

Planimetrie

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

3. Základní planimetrické věty

GOA –
ORLOVA.CZ

Pythagorova věta

Pythagorova věta

Při obvyklém značení stran a úhlů v pravoúhlém trojúhelníku s přeponou c platí

$$c^2 = a^2 + b^2$$

„Obsah čtverce sestrojeného nad přeponou pravoúhlého trojúhelníka se rovná součtu obsahů čtverců sestrojených nad jeho odvěsnami.“

Příklad 3.1 Určete zbývající stranu a vnitřní úhly v pravoúhlém $\triangle ABC$, je-li $a = 2$, $c = 3$.

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 3^2 - 2^2$$

$$b^2 = 9 - 4$$

$$b^2 = 5$$

$$b = \pm\sqrt{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{2}{3}$$

$$\alpha \doteq 41,81^\circ$$

$$\alpha \doteq 41^\circ 49'$$

$$\beta = 180^\circ - (\gamma + \alpha)$$

$$\beta \doteq 180^\circ - (90^\circ + 41^\circ 49')$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 48^\circ 11'}}$$

záporné číslo nemůže být délkou strany

$$\Rightarrow \underline{\underline{b = \sqrt{5}}}$$

Eukleidovy věty

Eukleidova věta o výšce

Při obvyklém značení stran a úhlů v pravoúhlém trojúhelníku s přeponou c platí

$$v_c^2 = c_a \cdot c_b$$

„Obsah čtverce sestrojeného nad výškou pravoúhlého trojúhelníka se rovná obsahu obdélníka sestrojeného z obou úseků přepony.“

Příklad 3.2 Určete výšku v_c v pravoúhlém $\triangle ABC$, s přeponou $c = 10$ a s úsekem přepony $c_b = 6$.

$$c = c_a + c_b$$

$$v_c^2 = c_a \cdot 6$$

$$10 = c_a + 6$$

$$v_c^2 = 4 \cdot 6$$

$$\underline{\underline{c_a = 4}}$$

$$v_c^2 = 24$$

$$v_c = \pm \sqrt{24}$$

záporné číslo nemůže být výškou

$$\Rightarrow v_c = \sqrt{24} = \underline{\underline{2\sqrt{6}}}$$

$$\beta = 180^\circ - (\gamma + \alpha)$$

$$\beta \doteq 180^\circ - (90^\circ + 41^\circ 49')$$

$$\underline{\underline{\beta \doteq 48^\circ 11'}}$$

Eukleidovy věty

Eukleidova věta o odvěsně

Při obvyklém značení stran a úhlů v pravoúhlém trojúhelníku s přeponou c platí

$$a^2 = c \cdot c_a$$

$$b^2 = c \cdot c_b$$

„Obsah čtverce sestrojeného nad odvěsnou pravoúhlého trojúhelníka se rovná obsahu obdélníka sestrojeného z přepony a jejího odpovídajícího úseku.“

Příklad 3.3 Určete odvěsny v pravoúhlém $\triangle ABC$, s přeponou $c = 12$ a s úsekem přepony $c_a = 3$.

$$a^2 = 12 \cdot 3$$

$$c = c_a + c_b$$

$$b^2 = 12 \cdot c_b$$

$$a^2 = 36$$

$$12 = 3 + c_b$$

$$b^2 = 12 \cdot 9$$

$$\underline{\underline{a = 6}}$$

$$\underline{\underline{c_b = 9}}$$

$$b = \sqrt{12 \cdot 9}$$

$$b = \sqrt{3 \cdot 36}$$

$$\underline{\underline{b = 6\sqrt{3}}}$$

Příklad 3.4

V pravoúhlém $\triangle ABC$ určete

- a) $b, c, c_a, c_b, \alpha, \beta$, je-li $\gamma = 90^\circ$, $a = 3$, $v = \sqrt{5}$,
- b) $b, a_b, a_c, v, \beta, \gamma$, je-li $\alpha = 90^\circ$, $a = 3, c = \sqrt{6}$.

Konec
(3. Základní planimetrické věty)