

# Výrazy

Jaroslav Drobek

[jaroslav.drobek@goa-orlova.cz](mailto:jaroslav.drobek@goa-orlova.cz)

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

## 1. Lomené výrazy

**GOA –**  
ORLOVA.CZ

# Definiční obory výrazů

**Příklad 1.1**  $\frac{x}{x+2}$

$$x + 2 \neq 0$$

$$x \neq -2$$

$$\underline{\mathbb{R} \setminus \{-2\}}$$

**Příklad 1.2**  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$

$$x \neq 0 \quad \wedge \quad x + 1 \neq 0 \\ x \neq -1$$

$$\underline{\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}} = \underline{(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)}$$

**Příklad 1.3**  $\sqrt{x+2}$

$$x + 2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$\underline{(-2; \infty)}$$

**Příklad 1.4**

$$\frac{1}{1-\sqrt{x}}$$

$$x \geq 0$$

$$\wedge \quad 1 - \sqrt{x} \neq 0$$

$$\sqrt{x} \neq 1$$

$$x \neq 1$$

$$\underline{(0; 1) \cup (1; \infty)}$$

**Příklad 1.5**

$$\frac{2x}{\frac{x+1}{\frac{x-2}{x+3}}}$$

$$x + 1 \neq 0$$

$$\cancel{x \neq -1}$$

$$\wedge \quad x + 3 \neq 0$$

$$\cancel{x \neq -3}$$

$$\wedge \quad \frac{x-2}{x+3} \neq 0$$

$$x - 2 \neq 0$$

$$\cancel{x \neq 2}$$

$$\underline{\mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 2\}} = \underline{(-\infty; -3) \cup (-3; -1) \cup (-1; 2) \cup (2; \infty)}$$

**Příklad 1.6**  $\frac{1}{3-|x|}$

$$3 - |x| \neq 0$$

$$3 \neq |x|$$

$$|x| \neq 3$$

$$\underline{\underline{\mathbb{R} \setminus \{3, -3\}}}$$

**Příklad 1.7**  $\sqrt{2 - |x|}$

$$2 - |x| \geq 0$$

$$2 \geq |x|$$

$$|x| \leq 2$$

$$\underline{\underline{\langle -2; 2 \rangle}}$$

## Úpravy výrazů

**Příklad 1.8** Zjednodušte:  $2 - \frac{6-9x}{3x-2}$

$$\dots \text{def. obor: } 3x - 2 \neq 0$$

$$3x \neq 2$$

$$x \neq \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{6-9x}{3x-2} = 2 - \frac{3(2-3x)}{3x-2} = 2 - \frac{3(2-3x)}{(3x-2)} = 2 - \frac{\cancel{3(2-3x)}}{\cancel{(2-3x)}} = 2 + 3 = \underline{\underline{5}}$$

**Příklad 1.9** Převeďte do součinového tvaru:  $\frac{x+3}{2} + \left(-2 - \frac{1}{x}\right)$  ... def. obor:  $x \neq 0$

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{2} + \left(-2 - \frac{1}{x}\right) &= \frac{x+3}{2} - 2 - \frac{1}{x} = \frac{x+3}{2} - \frac{2}{1} - \frac{1}{x} = \frac{x(x+3) - 4x - 2}{2x} = \frac{x^2 + 3x - 4x - 2}{2x} \\ &= \frac{x^2 - x - 2}{2x} = \underline{\underline{\frac{(x-2)(x+1)}{2x}}} \end{aligned}$$

**Příklad 1.10**

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} - 1} &= \frac{\frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1-x)(1+x)}}{\frac{1+x-(1-x)}{1-x}} = \frac{\frac{1+2x+x^2 - (1-2x+x^2)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{1+x-1+x}{1-x}} = \frac{\frac{1+2x+x^2 - 1+2x-x^2}{(1-x)(1+x)}}{\frac{2x}{1-x}} = \frac{\frac{4x}{(1-x)(1+x)}}{\frac{2x}{1-x}} \\ &= \frac{4x}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{4x}{1+x} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{2}{1+x} \cdot \frac{1}{1} = \underline{\underline{\frac{2}{1+x}}} \end{aligned}$$

**definiční obor výrazu**

$$I. 1-x \neq 0 \quad II. 1+x \neq 0 \quad III. \frac{1+x}{1-x} - 1 \neq 0$$

$$\underline{\underline{x \neq 1}}$$

$$\underline{\underline{x \neq -1}}$$

$$\frac{2x}{1-x} \neq 0$$

$$2x \neq 0$$

$$\underline{\underline{x \neq 0}}$$

**Příklad 1.11**

$$\begin{aligned}
 & \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \cdot \frac{2 - \frac{1+b^2}{b}}{\frac{1}{b^2} - \frac{2}{b} + 1} = \frac{\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)}}{\frac{a^2 - b^2 - (a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}} \cdot \frac{\frac{2b-1-b^2}{b}}{\frac{1-2b+b^2}{b^2}} \\
 &= \frac{\frac{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{(a-b)(a+b)}}{\frac{a^2 - b^2 - a^2 - b^2}{(a-b)(a+b)}} \cdot \frac{b^2(2b-1-b^2)}{b(1-2b+b^2)} \\
 &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{a^2 - b^2 - a^2 - b^2} \cdot \frac{b(-1+2b-b^2)}{(1-2b+b^2)} \\
 &= \frac{4ab}{-2b^2} \cdot (-b) = \frac{4ab^2}{2b^2} = \underline{\underline{2a}}
 \end{aligned}$$

**definiční obor výrazu**

$$\begin{array}{lllll}
 I. a - b \neq 0 & II. a + b \neq 0 & III. \cancel{b \neq 0} & IV. 1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \neq 0 & V. \frac{1}{b^2} - \frac{2}{b} + 1 \neq 0 \\
 \cancel{a \neq b} & \cancel{a \neq -b} & & -2b^2 \neq 0 & 1 - 2b + b^2 \neq 0 \\
 & & & b \neq 0 & (1 - b)^2 \neq 0 \\
 & & & & \cancel{b \neq 1}
 \end{array}$$

# Výrazy ze slovních úloh

**Příklad 1.12** Od 1.1.2021 došlo ke změně ve výpočtu čisté mzdy zaměstnance, která spočívala zejména ve zrušení tzv. superhrubé mzdy. Zjisti, jak se změnila čistá mzda zaměstnance, který má hrubou mzdu 30 000,- a uplatňuje daňovou slevu na sebe a 3 své neplnoleté děti.

Lze dohledat:

- ▶ zdravotní pojištěné (zaměstnanec) ...  $z = 4,5\%$
- ▶ zdravotní pojištěné (zaměstnavatel) ...  $z' = 9\%$
- ▶ sociální pojištěné (zaměstnanec) ...  $s = 6,5\%$
- ▶ sociální pojištěné (zaměstnavatel) ...  $s' = 24,8\%$
- ▶ daň ...  $d = 15\%$

hrubá mzda ...  $h = 30\,000$

$$\text{superhrubá mzda} \dots h^* = h + \frac{z'}{100}h + \frac{s'}{100}h = h + \frac{h}{100}(z' + s')$$

$$\text{čistá mzda 2021} \dots c_{21} = h - \frac{z}{100}h - \frac{s}{100}h - \left( \frac{d}{100}h - s_{21} - s_1 - s_2 - s_3 \right)$$

$$\text{čistá mzda 2020} \dots c_{20} = h - \frac{z}{100}h - \frac{s}{100}h - \left( \frac{d}{100}h^* - s_{20} - s_1 - s_2 - s_3 \right)$$

$$\text{rozdíl} \dots c_{21} - c_{20} = \frac{d}{100}(h^* - h) + s_{21} - s_{20} = \frac{d}{100} \frac{h}{100}(z' + s') + s_{21} - s_{20} = \underline{\underline{1771,-}}$$

Uplatňované daňové slevy:

- ▶ na zaměstnance 2020 ...  $s_{20} = 2070,-$
- ▶ na zaměstnance 2021 ...  $s_{21} = 2320,-$
- ▶ na 1. dítě ...  $s_1 = 1267,-$
- ▶ na 2. dítě ...  $s_2 = 1617,-$
- ▶ na 3. dítě ...  $s_3 = 2017,-$

# Výrazy ze slovních úloh

**Příklad 1.13** Na dveřích taxi je napsáno: Nástupní sazba 150,- Kč 1 km jízdy... 25,- Kč .

Sestavte výraz s proměnou  $x$  (počet ujetých km), kterým lze počítat cenu jízdného.

za jízdu v délce 2 km ...  $150 + 25 \cdot 2$

za jízdu v délce 6 km ...  $150 + 25 \cdot 6$

za jízdu v délce  $x$  km ...  $150 + 25x$

**Příklad 1.14** Nakupujeme v obchodě sušenky a jedny sušenky stojí 15,- Kč. Sestavte výraz s proměnnými  $x, y$  ( $x$ ... hodnota bankovky,  $y$ ... počet koupených sušenek), kterým lze spočítat vrácenou částku.

Platíme stovkou, kupujeme 2 sušenky ...  $100 - 15 \cdot 2$

Platíme dvoustovkou, kupujeme 2 sušenky ...  $200 - 15 \cdot 4$

Platíme pěstistovkou, kupujeme 2 sušenky ...  $500 - 15 \cdot 12$

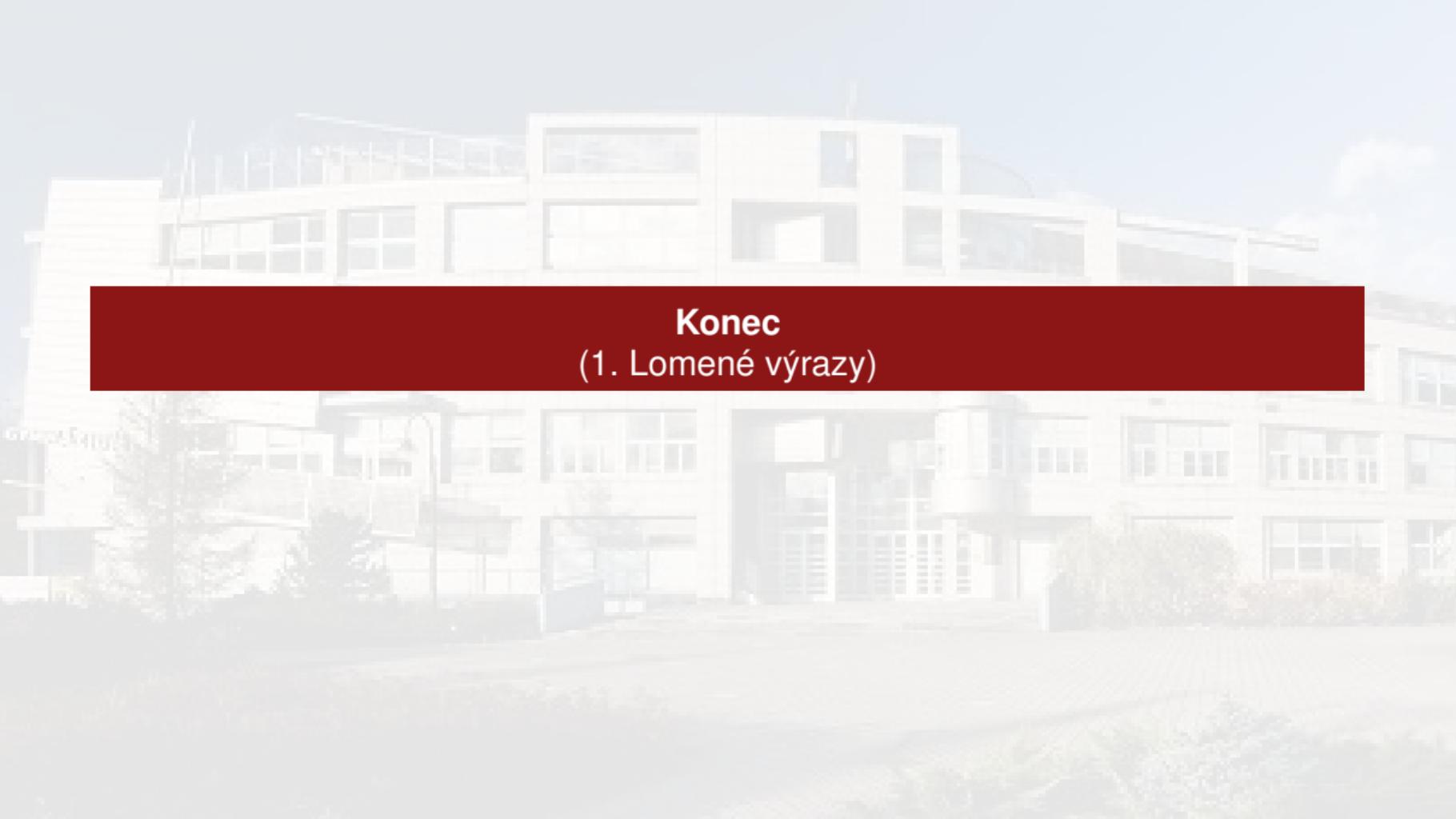
...  $x - 15 \cdot y$

# Výrazy ze slovních úloh

## Příklad 1.15

Zapište výrazem s proměnnou či proměnnými:

- a) rozdíl  $x$  a  $y$  ...  $x - y$
- b) čtyřnásobek součtu  $u$  a  $v$  ...  $4(u + v)$



**Konec**  
(1. Lomené výrazy)