

# Referát

## Analytická geometrie

Mgr. Jaroslav Drobek, Ph. D.

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

# Bakalářská matematika I



Tři základní objekty v prostoru

●○○

Vzájemné polohy

○○○○

Vzdálenosti

○○○

Odchylky

○○○○○

Lineární (ne)závislost

○○○

# Bod



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$

- Bod:

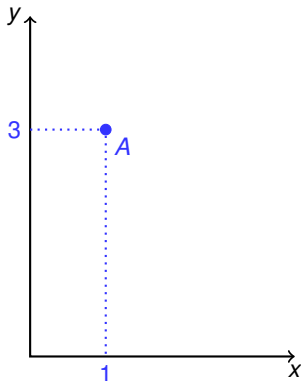
# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$
- Bod:

$$A = [1, 3]$$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$
- Bod:

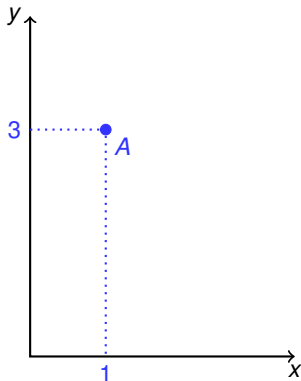


$$A = [1, 3]$$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$

- Bod:  $A = [a_1, a_2]$

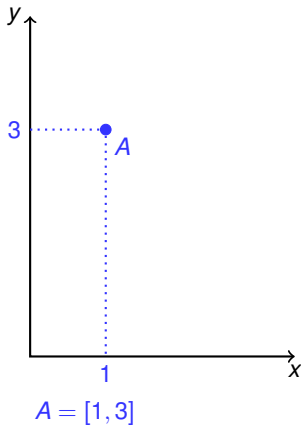


$$A = [1, 3]$$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$

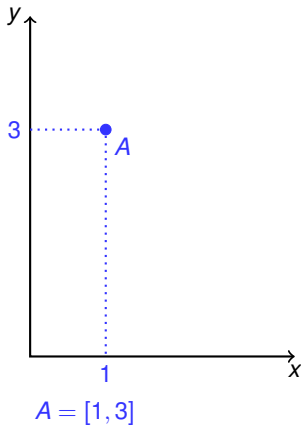
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$





# Bod

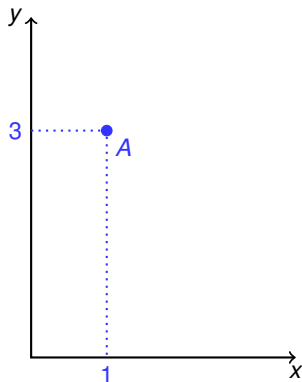
- „běžná“ rovina ...  $E_2$  , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$



# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$



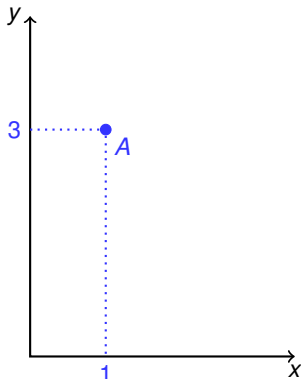
$$A = [1, 3]$$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:



$$A = [1, 3],$$

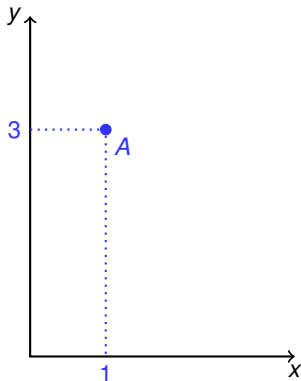
$$(2, 1)$$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:



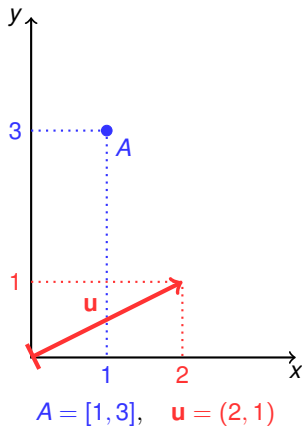
$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:

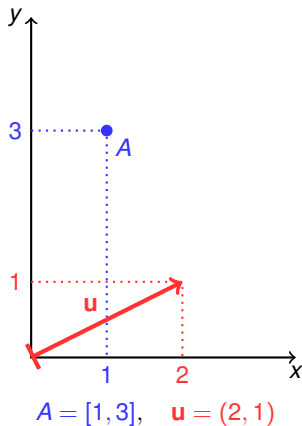


# Bod

• „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

• **Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

• **Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$

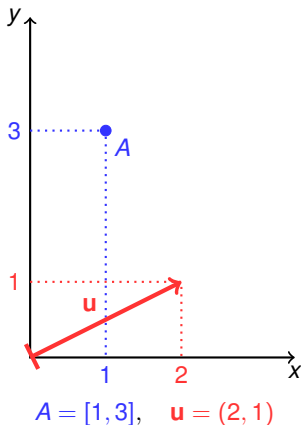


## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$

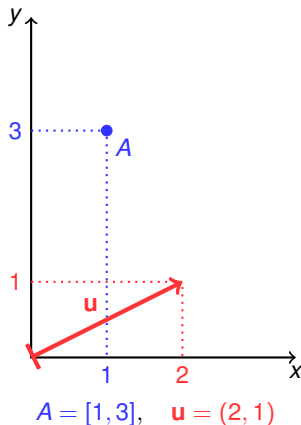


## Bod

● „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

● **Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

● **Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$





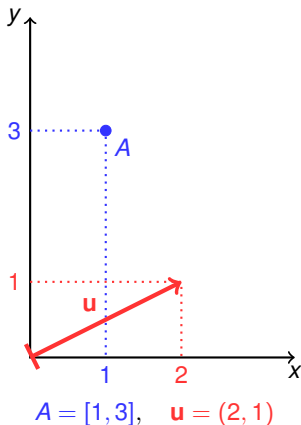
# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$

- Rovnost dvou bodů:**

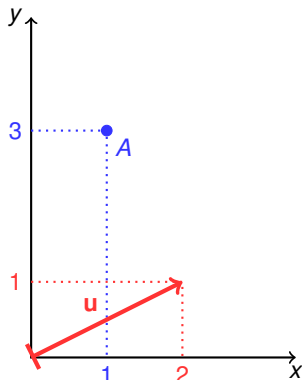


# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:**

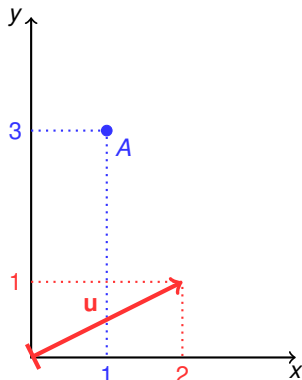
$$[v, 2] = [1, z]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



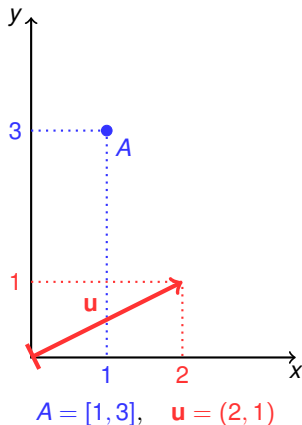
$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$[v, 2] = [1, z] \iff v = 1$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- **Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- **Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



- **Rovnost dvou bodů:**

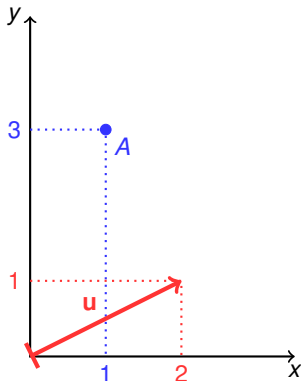
$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B$$

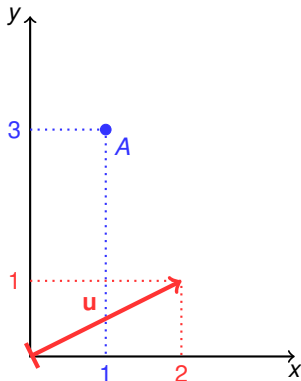
$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

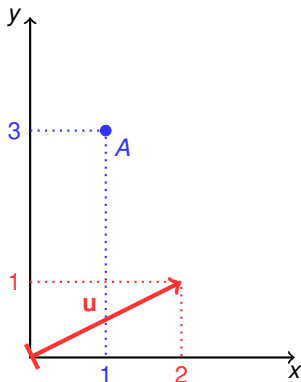
$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

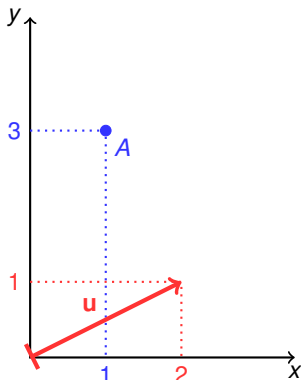
- Sčítání bodu a vektoru:

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u}$$

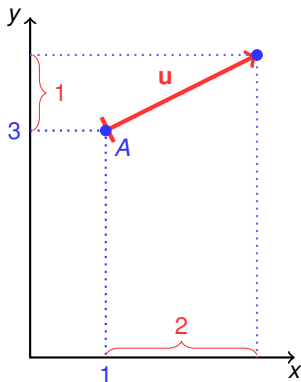


## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$\begin{bmatrix} v \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ z \end{bmatrix} \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

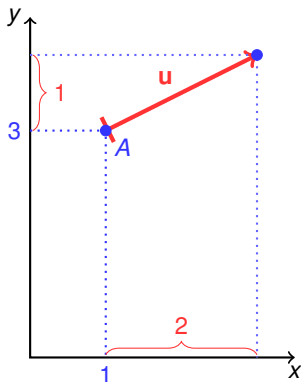
$$A + \mathbf{u} = [ \quad , \quad ]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

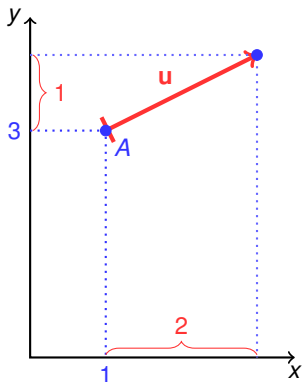
$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, \quad ]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

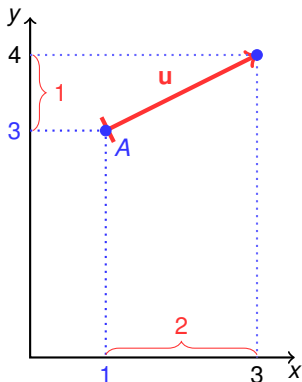
$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

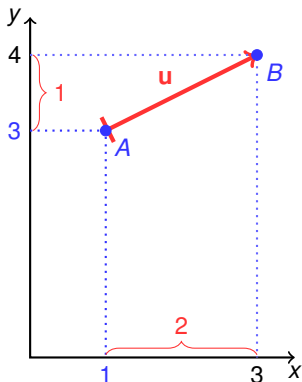
$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = B$$

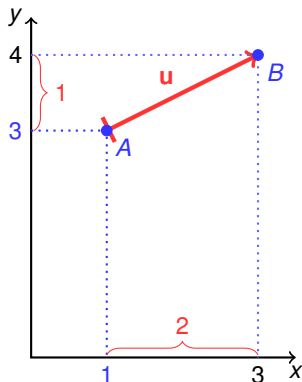
$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = B \quad \dots \quad \forall i: b_i = a_i + u_i$$

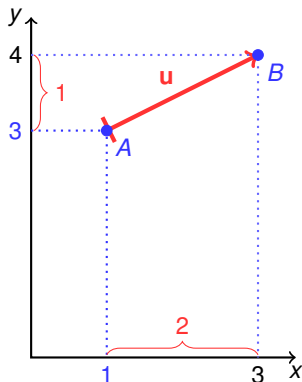
$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = B \quad \dots \quad \forall i: b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

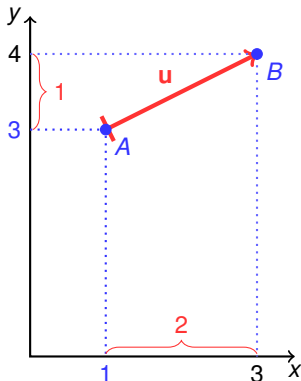
- Rozdíl dvou bodů:

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = B \quad \dots \quad \forall i: b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

- Rozdíl dvou bodů:

$$B - A = \mathbf{u}$$

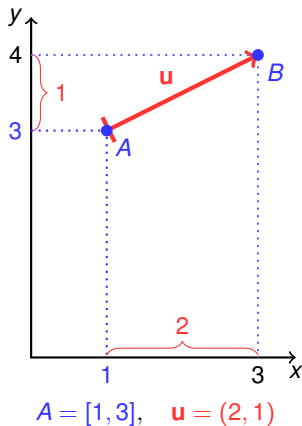


## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$\begin{bmatrix} v \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ z \end{bmatrix} \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

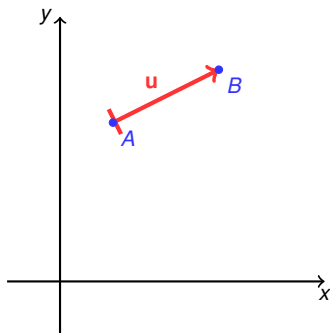
$$A + \mathbf{u} = B \quad \dots \quad \forall i: b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

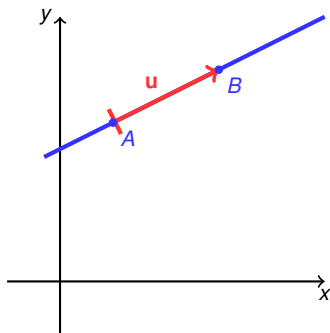
- Rozdíl dvou bodů:

$$B - A = \mathbf{u} \quad \dots \quad \forall i: u_i = b_i - a_i$$

# Přímka

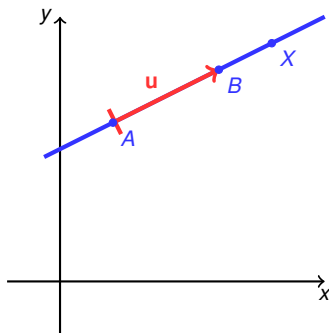


# Přímka



•  $u$  je nenulový

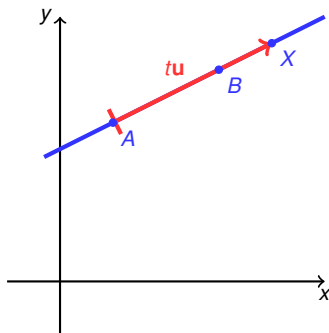
# Přímka



•  $u$  je nenulový

# Přímka

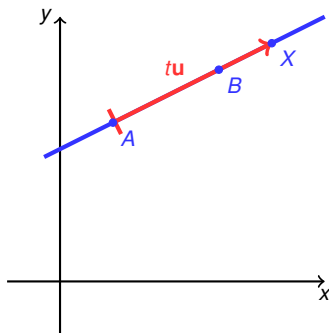
$$X = A + tu$$



•  $u$  je nenulový

# Přímka

$$X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$

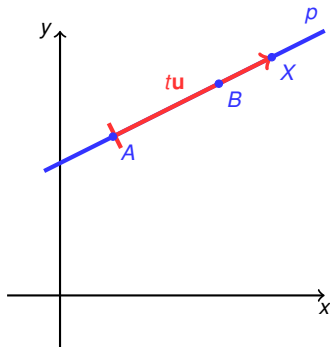


•  $u$  je nenulový

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$

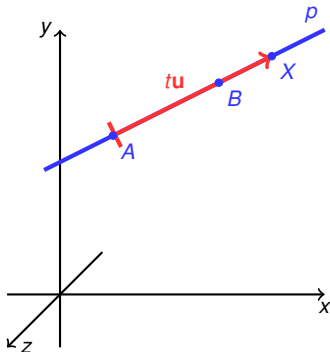


- $u$  je nenulový ... směrový vektor

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



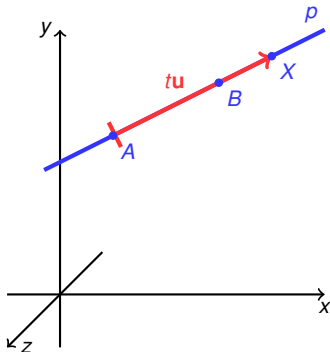
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

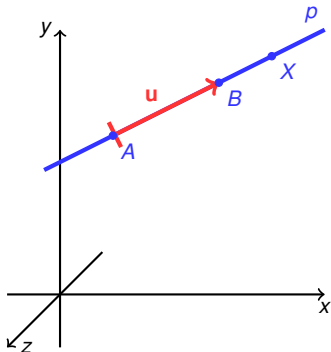
Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

---

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

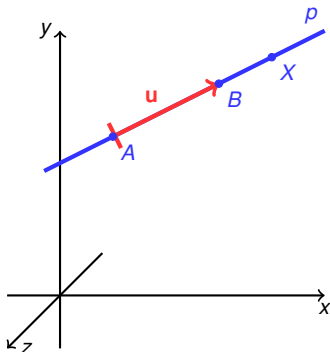
---

$$\mathbf{u} = B - A$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

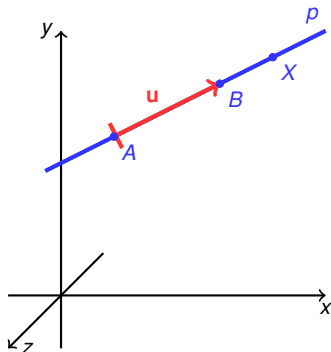
---

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5]$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

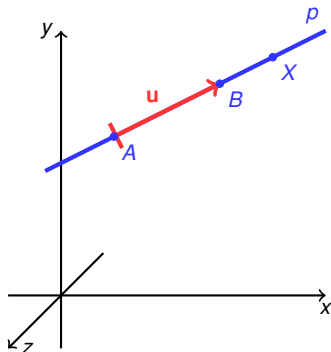
Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

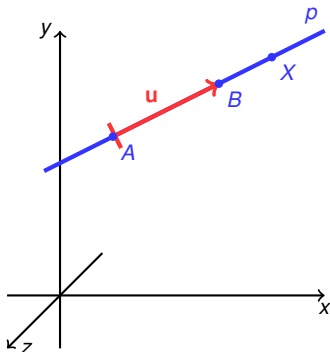
$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

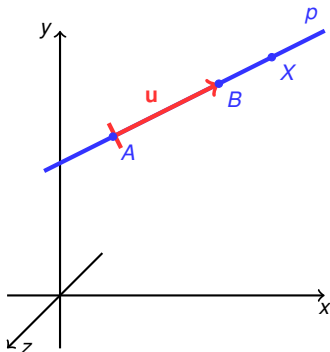
$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

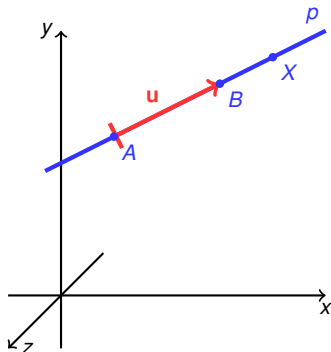
$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

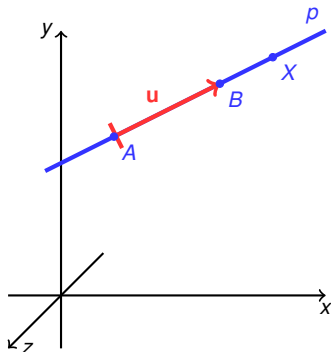
$$x_1 = 1 + t$$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

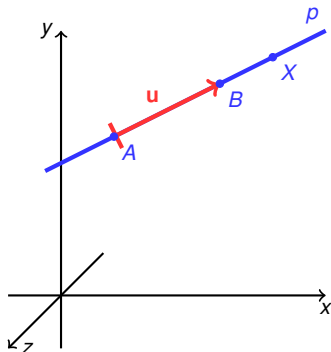
$$x_1 = 1 + t$$

$$x_2 = 2$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$x_1 = 1 + t$$

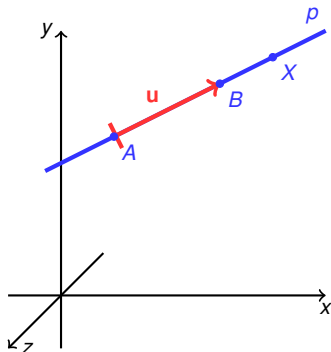
$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 5 + t$$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$$



- $u$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

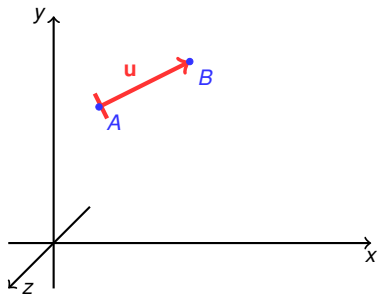
$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

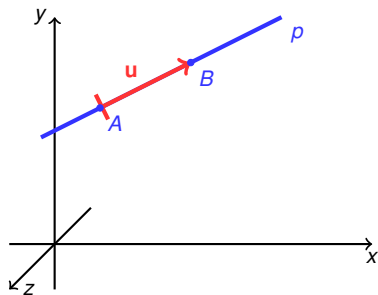
$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$p: \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = 1 + t \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 5 + t \end{array} \right\} t \in \mathbb{R}$$

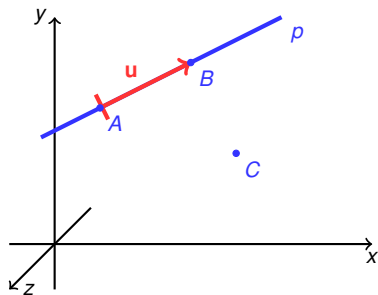
# Rovina



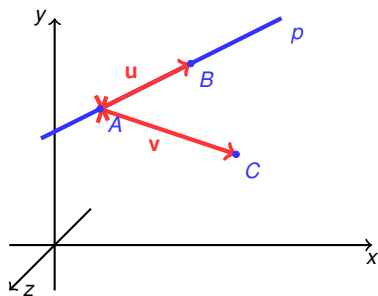
# Rovina



# Rovina

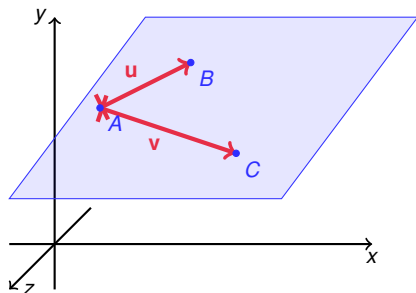


# Rovina



- $v$  není násobkem  $u$

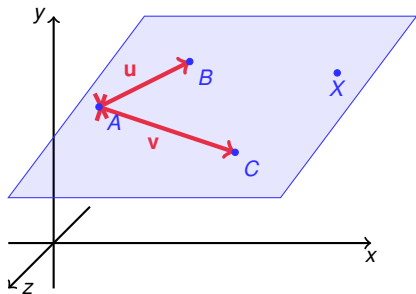
# Rovina



- $v$  není násobkem  $u$

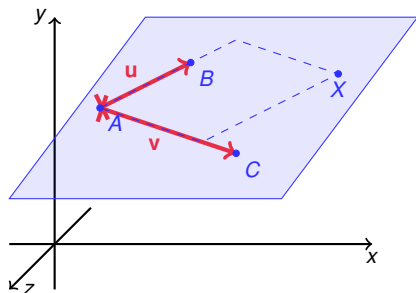


# Rovina



●  $v$  není násobkem  $u$

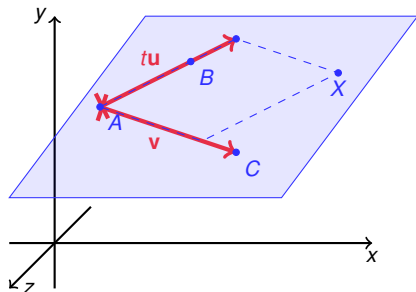
# Rovina



●  $v$  není násobkem  $u$

# Rovina

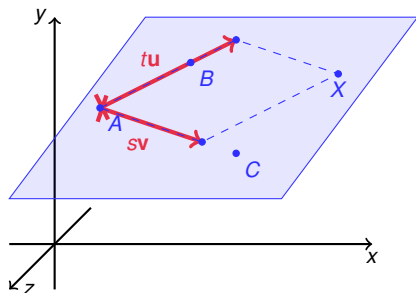
$$A + tu$$



●  $v$  není násobkem  $u$

# Rovina

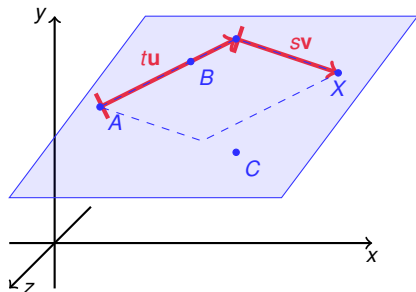
$$A + tu$$



●  $v$  není násobkem  $u$

## Rovina

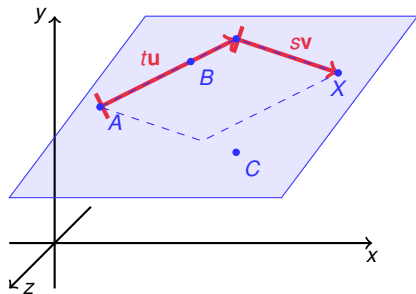
$$X = A + tu + sv$$



●  $v$  není násobkem  $u$

## Rovina

$$X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

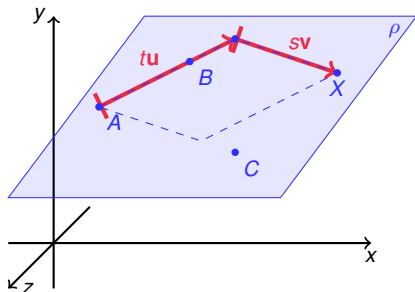


●  $v$  není násobkem  $u$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

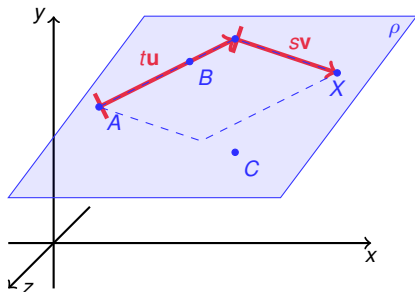


- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

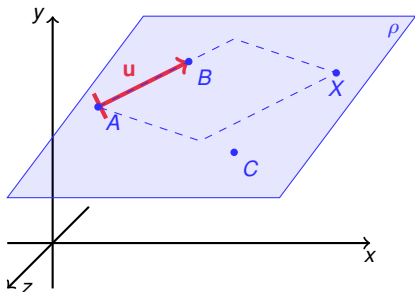
$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

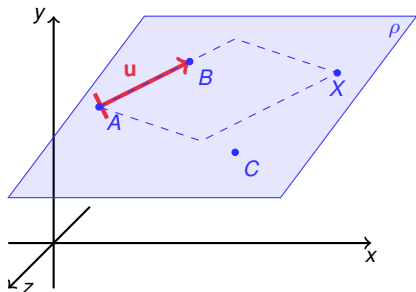
$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5]$$

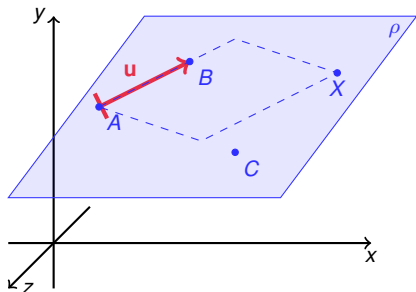
- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$

... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

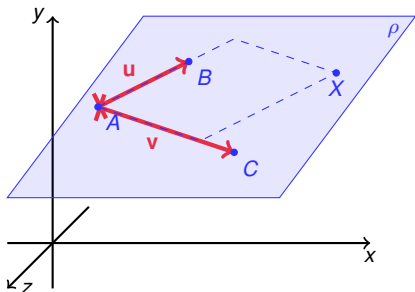
$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

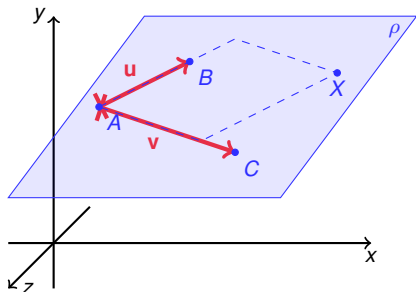
$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

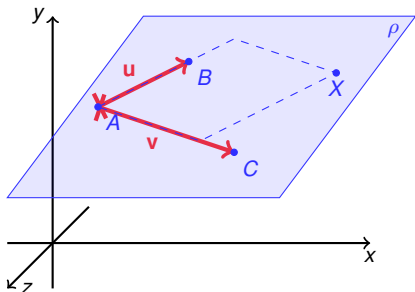
$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5]$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

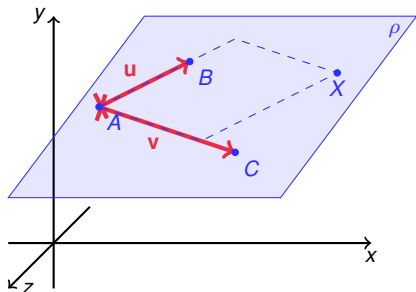
$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

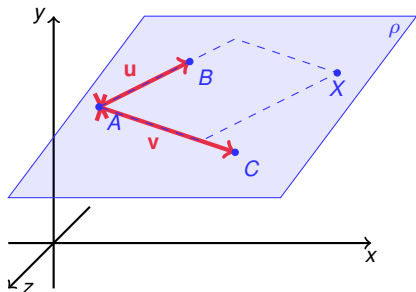
$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$
$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$
$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

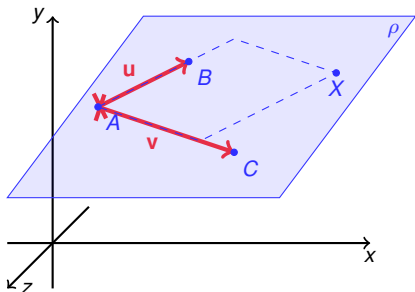
$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

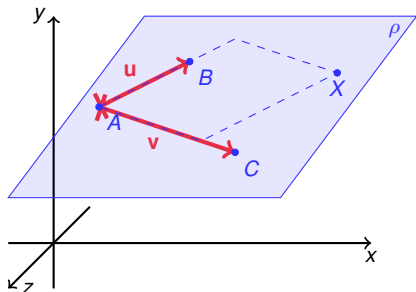
$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

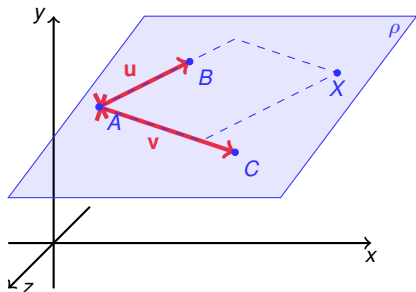
$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

$$x_1 = 1 + t + 2s$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

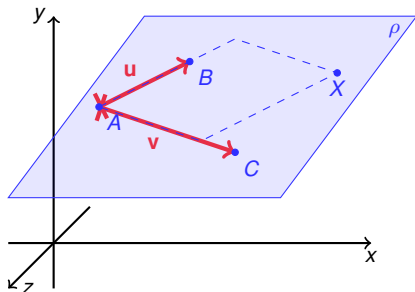
$$x_1 = 1 + t + 2s$$

$$x_2 = 2 + 2s$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $\mathbf{v}$  není násobkem  $\mathbf{u}$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

$$x_1 = 1 + t + 2s$$

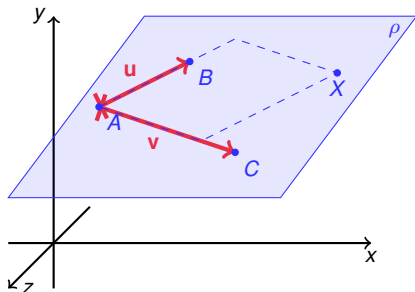
$$\rho: x_2 = 2 + 2s$$

$$x_3 = 5 + t + s$$

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$$A = [1, 2, 5], \quad B = [2, 2, 6], \quad C = [3, 4, 6].$$

$$u = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$v = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{\underline{t, s \in \mathbb{R}}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

$$\rho: \quad \left. \begin{aligned} x_1 &= 1 + t + 2s \\ x_2 &= 2 + 2s \\ x_3 &= 5 + t + s \end{aligned} \right\} t, s \in \mathbb{R}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se)

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

1

0

6

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1$$

$$0 = 2$$

$$6 = 5$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš.}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1$$

$$0$$

$$6$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1$$

$$0 = 2$$

$$6 = 5$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2$$

$$6 = 5 + t$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t + 2s$$

$$0 = 2 + 2s$$

$$\underline{6 = 5 + t + s}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t + 2s \qquad t + 2s = 0$$

$$0 = 2 + 2s \iff$$

$$\underline{6 = 5 + t + s}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t + 2s \qquad t + 2s = 0$$

$$0 = 2 + 2s \qquad 2s = -2$$

$$\underline{6 = 5 + t + s} \iff$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t + 2s \qquad t + 2s = 0$$

$$0 = 2 + 2s \qquad 2s = -2$$

$$\underline{6 = 5 + t + s} \iff \underline{t + s = 1}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t + 2s \qquad t + 2s = 0$$

$$0 = 2 + 2s \qquad 2s = -2 \qquad \dots \exists! \text{ řešení}$$

$$\underline{6 = 5 + t + s} \iff \underline{t + s = 1}$$

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \nexists \text{ řeš. } \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$

b) roviny  $\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t + 2s$$

$$t + 2s = 0$$

$$0 = 2 + 2s$$

$$2s = -2$$

...  $\exists$ ! řešení

$$\underline{6 = 5 + t + s}$$

$$\iff$$

$$\underline{t + s = 1}$$

$$\implies \underline{\underline{D \text{ leží v } \rho}}$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

1

2

5

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t$$

$$2$$

$$5 + t$$

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3$$

$$2 = 4$$

$$5 + t = 6$$

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$

---

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$





## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$

$$\iff$$

$$t - s = 1$$

---

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$-2s = 2$$

... $\exists$ ! řešení

$$5 + t = 6 + s$$

$$\iff$$

$$t - s = 1$$

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$-2s = 2$$

 $\dots \exists!$  řešení

$$5 + t = 6 + s$$

 $\iff$ 

$$t - s = 1$$

 $\implies$  průnikem je bod

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

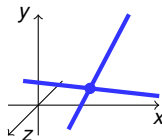
$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$

$$t - s = 1$$

$$\iff$$

...  $\exists!$  řešení  
 $\implies$  průnikem je bod



různoběžné  
(průnikem je bod)

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$-2s = 2$$

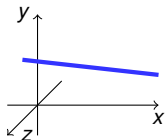
$$5 + t = 6 + s$$

$$t - s = 1$$

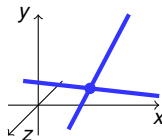
$$\iff$$

...  $\exists!$  řešení

$\implies$  průnikem je bod



rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



různoběžné  
(průnikem je bod)

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), s \in \mathbb{R}.$$

---


$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

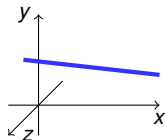
$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$

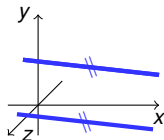
$$\iff$$

$$t - s = 1$$

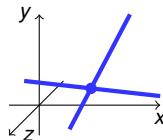
...  $\exists!$  řešení  
 $\implies$  průnikem je bod



rovnoběžné  
 totožné  
 (průnikem je  
 přímka)



rovnoběžné  
 různé  
 (průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
 (průnikem je bod)

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

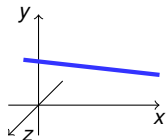
$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$

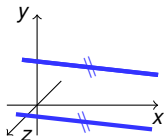
$$t - s = 1$$

...  $\exists!$  řešení

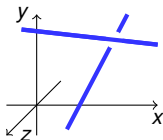
$\implies$  průnikem je bod



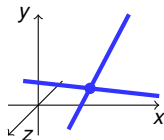
rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je  $\emptyset$ )



mimoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)

# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

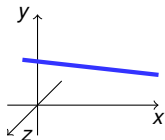
$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$

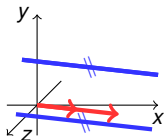
$$t - s = 1$$

...  $\exists!$  řešení

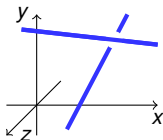
$\implies$  průnikem je bod



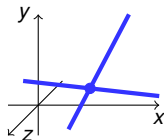
rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je  $\emptyset$ )



mimoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)



# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

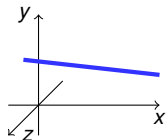
$$-2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s$$

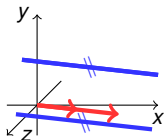
$$t - s = 1$$

...  $\exists!$  řešení

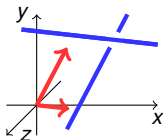
$\implies$  průnikem je bod



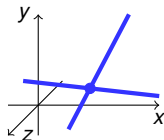
rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je  $\emptyset$ )



mimoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma$$

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

# Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

1

2

5

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t$$

$$2$$

$$5 + t$$

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3$$

$$2 = 4$$

$$5 + t = 6$$

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r$$

$$2 = 4 + 2r$$

$$5 + t = 6 - r$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

---

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$

$$t + r - 2k = 1$$

---

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

... řešení

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$

$$t + r - 2k = 1$$

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$

$$t + r - 2k = 1$$

...  $\nexists$  řešení $\implies$  průnikem je  $\emptyset$

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

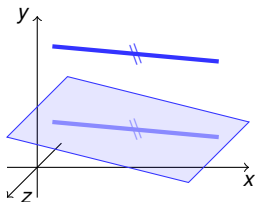
$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$

$$t + r - 2k = 1$$

...  $\nexists$  řešení $\implies$  průnikem je  $\emptyset$ ryze rovnoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

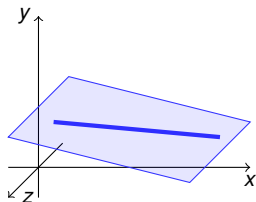
$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$

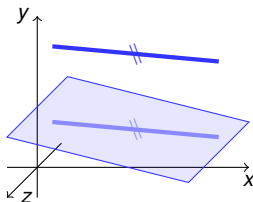
$$t + r - 2k = 1$$

...  $\nexists$  řešení

$\implies$  průnikem je  $\emptyset$



přímka leží v rovině  
(průnikem je přímka)



ryze rovnoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

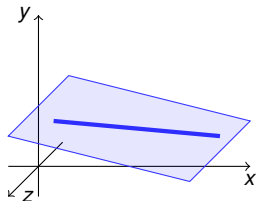
$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$

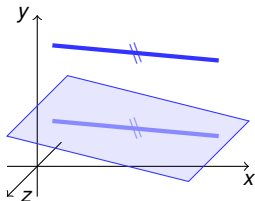
$$t + r - 2k = 1$$

...  $\nexists$  řešení

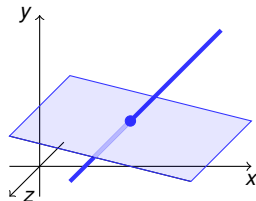
$\implies$  průnikem je  $\emptyset$



přímka leží v rovině  
(průnikem je přímka)



ryze rovnoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)



## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma$$

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

---

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k \quad \dots \exists \text{ nekonečně mnoho řešení (1 parametr)}$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

---

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

---

...  $\exists$  nekonečně mnoho řešení (1 parametr)

$\implies$  průnikem je přímka



## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k$$

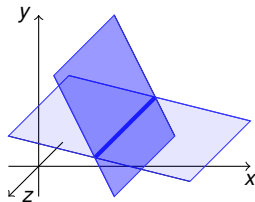
$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

---

...  $\exists$  nekonečně mnoho řešení (1 parametr)

$\implies$  průnikem je přímka



různoběžné  
(průnikem je přímka)



## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

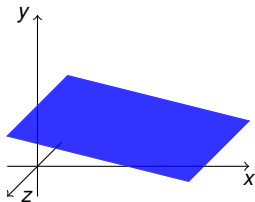
$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

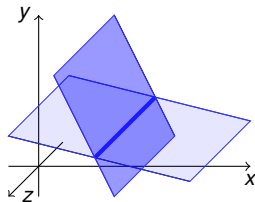
$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

...  $\exists$  nekonečně mnoho řešení (1 parametr)

$\implies$  průnikem je přímka



rovnoběžné totožné  
(průnikem je rovina)



různoběžné  
(průnikem je přímka)



## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

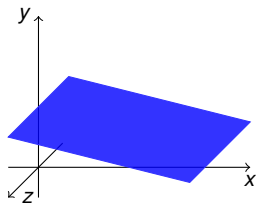
$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

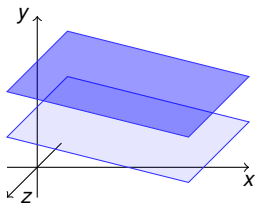
$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

...  $\exists$  nekonečně mnoho řešení (1 parametr)

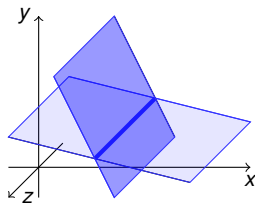
$\implies$  průnikem je přímka



rovnoběžné totožné  
(průnikem je rovina)



rovnoběžné různé  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je přímka)



## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

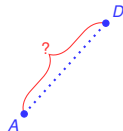
$D$

$A$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

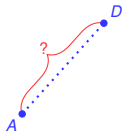


## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D)$$

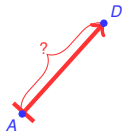


## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D)$$

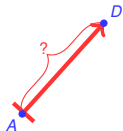


## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A|$$



Velikost vektoru

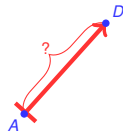


## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A|$$



Velikost vektoru:

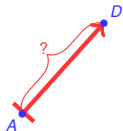
$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)|$$



Velikost vektoru:

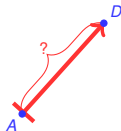
$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2}$$



Velikost vektoru:

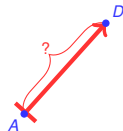
$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$$

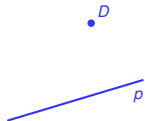
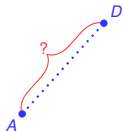
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$$

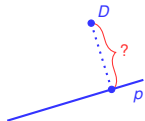
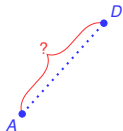
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

## Dva body; bod a přímka

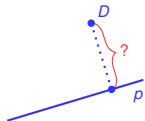
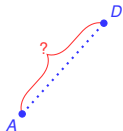
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$

$$d(D, p)$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

## Dva body; bod a přímka

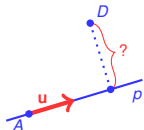
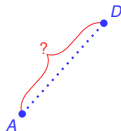
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$



## Dva body; bod a přímka

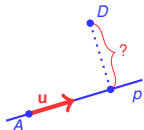
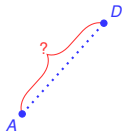
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1)|}{| \quad |}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$$

## Dva body; bod a přímka

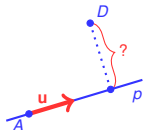
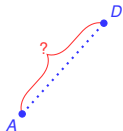
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{| \quad | \quad |}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

## Dva body; bod a přímka

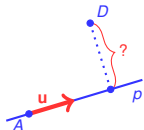
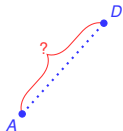
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

## Dva body; bod a přímka

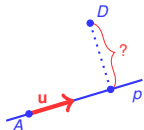
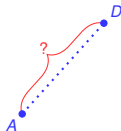
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1)$$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

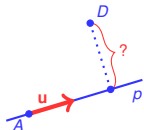
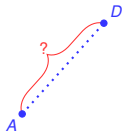
a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$

$$= \frac{|(\quad, \quad, \quad)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

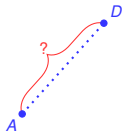
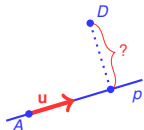
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{|(-2 \cdot 1, \quad, \quad)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

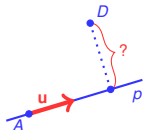
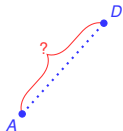
a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$

$$= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, \quad , \quad )|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

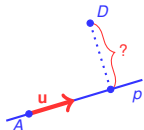
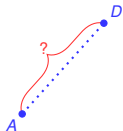
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 1 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$



## Dva body; bod a přímka

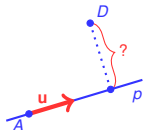
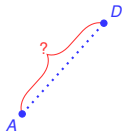
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, \quad \quad \quad)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

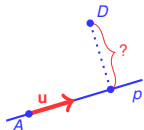
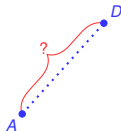
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

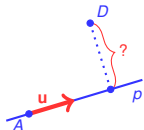
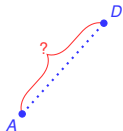
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

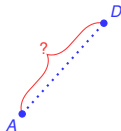
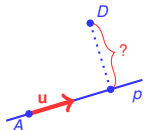
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

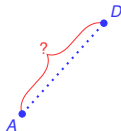
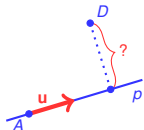
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

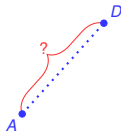
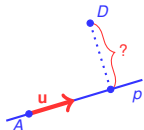
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

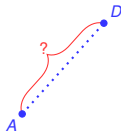
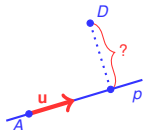
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

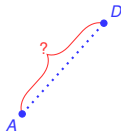
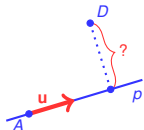
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$



## Dva body; bod a přímka

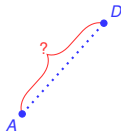
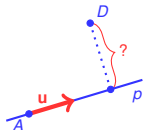
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

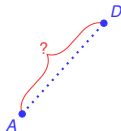
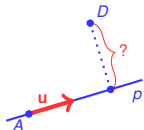
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

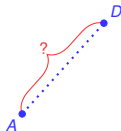
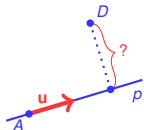
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

## Dva body; bod a přímka

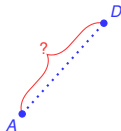
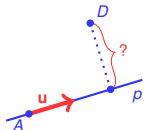
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}}} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty) !$$

Vektorový součin:

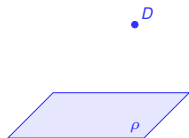
$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$$

# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$

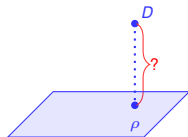


# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$



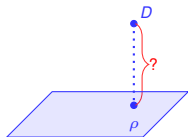
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$

$$d(D, \rho)$$



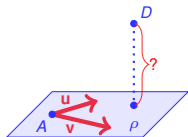
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}$$





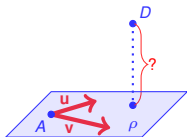
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{| \quad \cdot \quad |}{| \quad |}$$





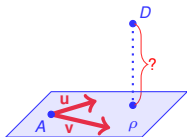
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{| \quad | \quad |}$$



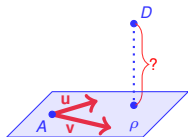
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$



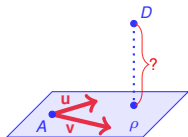
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$



Skalární součin:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

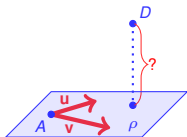
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$
$$= \frac{\quad + \quad + \quad}{\quad}$$



Skalární součin:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

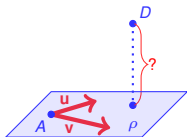
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} = \frac{|0 \cdot (-2) + \quad + \quad|}{\quad}$$



Skalární součin:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

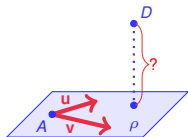
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} = \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + \quad|}{\quad}$$



Skalární součin:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$



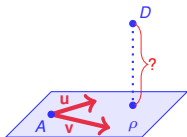
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} = \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{|(-2, 1, 2)|}$$



Skalární součin:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

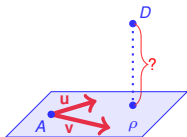
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} = \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}$$



Skalární součin:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

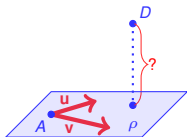
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \underline{0} \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R} !$

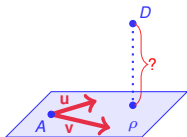
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R} !$

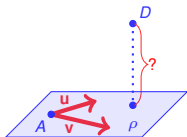
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} = \frac{0}{3} \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R} !$

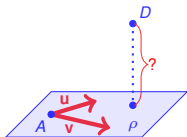
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} = \frac{0}{3} = \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R} !$

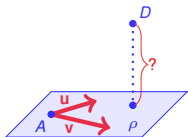
## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} = \frac{0}{3} = \underline{\underline{0}} \quad \dots \text{vzpomeňme, že } D \in \rho \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R} !$

## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$





## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) =$$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \end{cases}$$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$



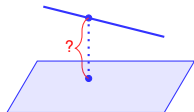
## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$



## Další případy

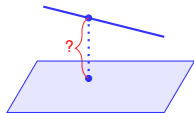
- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) \quad , \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



## Další případy

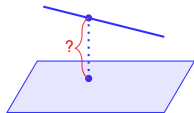
- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$





## Další případy

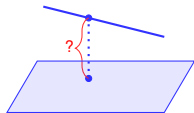
- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$

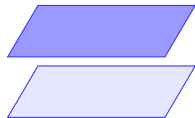


- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



- e) vzdálenost rovin  $\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$



## Další případy

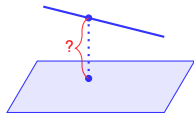
- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$

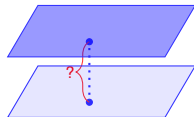


- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



- e) vzdálenost rovin  $\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$



## Další případy

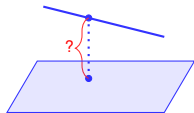
- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



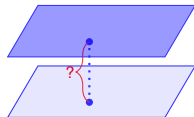
- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



- e) vzdálenost rovin  $\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(\rho, \sigma) \quad , \text{ jsou-li rovnoběžné různé}$$



## Další případy

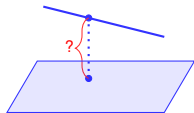
- d) vzdálenost přímek  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + sv, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



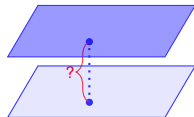
- e) vzdálenost přímky  $p: X = A + tu, \quad t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



- e) vzdálenost rovin  $\rho: X = A + tu + sv, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma: X = C + kw + rx, \quad k, r \in \mathbb{R}$

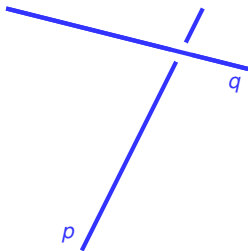
$$d(\rho, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li rovnoběžné různé}$$



## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

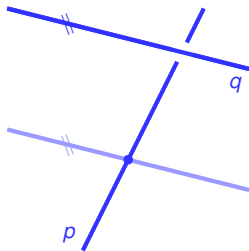
a) odchylku přímek  $p, q$



## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$

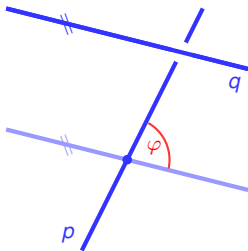


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

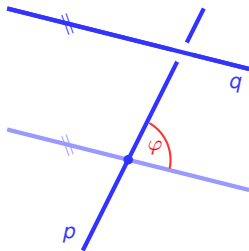


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



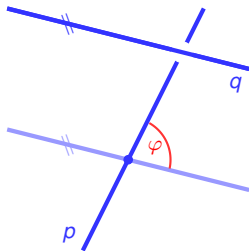


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$

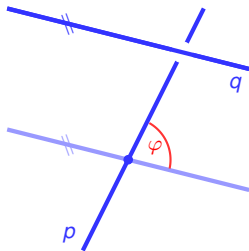


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|\quad \cdot \quad|}{|\quad| |\quad|}$$

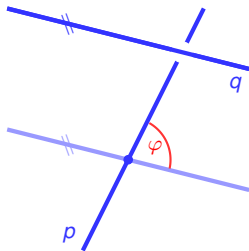


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}}$$

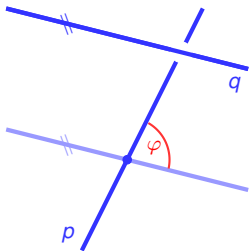


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{| \quad | \quad |}$$

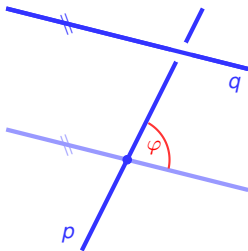


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| \cdot |(2, 2, 1)|}$$

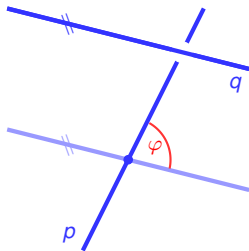


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|}$$

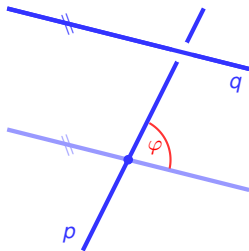


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{| \quad + \quad + \quad |}{\quad \quad \quad}$$

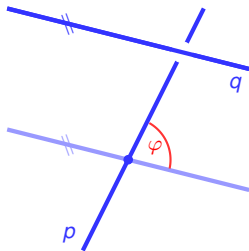


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + \quad + \quad|}{\quad \quad \quad}$$



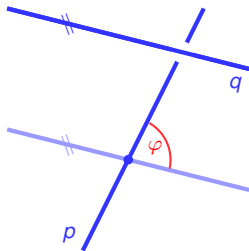


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2} \sqrt{9}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

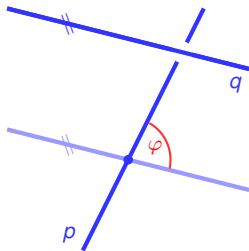


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\dots}$$

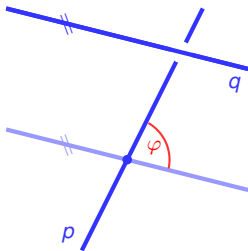


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}}$$

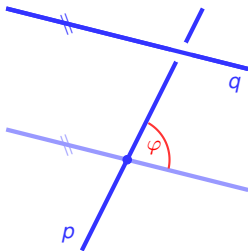


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}}$$

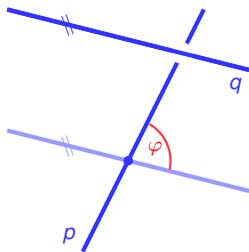


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

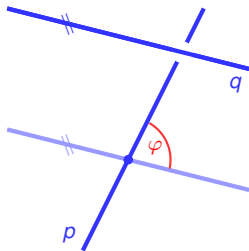


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



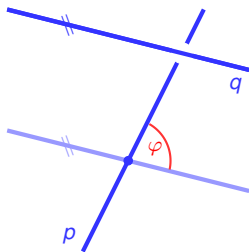
# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$



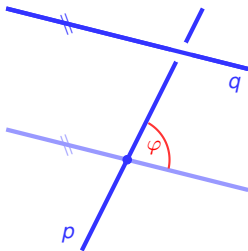
# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  z intervalu  $\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$





## Dvě přímky

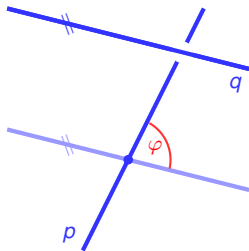
**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  z intervalu  $\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$

$$\varphi = \frac{\pi}{4}$$



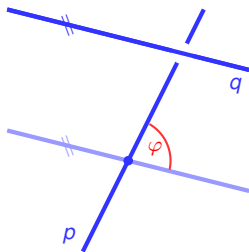
## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) **odchylku přímek**  $p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q: X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  z intervalu  $\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$   
 $\varphi = \frac{\pi}{4} \sim 45^\circ$

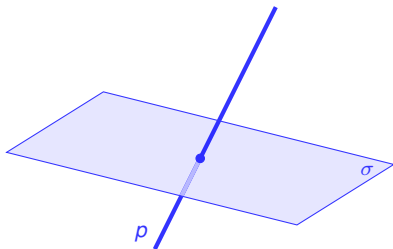


# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$

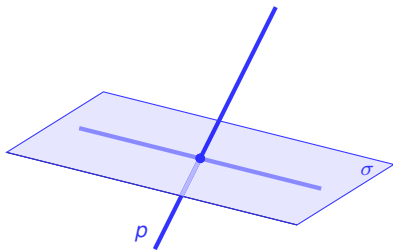


# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$



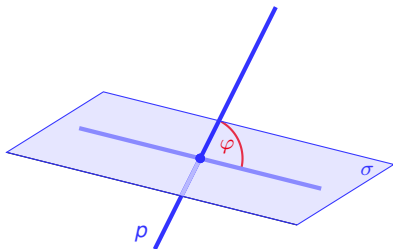
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle :$$



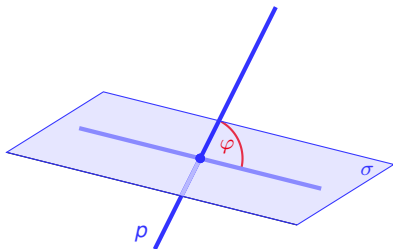
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}$$



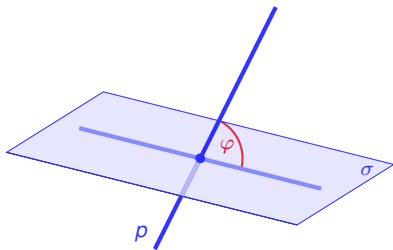
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}$$



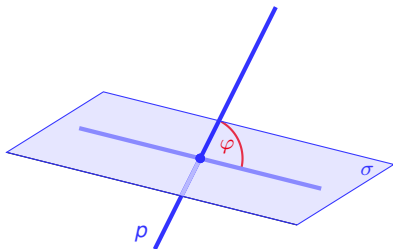
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|\cdot|}{| | |}$$





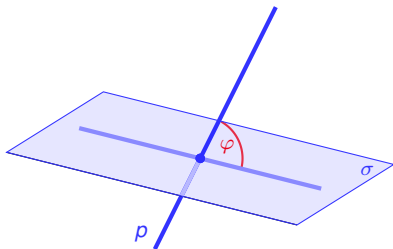
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot \quad|}{|\quad| |\quad|}$$



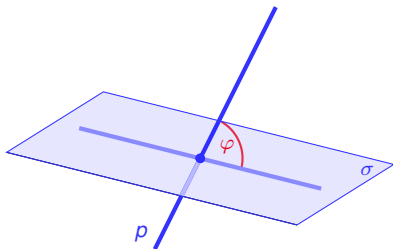
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{| \quad | \quad |}$$



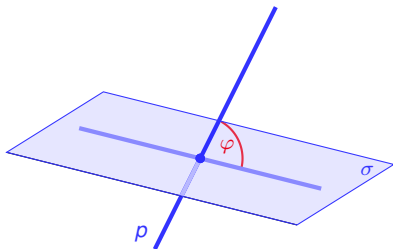
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| \cdot |(2, -5, -2)|}$$



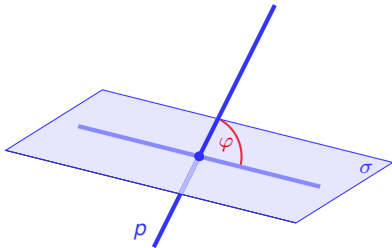
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|}$$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

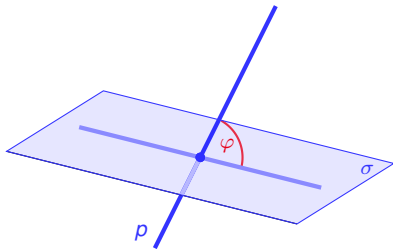
Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \underline{\hspace{2cm}}$$



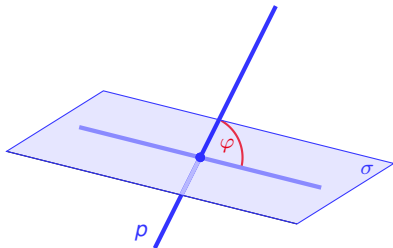
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{|1| \sqrt{29}} = 0$$



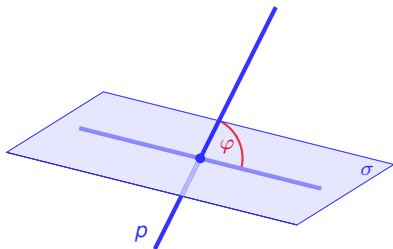
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}}$$



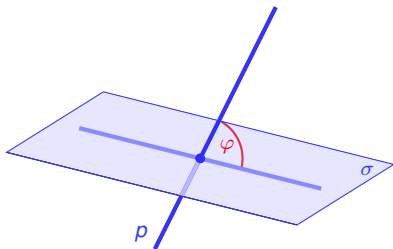
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}\sqrt{33}}$$





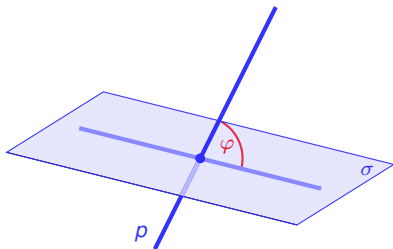
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}\sqrt{33}} = 0$$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

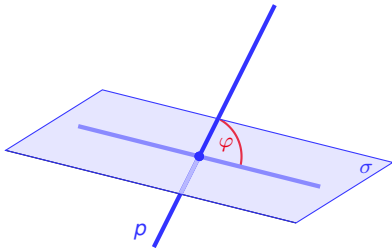
$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}\sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

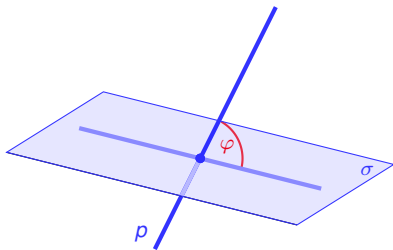
$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}\sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

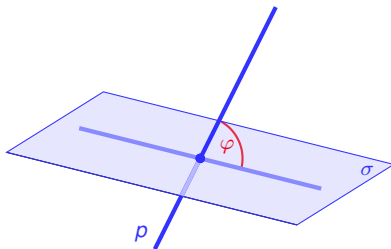
Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) **odchylku přímky**  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}\sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$\underline{\underline{\varphi = 0}}$$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

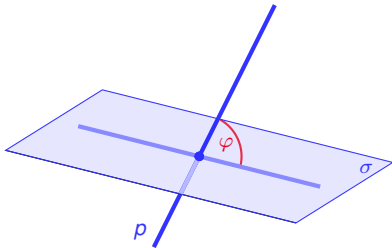
b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}\sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$\varphi = 0$  ... vzpomeňme, že  $p \parallel \sigma$



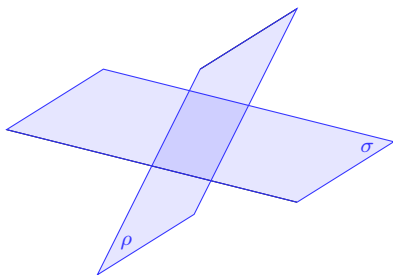
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$

$C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$



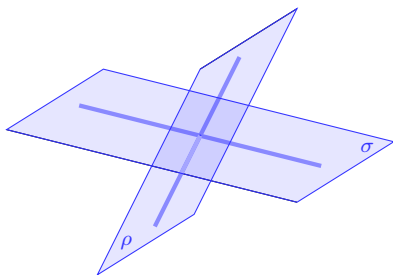
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$

$C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$



## Dvě roviny

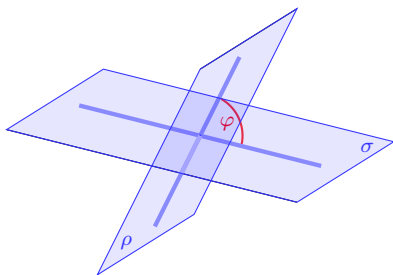
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$





## Dvě roviny

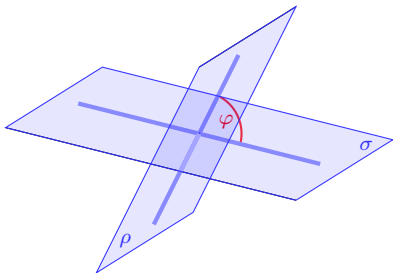
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}$$



## Dvě roviny

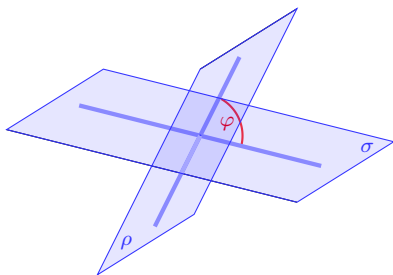
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}$$

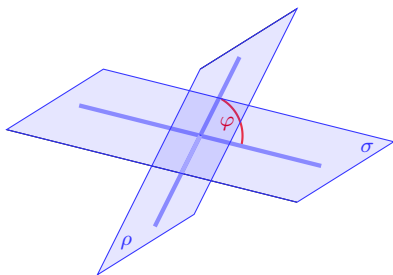


## Dvě roviny

**Příklad 4.1:** (pokračování)Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|\quad \cdot \quad|}{|\quad| |\quad|}$$

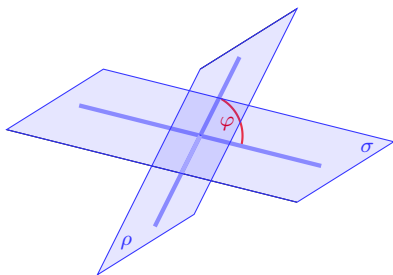


## Dvě roviny

**Příklad 4.1:** (pokračování)Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot \quad|}{|\quad| |\quad|}$$



# Dvě roviny

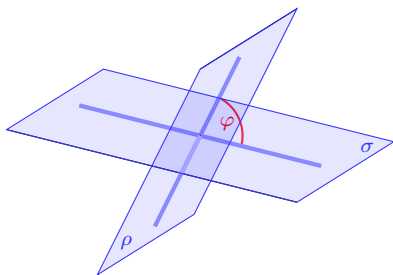
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{| \quad | \quad | \quad |}$$



## Dvě roviny

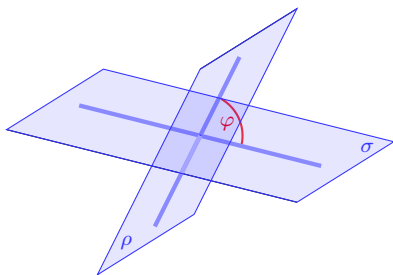
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| | (2, -5, -2) |}$$

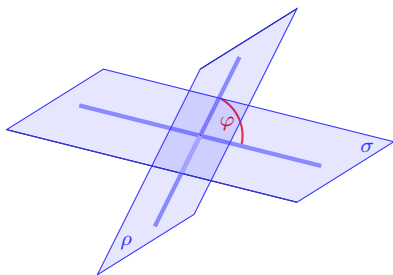


## Dvě roviny

**Příklad 4.1:** (pokračování)Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

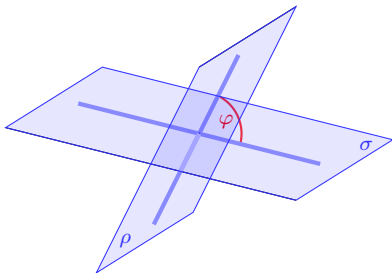


## Dvě roviny

**Příklad 4.1:** (pokračování)Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{\quad}{\quad}$$





## Dvě roviny

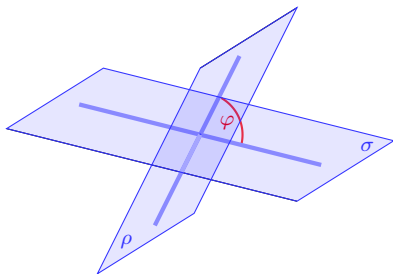
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|-4 - 5 - 4|}{\dots}$$



## Dvě roviny

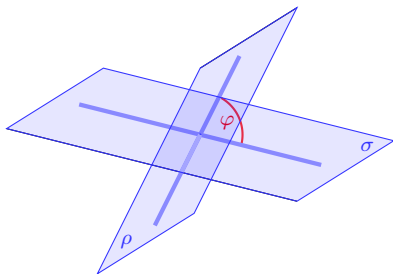
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3}$$



## Dvě roviny

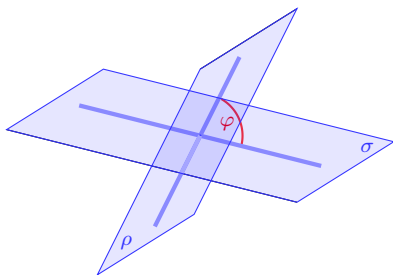
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}}$$



## Dvě roviny

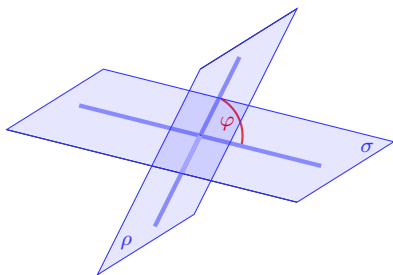
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}}$$



## Dvě roviny

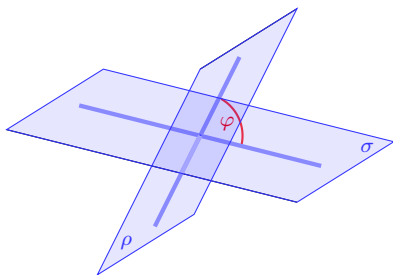
### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}}$$

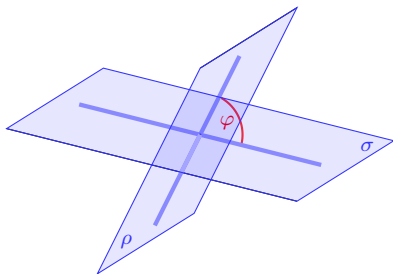


## Dvě roviny

**Příklad 4.1:** (pokračování)Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$



## Dvě roviny

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$

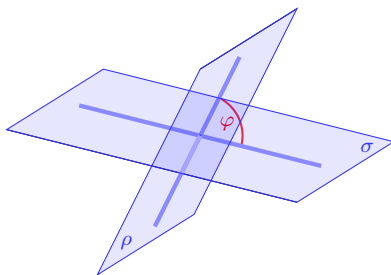
$C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$

tj. řešení rovnice

$$\cos \varphi = 0.75$$



## Dvě roviny

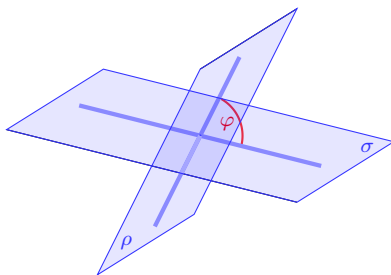
**Příklad 4.1:** (pokračování)Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) **odchylku rovin**  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R},$   
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$

tj. řešení rovnice

$$\cos \varphi = 0.75 \quad \text{z intervalu } \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$





## Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

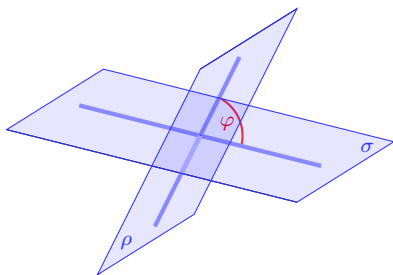
c) odchylku rovin  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$
$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$

tj. řešení rovnice

$$\cos \varphi = 0.75 \quad \text{z intervalu } \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

$$\underline{\underline{\varphi \doteq 0.72 \sim 41^\circ}}$$



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$$



• Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$

- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých

- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



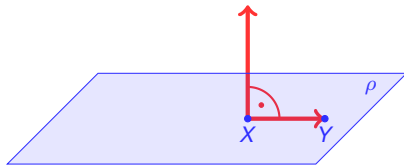
- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $X, Y \in \rho$ ,





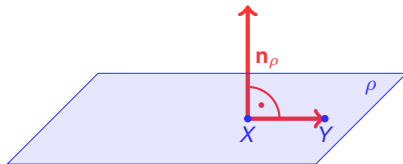
- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $X, Y \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$



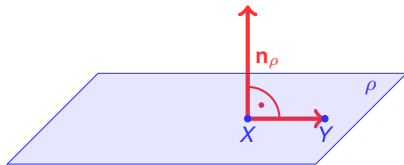
- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

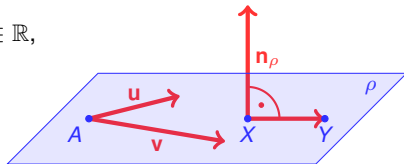
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. **normálový vektor roviny**  $\rho$ .

- Je-li  $\rho : \mathbf{X} = \mathbf{A} + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,



• Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

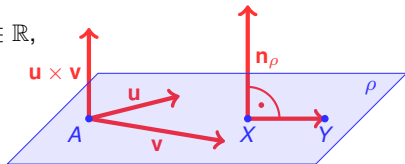
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. **normálový vektor roviny**  $\rho$ .

- Je-li  $\rho : \mathbf{X} = \mathbf{A} + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
lze volit např.  $\mathbf{n}_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

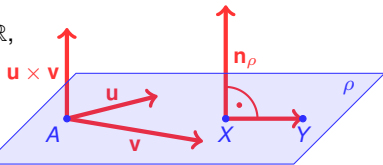
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. **normálový vektor roviny**  $\rho$ .

- Je-li  $\rho : \mathbf{X} = \mathbf{A} + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
lze volit např.  $\mathbf{n}_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho$$

• Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ 

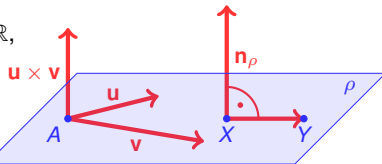
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. **normálový vektor roviny**  $\rho$ .

- Je-li  $\rho : \mathbf{X} = \mathbf{A} + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
lze volit např.  $\mathbf{n}_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho \iff n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + d = 0$$

• Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ 

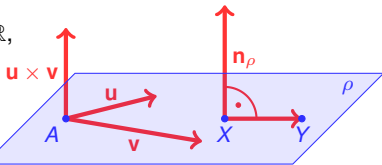
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. **normálový vektor roviny**  $\rho$ .

- Je-li  $\rho : \mathbf{X} = \mathbf{A} + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
lze volit např.  $\mathbf{n}_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



$$\mathbf{n}_\rho = (n_1, n_2, n_3), \quad d \in \mathbb{R}:$$

$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho \iff n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + d = 0$$

- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$

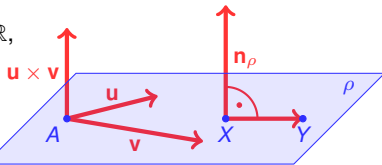
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech  
navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $\mathbf{Y} - \mathbf{X}$ , kde  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho$ ,  
značíme  $\mathbf{n}_\rho$ ; jde o tzv. **normálový vektor roviny**  $\rho$ .

- Je-li  $\rho : \mathbf{X} = \mathbf{A} + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
lze volit např.  $\mathbf{n}_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



- **Obecná rovnice roviny** s normálovým vektorem  $\mathbf{n}_\rho = (n_1, n_2, n_3)$ ,  $d \in \mathbb{R}$ :

$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho \iff n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + d = 0$$



**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1)$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$



**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
-

**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
- 

$$x_1 = t,$$

**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
- 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s,$$

**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
- 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \underline{4x_1 - 8x_2 + 6}$$

**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
- 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2}$$

**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
- 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2}$$

**Příklad 4.2:** Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

- b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$
- 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$

---

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

$$\begin{aligned} \sigma : \quad x_1 &= t \\ x_2 &= s \\ x_3 &= 3 + 2t - 4s \end{aligned}$$





**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$

---

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

$$\sigma : \left. \begin{array}{l} x_1 = t \\ x_2 = s \\ x_3 = 3 + 2t - 4s \end{array} \right\} t, s \in \mathbb{R}$$



**Příklad 4.2:** Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\underline{\underline{\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0}}$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$

---

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

$$\sigma : \left. \begin{array}{l} x_1 = t \\ x_2 = s \\ x_3 = 3 + 2t - 4s \end{array} \right\} t, s \in \mathbb{R}$$

$$\sigma : X = [0, 0, 3] + t(1, 0, 2) + s(0, 1, -4), \quad t, s \in \mathbb{R}.$$



vektor:

vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2)$$

vektor:

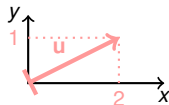
$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$

- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$

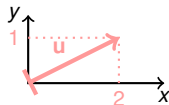
- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



- Aritmetický vektor:

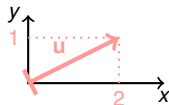
$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$





- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



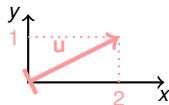
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



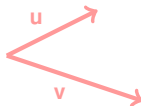
- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



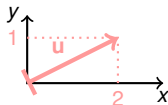
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



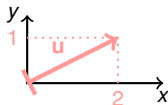
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



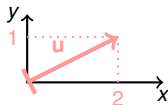
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



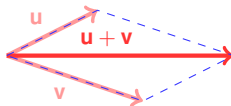
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



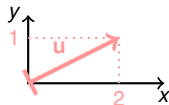
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



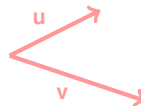
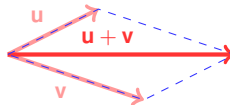
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



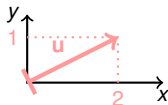
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



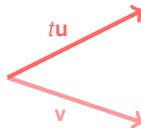
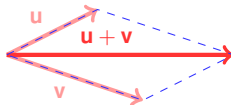
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



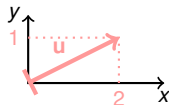
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



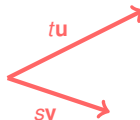
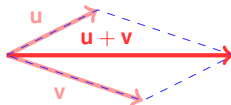
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- součet vektorů

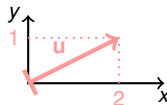
$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$





- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



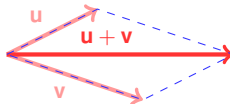
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



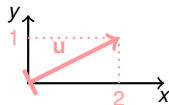
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



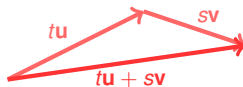
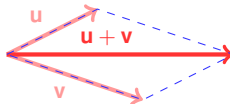
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



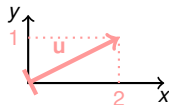
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



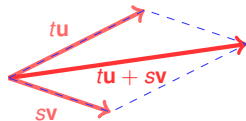
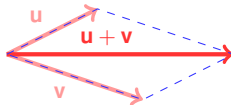
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



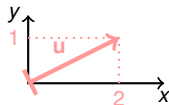
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



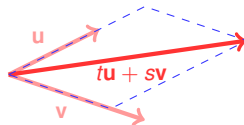
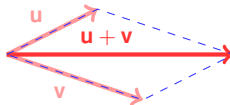
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



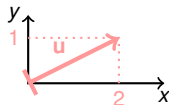
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



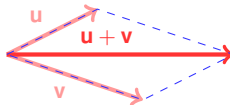
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



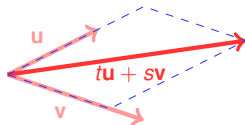
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$

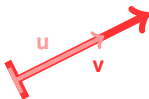


- lineární kombinace vektorů

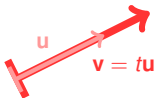
$$t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$$



- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



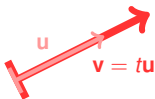
- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



... jeden je násobkem druhého

## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :

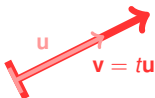


... jeden je násobkem druhého



## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :

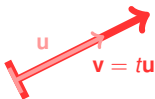


... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :

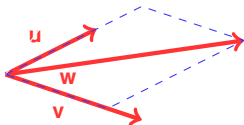
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



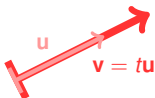
...jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



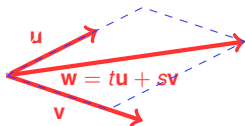
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



... jeden je násobkem druhého

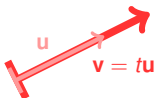
- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



... jeden je lineární kombinací  
ostatních

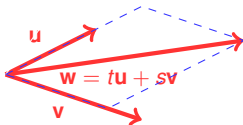
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



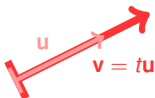
... jeden je lineární kombinací  
ostatních

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



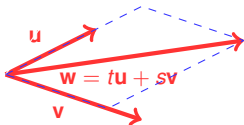
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



...jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



...jeden je lineární kombinací  
ostatních

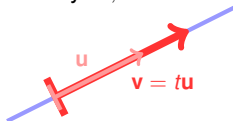
## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



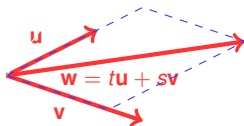
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



... jeden je násobkem druhého

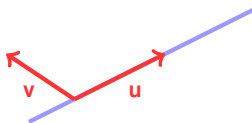
- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



... jeden je lineární kombinací  
ostatních

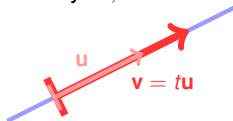
## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



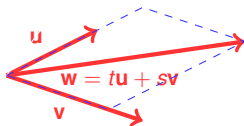
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



...jeden je násobkem druhého

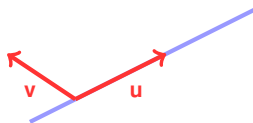
- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



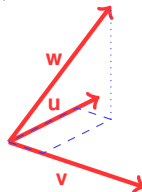
...jeden je lineární kombinací ostatních

## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :

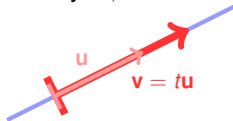


- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



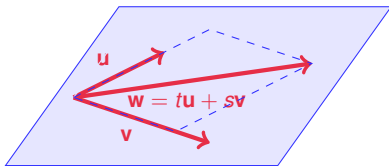
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



...jeden je násobkem druhého

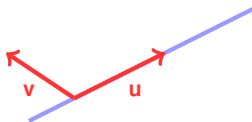
- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :



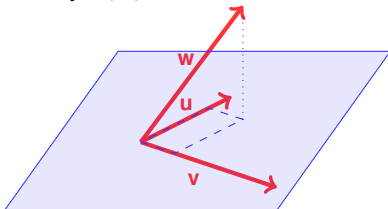
...jeden je lineární kombinací ostatních

## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  :



- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  :





**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1)$$

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\underline{\text{ne}}}$$

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\underline{\text{ne}}}$$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\underline{\text{ne}}}$$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\underline{\text{ne}}}$$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\underline{\text{ne}}}$$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad h(A)=3$$



Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} h(A)=3 \\ m=3 \end{matrix}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\text{ano}}}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{matrix} h(A)=3 \\ m=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\text{ano}}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5) \quad \dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\text{ano}}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{matrix} h(A)=3 \\ m=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5) \quad \dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{c} \leftarrow \cdot(2) \\ \leftarrow \end{array}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{c} \leftarrow \cdot(-3) \\ \leftarrow \end{array}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{c} \leftarrow \cdot(2) \\ \leftarrow \end{array}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{c} \leftarrow \cdot(-3) \\ \leftarrow \end{array}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A)=2$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{matrix} h(A)=3 \\ m=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{matrix} h(A)=2 \\ m=3 \end{matrix} \right\}$$

Je-li hodnost matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{matrix} h(A)=3 \\ m=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\text{ano}}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-2) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\cdot(-3) \\ \leftarrow}} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{matrix} h(A)=2 \\ m=3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\text{ne}}}$$



**Konec**  
(Referát)