

Rovnice a nerovnice

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

1. Lineární rovnice

GOA –
ORLOVA.CZ

Rovnice a jejich řešení

- ▶ **Podmínky řešitelnosti** – průnik definičních oborů obsažených výrazů
- ▶ **Ekvivalentní úpravy** – množina řešení původní a upravené rovnice je stejná (přičítání, nenulové násobení)
- ▶ **Neekvivalentní úpravy** – množina řešení původní a upravené rovnice se mohou lišit (umocnění)
- ▶ **Diskuze řešení** – neexistuje \vee jediné \vee více
- ▶ **Zkouška** – může odhalit početní chyby, ale také „falešná“ řešení vlivem neekvivalentních úprav

Ekvivalentní úpravy rovnic

Příklad 1.1

$$(2x - 5)(8x - 1) - (4x - 3)^2 = 12(x - 1) - 7$$

$$16x^2 - 2x - 40x + 5 - (16x^2 - 24x + 9) = 12x - 12 - 7$$

$$\cancel{16x^2} \underline{-2x - 40x + 5} - \cancel{16x^2} \underline{+ 24x - 9} = 12x - 19$$

$$- 18x - 4 = 12x - 19$$

$$- 30x = - 15$$

$$\underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$$

$$- 12x$$

$$: (-30)$$

Zkouška:

$$x = \frac{1}{2}$$

$$L = (2 \cdot \frac{1}{2} - 5) (8 \cdot \frac{1}{2} - 1) - (4 \cdot \frac{1}{2} - 3)^2 = (1 - 5)(4 - 1) - (2 - 3)^2 = -4 \cdot 3 - (-1)^2 = \underline{\underline{-13}}$$

$$P = 12 (\frac{1}{2} - 1) - 7 = 12 (-\frac{1}{2}) - 7 = -6 - 7 = \underline{\underline{-13}}$$

$$L = P \implies \frac{1}{2} \checkmark$$

Ekvivalentní úpravy rovnic

Řešte rovnice:

a) $(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = -4x$ b) $(x + 1)^2 = (x - 3)(x + 2) + 3x$

Rovnice s číselným jmenovatelem ve zlomku

Příklad 1.2

$$\frac{5x + 1}{6} - \frac{7x - 3}{8} = 1 - \frac{3x - 1}{4} \quad | \cdot 24$$

$$4(5x + 1) - 3(7x - 3) = 24 - 6(3x - 1)$$

$$20x \boxed{+4} - 21x \boxed{+9} = \boxed{24} - 18x \boxed{+6}$$

$$-x + 13 = -18x + 30 \quad | + 18x - 13$$

$$17x = 17 \quad | : 17$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

Rovnice s číselným jmenovatelem ve zlomku

Řešte rovnice:

a) $2x - \frac{6x - 3}{4} = \frac{2x - 5}{4}$

b) $\frac{x + 3}{2} - 1 = x - \frac{3x - 5}{5}$

c) $\frac{6 + 25x}{15} - (x - 1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5}$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli zlomku

Příklad 1.3

$$5 + \frac{3}{3x - 12} = \frac{5 - x}{x - 4}$$

$$5 + \frac{3}{3(x - 4)} = \frac{5 - x}{x - 4} \quad | \cdot 3(x - 4)$$

$$5 \cdot 3(x - 4) + 3 = 3(5 - x)$$

$$15x - 60 + 3 = 15 - 3x \quad | + 57 + 3x$$

$$18x = 72 \quad | : 18$$

$$x = 4$$

✉ řešení

Podmínky řešitelnosti:

I. $3(x - 4) \neq 0$
 $x - 4 \neq 0$

II. $x - 4 \neq 0$
 $x \neq 4$

$$x \neq 4$$

$$\underline{\underline{x \neq 4}}$$

Rovnice v součinovém tvaru

Součin je roven nule právě tehdy, když je roven nule některý jeho činitel.

Příklad 1.4

$$4x^2 - 8x = 0$$

$$4x(x - 2) = 0$$

$$4x = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x + 5 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

$$4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad \vee \quad 2x + 3 = 0$$

$$\underline{\underline{x = \frac{3}{2}}}$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}}$$

$$9 - 7x = 3 - x^2$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6x + 6 = 0$$

$$x(x - 1) - 6(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 6) = 0$$

$$\underline{\underline{x = 1}} \quad \underline{\underline{x = 6}}$$

$$(4 + z)z = 16 - z^2$$

$$(4 + z)z = (4 - z)(4 + z)$$

$$(4 + z)z - (4 - z)(4 + z) = 0$$

$$(4 + z)(z - (4 - z)) = 0$$

$$(4 + z)(2z - 4) = 0$$

$$\underline{\underline{z = -4}} \quad \underline{\underline{z = 2}}$$

Rovnice v podílovém tvaru

**Podíl je roven nule právě tehdy, když je roven nule jeho dělenec.
(Zlomek je roven nule právě tehdy, když je roven nule jeho čitatel.)**

Příklad 1.5

$$\frac{x-7}{13} = 0$$

$$x-7 = 0$$

$$\underline{\underline{x=7}}$$

$$\frac{8-2x}{1-3x^4} = 0$$

$$8-2x = 0$$

$$\underline{\underline{x=4}}$$

$$\text{Zkouška: } L = \frac{0}{1-3 \cdot 256} = 0$$

$$\frac{\sqrt{8}}{11x^3 - 7x + 6} = 0$$

$$\sqrt{8} = 0$$

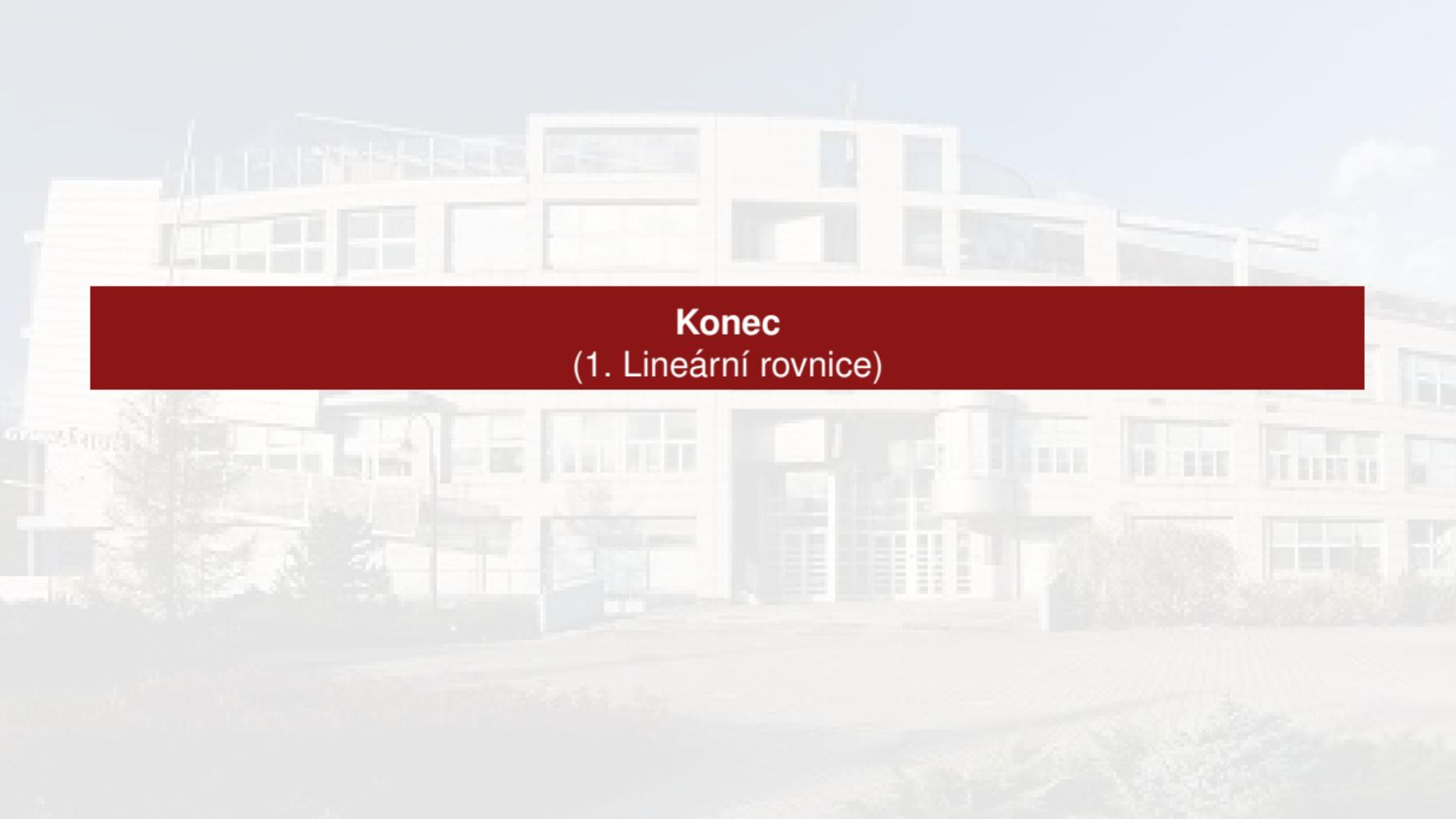
$$\underline{\underline{\emptyset}}$$

$$\frac{5x-6}{x+3} = 4 \quad \text{Nejde o součinový tvar!}$$

$$5x-6 = 4(x+3)$$

$$5x-6 = 4x+12$$

$$\underline{\underline{x=18}}$$



Konec
(1. Lineární rovnice)