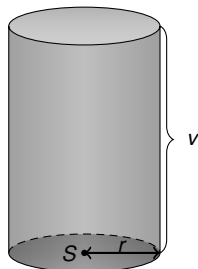
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

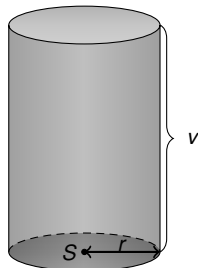
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$

Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

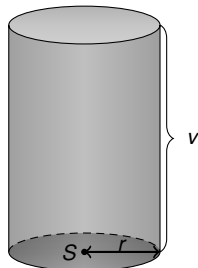
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

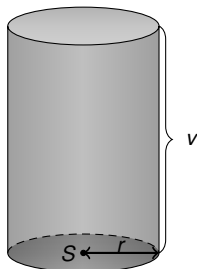
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

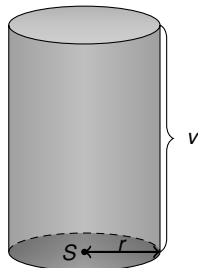
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

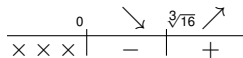
$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

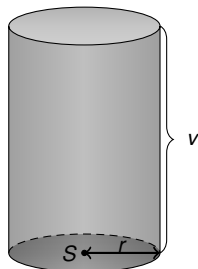
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

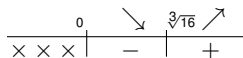
$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Funkce N nabývá lok. min. pro $r = \sqrt[3]{16}$;

Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

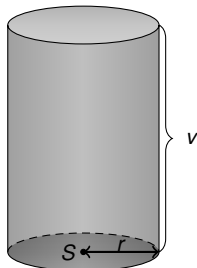
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

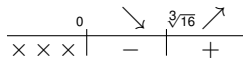
$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Funkce N nabývá lok. min. pro $r = \sqrt[3]{16}$; tomu odpovídá $v = \frac{32}{r^2} = \dots = 4\sqrt[3]{2}$.

Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

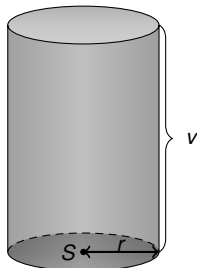
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16}) \overbrace{(r^2 + \dots)}^{>0}}{r^2}$$

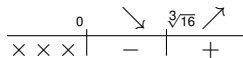
$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Funkce N nabývá lok. min. pro $r = \sqrt[3]{16}$; tomu odpovídá $v = \frac{32}{r^2} = \dots = 4\sqrt[3]{2}$.

\implies Náklady budou minimální při rozměrech $r = \sqrt[3]{16} \doteq 2.5$, $v = 4\sqrt[3]{2} \doteq 5$.

Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

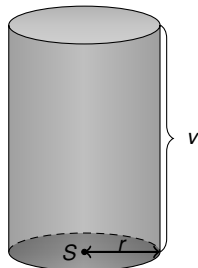
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16})(\overbrace{r^2 + \dots}^{>0})}{r^2}$$

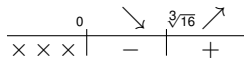
$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Funkce N nabývá lok. min. pro $r = \sqrt[3]{16}$; tomu odpovídá $v = \frac{32}{r^2} = \dots = 4\sqrt[3]{2}$.

\implies Náklady budou minimální při rozměrech $r = \sqrt[3]{16} \doteq 2.5$, $v = 4\sqrt[3]{2} \doteq 5$.

(...pro $n_p = 100,-$ je $N(\sqrt[3]{16}) = 11\,969,-$,)

Extremální úloha

Příklad 2.3: Válcový sud má mít objem $32\pi \text{ m}^3$. Náklady na výrobu 1 m^2 pláště jsou poloviční ve srovnání s náklady na výrobu 1 m^2 dna sudu. Navrhněte rozměry sudu tak, aby náklady na jeho výrobu byly minimální.

$$N = N_d + N_p$$

$$= S_d \cdot n_d + S_p \cdot n_p$$

$$= \pi r^2 \cdot n_d + 2\pi r v \cdot n_p$$

$$N(r) = \pi r^2 \cdot 2n_p + 2\pi r \frac{32}{r^2} \cdot n_p$$

$$= 2\pi n_p (r^2 + 32r^{-1})$$

$$N'(r) = 2\pi n_p (2r - 32r^{-2})$$

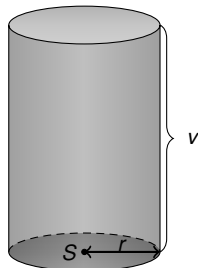
$$= 4\pi n_p \frac{r^3 - 16}{r^2}$$

$$= 4\pi n_p \frac{(r - \sqrt[3]{16})(\overbrace{r^2 + \dots}^{>0})}{r^2}$$

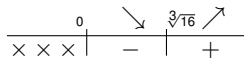
$$n_d = 2n_p$$

$$32\pi = \pi r^2 v$$

$$v = \frac{32}{r^2}$$



$$N'(r) = 0 \iff r = \sqrt[3]{16}$$



Funkce N nabývá lok. min. pro $r = \sqrt[3]{16}$; tomu odpovídá $v = \frac{32}{r^2} = \dots = 4\sqrt[3]{2}$.

\implies Náklady budou minimální při rozměrech $r = \sqrt[3]{16} \doteq 2.5$, $v = 4\sqrt[3]{2} \doteq 5$.

(...pro $n_p = 100,-$ je $N(\sqrt[3]{16}) = 11\,969,-$, $N(2) = 12\,566,-$)

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- 1 Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- 1 Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- 1 Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ① Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ② Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- 1 Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- 2 Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ① Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ② Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x$$

$$f'(x) = 0$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ① Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ② Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x$$

$$f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ① Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ② Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 - 16x & f'(x) &= 0 \\ 4x^3 - 16x &= 0 \\ 4x(x-2)(x+2) &= 0 \end{aligned}$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ❶ Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ❷ Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x \qquad f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -2$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ❶ Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ❷ Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x \qquad f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -2$$

$$f(2) = -12$$

Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ❶ Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ❷ Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x \qquad f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -2$$

$$f(2) = -12$$

- ❸ Vyhodnotíme nejvyšší a nejnižší zjištěné funkční hodnoty



Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ❶ Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ❷ Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x \qquad f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -2$$

$$f(2) = -12$$

- ❸ Vyhodnotíme nejvyšší a nejnižší zjištěné funkční hodnoty

$$\underline{\underline{\text{MAX: } V = [3, 13]}}$$



Extrémy funkce na uzavřeném intervalu

Příklad 2.4:

Vyšetřete extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

- ❶ Vypočítáme funkční hodnoty v krajních bodech intervalu $\langle 1, 3 \rangle$:

$$f(1) = -3, \quad f(3) = 13$$

- ❷ Vypočítáme funkční hodnoty v takových bodech intervalu $(1, 3)$, v nichž je derivace funkce f nulová nebo neexistuje.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x \qquad f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 16x = 0$$

$$4x(x-2)(x+2) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -2$$

$$f(2) = -12$$

- ❸ Vyhodnotíme nejvyšší a nejnižší zjištěné funkční hodnoty

$$\underline{\underline{\text{MAX: } V = [3, 13]}} \qquad \underline{\underline{\text{MIN: } D = [2, -12]}}$$



Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)'$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)'$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)'$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)'$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)'$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)'$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)'$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.5:

$$(3x^5 - 10x^3)' = (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})'$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})'$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})'$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$(-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)'$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$(-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' = -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)'$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}(3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\ &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}\end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$(-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' = -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)'$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$



Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$\begin{aligned}
 (-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' &= -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)' \\
 &= \underline{\underline{2 \sin x}}
 \end{aligned}$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$



Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}(3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\ &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}\end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$\begin{aligned}(-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' &= -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)' \\ &= \underline{\underline{2 \sin x}}\end{aligned}$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$



Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$\begin{aligned}
 (-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' &= -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)' \\
 &= \underline{\underline{2 \sin x + e^x}}
 \end{aligned}$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$

Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}(3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\ &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}\end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$\begin{aligned}(-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' &= -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)' \\ &= \underline{\underline{2 \sin x + e^x}}\end{aligned}$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$



Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}(3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\ &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}\end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$\begin{aligned}(-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' &= -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)' \\ &= \underline{\underline{2 \sin x + e^x + \frac{1}{x}}}\end{aligned}$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$



Příklad 2.5:

$$\begin{aligned}
 (3x^5 - 10x^3)' &= (3x^5)' - (10x^3)' = 3(x^5)' - 10(x^3)' = 3 \cdot 5x^4 - 10 \cdot 3x^2 \\
 &= \underline{\underline{15x^4 - 30x^2}}
 \end{aligned}$$

vzorce (derivace rozdílu, násobku)

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.6:

$$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})' = (x^{\frac{1}{2}} - x^{-1})' = (x^{\frac{1}{2}})' - (x^{-1})' = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}}}$$

Příklad 2.7:

$$\begin{aligned}
 (-2 \cos x + e^x + \ln x + 5)' &= -2(\cos x)' + (e^x)' + (\ln x)' + (5)' \\
 &= \underline{\underline{2 \sin x + e^x + \frac{1}{x}}}
 \end{aligned}$$

vzorce

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(c)' = 0$$



Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)'$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)'$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)'$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)'$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1} \right)'$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1} \right)'$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.10:

$$(\sin x^3)'$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.10:

$$(\sin x^3)'$$

vzorce (derivace složené funkce)

$$(g \circ f)' = f' \cdot (g' \circ f)$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.10:

$$(\sin x^3)' = (x^3)' \cdot \sin'(x^3)$$

vzorce (derivace složené funkce)

$$(g \circ f)' = f' \cdot (g' \circ f)$$

Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.10:

$$(\sin x^3)' = (x^3)' \cdot \sin'(x^3) = \underline{\underline{3x^2}}$$

vzorce (derivace složené funkce)

$$(g \circ f)' = f' \cdot (g' \circ f)$$



Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.10:

$$(\sin x^3)' = (x^3)' \cdot \sin'(x^3) = \underline{\underline{3x^2}}$$

vzorce (derivace složené funkce)

$$(g \circ f)' = f' \cdot (g' \circ f)$$

$$\sin' = \cos$$



Příklad 2.8:

$$(x^2 \cdot 3^x)' = (x^2)' \cdot 3^x + x^2 \cdot (3^x)' = \underline{\underline{2x \cdot 3^x + x^2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}}$$

vzorce (derivace součinu)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Příklad 2.9:

$$\left(\frac{2x-1}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-1)'(x^2+1) - (2x-1) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2(x^2+1) - (2x-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}}}$$

vzorce (derivace podílu)

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Příklad 2.10:

$$(\sin x^3)' = (x^3)' \cdot \sin'(x^3) = \underline{\underline{3x^2 \cdot \cos(x^3)}}$$

vzorce (derivace složené funkce)

$$(g \circ f)' = f' \cdot (g' \circ f)$$

$$\sin' = \cos$$



Derivace funkce dané parametricky

Derivace funkce dané parametricky

$$M \subset \mathbb{R}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \{[t^3 - 1, \ln t] : t > 0\}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \{[t^3 - 1, \ln t] : t > 0\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \{[t^3 - 1, \ln t] : t > 0\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ [t^3 - 1, \ln t] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{1}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ [t^3 - 1, \ln t] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{\frac{1}{t}}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t$$



Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ [t^3 - 1, \ln t] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{\frac{1}{t}}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t, \quad \psi''(t) = -\frac{1}{t^2}$$



Derivace funkce dané parametricky

$M \subset \mathbb{R}$, $\phi, \psi \dots$ funkce def. na M se speciálními vlastnostmi

[podrobnosti](#)

$$f = \{[\phi(t), \psi(t)] : t \in M\}$$

$$f' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi'(t)}{\phi'(t)} \right] : t \in M \right\}$$

$$f'' = \left\{ \left[\phi(t), \frac{\psi''(t)\phi'(t) - \psi'(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^3} \right] : t \in M \right\}$$

Příklad 2.11:

Určete 1. a 2. derivaci funkce $f : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \ln t \end{array} \right\} t > 0$

tj.

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \{[t^3 - 1, \ln t] : t > 0\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{\frac{1}{t}}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t, \quad \psi''(t) = -\frac{1}{t^2}, \quad f'' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{-\frac{1}{t^2} \cdot 3t^2 - \frac{1}{t} \cdot 6t}{(3t^2)^3} \right] : t > 0 \right\}$$



$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ \left[t^3 - 1, \ln t \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{1}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t, \quad \psi''(t) = -\frac{1}{t^2}, \quad f'' = \left\{ \left[\frac{-\frac{1}{t^2} \cdot 3t^2 - \frac{1}{t} \cdot 6t}{(3t^2)^3} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\underline{\underline{f' : \left. \begin{array}{l} x(t) = \\ y(t) = \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\underline{\underline{f'' : \left. \begin{array}{l} x(t) = \\ y(t) = \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ \left[t^3 - 1, \ln t \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{1}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t, \quad \psi''(t) = -\frac{1}{t^2}, \quad f'' = \left\{ \left[\frac{-\frac{1}{t^2} \cdot 3t^2 - \frac{1}{t} \cdot 6t}{(3t^2)^3} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\underline{\underline{f' : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\underline{\underline{f'' : \left. \begin{array}{l} x(t) = \\ y(t) = \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ \left[t^3 - 1, \ln t \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{1}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t, \quad \psi''(t) = -\frac{1}{t^2}, \quad f'' = \left\{ \left[\frac{-\frac{1}{t^2} \cdot 3t^2 - \frac{1}{t} \cdot 6t}{(3t^2)^3} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\underline{\underline{f' : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \frac{1}{3t^3} \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\underline{\underline{f'' : \left. \begin{array}{l} x(t) = \\ y(t) = \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\phi(t) = t^3 - 1, \quad \psi(t) = \ln t, \quad f = \left\{ \left[t^3 - 1, \ln t \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi'(t) = 3t^2, \quad \psi'(t) = \frac{1}{t}, \quad f' = \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{1}{3t^2} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\phi''(t) = 6t, \quad \psi''(t) = -\frac{1}{t^2}, \quad f'' = \left\{ \left[\frac{-\frac{1}{t^2} \cdot 3t^2 - \frac{1}{t} \cdot 6t}{(3t^2)^3} \right] : t > 0 \right\}$$

$$\underline{\underline{f' : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \frac{1}{3t^3} \end{array} \right\} t > 0,}}$$

$$\underline{\underline{f'' : \left. \begin{array}{l} x(t) = t^3 - 1 \\ y(t) = \end{array} \right\} t > 0}}$$

$$\begin{aligned}\phi(t) &= t^3 - 1, & \psi(t) &= \ln t, & f &= \left\{ \left[t^3 - 1, \ln t \right] : t > 0 \right\} \\ \phi'(t) &= 3t^2, & \psi'(t) &= \frac{1}{t}, & f' &= \left\{ \left[t^3 - 1, \frac{1}{3t^2} \right] : t > 0 \right\} \\ \phi''(t) &= 6t, & \psi''(t) &= -\frac{1}{t^2}, & f'' &= \left\{ \left[\frac{-\frac{1}{t^2} \cdot 3t^2 - \frac{1}{t} \cdot 6t}{(3t^2)^3} \right] : t > 0 \right\}\end{aligned}$$

$$\underline{\underline{f' : \left. \begin{aligned} x(t) &= t^3 - 1 \\ y(t) &= \frac{1}{3t^3} \end{aligned} \right\} t > 0,}}$$

$$\underline{\underline{f'' : \left. \begin{aligned} x(t) &= t^3 - 1 \\ y(t) &= -\frac{1}{3t^6} \end{aligned} \right\} t > 0,}}$$

Derivace inverzní funkce

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x$$

$$(f^{-1})'(y) =$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{f(x)}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12: $f(x) = e^x$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{y}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x, \quad f^{-1}(y) = \ln y$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{y}$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x, \quad f^{-1}(y) = \ln y$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{y}$$

Ověření: $(f^{-1})'(y)$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x, \quad f^{-1}(y) = \ln y$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{y}$$

$$\text{Ověření: } (f^{-1})'(y) = (\ln y)'$$

Derivace inverzní funkce

- inverzní funkce:

$$f(x) = y \iff x = f^{-1}(y)$$

- její derivace:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

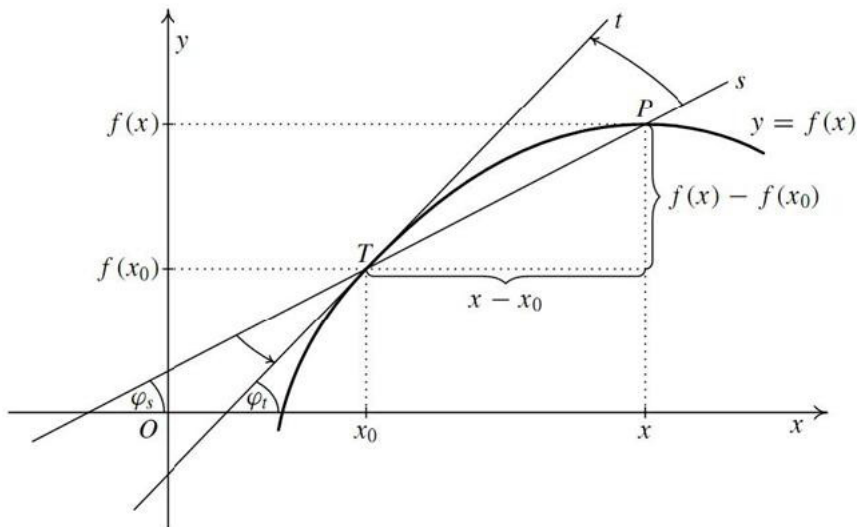
Příklad 2.12:

$$f(x) = e^x, \quad f^{-1}(y) = \ln y$$

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{(e^x)'} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{y}$$

$$\text{Ověření: } (f^{-1})'(y) = (\ln y)' = \frac{1}{y}$$

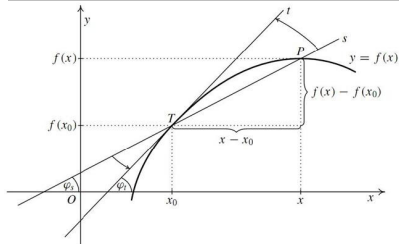
Geometrická motivace



Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

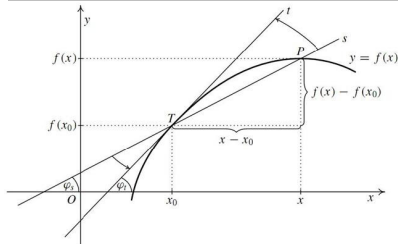


Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a potažmo bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.

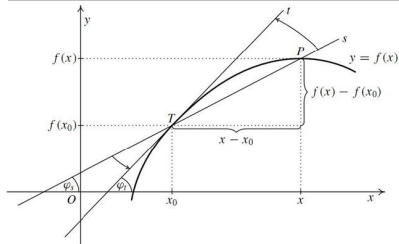


Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a potažmo bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.
- Sestrojíme sečnu s grafu funkce f určenou body T a P .

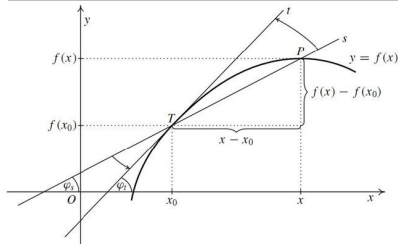


Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a potažmo bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.
- Sestrojíme sečnu s grafu funkce f určenou body T a P .
- Bod x budeme přibližovat k bodu x_0 , přičemž bod P se bude pohybovat po grafu funkce f k bodu T .

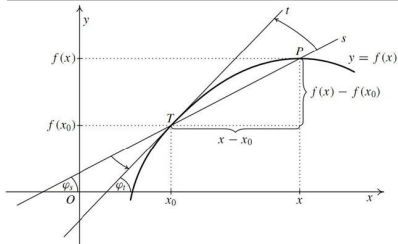


Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a pootočmo bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.
- Sestrojíme sečnu s grafu funkce f určenou body T a P .
- Bod x budeme přibližovat k bodu x_0 , přičemž bod P se bude pohybovat po grafu funkce f k bodu T .
- V okamžiku, kdy x splyne s x_0 , splyne také bod P s bodem T , sečna s s tečnou t a směrnice sečny s se směrnicí tečny t .

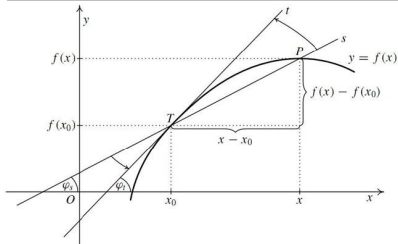


Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a pootážíme bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.
- Sestrojíme sečnu s grafu funkce f určenou body T a P .
- Bod x budeme přibližovat k bodu x_0 , přičemž bod P se bude pohybovat po grafu funkce f k bodu T .
- V okamžiku, kdy x splyne s x_0 , splyne také bod P s bodem T , sečna s s tečnou t a směrnice sečny s se směrnicí tečny t .



Směrnice sečny s :

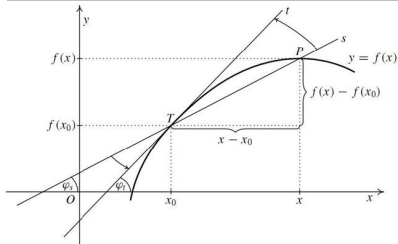
$$k_s = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnicí tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a potažmo bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.
- Sestrojíme sečnu s grafu funkce f určenou body T a P .
- Bod x budeme přibližovat k bodu x_0 , přičemž bod P se bude pohybovat po grafu funkce f k bodu T .
- V okamžiku, kdy x splyne s x_0 , splyne také bod P s bodem T , sečna s s tečnou t a směrnicí sečny s se směrnicí tečny t .



Směrnice sečny s :

$$k_s = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Směrnice tečny t :

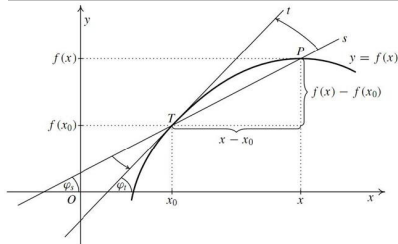
$$k_t = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Geometrická motivace

Úkol:

Vyjádřete směrnici tečny t ke grafu funkce f v bodě $T = [x_0, f(x_0)]$, kde $x_0 \in D_f$.

- Zvolíme $x \in D_f$, $x \neq x_0$, a potažmo bod $P = [x, f(x)]$ na grafu funkce.
- Sestrojíme sečnu s grafu funkce f určenou body T a P .
- Bod x budeme přibližovat k bodu x_0 , přičemž bod P se bude pohybovat po grafu funkce f k bodu T .
- V okamžiku, kdy x splyne s x_0 , splyne také bod P s bodem T , sečna s s tečnou t a směrnice sečny s se směrnicí tečny t .



Směrnice sečny s :

$$k_s = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Směrnice tečny t :

$$f'(x_0) := k_t = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)]$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$f'(x) = (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}} \end{aligned}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}} \end{aligned}$$

$$f'(x_0) = f'(2)$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}} \end{aligned}$$

$$f'(x_0) = f'(2) = \frac{1}{6}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$f'(x) = (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \quad t : y - 3 = \frac{1}{6}(x - 2)$$

$$= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}}$$

$$f'(x_0) = f'(2) = \frac{1}{6}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}} \end{aligned}$$

$$f'(x_0) = f'(2) = \frac{1}{6}$$

$$t : y - 3 = \frac{1}{6}(x - 2)$$

$$\underline{\underline{t : y = \frac{x}{6} + \frac{8}{3}}}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$f'(x) = (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \quad t : y - 3 = \frac{1}{6}(x - 2)$$

$$= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}}$$

$$\underline{\underline{t : y = \frac{x}{6} + \frac{8}{3}}}$$

$$f'(x_0) = f'(2) = \frac{1}{6}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f'(x_0) \neq 0 \implies n : y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}} \end{aligned}$$

$$f'(x_0) = f'(2) = \frac{1}{6}$$

$$t : y - 3 = \frac{1}{6}(x - 2)$$

$$\underline{\underline{t : y = \frac{x}{6} + \frac{8}{3}}}$$

$$n : y - 3 = -\frac{1}{\frac{1}{6}}(x - 2)$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t : y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f'(x_0) \neq 0 \implies n : y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$



Tečna a normála

Příklad 2.13: Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 11} = (x^2 - 3x + 11)^{\frac{1}{2}}$$

v bodě T , jehož x -ová souřadnice je 2.

$$T = [x_0, y_0] = [2, f(2)] = [2, 3]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3x + 11)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 11}} \end{aligned}$$

$$f'(x_0) = f'(2) = \frac{1}{6}$$

$$t: y - 3 = \frac{1}{6}(x - 2)$$

$$\underline{\underline{t: y = \frac{x}{6} + \frac{8}{3}}}$$

$$n: y - 3 = -\frac{1}{\frac{1}{6}}(x - 2)$$

$$\underline{\underline{n: y = -6x + 15}}$$

vzorce (rovnice tečny a normály)

$$t: y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f'(x_0) \neq 0 \implies n: y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$



Funkce

oooooooooooooooo

Derivace

oooooooooooo●o

Limity

oooooo

Průběh funkce

oooooooooooooooo

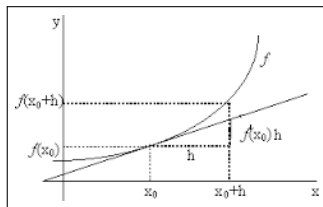
Podrobnosti

o

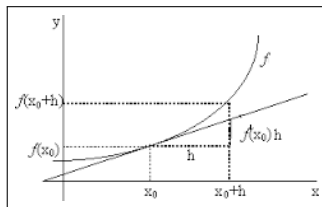
Diferenciál



Diferenciál

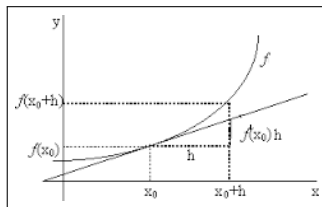


Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

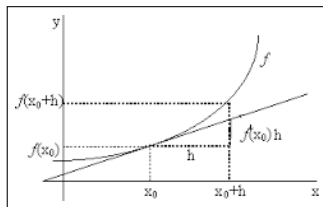
Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

Diferenciál

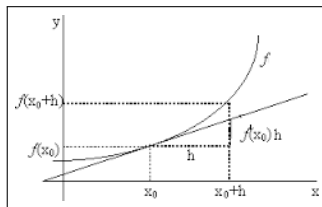


$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} =$$

Diferenciál

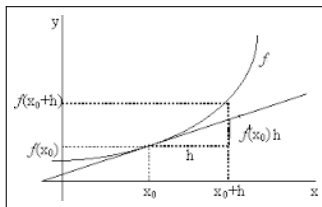


$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}}$$

Diferenciál

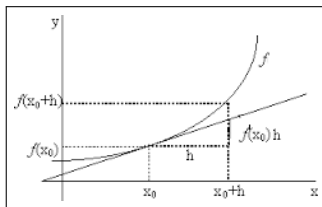


$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

Diferenciál

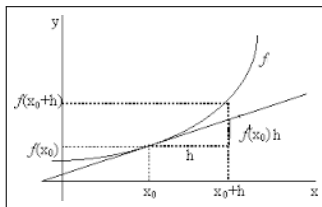


$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$\begin{aligned} (1.02)^{11} &= \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}} \\ &= (1 + 0.02)^{11} \end{aligned}$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

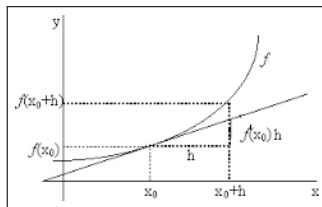
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11}$$

$$f(x) = x^{11},$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

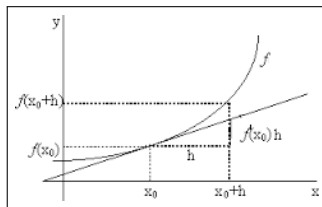
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

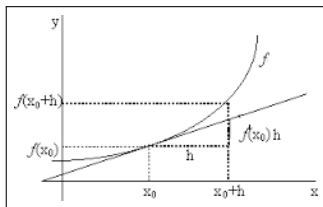
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

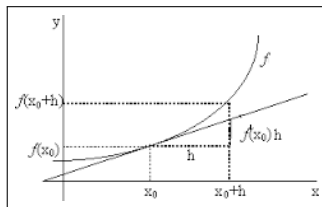
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

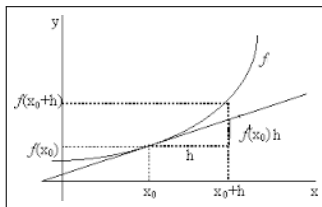
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} +$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

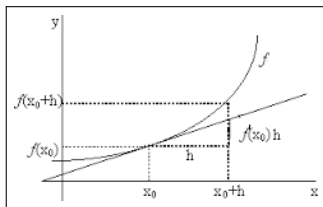
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

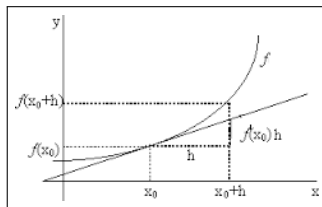
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10} \cdot 0.02$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

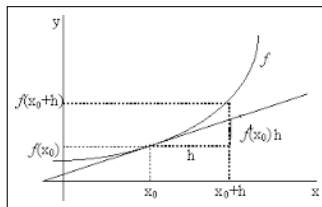
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10} \cdot 0.02 = 1 + 0.22$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

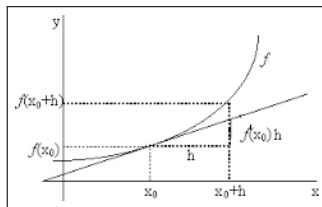
Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10} \cdot 0.02 = 1 + 0.22 = \underline{\underline{1.22}}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

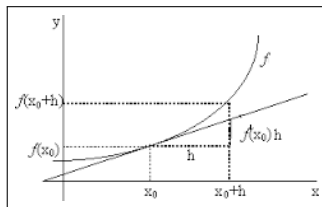
$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10} \cdot 0.02 = 1 + 0.22 = \underline{\underline{1.22}}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

$$f'(x_0) \cdot h$$

Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

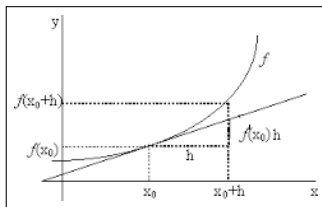
$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10} \cdot 0.02 = 1 + 0.22 = \underline{\underline{1.22}}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

$$df_{x_0}(h) = f'(x_0) \cdot h, \quad h \in \mathbb{R}$$



Diferenciál



$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) h$$

Příklad 2.14: Vyjádřete v desetinném tvaru (přibližnou) hodnotu $(1.02)^{11}$.

$$(1.02)^{11} = \underbrace{1.02 \cdot 1.02 \cdot \dots \cdot 1.02}_{11 \text{ krát}} = \dots \approx \underline{\underline{1.2438}}$$

$$= (1 + 0.02)^{11} \approx 1^{11} + 11 \cdot 1^{10} \cdot 0.02 = 1 + 0.22 = \underline{\underline{1.22}}$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = x^{11}, \quad x_0 = 1, \quad h = 0.02 \\ f'(x) = 11x^{10} \end{array} \right|$$

$$df_{x_0}(h) = f'(x_0) \cdot h, \quad h \in \mathbb{R} \quad \dots \text{diferenciál funkce } f \text{ v bodě } x_0.$$



Taylorův rozvoj

Taylorův rozvoj

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot h$$

Taylorův rozvoj

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot h$$

$$h = x - x_0$$

Taylorův rozvoj

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$h = x - x_0$$

Taylorův rozvoj

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

... pro x „blízko“ x_0 .

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x - x_0)^3$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

- Taylorův polynom 3. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x - x_0)^3$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

- Taylorův polynom 3. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x - x_0)^3$$

- Taylorův polynom n -tého stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n$$

Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

- Taylorův polynom 3. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x - x_0)^3$$

- Taylorův polynom n -tého stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n$$

⋮

$$f(x_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!} \cdot (x - x_0)^j$$



Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

- Taylorův polynom 3. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x - x_0)^3$$

- Taylorův polynom n -tého stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n$$

⋮

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!} \cdot (x - x_0)^j = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!} \cdot (x - x_0)^j$$



Taylorův rozvoj

- Taylorův polynom 1. stupně

... pro x „blízko“ x_0 .

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

- Taylorův polynom 2. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2$$

- Taylorův polynom 3. stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x - x_0)^3$$

- Taylorův polynom n -tého stupně

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n$$

⋮

- Taylorův rozvoj

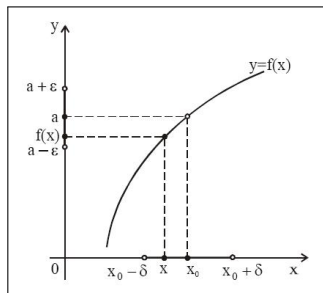
$$f(x) = f(x_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!} \cdot (x - x_0)^j = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!} \cdot (x - x_0)^j$$



Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

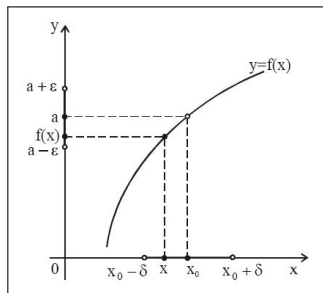
Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

• Jestliže $f(x) \rightarrow a$,



Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

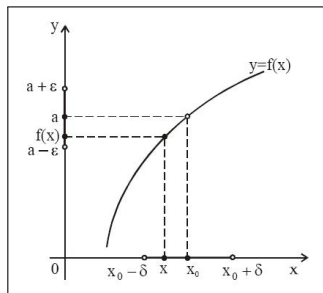
- Jestliže $f(x) \rightarrow a$, říkáme, že a je limita funkce f v bodě x_0 ,



Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

- Jestliže $f(x) \rightarrow a$, říkáme, že a je limita funkce f v bodě x_0 ,

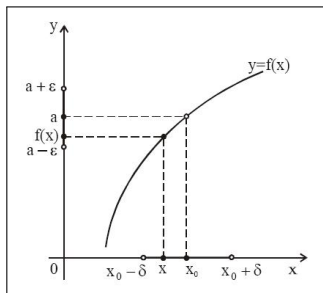
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a.$$



Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

- Jestliže $f(x) \rightarrow a$, říkáme, že a je limita funkce f v bodě x_0 ,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a.$$

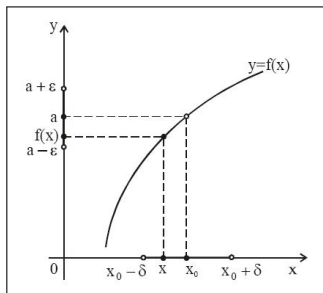


- V opačném případě říkáme, že **neexistuje** limita funkce f v bodě x_0

Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

- Jestliže $f(x) \rightarrow a$, říkáme, že a je limita funkce f v bodě x_0 ,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a.$$



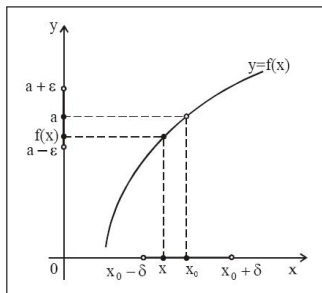
- V opačném případě říkáme, že **neexistuje** limita funkce f v bodě x_0

$$\nexists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x).$$

Předpokládejme, že $x \rightarrow x_0$.

- Jestliže $f(x) \rightarrow a$, říkáme, že a je limita funkce f v bodě x_0 ,

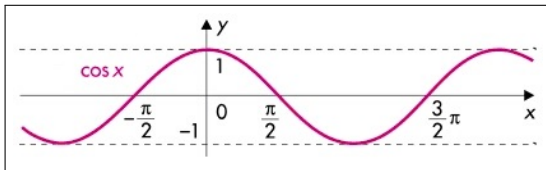
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a.$$



- V opačném případě říkáme, že **neexistuje** limita funkce f v bodě x_0

$$\nexists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x).$$

Např. $\nexists \lim_{x \rightarrow \infty} \cos(x)$:

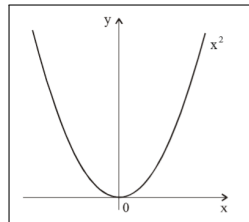


Příklad 3.1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2$$

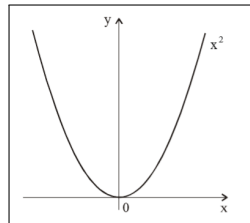
Příklad 3.1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2$$



Příklad 3.1:

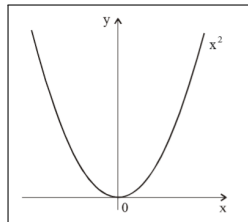
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$



Příklad 3.1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

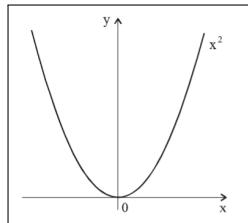


Příklad 3.1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2$$

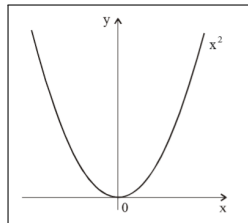


Příklad 3.1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$



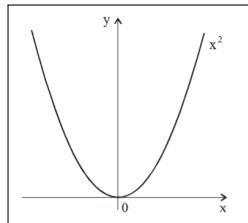
Příklad 3.1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě



Příklad 3.1:

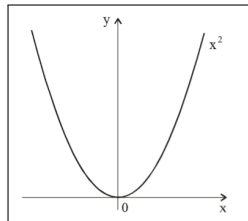
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě



Příklad 3.1:

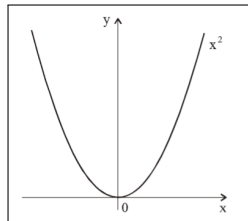
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě



Příklad 3.1:

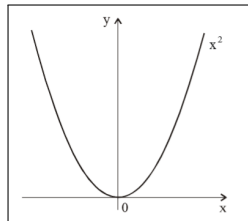
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$$

Příklad 3.1:

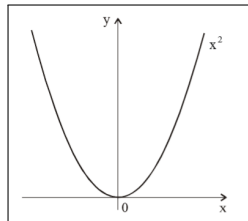
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

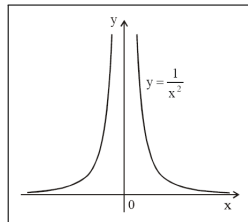
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$$



Příklad 3.1:

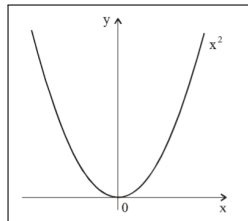
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

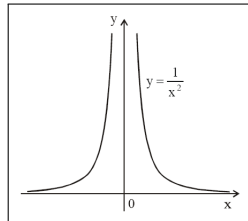
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$



Příklad 3.1:

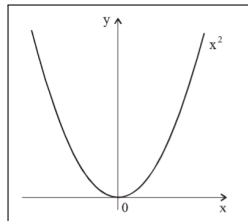
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

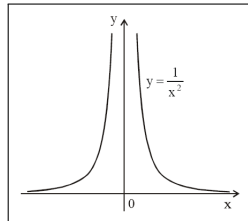
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}$$



Příklad 3.1:

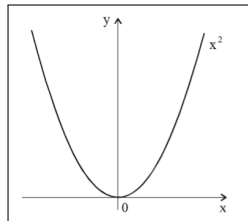
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

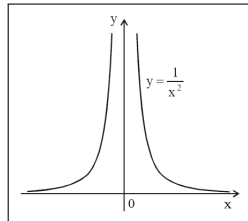
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$



Příklad 3.1:

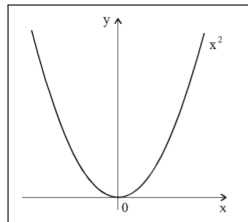
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

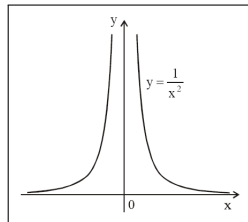
... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě



Příklad 3.1:

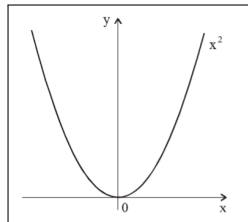
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

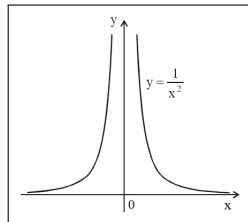
**Příklad 3.2:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě



Příklad 3.1:

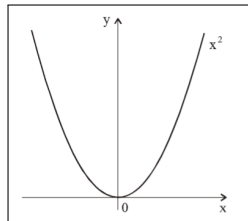
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

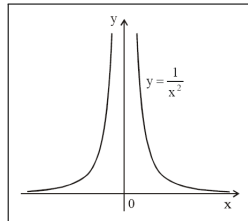
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě



Příklad 3.1:

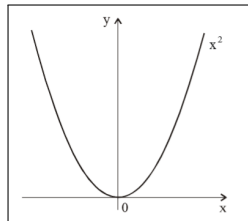
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

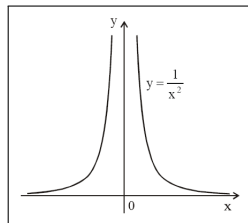
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě



Příklad 3.1:

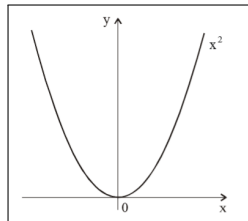
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

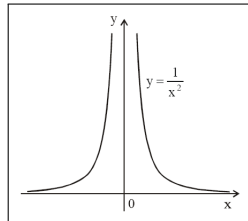
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

Příklad 3.1:

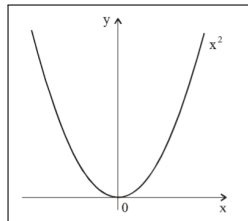
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

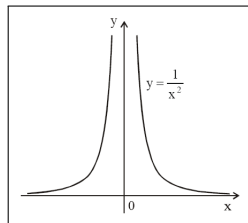
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

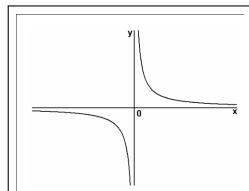
... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$



Příklad 3.1:

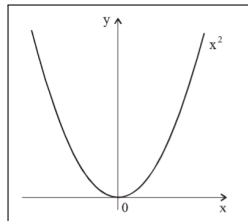
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

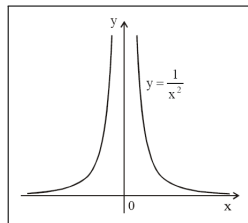
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

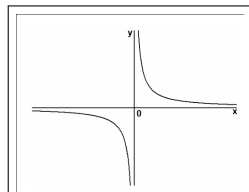
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$$



Příklad 3.1:

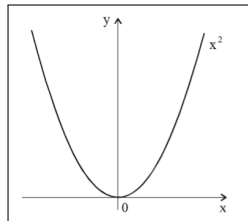
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

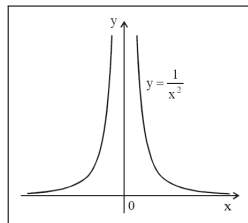
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

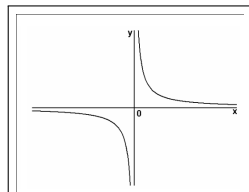
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\infty}}$$



Příklad 3.1:

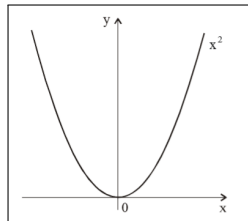
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

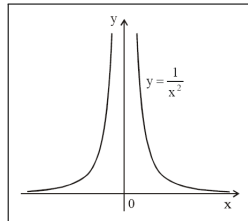
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

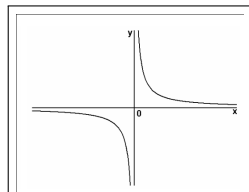
... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\infty}}$$

... levostranná limita



Příklad 3.1:

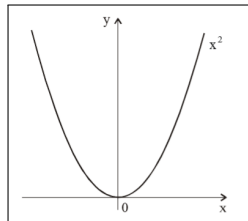
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

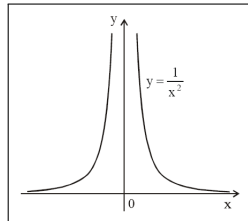
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

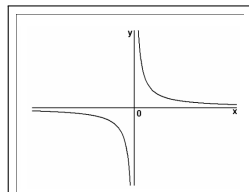
**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

... levostranná limita

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$$



Příklad 3.1:

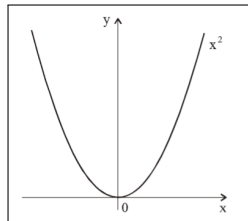
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

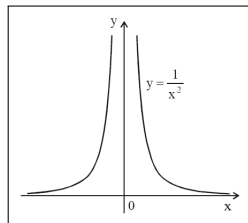
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

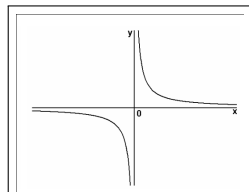
**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\infty}}$$

... levostranná limita

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \underline{\underline{\infty}}$$



Příklad 3.1:

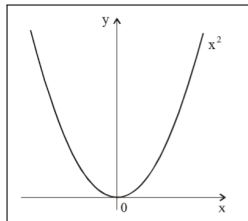
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

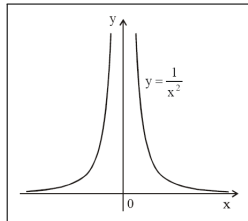
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

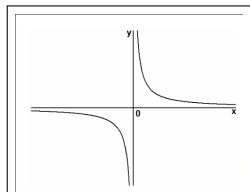
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\infty}}$$

... levostranná limita

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \underline{\underline{\infty}}$$

... pravostranná limita



Příklad 3.1:

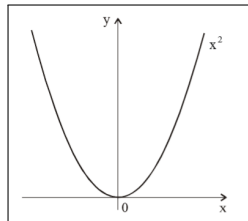
$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = \underline{\underline{4}}$$

... vlastní limita ve vlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita v nevlastním bodě

**Příklad 3.2:**

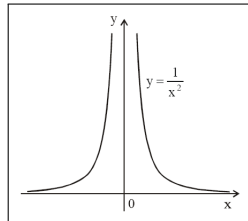
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0}}$$

... vlastní limita v nevlastním bodě

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\infty}}$$

... nevlastní limita ve vlastním bodě

**Příklad 3.3:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \quad \text{A}$$

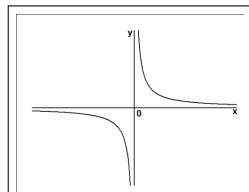
... oboustranná limita

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\infty}}$$

... levostranná limita

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \underline{\underline{\infty}}$$

... pravostranná limita



Funkce

oooooooooooooooo

Derivace

oooooooooooooooo

Limity

oo●ooo

Průběh funkce

oooooooooooooooo

Podrobnosti

o



- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit podle grafu

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu
- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu
- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu
- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \quad \boxed{a^+ \cdot \infty} =$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \stackrel{a^+ \cdot \infty}{=}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \infty$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \stackrel{a^+ \cdot \infty}{=} \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \stackrel{\frac{a^+}{0^+}}{=} \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \underline{\underline{\quad}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \infty \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \infty$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}$, $\frac{a}{\infty}$, $a^+ \cdot \infty$, $\infty \cdot \infty$, $a + \infty$, $\infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \infty \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \infty$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 0^0 , ∞^0 , 1^∞ , $0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod.

$$\frac{\infty}{\infty}, \quad \frac{0}{0}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 0^0, \quad \infty^0, \quad 1^\infty, \quad 0^\infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x)$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod.

$$\frac{\infty}{\infty}, \quad \frac{0}{0}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 0^0, \quad \infty^0, \quad 1^\infty, \quad 0^\infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \dots$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right)$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2+3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2+3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout

$$\frac{a^+}{0^+}, \quad \frac{a}{\infty}, \quad a^+ \cdot \infty, \quad \infty \cdot \infty, \quad a + \infty, \quad \infty + \infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \stackrel{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \stackrel{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod.

$$\frac{\infty}{\infty}, \quad \frac{0}{0}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 0^0, \quad \infty^0, \quad 1^\infty, \quad 0^\infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \stackrel{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \stackrel{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2}$$

- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít **L'Hospitalovo pravidlo**



- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \frac{3}{5}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \stackrel{a^+ \cdot \infty}{=} \infty \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \stackrel{\frac{a^+}{0^+}}{=} \infty$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \stackrel{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \stackrel{\infty \cdot a^+}{=} \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x)'}{(3x^2)'} =$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít L'Hospitalovo pravidlo



- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}$, $\frac{a}{\infty}$, $a^+ \cdot \infty$, $\infty \cdot \infty$, $a + \infty$, $\infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod.

$$\frac{\infty}{\infty}, \quad \frac{0}{0}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 0^0, \quad \infty^0, \quad 1^\infty, \quad 0^\infty \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x)'}{(3x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-2}{6x}$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít L'Hospitalovo pravidlo



- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x)'}{(3x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-2}{6x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít **L'Hospitalovo pravidlo**



- limitu vyhodnotit podle grafu

- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2+3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x)'}{(3x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-2}{6x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-2)'}{(6x)'} =$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít **L'Hospitalovo pravidlo**



- limitu vyhodnotit podle grafu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3}$
- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$
- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \overset{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \overset{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \overset{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \overset{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x)'}{(3x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-2}{6x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-2)'}{(6x)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6}$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít **L'Hospitalovo pravidlo**



- limitu vyhodnotit podle grafu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$
- limitu vyhodnotit dosazením $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x+3} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 3} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$
- nevede-li dosazení na vlastní limitu, vyhodnotit dílčí limity a dále

- lze rozhodnout $\frac{a^+}{0^+}, \frac{a}{\infty}, a^+ \cdot \infty, \infty \cdot \infty, a + \infty, \infty + \infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \stackrel{a^+ \cdot \infty}{=} \underline{\underline{\infty}} \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2} \stackrel{\frac{a^+}{0^+}}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

- nelze rozhod. $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty, 0^\infty \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = \underline{\underline{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x) \stackrel{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) \stackrel{\infty \cdot a^+}{=} \underline{\underline{\infty}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x}{3x^2} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x)'}{(3x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-2}{6x} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-2)'}{(6x)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

... pro $\frac{\infty}{\infty}$ nebo $\frac{0}{0}$ lze použít **L'Hospitalovo pravidlo**



Funkce

oooooooooooooooo

Derivace

oooooooooooooooo

Limity

ooo●oo

Průběh funkce

oooooooooooooooo

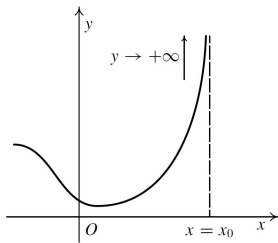
Podrobnosti

o

Asymptoty

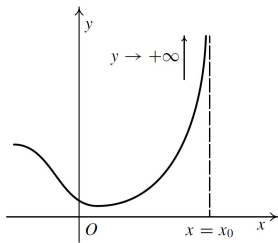


Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$

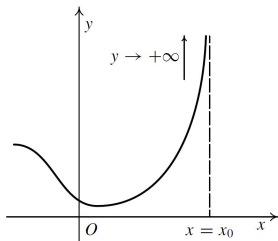
Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$

$$x_0 \in \mathbb{R},$$

Asymptoty

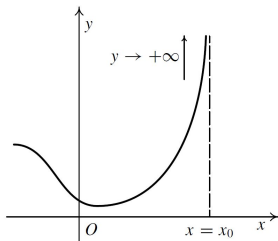


Vertikální asymptota $x=x_0$

$x_0 \in \mathbb{R},$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$

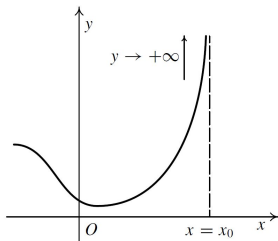
$x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\} .$$

Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$

$x_0 \in \mathbb{R}$,

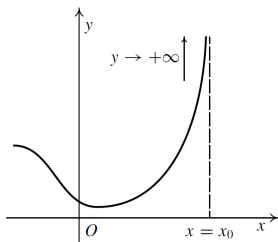
$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

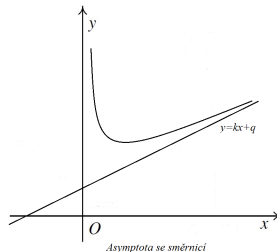
$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}.$$

$x = x_0$ je asymptota bez směrnice

Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$



Asymptota se směrnicí

$x_0 \in \mathbb{R}$,

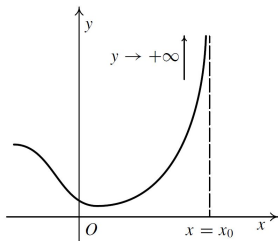
$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}.$$

$x = x_0$ je asymptota bez směrnice

Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$

$x_0 \in \mathbb{R}$,

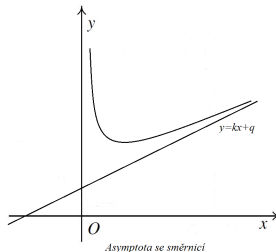
$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}.$$

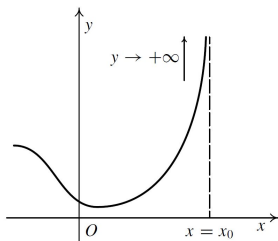
$x = x_0$ je asymptota bez směrnice

$k, q \in \mathbb{R}$,



Asymptota se směrnici

Asymptoty



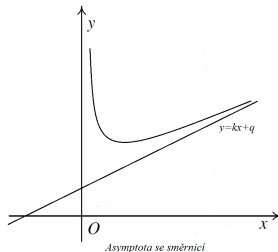
Vertikální asymptota $x=x_0$

$$x_0 \in \mathbb{R},$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}.$$



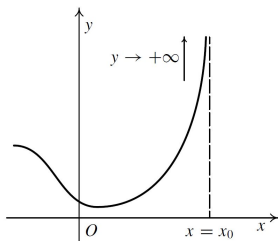
Asymptota se směrnicí

$x = x_0$ je asymptota bez směrnic

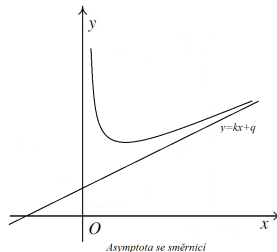
$$k, q \in \mathbb{R},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (kx + q)] = 0$$

Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$



Asymptota se směrnicí

$$x_0 \in \mathbb{R},$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

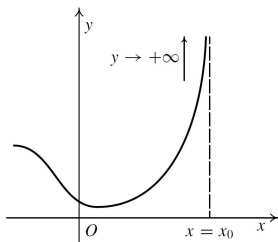
$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}.$$

$x = x_0$ je **asymptota bez směrnic**

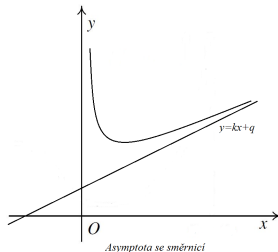
$$k, q \in \mathbb{R},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (kx + q)] = 0 \quad \left(\text{resp.} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (kx + q)] = 0 \right)$$

Asymptoty



Vertikální asymptota $x=x_0$



Asymptota se směrnicí

$$x_0 \in \mathbb{R},$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$$

nebo

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}.$$

$x = x_0$ je **asymptota bez směrnice**

$$k, q \in \mathbb{R},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (kx + q)] = 0 \quad \left(\text{resp.} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (kx + q)] = 0 \right)$$

$y = kx + q$ je **asymptota se směrnicí**

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.
- **Asymptotu bez směrnice** vyšetřujeme v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.
- **Asymptotu bez směrnice** vyšetřujeme v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :

- Jestliže $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$ nebo $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$,

potom přímka $a: x = x_0$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě x_0 neexistuje.

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.
- **Asymptotu bez směrnice** vyšetřujeme v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$ nebo $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$,
potom přímka $a: x = x_0$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě x_0 neexistuje.
- **Asymptotu se směrnicí** vyšetřujeme v bodě ∞ , je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.
- **Asymptotu bez směrnice** vyšetřujeme v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$ nebo $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$,
potom přímka $a: x = x_0$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě x_0 neexistuje.
- **Asymptotu se směrnicí** vyšetřujeme v bodě ∞ , je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ existuje a je vlastní, označíme ji k . V opačném případě asymptota v bodě ∞ neexistuje.

Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.
- **Asymptotu bez směrnice** vyšetřujeme v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$ nebo $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$,
potom přímka $a: x = x_0$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě x_0 neexistuje.
- **Asymptotu se směrnicí** vyšetřujeme v bodě ∞ , je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ existuje a je vlastní, označíme ji k . V opačném případě asymptota v bodě ∞ neexistuje.
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ existuje a je vlastní, označíme ji q ,
načez přímka $a: y = kx + q$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě ∞ neexistuje.

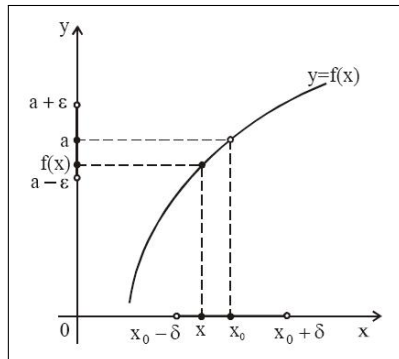
Vyšetřování asymptot explicitně zadané funkce f

- Vyjádříme D_f ve tvaru sjednocení komponent.
 - **Asymptotu bez směrnice** vyšetřujeme v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$ nebo $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \in \{-\infty, \infty\}$,
potom přímka $a: x = x_0$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě x_0 neexistuje.
 - **Asymptotu se směrnicí** vyšetřujeme v bodě ∞ , je-li tento krajním bodem některé komponenty množiny D_f :
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ existuje a je vlastní, označíme ji k . V opačném případě asymptota v bodě ∞ neexistuje.
 - Jestliže $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ existuje a je vlastní, označíme ji q ,
načež přímka $a: y = kx + q$ je asymptota. V opačném případě asymptota v bodě ∞ neexistuje.
- Analogicky postupujeme pro bod $-\infty$.

Spojitosť

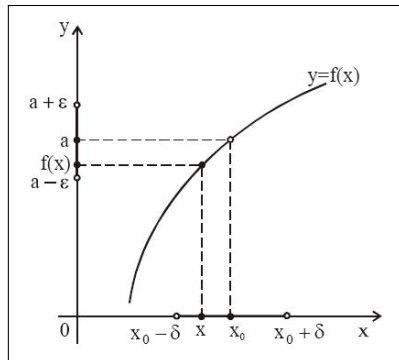
- funkce f je spojitá v bodě $x_0 \in D_f$, jestliže

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$



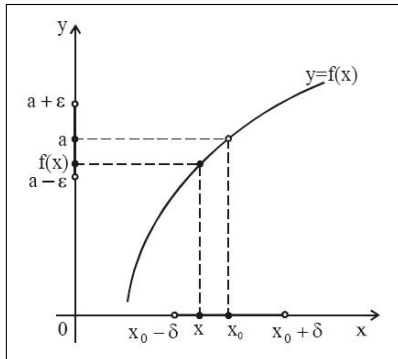
Spojitosť

- funkce f je spojitá v bodě $x_0 \in D_f$, jestliže
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$
- funkce je spojitá na intervalu, je-li spojitá v každém jeho bodě



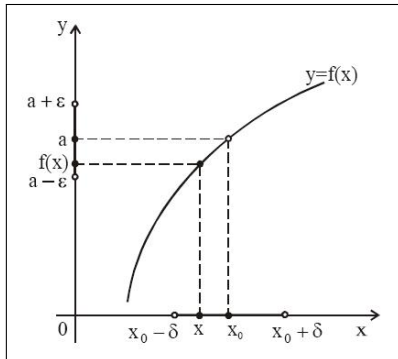
Spojitosť

- funkce f je spojitá v bodě $x_0 \in D_f$, jestliže
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$
- funkce je spojitá na intervalu, je-li spojitá v každém jeho bodě
... graf je souvislá křivka



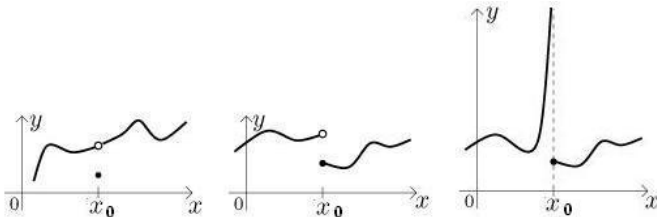
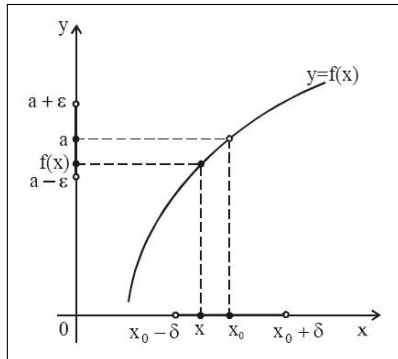
Spojitosť

- funkce f je spojitá v bodě $x_0 \in D_f$, jestliže
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$
- funkce je spojitá na intervalu, je-li spojitá v každém jeho bodě ... graf je souvislá křivka
- element. funkce jsou spojité na každém intervalu svého definičního oboru



Spojítost

- funkce f je spojitá v bodě $x_0 \in D_f$, jestliže
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$
- funkce je spojitá na intervalu, je-li spojitá v každém jeho bodě ... graf je souvislá křivka
- element. funkce jsou spojitě na každém intervalu svého definičního oboru
- nespojitost odstranitelná, 1. druhu, 2. druhu



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor:

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \quad -\frac{5}{e} = f(1)$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1)$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$-7e \neq \frac{5}{e}$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1)$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

$$x = 6$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

$$x = 6$$



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

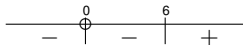
2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} &= 0 \\ x &= 6 \end{aligned}$$



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

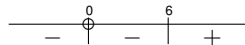
2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} &= 0 \\ x &= 6 \end{aligned}$$



kladná: $(6, \infty)$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

$$x = 6$$



kladná: $(6, \infty)$

záporná: $(-\infty, 0), (0, 6)$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

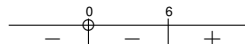
$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

$$x = 6$$



kladná: $(6, \infty)$

záporná: $(-\infty, 0), (0, 6)$

4. Průsečíky:



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

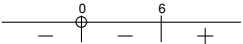
1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$f(x) = 0$	
$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$	kladná: $(6, \infty)$
$x = 6$	záporná: $(-\infty, 0), (0, 6)$

4. Průsečíky: s osou $x \dots P_x = [6, 0];$



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

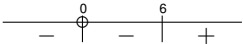
1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$f(x) = 0$	
$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$	kladná: $(6, \infty)$
$x = 6$	záporná: $(-\infty, 0), (0, 6)$

4. Průsečíky: s osou $x \dots P_x = [6, 0];$ s osou $y \dots 0 \notin D_f$



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$

1. Definiční obor: $x \neq 0 \implies D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-1) = -7e \neq -\frac{5}{e} = f(1) \implies f \text{ není sudá}$$

$$f(-1) = -7e \neq \frac{5}{e} = -f(1) \implies f \text{ není lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$f(x) = 0$	
$(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$	kladná: $(6, \infty)$
$x = 6$	záporná: $(-\infty, 0), (0, 6)$

4. Průsečíky: s osou $x \dots P_x = [6, 0];$ s osou $y \dots 0 \notin D_f \implies \emptyset$



5. Limits at the endpoints of the domain:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

5. Asymptoty:

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

5. Asymptoty: bez směrnice

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = 0$$

5. Asymptoty:

bez směrnice ... $a_1 : x = 0$

se směrnici...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

se směrnici...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$



se směrnici...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

se směrnici...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

se směrnici...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right]$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \underline{\hspace{2cm}}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2}}{\frac{1}{x^2}}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\begin{aligned} \boxed{\infty} \quad k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \\ &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x^2}} \end{aligned}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\begin{aligned} \boxed{\infty} \quad k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \\ &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x}}{\frac{1}{x^2}} \end{aligned}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\begin{aligned} \boxed{\infty} \quad k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \\ &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2}} \end{aligned}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\begin{aligned} \boxed{\infty} \quad k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \\ &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{1} \end{aligned}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\begin{aligned} \boxed{\infty} \quad k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} \\ &\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} \end{aligned}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right)$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right)$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

se směrnici...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \dots = 1$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \dots = 1$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \dots = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx)$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \dots = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] = \dots = -7$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \dots = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] = \dots = -7$$

se směrnicí...

$$\dots D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{6}{x})}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-(x-6)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{x-6}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-6e^{-\frac{1}{x}} - \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-7e^{-\frac{1}{x}} + \frac{6}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right) = -7$$

$$\dots a_2 : y = x - 7$$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \dots = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(x-6)e^{-\frac{1}{x}} - x \right] = \dots = -7$$

$$\dots a_3 \sim a_2$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

B: $f'(x)$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

B: $f'(x) = e^{-\frac{1}{x}}$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + (x - 6)$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{\quad}{x^2}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

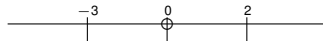
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

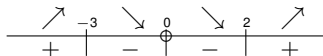
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

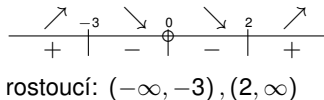
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

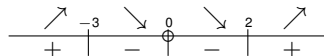
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

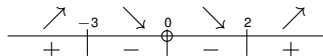
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

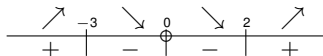
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

lokální minimum... $D = [2, f(2)]$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

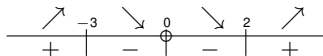
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

$$\text{lokální minimum.} \dots D = [2, f(2)] = [2, -\frac{4}{\sqrt{e}}]$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

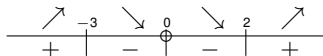
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

$$\text{lokální minimum.} \dots D = [2, f(2)] = [2, -\frac{4}{\sqrt{e}}] \approx [2, -2.4]$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

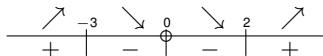
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

lokální minimum... $D = [2, f(2)] = [2, -\frac{4}{\sqrt{e}}] \approx [2, -2.4]$

lokální maximum... $V = [-3, f(-3)]$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

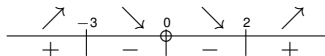
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

$$\text{lokální minimum.} \dots D = [2, f(2)] = [2, -\frac{4}{\sqrt{e}}] \approx [2, -2.4]$$

$$\text{lokální maximum.} \dots V = [-3, f(-3)] = [-3, -9\sqrt[3]{e}]$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\text{B: } f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x - 6)e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2}$$

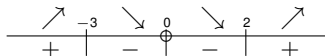
$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x^2} = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$



rostoucí: $(-\infty, -3), (2, \infty)$

klesající: $(-3, 0), (0, 2)$

2. Lokální extrémy:

$$\text{lokální minimum.} \dots D = [2, f(2)] = [2, -\frac{4}{\sqrt{e}}] \approx [2, -2.4]$$

$$\text{lokální maximum.} \dots V = [-3, f(-3)] = [-3, -9\sqrt[3]{e}] \approx [-3, -12.6]$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2}$$

C: $f''(x)$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

C: $f''(x)$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

C: $f''(x) = x^{-2}$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\text{C: } f''(x) = x^{-2} e^{-x^{-1}}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\text{C: } f''(x) = x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\text{C: } f''(x) = x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\text{C: } f''(x) = x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3})$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 \quad \quad \quad) \end{aligned}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) \end{aligned}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right) + e^{-x^{-1}} \left(-x^{-2} + 12x^{-3}\right) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} \left(x^2 + x - 6 - x^2 + 12x\right) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$f''(x) = 0$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$f''(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} = 0$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right) + e^{-x^{-1}} \left(-x^{-2} + 12x^{-3}\right) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} \left(x^2 + x - 6 - x^2 + 12x\right) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$f''(x) = 0$$

$$e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} = 0$$

$$x = \frac{6}{13}$$


$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right) + e^{-x^{-1}} \left(-x^{-2} + 12x^{-3}\right) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} \left(x^2 + x - 6 - x^2 + 12x\right) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$


$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right) + e^{-x^{-1}} \left(-x^{-2} + 12x^{-3}\right) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} \left(x^2 + x - 6 - x^2 + 12x\right) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} \cap \quad \quad \cap \quad \quad \cup \\ - \quad \circ \quad - \quad \left| \frac{6}{13} \right. \quad + \end{array}$$

konvexní: $\left(\frac{6}{13}, \infty\right)$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right) + e^{-x^{-1}} \left(-x^{-2} + 12x^{-3}\right) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} \left(x^2 + x - 6 - x^2 + 12x\right) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} \cap \\ - \quad 0 \quad - \quad \cap \\ | \quad | \quad | \quad | \\ - \quad + \quad - \quad + \end{array}$$

konvexní: $\left(\frac{6}{13}, \infty\right)$

konkávní: $\left(-\infty, 0\right), \left(0, \frac{6}{13}\right)$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 \\ x &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} \cap \quad 0 \quad \cap \quad \frac{6}{13} \quad \cup \\ - \quad | \quad - \quad | \quad + \end{array}$$

konvexní: $(\frac{6}{13}, \infty)$

konkávní: $(-\infty, 0), (0, \frac{6}{13})$

2. Inflexní body:

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} \left(1 + x^{-1} - 6x^{-2}\right) + e^{-x^{-1}} \left(-x^{-2} + 12x^{-3}\right) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} \left(x^2 + x - 6 - x^2 + 12x\right) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 & \text{---} \quad \cap \quad \circ \quad \cap \quad \frac{6}{13} \quad \cup \\ & & \text{---} \quad - \quad | \quad - \quad | \quad + \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 & \text{konvexní: } \left(\frac{6}{13}, \infty\right) \\ x &= \frac{6}{13} & \text{konkávní: } \left(-\infty, 0\right), \left(0, \frac{6}{13}\right) \end{aligned}$$

2. Inflexní body: $\dots I = \left[\frac{6}{13}, f\left(\frac{6}{13}\right)\right]$



$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 && \text{---} \cap \quad \underset{-}{\underset{+}{\circ}} \quad \cap \quad \underset{-}{\underset{+}{\mid}} \quad \text{---} \quad \underset{+}{\text{U}} \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 && \text{konvexní: } \left(\frac{6}{13}, \infty\right) \\ x &= \frac{6}{13} && \text{konkávní: } \left(-\infty, 0\right), \left(0, \frac{6}{13}\right) \end{aligned}$$

2. Inflexní body: $\dots I = \left[\frac{6}{13}, f\left(\frac{6}{13}\right)\right] = \left[\frac{6}{13}, -\frac{72}{13}e^{-\frac{13}{6}}\right]$

$$\dots f(x) = (x - 6)e^{-\frac{1}{x}}$$

$$\dots f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2})$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= x^{-2} e^{-x^{-1}} (1 + x^{-1} - 6x^{-2}) + e^{-x^{-1}} (-x^{-2} + 12x^{-3}) \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} (x^2 + x - 6 - x^2 + 12x) = e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

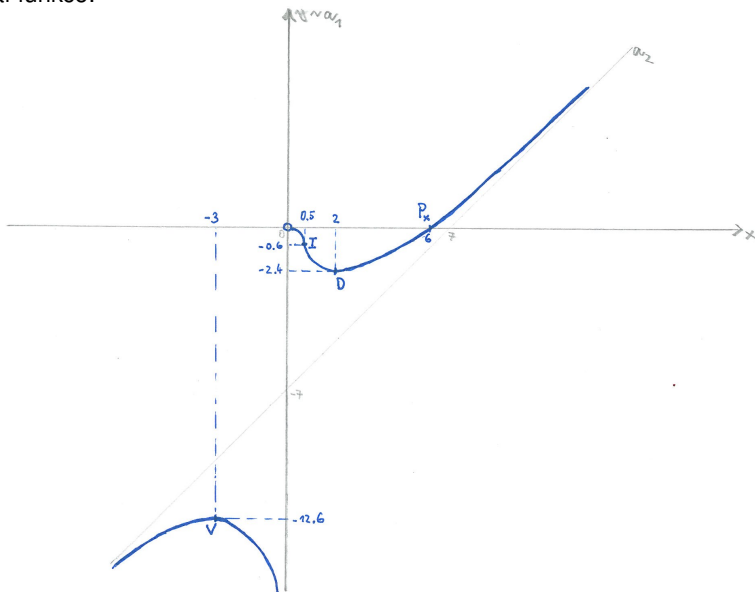
1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 && \text{---} \cap \quad \underset{-}{\underset{+}{\bigcirc}} \quad \cap \quad \underset{-}{\underset{+}{\bigcirc}} \quad \text{---} \cup \text{---} \\ e^{-\frac{1}{x}} \frac{13x - 6}{x^4} &= 0 && \text{konvexní: } \left(\frac{6}{13}, \infty\right) \\ x &= \frac{6}{13} && \text{konkávní: } (-\infty, 0), \left(0, \frac{6}{13}\right) \end{aligned}$$

2. Inflexní body: $\dots I = \left[\frac{6}{13}, f\left(\frac{6}{13}\right)\right] = \left[\frac{6}{13}, -\frac{72}{13}e^{-\frac{13}{6}}\right] \approx [0.5, -0.6]$



D: Graf funkce:



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\implies D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x)$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\implies D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x) \implies f \text{ je lichá}$$

Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

2. Sudost, lichost funkce:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x) \Rightarrow f \text{ je lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x^3}{x^2 - 1} = 0$$

$$x = 0$$



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

2. Sudost, lichost funkce:

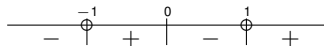
$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x) \Rightarrow f \text{ je lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x^3}{x^2 - 1} = 0$$

$$x = 0$$



Vzorové vypracování průběhu funkce

A: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

1. Definiční obor:

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

2. Sudost, lichost funkce:

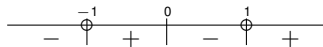
$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x) \Rightarrow f \text{ je lichá}$$

3. Znaménko výrazu $f(x)$:

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x^3}{x^2 - 1} = 0$$

$$x = 0$$



kladná: $(-1, 0), (1, \infty)$

záporná: $(-\infty, -1), (0, 1)$



4. Průsečíky: s osou $x \dots P_x = [0, 0];$

4. Průsečíky:
- s osou $x \dots P_x = [0, 0]$;
 - s osou $y \dots f(0) = 0$

4. Průsečíky:

s osou $x \dots P_x = [0, 0]$;s osou $y \dots f(0) = 0 \implies P_y = [0, 0]$

4. Průsečíky: s osou $x \dots P_x = [0, 0];$

s osou $y \dots f(0) = 0 \implies P_y = [0, 0]$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

4. Průsečíky: s osou $x \dots P_x = [0, 0]$;

s osou $y \dots f(0) = 0 \implies P_y = [0, 0]$

5. Limity v krajních bodech komponent definičního oboru:

$$\dots D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$$

6. Asymptoty:

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...



6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1$$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1$$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...

$$\begin{aligned}
 \boxed{\infty} \quad k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - (x^3 - x)}{x^2 - 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0
 \end{aligned}$$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1$$

$$\begin{aligned} q &= \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - (x^3 - x)}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 \end{aligned}$$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - (x^3 - x)}{x^2 - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

... $a_3 : y = x$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1$$

$$\begin{aligned} q &= \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - (x^3 - x)}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 \end{aligned}$$

... $a_3 : y = x$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \dots = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \dots = 0$$

6. Asymptoty:

bez směrnice... $a_1 : x = 1$, $a_2 : x = -1$

se směrnicí...

$$\boxed{\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = 1$$

$$\begin{aligned} q &= \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - (x^3 - x)}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 \end{aligned}$$

... $a_3 : y = x$

$$\boxed{-\infty} \quad k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \dots = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \dots = 0$$

... $a_4 \sim a_3$

$$\text{B: } f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

$$\text{B: } f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2} = 0$$

$$x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$$

$$B: f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

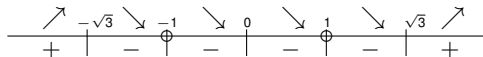
1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2} = 0$$

$$x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$$



$$B: f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

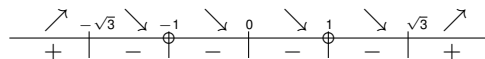
1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2} = 0$$

$$x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{3})$, $(\sqrt{3}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{3}, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \sqrt{3})$

$$B: f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2}$$

$$\dots D_{f'} = D_f$$

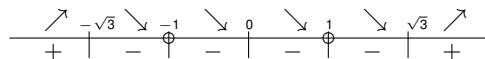
1. Znaménko výrazu $f'(x)$:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{(x - 1)^2(x + 1)^2} = 0$$

$$x^2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$$



rostoucí: $(-\infty, -\sqrt{3})$, $(\sqrt{3}, \infty)$

klesající: $(-\sqrt{3}, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \sqrt{3})$

2. Lokální extrémy:

$$\text{lok. minimum... } D = [\sqrt{3}, f(\sqrt{3})] = [\sqrt{3}, \tfrac{3}{2}\sqrt{3}] \approx [\sqrt{3}, 2.6]$$

$$\text{lok. maximum... } V = [-\sqrt{3}, f(-\sqrt{3})] = [-\sqrt{3}, -\tfrac{3}{2}\sqrt{3}] \approx [-\sqrt{3}, -2.6]$$

$$\begin{aligned}
 \text{C: } f''(x) &= \left(\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1)^2 - x^2(x^2 - 3) \cdot 2(x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^4} \\
 &= \dots = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3}
 \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= \left(\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1)^2 - x^2(x^2 - 3) \cdot 2(x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^4} \\ &= \dots = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$f''(x) = 0$$

$$\frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} = 0$$

$$2x(x^2 + 3) = 0$$

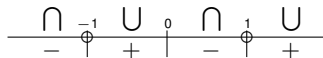
$$x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= \left(\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1)^2 - x^2(x^2 - 3) \cdot 2(x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^4} \\ &= \dots = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} &= 0 \\ 2x(x^2 + 3) &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

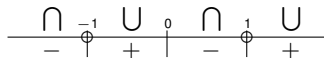


$$\begin{aligned} \text{C: } f''(x) &= \left(\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1)^2 - x^2(x^2 - 3) \cdot 2(x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^4} \\ &= \dots = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} &= 0 \\ 2x(x^2 + 3) &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$



konvexní: $(-1, 0), (1, \infty)$

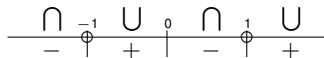
konkávní: $(-\infty, -1), (0, 1)$

$$\begin{aligned}
 \text{C: } f''(x) &= \left(\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{(4x^3 - 6x)(x^2 - 1)^2 - x^2(x^2 - 3) \cdot 2(x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^4} \\
 &= \dots = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3}
 \end{aligned}$$

$$\dots D_{f''} = D_f$$

1. Znaménko výrazu $f''(x)$:

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= 0 \\
 \frac{2x(x^2 + 3)}{(x - 1)^3(x + 1)^3} &= 0 \\
 2x(x^2 + 3) &= 0 \\
 x &= 0
 \end{aligned}$$



konvexní: $(-1, 0), (1, \infty)$

konkávni: $(-\infty, -1), (0, 1)$

2. Inflexní bod: $\dots I = [0, 0]$

D: Graf funkce

Funkce daná parametricky

[zpět](#)

Funkce daná parametricky

Definice 0.1

Nechť $M \subset \mathbb{R}$ a necht' $\phi : M \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi : M \rightarrow \mathbb{R}$ jsou funkce. Necht' existuje ϕ^{-1} . Potom funkce $f : H_\phi \rightarrow \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$f(x) := \psi(\phi^{-1}(x)), \quad x \in H_\phi,$$

se nazývá **funkce daná parametricky** rovnicemi $x = \phi(t)$ a $y = \psi(t)$.

Konec
(Referát)