

Planimetrie

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

1. Základní geometrické útvary

GOA –
ORLOVA.CZ

Úvod do planimetrie

Planimetrie

- ▶ matematická disciplína zaměřená na studium geometrických útvarů v rovině.

Úvod do planimetrie

Planimetrie

- ▶ matematická disciplína zaměřená na studium geometrických útvarů v rovině.

Dva geometrické útvary jsou

- ▶ **různé** (\neq), pokud nesplývají (nepokrývají totéž místo),

Úvod do planimetrie

Planimetrie

- ▶ matematická disciplína zaměřená na studium geometrických útvarů v rovině.

Dva geometrické útvary jsou

- ▶ **různé** (\neq), pokud nesplývají (nepokrývají totéž místo),
- ▶ **totožné** ($=$), pokud splývají (pokrývají totéž místo),

Úvod do planimetrie

Planimetrie

- ▶ matematická disciplína zaměřená na studium geometrických útvarů v rovině.

Dva geometrické útvary jsou

- ▶ **různé** (\neq), pokud nesplývají (nepokrývají totéž místo),
- ▶ **totožné** ($=$), pokud splývají (pokrývají totéž místo),
- ▶ **shodné** (\cong), pokud je lze přemístěním ztotožnit.

Přímka a její části

Bod



Přímka a její části

Bod

Bod je idealizované, bezrozměrné místo.



Přímka a její části

Bod

Bod je idealizované, bezrozměrné místo.

- modelujeme jako průsečík dvou čar



Přímka a její části

Bod

Bod je idealizované, bezrozměrné místo.

- modelujeme jako průsečík dvou čar
- značíme velkým písmenem

A^x

Přímka a její části

Bod

Bod je idealizované, bezrozměrné místo.

- ▶ modelujeme jako průsečík dvou čar
- ▶ značíme velkým písmenem
- ▶ body A, B jsou
 - a) různé (A nesplývá s B),

$$A \neq B$$



A^x

B^x

Přímka a její části

Bod

Bod je idealizované, bezrozměrné místo.

- modelujeme jako průsečík dvou čar
- značíme velkým písmenem
- body A, B jsou
 - a) různé (A nesplývá s B),

$$A \neq B$$

- b) totožné (A splývá s B),

$$A = B$$



A^x

B^x



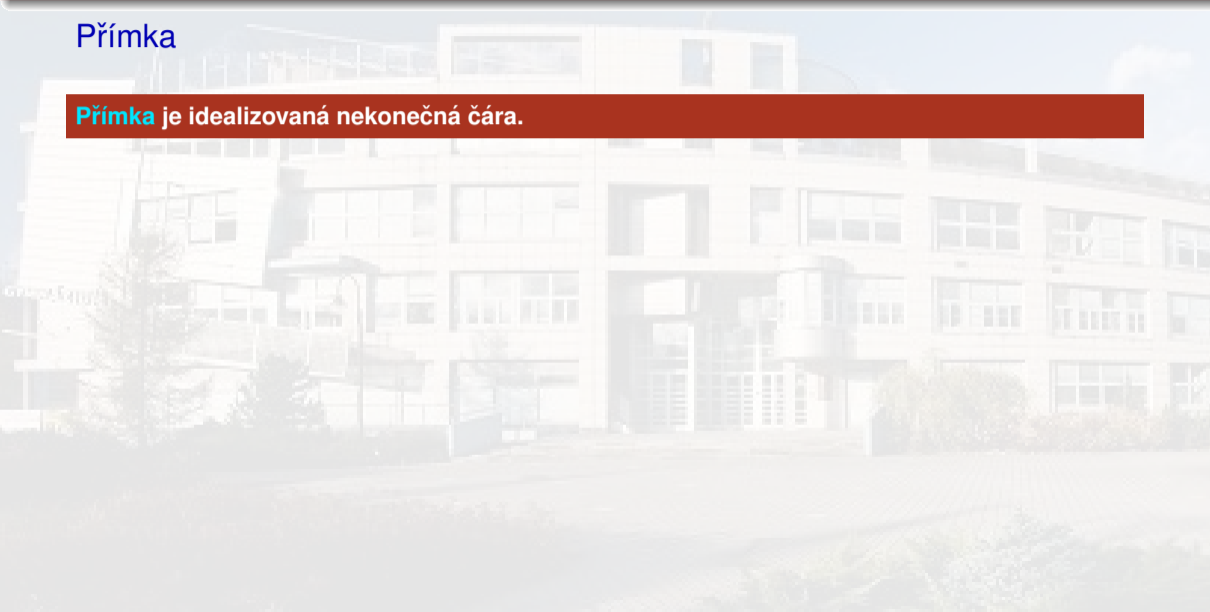
$A = B$
 x

Přímka



Přímka

Přímka je idealizovaná nekonečná čára.



Přímka

Přímka je idealizovaná nekonečná čára.

- modelujeme jako čáru



Přímka

Přímka je idealizovaná nekonečná čára.

- ▶ modelujeme jako čáru
- ▶ značíme malým písmenem



Přímka

Přímka je idealizovaná nekonečná čára.

- ▶ modelujeme jako čáru
- ▶ značíme malým písmenem
- ▶ přímky p, q jsou
 - a) různé (p nesplývá s q),

$$p \neq q$$



Přímka

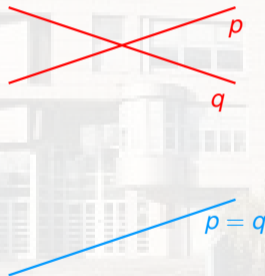
Přímka je idealizovaná nekonečná čára.

- modelujeme jako čáru
- značíme malým písmenem
- přímky p, q jsou
 - a) různé (p nesplývá s q),

$$p \neq q$$

- b) totožné (p splývá s q),

$$p = q$$



Bod a přímka



Bod a přímka

- bod A a přímka p jsou
- incidentní (A leží na p , p prochází A),

$$A \in p$$



Bod a přímka

► bod A a přímka p jsou

a) **incidentní** (A leží na p , p prochází A),

$$A \in p$$

b) **neincidentní** (A neleží na p , p neprochází A),

$$A \notin p$$



Bod a přímka

► bod A a přímka p jsou

a) **incidentní** (A leží na p , p prochází A),

$$A \in p$$

b) **neincidentní** (A neleží na p , p neprochází A),

$$A \notin p$$



Dvěma různými body prochází jediná přímka.

Bod a přímka

- bod A a přímka p jsou

a) **incidentní** (A leží na p , p prochází A),

$$A \in p$$

b) **neincidentní** (A neleží na p , p neprochází A),

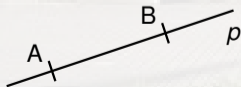
$$A \notin p$$



Dvěma různými body prochází jediná přímka.

- přímku p procházející body $A \neq B$ označujeme také $\leftrightarrow AB$, tj.

$$p \leftrightarrow AB$$



Polopřímka



Polopřímka

- Bod ležící na přímce rozděluje tuto přímku na dvě navzájem **opačné polopřímky**

Polopřímka

- Bod ležící na přímce rozděluje tuto přímku na dvě navzájem **opačné polopřímky** a je jejich společným **počátkem**

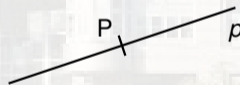
Polopřímka

- ▶ Bod ležící na přímce rozděluje tuto přímku na dvě navzájem **opačné polopřímky** a je jejich společným **počátkem**
- ▶ Libovolný jiný bod ležící na uvažované přímce je **vnitřním bodem** jedné z těchto polopřímek.

Polopřímka

- ▶ Bod ležící na přímce rozděluje tuto přímku na dvě navzájem **opačné polopřímky** a je jejich společným **počátkem**
- ▶ Libovolný jiný bod ležící na uvažované přímce je **vnitřním bodem** jedné z těchto polopřímek.

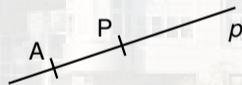
- ▶ bod $P \in p$ je společným počátkem dvou polopřímek



Polopřímka

- ▶ Bod ležící na přímce rozděluje tuto přímku na dvě navzájem **opačné polopřímky** a je jejich společným **počátkem**
- ▶ Libovolný jiný bod ležící na uvažované přímce je **vnitřním bodem** jedné z těchto polopřímek.

- ▶ bod $P \in p$ je společným počátkem dvou polopřímek
- ▶ bod $A \in p$, $A \neq P$ je vnitřním bodem jedné z těchto polopřímek

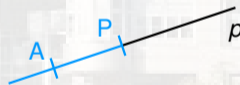


Polopřímka

- ▶ Bod ležící na přímce rozděljuje tuto přímku na dvě navzájem **opačné polopřímky** a je jejich společným **počátkem**
- ▶ Libovolný jiný bod ležící na uvažované přímce je **vnitřním bodem** jedné z těchto polopřímek.

- ▶ bod $P \in p$ je společným počátkem dvou polopřímek
- ▶ bod $A \in p$, $A \neq P$ je vnitřním bodem jedné z těchto polopřímek
- ▶ polopřímku s počátkem P a vnitřním bodem A označujeme

$\mapsto PA$



Úsečka



Úsečka

- ▶ část přímky mezi dvěma jejími různými body, včetně těchto bodů, se nazývá **úsečka**



Úsečka

- ▶ část přímky mezi dvěma jejími různými body, včetně těchto bodů, se nazývá **úsečka**
- ▶ tyto dva různé body se nazývají **krajní body** úsečky



Úsečka

- ▶ část přímky mezi dvěma jejími různými body, včetně těchto bodů, se nazývá **úsečka**
- ▶ tyto dva různé body se nazývají **krajní body** úsečky
- ▶ všechny ostatní body úsečky se nazývají **vnitřní body** úsečky a tvoří **vnitřek** úsečky.



Úsečka

- ▶ část přímky mezi dvěma jejími různými body, včetně těchto bodů, se nazývá **úsečka**
- ▶ tyto dva různé body se nazývají **krajní body** úsečky
- ▶ všechny ostatní body úsečky se nazývají **vnitřní body** úsečky a tvoří **vnitřek** úsečky.

- ▶ úsečku s krajními body A, B označujeme

AB



Úsečka

- ▶ část přímky mezi dvěma jejími různými body, včetně těchto bodů, se nazývá **úsečka**
- ▶ tyto dva různé body se nazývají **krajní body** úsečky
- ▶ všechny ostatní body úsečky se nazývají **vnitřní body** úsečky a tvoří **vnitřek** úsečky.

- ▶ úsečku s krajními body A, B označujeme

AB



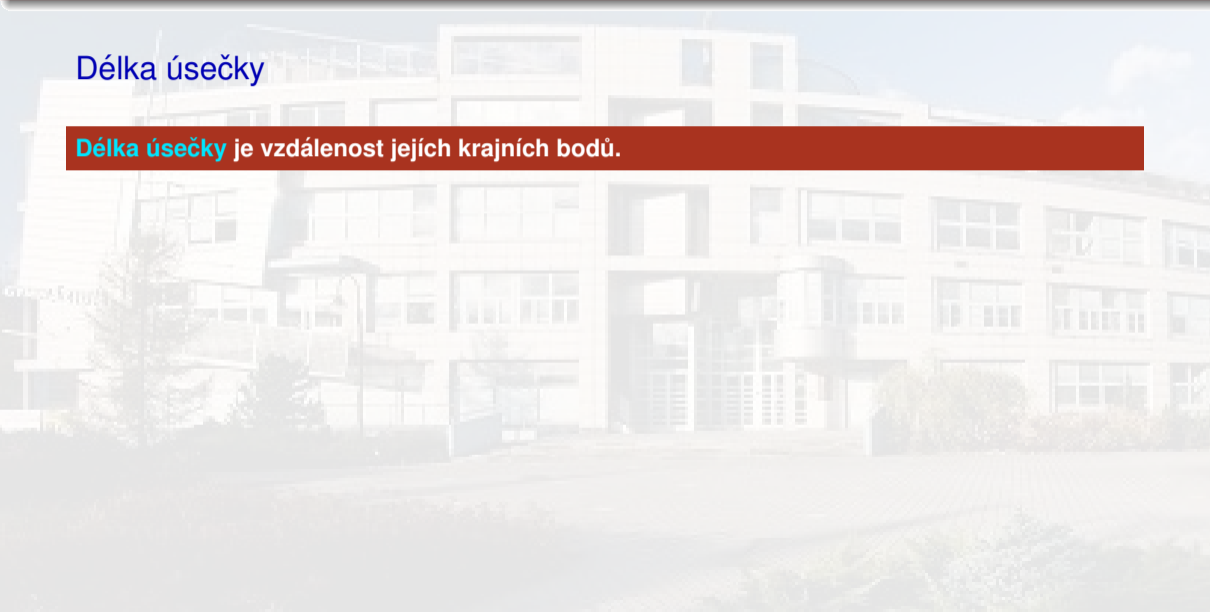
- ▶ platí: $AB = (\overleftrightarrow{AB}) \cap (\overleftrightarrow{BA})$.

Délka úsečky



Délka úsečky

Délka úsečky je vzdálenost jejích krajních bodů.



Délka úsečky

Délka úsečky je vzdálenost jejích krajních bodů.

- délku úsečky AB označujeme

$|AB|$

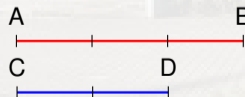
Délka úsečky

Délka úsečky je vzdálenost jejích krajních bodů.

- délku úsečky AB označujeme

$|AB|$

- jestliže $|AB| > |CD|$, říkáme, že úsečka AB je **větší** než úsečka CD nebo že úsečka CD je **menší** než úsečka AB



Sčítání a odčítání úseček



Sčítání a odčítání úseček

- **součet** dvou úseček o délkách a, b je libovolná úsečka o délce $a + b$

Sčítání a odčítání úseček

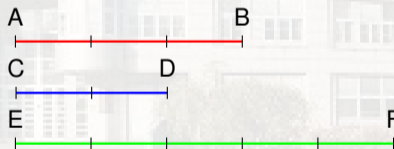
- ▶ **součet** dvou úseček o délkách a, b je libovolná úsečka o délce $a + b$
- ▶ **rozdíl** dvou úseček o délkách $a, b (a > b)$ je libovolná úsečka o délce $a - b$

Sčítání a odčítání úseček

- ▶ **součet** dvou úseček o délkách a, b je libovolná úsečka o délce $a + b$
- ▶ **rozdíl** dvou úseček o délkách $a, b (a > b)$ je libovolná úsečka o délce $a - b$

- ▶ úsečka EF je součtem úseček AB a CD , protože

$$|EF| = |AB| + |CD|$$



Sčítání a odčítání úseček

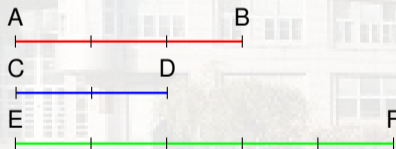
- ▶ **součet** dvou úseček o délkách a, b je libovolná úsečka o délce $a + b$
- ▶ **rozdíl** dvou úseček o délkách $a, b (a > b)$ je libovolná úsečka o délce $a - b$

- ▶ úsečka EF je součtem úseček AB a CD , protože

$$|EF| = |AB| + |CD|$$

- ▶ úsečka AB je rozdílem úseček EF a CD , protože

$$|AB| = |EF| - |CD|$$



Rovina a úhel

Polorovina



Rovina a úhel

Polorovina

- ▶ Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny**

Rovina a úhel

Polorovina

- Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny** a je jejich společnou **hranicí** neboli **hraniční přímkou**.

Rovina a úhel

Polorovina

- ▶ Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny** a je jejich společnou **hranicí** neboli **hraniční přímkou**.
- ▶ Libovolný bod, který neleží na hraniční přímce dvou polorovin, je **vnitřním bodem** jedné z těchto polorovin.

Rovina a úhel

Polorovina

- ▶ Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny** a je jejich společnou **hranicí** neboli **hraniční přímkou**.
- ▶ Libovolný bod, který neleží na hraniční přímce dvou polorovin, je **vnitřním bodem** jedné z těchto polorovin.
- ▶ přímka p je společnou hranicí dvou polorovin

Rovina a úhel

Polorovina

- ▶ Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny** a je jejich společnou **hranicí** neboli **hraniční přímkou**.
 - ▶ Libovolný bod, který neleží na hraniční přímce dvou polorovin, je **vnitřním bodem** jedné z těchto polorovin.
-
- ▶ přímka p je společnou hranicí dvou polorovin
 - ▶ bod $M \notin p$ je vnitřním bodem jedné z těchto polorovin

Rovina a úhel

Polorovina

- ▶ Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny** a je jejich společnou **hranicí** neboli **hraniční přímkou**.
- ▶ Libovolný bod, který neleží na hraniční přímce dvou polorovin, je **vnitřním bodem** jedné z těchto polorovin.
- ▶ přímka p je společnou hranicí dvou polorovin
- ▶ bod $M \notin p$ je vnitřním bodem jedné z těchto polorovin
- ▶ polorovinu s hranicí p (popř. $\leftrightarrow AB$) a s vnitřním bodem M označujeme

$\mapsto pM$ (popř. $\mapsto ABM$)

Rovina a úhel

Polorovina

- ▶ Přímka dělí rovinu na dvě navzájem **opačné poloroviny** a je jejich společnou **hranicí** neboli **hraniční přímkou**.
- ▶ Libovolný bod, který neleží na hraniční přímce dvou polorovin, je **vnitřním bodem** jedné z těchto polorovin.

- ▶ přímka p je společnou hranicí dvou polorovin
- ▶ bod $M \notin p$ je vnitřním bodem jedné z těchto polorovin
- ▶ polorovinu s hranicí p (popř. $\leftrightarrow AB$) a s vnitřním bodem M označujeme

$\mapsto pM$ (popř. $\mapsto ABM$)

- ▶ polorovinu opačnou k polorovině $\mapsto pM$ (popř. $\mapsto ABM$) označujeme

$\nleftrightarrow pM$ (popř. $\nleftrightarrow ABM$)

Konvexita

- Geometrický útvar se nazývá **konvexní**, jestliže úsečka s krajními body ležícími v tomto geometrickém útvaru, je částí tohoto útvaru.

Konvexita

- ▶ Geometrický útvar se nazývá **konvexní**, jestliže úsečka s krajními body ležícími v tomto geometrickém útvaru, je částí tohoto útvaru.
- ▶ Geometrický útvar se nazývá **nekonvexní**, jestliže není konvexní.

Konvexita

- ▶ Geometrický útvar se nazývá **konvexní**, jestliže úsečka s krajními body ležícími v tomto geometrickém útvaru, je částí tohoto útvaru.
- ▶ Geometrický útvar se nazývá **nekonvexní**, jestliže není konvexní.

Všechny doposud uvedené geometrické útvary s výjimkou bodu jsou konvexní.

Úhel



Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Uvažujme dvě polopřímky se společným počátkem.

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Uvažujme dvě polopřímky se společným počátkem.

- Každá z dvojice podmnožin určených těmito přímkami se nazývá **úhel**.

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Uvažujeme dvě polopřímky se společným počátkem.

- ▶ Každá z dvojice podmnožin určených těmito přímkami se nazývá **úhel**.
- ▶ Uvažované polopřímky se nazývají **ramena** (obou) těchto úhlů.

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Uvažujeme dvě polopřímky se společným počátkem.

- ▶ Každá z dvojice podmnožin určených těmito přímkami se nazývá **úhel**.
- ▶ Uvažované polopřímky se nazývají **ramena** (obou) těchto úhlů.
- ▶ Společný počátek ramen se nazývá **vrchol** (obou) těchto úhlů.

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Uvažujeme dvě polopřímky se společným počátkem.

- ▶ Každá z dvojice podmnožin určených těmito přímkami se nazývá **úhel**.
- ▶ Uvažované polopřímky se nazývají **ramena** (obou) těchto úhlů.
- ▶ Společný počátek ramen se nazývá **vrchol** (obou) těchto úhlů.
- ▶ Libovolný bod, který neleží na ramenech, je **vnitřním bodem** jednoho z těchto úhlů.

Úhel

Dvě polopřímky se společným počátkem jednoznačně určují dvojici podmnožin roviny s těmito vlastnostmi:

1. sjednocením těchto podmnožin je celá rovina,
2. průnikem těchto podmnožin jsou právě obě určující polopřímky.

Uvažujme dvě polopřímky se společným počátkem.

- ▶ Každá z dvojice podmnožin určených těmito přímkami se nazývá **úhel**.
- ▶ Uvažované polopřímky se nazývají **ramena** (obou) těchto úhlů.
- ▶ Společný počátek ramen se nazývá **vrchol** (obou) těchto úhlů.
- ▶ Libovolný bod, který neleží na ramenech, je **vnitřním bodem** jednoho z těchto úhlů.

Všimněme si, že ramena jsou součástí každého z dvojice jimi určených úhlů.

Velikost úhlu



Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

$\frac{\pi}{180}$ se nazývá **úhlový stupeň**, označuje se 1° ,

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

$\frac{\pi}{180}$ se nazývá **úhlový stupeň**, označuje se 1° ,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová minuta**, označuje se $1'$,

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

$\frac{\pi}{180}$ se nazývá **úhlový stupeň**, označuje se 1° ,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová minuta**, označuje se $1'$,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová vteřina**, označuje se $1''$.

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

$\frac{\pi}{180}$ se nazývá **úhlový stupeň**, označuje se 1° ,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová minuta**, označuje se $1'$,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová vteřina**, označuje se $1''$.

► Velikost úhlu se označuje zápisem úhlu ve svislicích, např. $|\sphericalangle AVB|$.

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

$\frac{\pi}{180}$ se nazývá **úhlový stupeň**, označuje se 1° ,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová minuta**, označuje se $1'$,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová vteřina**, označuje se $1''$.

- ▶ Velikost úhlu se označuje zápisem úhlu ve svislicích, např. $|\sphericalangle AVB|$.
- ▶ Úhel se často ztotožňuje s jeho velikostí a k jeho označení se používá malých písmen řecké abecedy, např. α, β, γ .

Velikost úhlu

Délka oblouku, který je průnikem úhlu a jednotkové kružnice se středem v jeho vrcholu, se nazývá **velikost úhlu**.

Velikost úhlu o hodnotě

1 se nazývá **radián**, označuje se rad ,

$\frac{\pi}{180}$ se nazývá **úhlový stupeň**, označuje se 1° ,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová minuta**, označuje se $1'$,

$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60}$ se nazývá **úhlová vteřina**, označuje se $1''$.

- ▶ Velikost úhlu se označuje zápisem úhlu ve svislicích, např. $|\sphericalangle AVB|$.
- ▶ Úhel se často ztotožňuje s jeho velikostí a k jeho označení se používá malých písmen řecké abecedy, např. α, β, γ .
- ▶ Úhly lze mezi sebou porovnávat podle velikosti.

Nechť $\alpha, \beta \geq 0$, $\alpha + \beta \leq 2\pi$. Potom **Součtem** dvou úhlů o velikostech α, β rozumíme libovolný úhel o velikosti $\alpha + \beta$.



Nechť $\alpha, \beta \geq 0$, $\alpha + \beta \leq 2\pi$. Potom **Součtem** dvou úhlů o velikostech α, β rozumíme libovolný úhel o velikosti $\alpha + \beta$.

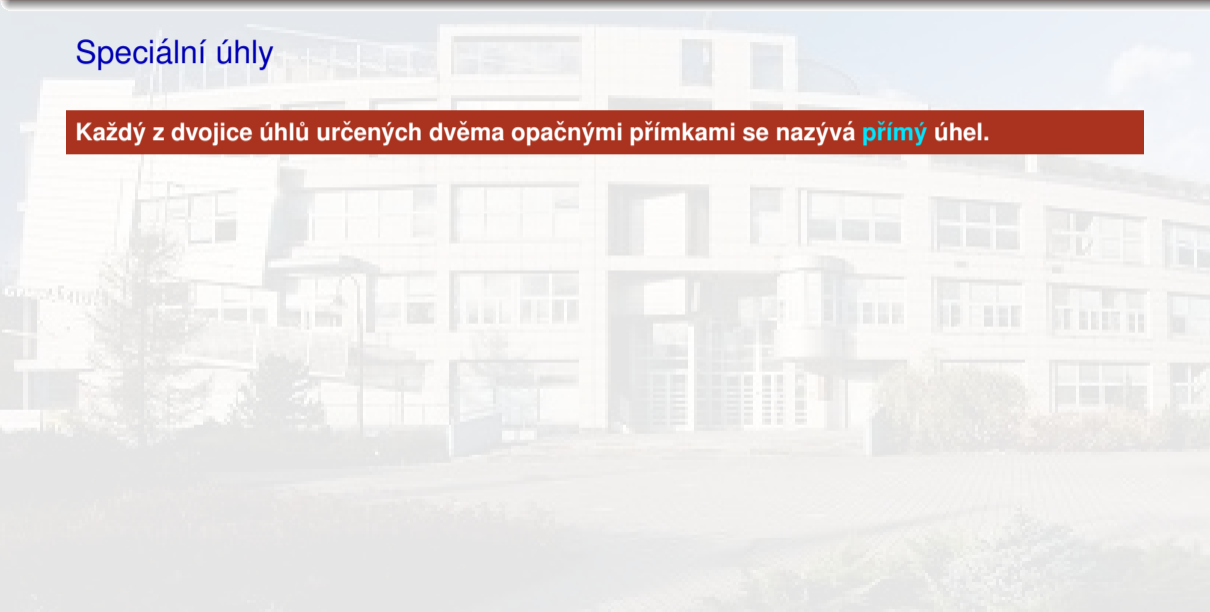
Nechť $\alpha, \beta \geq 0$, $0 \leq \alpha - \beta \leq 2\pi$. Potom **Rozdílem** dvou úhlů o velikostech α, β (v tomto pořadí) rozumíme libovolný úhel o velikosti $\alpha - \beta$.

Speciální úhly



Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.



Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.

Jeden z dvojice úhlů, které jsou určeny dvěma totožnými polopřímkami, je s těmito polopřímkami totožný a druhý je totožný s celou rovinou.

Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.

Jeden z dvojice úhlů, které jsou určeny dvěma totožnými polopřímkami, je s těmito polopřímkami totožný a druhý je totožný s celou rovinou.



Úhel totožný se svými rameny se nazývá **nulový**.

Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.

Jeden z dvojice úhlů, které jsou určeny dvěma totožnými polopřímkami, je s těmito polopřímkami totožný a druhý je totožný s celou rovinou.



Úhel totožný se svými rameny se nazývá **nulový**. Úhel totožný s rovinou se nazývá **plný**.

Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.

Jeden z dvojice úhlů, které jsou určeny dvěma totožnými polopřímkami, je s těmito polopřímkami totožný a druhý je totožný s celou rovinou.



Úhel totožný se svými rameny se nazývá **nulový**. Úhel totožný s rovinou se nazývá **plný**.

- Opačné nebo totožné polopřímky určují vždy dvojici konvexních úhlů;

Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.

Jeden z dvojice úhlů, které jsou určeny dvěma totožnými polopřímkami, je s těmito polopřímkami totožný a druhý je totožný s celou rovinou.



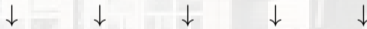
Úhel totožný se svými rameny se nazývá **nulový**. Úhel totožný s rovinou se nazývá **plný**.

- Opačné nebo totožné polopřímky určují vždy dvojici konvexních úhlů; tj. přímý, nulový a plný úhel jsou konvexní.

Speciální úhly

Každý z dvojice úhlů určených dvěma opačnými přímkami se nazývá **přímý** úhel.

Jeden z dvojice úhlů, které jsou určeny dvěma totožnými polopřímkami, je s těmito polopřímkami totožný a druhý je totožný s celou rovinou.



Úhel totožný se svými rameny se nazývá **nulový**. Úhel totožný s rovinou se nazývá **plný**.

- ▶ Opačné nebo totožné polopřímky určují vždy dvojici konvexních úhlů; tj. přímý, nulový a plný úhel jsou konvexní.
- ▶ Ve všech ostatních případech je jeden z dvojice úhlů konvexní a druhý nekonvexní.

Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděljuje na dva shodné úhly, se nazývá **osa úhlu.**



Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděluje na dva shodné úhly, se nazývá **osa** úhlu.

Dva úhly se nazývají

- ▶ **styčné**, mají-li společné jedno rameno, které je zároveň jejich průnikem,

Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděljuje na dva shodné úhly, se nazývá **osa** úhlu.

Dva úhly se nazývají

- ▶ **styčné**, mají-li společné jedno rameno, které je zároveň jejich průnikem,
- ▶ **vedlejší**, mají-li jedno rameno společné a jsou-li zbývající ramena opačné polopřímky.

Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděljuje na dva shodné úhly, se nazývá **osa** úhlu.

Dva úhly se nazývají

- ▶ **styčné**, mají-li společné jedno rameno, které je zároveň jejich průnikem,
- ▶ **vedlejší**, mají-li jedno rameno společné a jsou-li zbývající ramena opačné polopřímky.

- ▶ vedlejší úhly jsou styčné.

Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděluje na dva shodné úhly, se nazývá **osa** úhlu.

Dva úhly se nazývají

- ▶ **styčné**, mají-li společné jedno rameno, které je zároveň jejich průnikem,
- ▶ **vedlejší**, mají-li jedno rameno společné a jsou-li zbývající ramena opačné polopřímky.

- ▶ vedlejší úhly jsou styčné.
- ▶ každé dva konvexní úhly, nejsou-li oba současně přímé, lze přemístit tak, aby byly styčnými.

Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděluje na dva shodné úhly, se nazývá **osa** úhlu.

Dva úhly se nazývají

- ▶ **styčné**, mají-li společné jedno rameno, které je zároveň jejich průnikem,
- ▶ **vedlejší**, mají-li jedno rameno společné a jsou-li zbývající ramena opačné polopřímky.

- ▶ vedlejší úhly jsou styčné.
- ▶ každé dva konvexní úhly, nejsou-li oba současně přímé, lze přemístit tak, aby byly styčnými.
- ▶ Každé dva vedlejší úhly jsou konvexní.

Polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozděluje na dva shodné úhly, se nazývá **osa úhlu.**

Dva úhly se nazývají

- ▶ **styčné**, mají-li společné jedno rameno, které je zároveň jejich průnikem,
- ▶ **vedlejší**, mají-li jedno rameno společné a jsou-li zbývající ramena opačné polopřímky.

- ▶ vedlejší úhly jsou styčné.
- ▶ každé dva konvexní úhly, nejsou-li oba současně přímé, lze přemístit tak, aby byly styčnými.
- ▶ Každé dva vedlejší úhly jsou konvexní.
- ▶ Ke každému konvexnímu úhlu existuje jiný konvexní úhel tak, že tyto dva úhly jsou vedlejší.

Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.



Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.

Vrcholové úhly jsou shodné.

Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.

Vrcholové úhly jsou shodné.

Úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem, se nazývá **pravý**.

Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.

Vrcholové úhly jsou shodné.

Úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem, se nazývá **pravý**.

Všechny pravé úhly jsou shodné.

Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.

Vrcholové úhly jsou shodné.

Úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem, se nazývá **pravý**.

Všechny pravé úhly jsou shodné.

Konvexní úhel se nazývá

► **ostrý**, je-li menší než pravý úhel,

Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.

Vrcholové úhly jsou shodné.

Úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem, se nazývá **pravý**.

Všechny pravé úhly jsou shodné.

Konvexní úhel se nazývá

- ▶ **ostrý**, je-li menší než pravý úhel,
- ▶ **tupý**, je-li větší než pravý úhel,

Dva úhly, pro které platí, že ramena jednoho jsou polopřímkami opačnými k ramenům úhlu druhého, se nazývají **vrcholové**.

Vrcholové úhly jsou shodné.

Úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem, se nazývá **pravý**.

Všechny pravé úhly jsou shodné.

Konvexní úhel se nazývá

- ▶ **ostrý**, je-li menší než pravý úhel,
- ▶ **tupý**, je-li větší než pravý úhel,
- ▶ **kosý**, je-li ostrý nebo tupý.

Vzájemná poloha dvou přímek



Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky jsou **různoběžné**, mají-li jediný společný bod, tzv. **průsečík**.

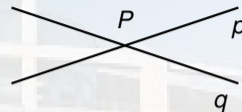


Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky jsou **různoběžné**, mají-li jediný společný bod, tzv. **průsečík**.

Je-li P průsečíkem přímek p, q , píšeme

$$P \in p \cap q \quad \text{nebo} \quad p \cap q = \{P\} .$$



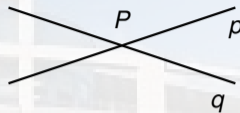
Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky jsou **různoběžné**, mají-li jediný společný bod, tzv. **průsečík**.

Je-li P průsečíkem přímek p, q , píšeme

$$P \in p \cap q \quad \text{nebo} \quad p \cap q = \{P\} .$$

Dvě přímky jsou **rovnoběžné**, nejsou-li různoběžné.



Vzájemná poloha dvou přímek

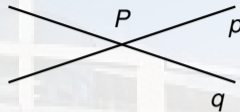
Dvě přímky jsou **různoběžné**, mají-li jediný společný bod, tzv. **průsečík**.

Je-li P průsečíkem přímek p, q , píšeme

$$P \in p \cap q \quad \text{nebo} \quad p \cap q = \{P\} .$$

Dvě přímky jsou **rovnoběžné**, nejsou-li různoběžné.

Jsou-li přímky p, q rovnoběžné, píšeme $p \parallel q$.



Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky jsou **různoběžné**, mají-li jediný společný bod, tzv. **průsečík**.

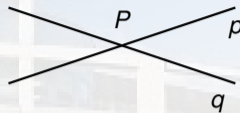
Je-li P průsečíkem přímek p, q , píšeme

$$P \in p \cap q \quad \text{nebo} \quad p \cap q = \{P\} .$$

Dvě přímky jsou **rovnoběžné**, nejsou-li různoběžné.

Jsou-li přímky p, q rovnoběžné, píšeme $p \parallel q$.

- a) Jsou-li dvě přímky **rovnoběžné různé**, nemají společné body.



Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky jsou **různoběžné**, mají-li jediný společný bod, tzv. **průsečík**.

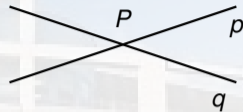
Je-li P průsečíkem přímek p, q , píšeme

$$P \in p \cap q \quad \text{nebo} \quad p \cap q = \{P\} .$$

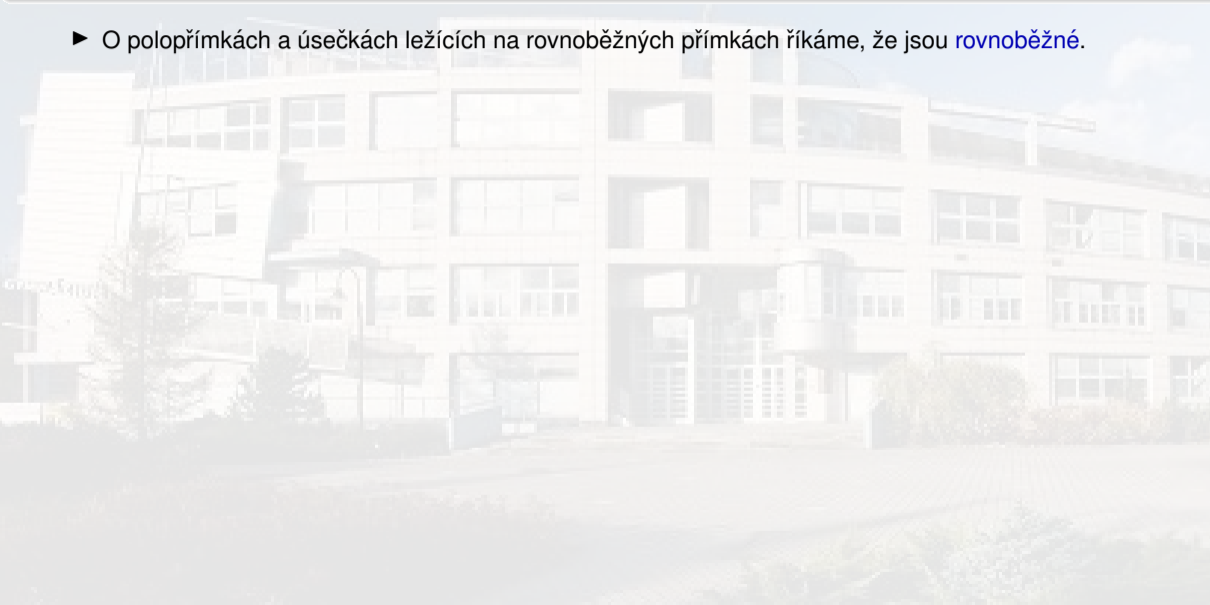
Dvě přímky jsou **rovnoběžné**, nejsou-li různoběžné.

Jsou-li přímky p, q rovnoběžné, píšeme $p \parallel q$.

- a) Jsou-li dvě přímky **rovnoběžné různé**, nemají společné body.
- b) Jsou-li dvě přímky **rovnoběžné totožné**, mají všechny své body společné.



- O polopřímkách a úsečkách ležících na rovnoběžných přímkách říkáme, že jsou **rovnoběžné**.



- ▶ O polopřímkách a úsečkách ležících na rovnoběžných přímkách říkáme, že jsou **rovnoběžné**.
- ▶ Rovnoběžnost je **reflexivní**, tj.

$$p \parallel p .$$

- ▶ O polopřímkách a úsečkách ležících na rovnoběžných přímkách říkáme, že jsou **rovnoběžné**.
- ▶ Rovnoběžnost je **reflexivní**, tj.

$$p \parallel p .$$

- ▶ Rovnoběžnost je **symetrická**, tj.

$$p \parallel q \iff q \parallel p .$$

- ▶ O polopřímkách a úsečkách ležících na rovnoběžných přímkách říkáme, že jsou **rovnoběžné**.
- ▶ Rovnoběžnost je **reflexivní**, tj.

$$p \parallel p .$$

- ▶ Rovnoběžnost je **symetrická**, tj.

$$p \parallel q \iff q \parallel p .$$

- ▶ Rovnoběžnost je **tranzitivní**, tj.

$$p \parallel q \wedge q \parallel r \implies p \parallel r .$$

- ▶ O polopřímkách a úsečkách ležících na rovnoběžných přímkách říkáme, že jsou **rovnoběžné**.
- ▶ Rovnoběžnost je **reflexivní**, tj.

$$p \parallel p .$$

- ▶ Rovnoběžnost je **symetrická**, tj.

$$p \parallel q \iff q \parallel p .$$

- ▶ Rovnoběžnost je **tranzitivní**, tj.

$$p \parallel q \wedge q \parallel r \implies p \parallel r .$$

Daným bodem lze vést k dané přímce právě jednu rovnoběžku.

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- ▶ různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;
- ▶ rovnoběžných je nula.

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- ▶ různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;
 - ▶ rovnoběžných je nula.
-
- ▶ Dvě přímky jsou **kolmé** (též **kolmice**), je-li jejich odchylka $\frac{\pi}{2}$ (90°).

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- ▶ různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;
- ▶ rovnoběžných je nula.

- ▶ Dvě přímky jsou **kolmé** (též **kolmice**), je-li jejich odchylka $\frac{\pi}{2}$ (90°).
- ▶ Průsečík kolmých přímek se nazývá **pata kolmice**.

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- ▶ různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;
- ▶ rovnoběžných je nula.

- ▶ Dvě přímky jsou **kolmé** (též **kolmice**), je-li jejich odchylka $\frac{\pi}{2}$ (90°).
- ▶ Průsečík kolmých přímek se nazývá **pata kolmice**.
- ▶ Jsou-li přímky p, q kolmé, píšeme $p \perp q$.

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- ▶ různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;
 - ▶ rovnoběžných je nula.
-
- ▶ Dvě přímky jsou **kolmé** (též **kolmice**), je-li jejich odchylka $\frac{\pi}{2}$ (90°).
 - ▶ Průsečík kolmých přímek se nazývá **pata kolmice**.
 - ▶ Jsou-li přímky p, q kolmé, píšeme $p \perp q$.
 - ▶ Význam pojmu kolmice je stejný, uvažujeme-li místo přímky úsečku nebo polopřímku na ní ležící.

Odchylka přímek

Odchylka přímek

- ▶ různoběžných je velikost nejmenšího ze čtyř úhlů, na které tyto různoběžky rozdělují rovinu;
- ▶ rovnoběžných je nula.

- ▶ Dvě přímky jsou **kolmé** (též **kolmice**), je-li jejich odchylka $\frac{\pi}{2}$ (90°).
- ▶ Průsečík kolmých přímek se nazývá **pata kolmice**.
- ▶ Jsou-li přímky p, q kolmé, píšeme $p \perp q$.
- ▶ Význam pojmu kolmice je stejný, uvažujeme-li místo přímky úsečku nebo polopřímku na ní ležící.

Daným bodem lze vést k dané přímce právě jednu kolmici.



Konec
(1. Základní geometrické útvary)