Analytická geometrie

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

7. Kružnice

GOA – ORLOVA.CZ

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \quad \text{kde } q=r^2}$.

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde } q = r^2}.$
- obecnou rovnicí: $\boxed{x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0, \qquad \text{kde } p = m^2 + n^2 - r^2}.$

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde } q = r^2}$.
- obecnou rovnicí: $\boxed{x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0, \qquad \text{kde } p = m^2 + n^2 - r^2}$.

Příklad 7.1 Najděte středovou a obecnou rovnici kružnice se středem $S = [2; 3]$ a polom. $r = 4$.

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde } q=r^2}$.
- obecnou rovnicí: $\boxed{x^2+y^2-2mx-2ny+p=0, \qquad \text{kde } p=m^2+n^2-r^2}$.

Příklad 7.1 Najděte středovou a obecnou rovnici kružnice se středem $S=[2;3]$ a polom. $r=4$.

- středová:

$$(x-2)^2+(y-3)^2=4^2$$

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde } q = r^2}$.
- obecnou rovnicí: $\boxed{x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0, \qquad \text{kde } p = m^2 + n^2 - r^2}$.

Příklad 7.1 Najděte středovou a obecnou rovnici kružnice se středem $S = [2; 3]$ a polom. $r = 4$.

- středová:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2$$
$$\underline{\underline{(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16}}$$

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde } q=r^2}$.
- obecnou rovnicí: $\boxed{x^2+y^2-2mx-2ny+p=0, \qquad \text{kde } p=m^2+n^2-r^2}$.

Příklad 7.1 Najděte středovou a obecnou rovnici kružnice se středem $S=[2;3]$ a polom. $r=4$.

- středová:

$$(x-2)^2+(y-3)^2=4^2$$
$$\underline{\underline{(x-2)^2+(y-3)^2=16}}$$

- obecná:

$$x^2+y^2-2\cdot 2\cdot x-2\cdot 3\cdot y+(2^2+3^2-4^2)=0$$

Rovnice kružnice

Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu, tzv. středu kružnice, danou vzdálenost, tzv. poloměr kružnice.

Kružnici se středem $S[m; n]$ a poloměrem r lze zapsat

- středovou rovnicí: $\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde } q=r^2}$.
- obecnou rovnicí: $\boxed{x^2+y^2-2mx-2ny+p=0, \qquad \text{kde } p=m^2+n^2-r^2}$.

Příklad 7.1 Najděte středovou a obecnou rovnici kružnice se středem $S=[2;3]$ a polom. $r=4$.

- středová:

$$(x-2)^2+(y-3)^2=4^2$$
$$\underline{\underline{(x-2)^2+(y-3)^2=16}}$$

- obecná:

$$x^2+y^2-2\cdot 2\cdot x-2\cdot 3\cdot y+(2^2+3^2-4^2)=0$$
$$\underline{\underline{x^2+y^2-4x-6y-3=0}}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25$, b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0$.

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25$, b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$.

---

a) $m = -2$,

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25,$ b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0.$

---

a) $m=-2,\quad n=6$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25,$ b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0.$

---

a) $\underbrace{m = -2, \quad n = 6}_{S = [-2; 6]}$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25$, b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$.

---

a) $\underbrace{m = -2, \quad n = 6}_{\underline{\underline{S = [-2; 6]}}}, \quad r^2 = 25$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25,$ b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0.$

---

a) $\underbrace{m=-2, \quad n=6}_{S=[-2;6]}$, $r^2=25$

$r=5$ ($r=-5$ zamítáme)

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25$, b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$.

---

a) $\underbrace{m = -2, \quad n = 6}_{\underline{\underline{S = [-2; 6]}}}$, $r^2 = 25$

$\underline{\underline{r = 5}}$ ($r = -5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25,$ b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0.$

---

a) $\underbrace{m = -2, \quad n = 6}_{S = [-2; 6]}$, $r^2 = 25$

$r = 5$ ($r = -5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L} = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25$, b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0$.

---

a) $\underbrace{m=-2, \quad n=6}_{S=[-2;6]}$, $r^2=25$

$r=5$ ($r=-5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L}=x^2+y^2-4x-6y+12=\left(x^2-4x\right)+\left(y^2-6y\right)+12$$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25$, b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0$.

---

a) $\underbrace{m=-2, \quad n=6}_{S=[-2;6]}$, $r^2=25$

$r=5$ ($r=-5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L}=x^2+y^2-4x-6y+12=(x^2-4x)+(y^2-6y)+12$$
$$=\left(x^2-4x+(-2)^2\right)-(-2)^2$$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25,$ b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0.$

---

a) $\underbrace{m = -2, \quad n = 6}_{\underline{\underline{S = [-2; 6]}}}$, $r^2 = 25$

$\underline{\underline{r = 5}}$ $(r = -5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L} = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = (x^2 - 4x) + (y^2 - 6y) + 12$$
$$= \left(x^2 - 4x + (-2)^2\right) - (-2)^2 + \left(y^2 - 6y + (-3)^2\right) - (-3)^2 + 12$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 25$, b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$.

---

a) $\underbrace{m = -2, \quad n = 6}_{\underline{\underline{S = [-2; 6]}}}$, $r^2 = 25$

$\underline{\underline{r = 5}}$ ($r = -5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L} = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = (x^2 - 4x) + (y^2 - 6y) + 12$$
$$= \left(x^2 - 4x + (-2)^2\right) - (-2)^2 + \left(y^2 - 6y + (-3)^2\right) - (-3)^2 + 12$$
$$= (x-2)^2 + (y-3)^2 - 4 - 9 + 12$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25$, b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0$.

---

a) $\underbrace{m=-2, \quad n=6}_{S=[-2;6]}$, $r^2=25$

$r=5$ ($r=-5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L}=x^2+y^2-4x-6y+12=(x^2-4x)+(y^2-6y)+12$$
$$=\left(x^2-4x+(-2)^2\right)-(-2)^2+\left(y^2-6y+(-3)^2\right)-(-3)^2+12$$
$$=(x-2)^2+(y-3)^2-4-9+12=(x-2)^2+(y-3)^2-1$$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25,$ b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0.$

---

a) $\underbrace{m=-2,\quad n=6}_{S=[-2;6]}$, $r^2=25$

$r=5$ $(r=-5$ zamítáme)

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L}=x^2+y^2-4x-6y+12=(x^2-4x)+(y^2-6y)+12$$
$$=\left(x^2-4x+(-2)^2\right)-(-2)^2+\left(y^2-6y+(-3)^2\right)-(-3)^2+12$$
$$=(x-2)^2+(y-3)^2-4-9+12=(x-2)^2+(y-3)^2-1$$

…středová rovnice je $(x-2)^2+(y-3)^2=1,$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q,\qquad \text{kde}\quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.2 Určete střed a poloměr kružnice dané rovnicí

a) $(x+2)^2+(y-6)^2=25$, b) $x^2+y^2-4x-6y+12=0$.

---

a) $\underbrace{m=-2,\quad n=6}_{S=[-2;6]}$, $r^2=25$

$r=5$ $(r=-5$ zamítáme$)$

b) zjistíme středovou rovnici; výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\mathbf{L}=x^2+y^2-4x-6y+12=(x^2-4x)+(y^2-6y)+12$$
$$=\left(x^2-4x+(-2)^2\right)-(-2)^2+\left(y^2-6y+(-3)^2\right)-(-3)^2+12$$
$$=(x-2)^2+(y-3)^2-4-9+12=(x-2)^2+(y-3)^2-1$$

. . . středová rovnice je $(x-2)^2+(y-3)^2=1$, odkud $S=[2;3]$ a $r=1$.

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

$$[0; 0] \in k \iff (0 - m)^2 + (0 - n)^2 = q$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x - m)^2 + (y - n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

$$\begin{aligned}
[0; 0] \in k &\iff (0 - m)^2 + (0 - n)^2 = q \\
[1; 3] \in k &\iff (1 - m)^2 + (3 - n)^2 = q
\end{aligned}$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x - m)^2 + (y - n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

$$
\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k &\iff \underline{(4-m)^2 + (2-n)^2 = q}
\end{aligned}
$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

$$
\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}
$$

$$m^2 + n^2 = q$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$[0;0] \in k \iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q$$
$$[1;3] \in k \iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q$$
$$[4;2] \in k \iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$
\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}
$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

$$
\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q\\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q\\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}
$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$
\begin{aligned}
[0;0] \in k \iff \quad & (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k \iff \quad & (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k \iff \quad & (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}
$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$

$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$[0;0] \in k \iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q$$
$$[1;3] \in k \iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q$$
$$[4;2] \in k \iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q$$

$$m^2 + n^2 = q$$
$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$
$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$
$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n$$
$$20 = 8m + 4n$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$
\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}
$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$

$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \quad \cdot(-4)$$

$$20 = 8m + 4n$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$[0;0] \in k \iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q$$
$$[1;3] \in k \iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q$$
$$[4;2] \in k \iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q$$

$$m^2 + n^2 = q$$
$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$
$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$
$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \quad \cdot(-4)$$
$$20 = 8m + 4n$$

$$10 = 2m + 6n$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

$$[0;0] \in k \iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q$$
$$[1;3] \in k \iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q$$
$$[4;2] \in k \iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q$$

$$m^2 + n^2 = q$$
$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$
$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$
$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \quad \cdot(-4)$$
$$20 = 8m + 4n$$

$$10 = 2m + 6n$$
$$-20 = -20n$$

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

$$\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q\\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q\\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$

$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \quad \cdot(-4)$$

$$20 = 8m + 4n$$

$$10 = 2m + 6n$$

$$-20 = -20n \implies \underline{n = 1}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$.

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x - m)^2 + (y - n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

$$\begin{aligned}
[0; 0] \in k &\iff (0 - m)^2 + (0 - n)^2 = q \\
[1; 3] \in k &\iff (1 - m)^2 + (3 - n)^2 = q \\
[4; 2] \in k &\iff (4 - m)^2 + (2 - n)^2 = q
\end{aligned}$$

$$m^2 + n^2 = q$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$

$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$

$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \qquad \cdot(-4)$$

$$20 = 8m + 4n$$

$$10 = 2m + 6n \qquad \Longrightarrow \quad 10 = 2m + 6 \cdot 1$$

$$-20 = -20n \qquad \Longrightarrow \quad n = 1$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[0;0]$, $B=[1;3]$, $C=[4;2]$.

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

$$\begin{aligned}
[0;0]\in k &\iff (0-m)^2+(0-n)^2=q\\
[1;3]\in k &\iff (1-m)^2+(3-n)^2=q\\
[4;2]\in k &\iff (4-m)^2+(2-n)^2=q
\end{aligned}$$

$$m^2+n^2=q$$

$$1-2m+m^2+9-6n+n^2=q$$

$$16-8m+m^2+4-4n+n^2=q$$

$$1-2m+9-6n=0$$

$$16-8m+4-4n=0$$

$$10=2m+6n \quad \cdot(-4)$$

$$20=8m+4n$$

$$10=2m+6n \implies 10=2m+6\cdot 1$$

$$-20=-20n \implies n=1 \qquad m=2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$.

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

$$\begin{aligned}
[0;0] \in k &\iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q \\
[1;3] \in k &\iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q \\
[4;2] \in k &\iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q
\end{aligned}$$

$$m^2 + n^2 = q \quad \Longrightarrow \quad \underset{\sim\sim\sim}{q = 5}$$

$$\begin{aligned}
1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 &= q \\
16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 &= q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 - 2m + 9 - 6n &= 0 \\
16 - 8m + 4 - 4n &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10 &= 2m + 6n \quad \cdot(-4) \\
20 &= 8m + 4n
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10 &= 2m + 6n & \Longrightarrow \quad 10 &= 2m + 6 \cdot 1 \\
-20 &= -20n \quad \Longrightarrow \quad \underset{\sim\sim\sim}{n = 1} & \underset{\sim\sim\sim}{m = 2}
\end{aligned}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[0;0]$, $B=[1;3]$, $C=[4;2]$.

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

$$
\begin{aligned}
[0;0]\in k &\iff (0-m)^2+(0-n)^2=q\\
[1;3]\in k &\iff (1-m)^2+(3-n)^2=q\\
[4;2]\in k &\iff (4-m)^2+(2-n)^2=q
\end{aligned}
$$

$$m^2+n^2=q \implies \underset{\sim\sim}{q=5}$$

$$1-2m+m^2+9-6n+n^2=q$$

$$16-8m+m^2+4-4n+n^2=q$$

$$1-2m+9-6n=0$$

$$16-8m+4-4n=0$$

$$10=2m+6n \quad \cdot(-4)$$

$$20=8m+4n$$

$$10=2m+6n \implies 10=2m+6\cdot 1$$

$$-20=-20n \implies \underset{\sim\sim}{n=1} \qquad \underset{\sim\sim}{m=2}$$

$$k:\ (x-2)^2+(y-1)^2=5$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[0;0]$, $B=[1;3]$, $C=[4;2]$. Leží na této kružnici bod $D=[-3;-3]$?

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

$$[0;0]\in k \iff (0-m)^2+(0-n)^2=q$$
$$[1;3]\in k \iff (1-m)^2+(3-n)^2=q$$
$$[4;2]\in k \iff (4-m)^2+(2-n)^2=q$$

$$m^2+n^2=q \implies \underset{\sim\sim\sim}{q=5}$$

$$1-2m+m^2+9-6n+n^2=q$$
$$16-8m+m^2+4-4n+n^2=q$$

$$1-2m+9-6n=0$$
$$16-8m+4-4n=0$$

$$10=2m+6n \quad \cdot(-4)$$
$$20=8m+4n$$

$$10=2m+6n \implies 10=2m+6\cdot 1$$
$$-20=-20n \implies \underset{\sim\sim\sim}{n=1} \qquad \underset{\sim\sim\sim}{m=2}$$

$$\underline{\underline{k:\ (x-2)^2+(y-1)^2=5}}$$

Leží bod $D=[-3;-3]$ na kružnici k?

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[0;0]$, $B=[1;3]$, $C=[4;2]$. Leží na této kružnici bod $D=[-3;-3]$?

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

$$[0;0]\in k \iff (0-m)^2+(0-n)^2=q$$
$$[1;3]\in k \iff (1-m)^2+(3-n)^2=q$$
$$[4;2]\in k \iff (4-m)^2+(2-n)^2=q$$

$$m^2+n^2=q \implies q=5$$

$$1-2m+m^2+9-6n+n^2=q$$
$$16-8m+m^2+4-4n+n^2=q$$

$$1-2m+9-6n=0$$
$$16-8m+4-4n=0$$

$$10=2m+6n \quad \cdot(-4)$$
$$20=8m+4n$$

$$10=2m+6n \implies 10=2m+6\cdot 1$$
$$-20=-20n \implies n=1 \qquad m=2$$

$$k:\ (x-2)^2+(y-1)^2=5$$

Leží bod $D=[-3;-3]$ na kružnici k?

$$[-3;-3]\in k \iff (-3-2)^2+(-3-1)^2=5$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[0;0]$, $B=[1;3]$, $C=[4;2]$.
Leží na této kružnici bod $D=[-3;-3]$?

$$[0;0]\in k \iff (0-m)^2+(0-n)^2=q$$
$$[1;3]\in k \iff (1-m)^2+(3-n)^2=q$$
$$[4;2]\in k \iff (4-m)^2+(2-n)^2=q$$

$$m^2+n^2=q \implies q=5$$

$$1-2m+m^2+9-6n+n^2=q$$
$$16-8m+m^2+4-4n+n^2=q$$

$$1-2m+9-6n=0$$
$$16-8m+4-4n=0$$

$$10=2m+6n \quad \cdot(-4)$$
$$20=8m+4n$$

$$10=2m+6n \implies 10=2m+6\cdot 1$$
$$-20=-20n \implies n=1 \qquad m=2$$

$$k:\ (x-2)^2+(y-1)^2=5$$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=q, \qquad \text{kde} \quad q=r^2}$$

Leží bod $D=[-3;-3]$ na kružnici k?

$$[-3;-3]\in k \iff (-3-2)^2+(-3-1)^2=5$$
$$41$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0; 0]$, $B = [1; 3]$, $C = [4; 2]$. Leží na této kružnici bod $D = [-3; -3]$?

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

$$[0;0] \in k \iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q$$
$$[1;3] \in k \iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q$$
$$[4;2] \in k \iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q$$

$$m^2 + n^2 = q \implies q = 5$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$
$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$
$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \quad \cdot(-4)$$
$$20 = 8m + 4n$$

$$10 = 2m + 6n \implies 10 = 2m + 6 \cdot 1$$
$$-20 = -20n \implies n = 1 \qquad m = 2$$

$$k:\ (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$$

Leží bod $D = [-3; -3]$ na kružnici k?

$$[-3; -3] \in k \iff (-3-2)^2 + (-3-1)^2 = 5$$
$$41 \neq 5$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.3 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [0;0]$, $B = [1;3]$, $C = [4;2]$. Leží na této kružnici bod $D = [-3;-3]$?

Kružnice o středu $S = [m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = q, \qquad \text{kde} \quad q = r^2}$$

$$[0;0] \in k \iff (0-m)^2 + (0-n)^2 = q$$
$$[1;3] \in k \iff (1-m)^2 + (3-n)^2 = q$$
$$[4;2] \in k \iff (4-m)^2 + (2-n)^2 = q$$

$$m^2 + n^2 = q \implies q = 5$$

$$1 - 2m + m^2 + 9 - 6n + n^2 = q$$
$$16 - 8m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = q$$

$$1 - 2m + 9 - 6n = 0$$
$$16 - 8m + 4 - 4n = 0$$

$$10 = 2m + 6n \quad \cdot(-4)$$
$$20 = 8m + 4n$$

$$10 = 2m + 6n \implies 10 = 2m + 6 \cdot 1$$
$$-20 = -20n \implies n = 1 \qquad m = 2$$

$$k:\ (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$$

Leží bod $D = [-3;-3]$ na kružnici k?

$$[-3;-3] \in k \iff (-3-2)^2 + (-3-1)^2 = 5$$
$$41 \neq 5$$

Bod D neleží na kružnici k.

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \qquad (1)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \qquad (1)$$

$$[-1; 4] \in k \iff (-1 - m)^2 + (4 - n)^2 = r^2 \qquad (2)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \tag{1}$$

$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \tag{2}$$

$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \tag{3}$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \qquad (1)$$

$$[-1; 4] \in k \iff (-1 - m)^2 + (4 - n)^2 = r^2 \qquad (2)$$

$$[3; 0] \in k \iff (3 - m)^2 + (0 - n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (-1 - m)^2 - (4 - n)^2 = 0 \qquad (1{-}2)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \quad (1)$$

$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \quad (2)$$

$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \quad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (-1-m)^2 - (4-n)^2 = 0 \quad (1\text{–}2)$$

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (3-m)^2 - (0-n)^2 = 0 \quad (1\text{–}3)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \quad (1)$$

$$[-1; 4] \in k \iff (-1 - m)^2 + (4 - n)^2 = r^2 \quad (2)$$

$$[3; 0] \in k \iff (3 - m)^2 + (0 - n)^2 = r^2 \quad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (-1 - m)^2 - (4 - n)^2 = 0 \quad (1-2)$$

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (3 - m)^2 - (0 - n)^2 = 0 \quad (1-3)$$

$$9 + 6m + m^2 + 4 - 4n + n^2 - (1 + 2m + m^2) - (16 - 8n + n^2) = 0$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \quad (1)$$

$$[-1; 4] \in k \iff (-1 - m)^2 + (4 - n)^2 = r^2 \quad (2)$$

$$[3; 0] \in k \iff (3 - m)^2 + (0 - n)^2 = r^2 \quad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (-1 - m)^2 - (4 - n)^2 = 0 \quad (1-2)$$

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (3 - m)^2 - (0 - n)^2 = 0 \quad (1-3)$$

$$9 + 6m + m^2 + 4 - 4n + n^2 - (1 + 2m + m^2) - (16 - 8n + n^2) = 0$$

$$9 + 6m + m^2 + 4 - 4n + n^2 - (9 - 6m + m^2) - n^2 = 0$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \quad (1)$$

$$[-1; 4] \in k \iff (-1 - m)^2 + (4 - n)^2 = r^2 \quad (2)$$

$$[3; 0] \in k \iff (3 - m)^2 + (0 - n)^2 = r^2 \quad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (-1 - m)^2 - (4 - n)^2 = 0 \quad (1\text{–}2)$$

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (3 - m)^2 - (0 - n)^2 = 0 \quad (1\text{–}3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$

$$9 + 6m + m^2 + 4 - 4n + n^2 - (9 - 6m + m^2) - n^2 = 0$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \qquad (1)$$

$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \qquad (2)$$

$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (-1-m)^2 - (4-n)^2 = 0 \qquad (1\text{–}2)$$

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (3-m)^2 - (0-n)^2 = 0 \qquad (1\text{–}3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (9 - 6m + \cancel{m^2}) - \cancel{n^2} = 0$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \qquad (1)$$
$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \qquad (2)$$
$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (-1-m)^2 - (4-n)^2 = 0 \qquad (1-2)$$
$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (3-m)^2 - (0-n)^2 = 0 \qquad (1-3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$
$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (9 - 6m + \cancel{m^2}) - \cancel{n^2} = 0$$

$$4m + 4n = 4 \qquad (4)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \qquad (1)$$
$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \qquad (2)$$
$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (-1-m)^2 - (4-n)^2 = 0 \qquad (1-2)$$
$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (3-m)^2 - (0-n)^2 = 0 \qquad (1-3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$
$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (9 - 6m + \cancel{m^2}) - \cancel{n^2} = 0$$

$$4m + 4n = 4 \qquad (4)$$
$$12m - 4n = -4 \qquad (5)$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \qquad (1)$$
$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \qquad (2)$$
$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (-1-m)^2 - (4-n)^2 = 0 \qquad (1-2)$$
$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (3-m)^2 - (0-n)^2 = 0 \qquad (1-3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$
$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (9 - 6m + \cancel{m^2}) - \cancel{n^2} = 0$$

$$4m + 4n = 4 \qquad (4)$$
$$12m - 4n = -4 \qquad (5)$$

Opět lze použít sčítací metodu: $\quad 16m = 0 \qquad (4+5)$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3; 2] \in k \iff (-3 - m)^2 + (2 - n)^2 = r^2 \qquad (1)$$

$$[-1; 4] \in k \iff (-1 - m)^2 + (4 - n)^2 = r^2 \qquad (2)$$

$$[3; 0] \in k \iff (3 - m)^2 + (0 - n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (-1 - m)^2 - (4 - n)^2 = 0 \qquad (1\text{–}2)$$

$$(-3 - m)^2 + (2 - n)^2 - (3 - m)^2 - (0 - n)^2 = 0 \qquad (1\text{–}3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (9 - 6m + \cancel{m^2}) - \cancel{n^2} = 0$$

$$4m + 4n = 4 \qquad (4)$$

$$12m - 4n = -4 \qquad (5)$$

Opět lze použít sčítací metodu: $\quad 16m = 0 \qquad (4{+}5)$

$$m = 0$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A = [-3; 2]$, $B = [-1; 4]$, $C = [3; 0]$.

$$[-3;2] \in k \iff (-3-m)^2 + (2-n)^2 = r^2 \qquad (1)$$
$$[-1;4] \in k \iff (-1-m)^2 + (4-n)^2 = r^2 \qquad (2)$$
$$[3;0] \in k \iff (3-m)^2 + (0-n)^2 = r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (-1-m)^2 - (4-n)^2 = 0 \qquad (1-2)$$
$$(-3-m)^2 + (2-n)^2 - (3-m)^2 - (0-n)^2 = 0 \qquad (1-3)$$

$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (1 + 2m + \cancel{m^2}) - (16 - 8n + \cancel{n^2}) = 0$$
$$9 + 6m + \cancel{m^2} + 4 - 4n + \cancel{n^2} - (9 - 6m + \cancel{m^2}) - \cancel{n^2} = 0$$

$$4m + 4n = 4 \qquad (4)$$
$$12m - 4n = -4 \qquad (5)$$

Opět lze použít sčítací metodu: $16m = 0 \qquad (4+5)$

$$\underset{\sim}{m = 0}$$

Kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Z (4) dostáváme

$$n = 1 - m = \underset{\sim}{1},$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[-3;2]$, $B=[-1;4]$, $C=[3;0]$.

$$[-3;2]\in k \iff (-3-m)^2+(2-n)^2=r^2 \qquad (1)$$
$$[-1;4]\in k \iff (-1-m)^2+(4-n)^2=r^2 \qquad (2)$$
$$[3;0]\in k \iff (3-m)^2+(0-n)^2=r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2+(2-n)^2-(-1-m)^2-(4-n)^2=0 \qquad (1-2)$$
$$(-3-m)^2+(2-n)^2-(3-m)^2-(0-n)^2=0 \qquad (1-3)$$

$$9+6m+\cancel{m^2}+4-4n+\cancel{n^2}-(1+2m+\cancel{m^2})-(16-8n+\cancel{n^2})=0$$
$$9+6m+\cancel{m^2}+4-4n+\cancel{n^2}-(9-6m+\cancel{m^2})-\cancel{n^2}=0$$

$$4m+4n=4 \qquad (4)$$
$$12m-4n=-4 \qquad (5)$$

Opět lze použít sčítací metodu: $16m=0$ (4+5)

$$\underline{m=0}$$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$\boxed{(x-m)^2+(y-n)^2=r^2}$$

Z (4) dostáváme

$$n=1-m=\underline{1},$$

např. z (3) dostáváme

$$q=3^2+(-1)^2=\underline{10}$$

Rovnice kružnice

Příklad 7.4 Najdi kružnici k, která prochází body $A=[-3;2]$, $B=[-1;4]$, $C=[3;0]$.

$$[-3;2]\in k \iff (-3-m)^2+(2-n)^2=r^2 \qquad (1)$$
$$[-1;4]\in k \iff (-1-m)^2+(4-n)^2=r^2 \qquad (2)$$
$$[3;0]\in k \iff (3-m)^2+(0-n)^2=r^2 \qquad (3)$$

Lze použít sčítací metodu za účelem eliminace r, např.

$$(-3-m)^2+(2-n)^2-(-1-m)^2-(4-n)^2=0 \qquad (1-2)$$
$$(-3-m)^2+(2-n)^2-(3-m)^2-(0-n)^2=0 \qquad (1-3)$$

$$9+6m+\cancel{m^2}+4-4n+\cancel{n^2}-(1+2m+\cancel{m^2})-(16-8n+\cancel{n^2})=0$$
$$9+6m+\cancel{m^2}+4-4n+\cancel{n^2}-(9-6m+\cancel{m^2})-\cancel{n^2}=0$$

$$4m+4n=4 \qquad (4)$$
$$12m-4n=-4 \qquad (5)$$

Opět lze použít sčítací metodu:
$$16m=0 \qquad (4+5)$$
$$\underline{m=0}$$

Kružnice o středu $S=[m;n]$ a poloměru r

$$(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$$

Z (4) dostáváme

$$n=1-m=\underline{1},$$

např. z (3) dostáváme

$$q=3^2+(-1)^2=\underline{10}$$

a středová rovnice je

$$\underline{\underline{x^2+(y-1)^2=10.}}$$

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$,

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$,

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$,

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$,

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \;\wedge\; [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p: x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k: x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$[x; y] \in p \iff x - 2y - 3 = 0$$

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \ \wedge\ [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$[x; y] \in p \iff x - 2y - 3 = 0$$

$$[x; y] \in k \iff x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0$$

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$[x; y] \in p \iff x - 2y - 3 = 0$$
$$[x; y] \in k \iff \underline{x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0}$$

- Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$[x; y] \in p \iff x - 2y - 3 = 0$$
$$[x; y] \in k \iff x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0$$

- Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých ... má jediné řešení $[x; y] = [-1; -2]$.

Přímka a kružnice

Jestliže pro přímku p a kružnici k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně kružnice k a nazývá se vnější přímka kružnice.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká kružnice k v bodě P a nazývá se tečna kružnice k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná kružnici k v bodech P a Q a nazývá se sečna kružnice k.**

Příklad 7.5 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 2y - 3 = 0$ a kružnice

$$k : x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0.$$

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$[x; y] \in p \iff x - 2y - 3 = 0$$
$$[x; y] \in k \iff x^2 + 4x + y^2 - 1 = 0$$

- Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých …má jediné řešení $[x; y] = [-1; -2]$.

$\Longrightarrow$ Přímka p se dotýká kružnice k v bodě $[-1; -2]$.

Tečna kružnice

Tečna kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{(x_T - m)(x - m) + (y_T - n)(y - n) = r^2}$$

Tečna kružnice

Tečna kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{(x_T - m)(x - m) + (y_T - n)(y - n) = r^2}$$

Příklad 7.6 Najděte rovnici tečny t kružnice

$k: \ (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ v bodě $T = [4; -2]$.

Tečna kružnice

Tečna kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{(x_T - m)(x - m) + (y_T - n)(y - n) = r^2}$$

Příklad 7.6 Najděte rovnici tečny t kružnice

$k: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ v bodě $T = [4; -2]$.

$$(4 - 1)(x - 1) + (-2 - 2)(y - 2) = 25$$

Tečna kružnice

Tečna kružnice o středu $S = [m; n]$ a poloměru r v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{(x_T - m)(x - m) + (y_T - n)(y - n) = r^2}$$

Příklad 7.6 Najděte rovnici tečny t kružnice

$k: \; (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ v bodě $T = [4; -2]$.

$$(4-1)(x-1) + (-2-2)(y-2) = 25$$

$$\vdots$$

$$t: \quad 3x - 4y - 20 = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ v jejím bodě $T = [4; -2]$.

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k: \ x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ v jejím bodě $T = [4; -2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\mathbf{L} = x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ v jejím bodě $T = [4; -2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\mathbf{L} = x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = (x^2 - 2x) + (y^2 - 4y) - 20$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ v jejím bodě $T = [4; -2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\mathbf{L} = x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = \left(x^2 - 2x\right) + \left(y^2 - 4y\right) - 20$$
$$= \left(x^2 - 2x + (-1)^2\right) - (-1)^2$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\mathbf{L}=x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20$$
$$=\left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ v jejím bodě $T = [4; -2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = (x^2 - 2x) + (y^2 - 4y) - 20 \\ &= \left(x^2 - 2x + (-1)^2\right) - (-1)^2 + \left(y^2 - 4y + (-2)^2\right) - (-2)^2 - 20 \\ &= (x-1)^2 + (y-2)^2 - 1 - 4 - 20 \end{aligned}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20 = (x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20 = \underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $\quad (x-1)^2+(y-2)^2=25,$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25$, odkud $\underline{S=[1;2]}$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25,$ odkud $\underline{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t.

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20 = (x^2-2x)+(y^2-4y)-20 \\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20 \\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20 = (x-1)^2+(y-2)^2-25 \end{aligned}$$

…středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25$, odkud $S=[1;2]$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S$ lze použít jako normálový vektor tečny t.

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

  …středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25,$ odkud $\underline{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S=(3;-4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t.

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20 = (x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20 = \underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

  ...středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25$, odkud $\underline{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S=(3;-4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t. Můžeme tedy vyjádřit její obecnou rovnici:

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k: \; x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ v jejím bodě $T = [4; -2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = (x^2 - 2x) + (y^2 - 4y) - 20 \\ &= \left(x^2 - 2x + (-1)^2\right) - (-1)^2 + \left(y^2 - 4y + (-2)^2\right) - (-2)^2 - 20 \\ &= (x-1)^2 + (y-2)^2 - 1 - 4 - 20 = \underline{(x-1)^2 + (y-2)^2 - 25}\end{aligned}$$

...středová rovnice je $\quad (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25, \quad$ odkud $\quad \underline{S = [1; 2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T - S = (3; -4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t. Můžeme tedy vyjádřit její obecnou rovnici:

$$t: \quad 3x - 4y + c = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20 = (x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20 = \underline{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25,$ odkud $\underline{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S=(3;-4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t. Můžeme tedy vyjádřit její obecnou rovnici:

$$t:\quad 3x-4y+c=0$$

- Zbývá dopočítat c. K tomu využijeme skutečnost, že $T\in t$:

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underbrace{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25,$ odkud $\underline{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S=(3;-4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t. Můžeme tedy vyjádřit její obecnou rovnici:

$$t:\quad 3x-4y+c=0$$

- Zbývá dopočítat c. K tomu využijeme skutečnost, že $T\in t$:

$$T=[4;-2]\in t \iff 3\cdot 4-4\cdot(-2)+c=0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k:\ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underset{\sim\sim\sim}{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $(x-1)^2+(y-2)^2=25,$ odkud $\underset{\sim\sim}{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S=(3;-4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t. Můžeme tedy vyjádřit její obecnou rovnici:

$$t:\quad 3x-4y+c=0$$

- Zbývá dopočítat c. K tomu využijeme skutečnost, že $T\in t$:

$$\begin{aligned}T=[4;-2]\in t \iff 3\cdot 4-4\cdot(-2)+c&=0\\ \underset{\sim\sim}{c}&\underset{\sim\sim}{=-20}\end{aligned}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.7 Najděte rovnici tečny t kružnice $k: \ x^2-2x+y^2-4y-20=0$ v jejím bodě $T=[4;-2]$.

- Najdeme středovou rovnici a z ní střed kružnice:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= x^2-2x+y^2-4y-20=(x^2-2x)+(y^2-4y)-20\\ &= \left(x^2-2x+(-1)^2\right)-(-1)^2+\left(y^2-4y+(-2)^2\right)-(-2)^2-20\\ &= (x-1)^2+(y-2)^2-1-4-20=\underset{\sim\sim\sim}{(x-1)^2+(y-2)^2-25}\end{aligned}$$

…středová rovnice je $\quad (x-1)^2+(y-2)^2=25, \quad$ odkud $\quad \underset{\sim\sim\sim}{S=[1;2]}$

- Úsečka ST je kolmá k tečně t. Potom vektor $T-S=(3;-4)$ lze použít jako normálový vektor tečny t. Můžeme tedy vyjádřit její obecnou rovnici:

$$t: \quad 3x-4y+c=0$$

- Zbývá dopočítat c. K tomu využijeme skutečnost, že $T\in t$:

$$\begin{aligned}T=[4;-2]\in t \iff 3\cdot 4-4\cdot(-2)+c&=0\\ \underset{\sim\sim\sim}{c=-20}&\end{aligned}$$

- Kompletní obecná rovnice tečny je $\quad \underline{\underline{t: \quad 3x-4y-20=0}}.$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \ x + y + 4 = 0$.

Tečná kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici ... $k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$

Tečná kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\dots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \; x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \; x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \; (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \; x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \; x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \; (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$

$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$

$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\dots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$
- Současně platí $T \in k$,

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$
- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$
- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$t_x = t_y + 1$$
$$(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2-6x+y^2-4y-5=0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x+y+4=0$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k:\ (x-3)^2+(y-2)^2=18$ a střed $\dots S=[3;2]$
- Označíme-li $T=[t_x,t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T-S)\perp\vec{s}_p$
- Současně platí $T\in k$, tj. $(t_x-3)^2+(t_y-2)^2=18$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$(T-S)\cdot\vec{s}_p=0$$
$$(t_x-3;t_y-2)\cdot(1;-1)=0$$
$$t_x-3-t_y+2=0$$
$$t_x=t_y+1$$

$$t_x=t_y+1$$
$$(t_x-3)^2+(t_y-2)^2=18$$

$\dots T=[0;-1],\ T'=[6;5]$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3;2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$t_x = t_y + 1$$
$$(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$$

$\ldots T = [0; -1],\ T' = [6; 5]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $t:\ X = T + \tau\, \vec{s}_p,\ \tau \in \mathbb{R}$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p: \ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k: \ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\dots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$t_x = t_y + 1$$
$$(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$$

$\dots T = [0; -1], \ T' = [6; 5]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $t: \ X = T + \tau \vec{s}_p, \ \tau \in \mathbb{R}$

$$t: \ X = [0; -1] + \tau(1; -1), \ \tau \in \mathbb{R}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2-6x+y^2-4y-5=0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x+y+4=0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-3)^2+(y-2)^2=18$ a střed $\ldots S=[3;2]$
- Označíme-li $T=[t_x,t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T-S)\perp \vec{s}_p$
- Současně platí $T\in k$, tj. $(t_x-3)^2+(t_y-2)^2=18$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$(T-S)\cdot \vec{s}_p=0$$
$$(t_x-3;t_y-2)\cdot(1;-1)=0$$
$$t_x-3-t_y+2=0$$
$$t_x=t_y+1$$

$$t_x=t_y+1$$
$$(t_x-3)^2+(t_y-2)^2=18$$

$\ldots T=[0;-1],\ T'=[6;5]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $t:\ X=T+\tau\vec{s}_p,\ \tau\in\mathbb{R}$

$$t:\ X=[0;-1]+\tau(1;-1),\ \tau\in\mathbb{R}$$

$$t':\ X=T'+\nu\vec{s}_p,\ \nu\in\mathbb{R}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.8 Napište rovnici tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 5 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $p:\ x + y + 4 = 0$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 18$ a střed $\ldots S = [3; 2]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku a $\vec{s}_p$ směrový vektor přímky p, platí $(T - S) \perp \vec{s}_p$

$$(T - S) \cdot \vec{s}_p = 0$$
$$(t_x - 3; t_y - 2) \cdot (1; -1) = 0$$
$$t_x - 3 - t_y + 2 = 0$$
$$t_x = t_y + 1$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$t_x = t_y + 1$$
$$(t_x - 3)^2 + (t_y - 2)^2 = 18$$

$\ldots T = [0; -1],\ T' = [6; 5]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $t:\ X = T + \tau\, \vec{s}_p,\ \tau \in \mathbb{R}$

$$t:\ X = [0; -1] + \tau(1; -1),\ \tau \in \mathbb{R}$$

$$t':\ X = T' + \nu\, \vec{s}_p,\ \nu \in \mathbb{R}$$
$$t':\ X = [6; 5] + \nu(1; -1),\ \nu \in \mathbb{R}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\quad \ldots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16 \quad$ a střed $\quad \ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\dots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí
  $(T - B) \perp (T - S)$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k: \ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\dots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$

$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$

$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$

$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k: \ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\dots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$

$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$

$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$

$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$

$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

- Současně platí $T \in k$,

Tečná kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$
$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$
$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$
$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k: \ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k: \ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\dots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$

$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$

$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

$$(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$
\begin{aligned}
(T - B) &\perp (T - S) \\
(T - B) \cdot (T - S) &= 0 \\
(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) &= 0 \\
(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) &= 0
\end{aligned}
$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$
\begin{aligned}
(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) &= 0 \\
(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 &= 16
\end{aligned}
$$

$\ldots T = [1; 1],\ T' = [5; -3]$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\dots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$
\begin{aligned}
(T - B) &\perp (T - S)\\
(T - B) \cdot (T - S) &= 0\\
(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) &= 0\\
(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) &= 0
\end{aligned}
$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$
\begin{aligned}
(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) &= 0\\
(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 &= 16
\end{aligned}
$$

$\dots T = [1; 1],\ T' = [5; -3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$t:\ X = T + \tau(T - B),\ \tau \in \mathbb{R}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T-B) \perp (T-S)$$
$$(T-B) \cdot (T-S) = 0$$
$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$
$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$
$$(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$$

$\ldots T = [1; 1],\ T' = [5; -3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$t:\ X = T + \tau(T - B),\ \tau \in \mathbb{R}$$
$$\underline{\underline{t:\ X = [1; 1] + \tau(-4; 0),\ \tau \in \mathbb{R}}}$$

Tečna kružnice

GOA ORLOVA.CZ

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k:\ x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\dots k:\ (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\dots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T-B) \perp (T-S)$$
$$(T-B) \cdot (T-S) = 0$$
$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$
$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$
$$(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$$

$\dots T = [1; 1],\ T' = [5; -3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$t:\ X = T + \tau(T - B),\ \tau \in \mathbb{R} \qquad t':\ X = T' + \nu(T' - B),\ \nu \in \mathbb{R}$$
$$\underline{\underline{t:\ X = [1; 1] + \tau(-4; 0),\ \tau \in \mathbb{R}}}$$

Tečna kružnice

Příklad 7.9 Najděte tečny ke kružnici $k: \; x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$ z bodu $B = [5; 1]$.

- Najdeme středovou rovnici $\ldots k: \; (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ a střed $\ldots S = [1; -3]$
- Označíme-li $T = [t_x, t_y]$ bod dotyku, je $T - B$ směrovým vektorem hledané tečny a platí

$$(T - B) \perp (T - S)$$

$$(T - B) \cdot (T - S) = 0$$

$$(t_x - 5; t_y - 1) \cdot (t_x - 1; t_y + 3) = 0$$

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$(t_x - 5)(t_x - 1) + (t_y - 1)(t_y + 3) = 0$$

$$(t_x - 1)^2 + (t_y + 3)^2 = 16$$

$\ldots T = [1; 1], \; T' = [5; -3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$t: \; X = T + \tau(T - B), \; \tau \in \mathbb{R} \qquad t': \; X = T' + \nu(T' - B), \; \nu \in \mathbb{R}$$

$$t: \; X = [1; 1] + \tau(-4; 0), \; \tau \in \mathbb{R} \qquad t': \; X = [5; -3] + \nu(0; -4), \; \nu \in \mathbb{R}$$

Konec

(7. Kružnice)