

# Rovnice a nerovnice

Jaroslav Drobek

[jaroslav.drobek@goa-orlova.cz](mailto:jaroslav.drobek@goa-orlova.cz)

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

## 1. Lineární rovnice

GOA –  
ORLOVA.CZ

# Rovnice a jejich řešení

- ▶ **Podmínky řešitelnosti** – průnik definičních oborů obsažených výrazů
- ▶ **Ekvivalentní úpravy** – množina řešení původní a upravené rovnice je stejná (přičítání, nenulové násobení)
- ▶ **Neekvivalentní úpravy** – množina řešení původní a upravené rovnice se mohou lišit (umocnění)
- ▶ **Diskuze řešení** – neexistuje  $\vee$  jediné  $\vee$  více
- ▶ **Zkouška** – může odhalit početní chyby, ale také „falešná“ řešení vlivem neekvivalentních úprav

## Ekvivalentní úpravy rovnic

## Příklad 1.1

$$(2x - 5)(8x - 1) - (4x - 3)^2 = 12(x - 1) - 7$$

$$16x^2 - 2x - 40x + 5 - (16x^2 - 24x + 9) = 12x - 12 - 7$$

$$\cancel{16x^2} - 2x - 40x + 5 - \cancel{16x^2} + 24x - 9 = 12x - 19$$

$$-18x - 4 = 12x - 19 \quad | -12x$$

$$-30x = -15 \quad | :(-30)$$

$$\underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$$

Zkouška:

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$\mathbf{L} = (2 \cdot \frac{1}{2} - 5)(8 \cdot \frac{1}{2} - 1) - (4 \cdot \frac{1}{2} - 3)^2 = (1 - 5)(4 - 1) - (2 - 3)^2 = -4 \cdot 3 - (-1)^2 = \underline{\underline{-13}}$$

$$\mathbf{P} = 12(\frac{1}{2} - 1) - 7 = 12(-\frac{1}{2}) - 7 = -6 - 7 = \underline{\underline{-13}}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{P} \Rightarrow \frac{1}{2} \checkmark$$

# Ekvivalentní úpravy rovnic

**Řešte rovnice:**

a)  $(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = -4x$       b)  $(x + 1)^2 = (x - 3)(x + 2) + 3x$

## Rovnice s číselným jmenovatelem ve zlomku

## Příklad 1.2

$$\frac{5x+1}{6} - \frac{7x-3}{8} = 1 - \frac{3x-1}{4} \quad | \cdot 24$$

$$4(5x+1) - 3(7x-3) = 24 - 6(3x-1)$$

$$\cancel{20x} + 4 - \cancel{21x} + 9 = 24 - 18x + 6$$

$$-x + 13 = -18x + 30 \quad | + 18x - 13$$

$$17x = 17 \quad | : 17$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

## Rovnice s číselným jmenovatelem ve zlomku

**Řešte rovnice:**

a)  $2x - \frac{6x - 3}{4} = \frac{2x - 5}{4}$       b)  $\frac{x + 3}{2} - 1 = x - \frac{3x - 5}{5}$       c)  $\frac{6 + 25x}{15} - (x - 1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5}$

## Rovnice s neznámou ve jmenovateli zlomku

## Příklad 1.3

$$5 + \frac{3}{3x - 12} = \frac{5 - x}{x - 4}$$

$$5 + \frac{3}{3(x - 4)} = \frac{5 - x}{x - 4} \quad | \cdot 3(x - 4)$$

$$5 \cdot 3(x - 4) + 3 = 3(5 - x)$$

$$15x - 60 + 3 = 15 - 3x \quad | + 57 + 3x$$

$$18x = 72 \quad | : 18$$

$$x = \cancel{4}$$

∅ řešení

Podmínky řešitelnosti:

I.  $3(x - 4) \neq 0$

$$x - 4 \neq 0$$

$$x \neq 4$$

II.  $x - 4 \neq 0$

$$x \neq 4$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{x \neq 4}$$

## Rovnice v součinném tvaru

Součin je roven nule právě tehdy, když je roven nule některý jeho činitel.

## Příklad 1.4

$$4x^2 - 8x = 0$$

$$4x(x - 2) = 0$$

$$4x = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x + 5 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

$$\underline{\underline{x = -5}}$$

$$4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad \vee \quad 2x + 3 = 0$$

$$\underline{\underline{x = \frac{3}{2}}}$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}}$$

$$9 - 7x = 3 - x^2$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6x + 6 = 0$$

$$x(x - 1) - 6(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 6) = 0$$

$$\underline{\underline{x = 1}} \quad \underline{\underline{x = 6}}$$

$$(4 + z)z = 16 - z^2$$

$$(4 + z)z = (4 - z)(4 + z)$$

$$(4 + z)z - (4 - z)(4 + z) = 0$$

$$(4 + z)(z - (4 - z)) = 0$$

$$(4 + z)(2z - 4) = 0$$

$$\underline{\underline{z = -4}} \quad \underline{\underline{z = 2}}$$



# Rovnice v podílovém tvaru

Podíl je roven nule právě tehdy, když je roven nule jeho dělenec.  
(Zlomek je roven nule právě tehdy, když je roven nule jeho čitatel.)

## Příklad 1.5

$$\frac{x-7}{13} = 0$$

$$x-7 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 7}}$$

$$\frac{8-2x}{1-3x^4} = 0$$

$$8-2x = 0$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

Zkouška:  $L = \frac{0}{1-3 \cdot 256} = 0$

$$\frac{\sqrt{8}}{11x^3 - 7x + 6} = 0$$

$$\sqrt{8} = 0$$

$$\underline{\underline{\emptyset}}$$

$$\frac{5x-6}{x+3} = 4 \quad \text{Nejde o součinný tvar!}$$

$$5x-6 = 4(x+3)$$

$$5x-6 = 4x+12$$

$$\underline{\underline{x = 18}}$$



**Konec**  
(1. Lineární rovnice)