1. Funkce

Diferenciální počet

Mgr. Jaroslav Drobek, Ph. D.

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

Bakalářská matematika I

Kartézský součin

podrobnosti

Kartézský součin

podrobnosti

Definice 1.1

Nechť A, B jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin A, B je množina všech uspořádaných dvojic (a, b), kde $a \in A, b \in B$; označuje se $A \times B$.

Kartézský součin

podrobnosti

Definice 1.1

Nechť A, B jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin A, B je množina všech uspořádaných dvojic (a, b), kde $a \in A, b \in B$; označuje se $A \times B$. Tj.

$$\boxed{A \times B = \{(a, b) : a \in A \wedge b \in B\}.}$$

Zobrazení

Zobrazení

Definice 1.2

F je zobrazení množiny A do množiny B, zkráceně $\boxed{F : A \longrightarrow B,}$
jestliže F je neprázdná podmnožina kartézského součinu $A \times B$ a platí

$$\boxed{\forall\, a \in A \quad \exists!\, b \in B : \quad (a, b) \in F\,.}$$

Zobrazení

Definice 1.2

F je zobrazení množiny A do množiny B, zkráceně $\boxed{F : A \longrightarrow B,}$
jestliže F je neprázdná podmnožina kartézského součinu $A \times B$ a platí

$$\boxed{\forall\, a \in A \quad \exists!\, b \in B : \quad (a, b) \in F\ .}$$

Definice 1.3

Nechť $F : A \longrightarrow B$.

- Množina A se nazývá definiční obor zobrazení F; označuje se $\boxed{D_F}$.

Zobrazení

Definice 1.2

F je zobrazení množiny A do množiny B, zkráceně $\boxed{F : A \longrightarrow B,}$
jestliže F je neprázdná podmnožina kartézského součinu $A \times B$ a platí

$$\boxed{\forall\, a \in A \quad \exists!\, b \in B : \quad (a, b) \in F\ .}$$

Definice 1.3

Nechť $F : A \longrightarrow B$.

- Množina A se nazývá definiční obor zobrazení F; označuje se $\boxed{D_F}$.
- Množina $\boxed{\{b \in B : \exists a \in A : (a, b) \in F\}}$ se nazývá obor hodnot zobrazení F ; označuje se $\boxed{H_F}$.

Zobrazení

Definice 1.2

F je zobrazení množiny A do množiny B, zkráceně $\boxed{F : A \longrightarrow B,}$
jestliže F je neprázdná podmnožina kartézského součinu $A \times B$ a platí

$$\boxed{\forall\, a \in A \quad \exists!\, b \in B : \quad (a,b) \in F\,.}$$

Definice 1.3

Nechť $F : A \longrightarrow B$.

- Množina A se nazývá definiční obor zobrazení F; označuje se $\boxed{D_F}$.
- Množina $\boxed{\{b \in B : \exists a \in A : (a,b) \in F\}}$ se nazývá obor hodnot zobrazení F ; označuje se $\boxed{H_F}$.

Je-li $(a,b) \in F$, potom

- Prvek a se nazývá vzor prvku b při zobrazení F.

Zobrazení

Definice 1.2

F je zobrazení množiny A do množiny B, zkráceně $\boxed{F : A \longrightarrow B}$,
jestliže F je neprázdná podmnožina kartézského součinu $A \times B$ a platí

$$\boxed{\forall\, a \in A \quad \exists!\, b \in B : \quad (a, b) \in F\ .}$$

Definice 1.3

Nechť $F : A \longrightarrow B$.

- Množina A se nazývá definiční obor zobrazení F; označuje se $\boxed{D_F}$.
- Množina $\boxed{\{b \in B : \exists a \in A : (a, b) \in F\}}$ se nazývá obor hodnot zobrazení F ; označuje se $\boxed{H_F}$.

Je-li $(a, b) \in F$, potom

- Prvek a se nazývá vzor prvku b při zobrazení F.
- Prvek b se nazývá obraz prvku a při zobrazení F; označuje se $\boxed{F(a)}$.

Závislá a nezávislá proměnná

Poznámka 1.1

Pro vztah $(a, b) \in F$ se používají také zápisy

$$\boxed{a \overset{F}{\longmapsto} b, \quad F(a) = b}$$

vyjadřující výstižně závislost prvku b na prvku a. Vzhledem k tomu, že prvek a se může „měnit“ v rámci množiny A a v závislosti na něm se „mění“ prvek b v rámci množiny B, používá se pro symboly a resp. b označení nezávislá resp. závislá proměnná.

Operace

Operace

Definice 1.4

Operace nad množinami A, B je zobrazení s definičním oborem $A \times B$.

Operace

Definice 1.4

Operace nad množinami A, B je zobrazení s definičním oborem $A \times B$.

Poznámka 1.2

Budeme-li pracovat s operací $\circ : A \times B \to C$, budeme obraz $\circ(a, b)$ označovat $\boxed{a \circ b.}$

Operace

Definice 1.4

Operace nad množinami A, B je zobrazení s definičním oborem $A \times B$.

Poznámka 1.2

Budeme-li pracovat s operací $\circ : A \times B \to C$, budeme obraz $\circ(a, b)$ označovat $\boxed{a \circ b}$.

Příklady

- Sčítání reálných čísel $+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Operace

Definice 1.4

Operace nad množinami A, B je zobrazení s definičním oborem $A \times B$.

Poznámka 1.2

Budeme-li pracovat s operací $\circ : A \times B \to C$, budeme obraz $\circ(a, b)$ označovat $\boxed{a \circ b.}$

Příklady

- Sčítání reálných čísel $+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}.$
- Dělení reálných čísel $/ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}.$

Definice funkce

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice 1.6

Nechť $f : A \longrightarrow B$ je funkce. Říkáme, že

- f je reálná funkce, jestliže $B \subset \mathbb{R}$.

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice 1.6

Nechť $f : A \longrightarrow B$ je funkce. Říkáme, že

- f je reálná funkce, jestliže $B \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$.

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice 1.6

Nechť $f : A \longrightarrow B$ je funkce. Říkáme, že

- f je reálná funkce, jestliže $B \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce dvou reálných proměnných, jestliže $A \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice 1.6

Nechť $f : A \longrightarrow B$ je funkce. Říkáme, že

- f je reálná funkce, jestliže $B \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce dvou reálných proměnných, jestliže $A \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- f je reálná funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}, B \subset \mathbb{R}$.

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice 1.6

Nechť $f : A \longrightarrow B$ je funkce. Říkáme, že

- f je reálná funkce, jestliže $B \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce dvou reálných proměnných, jestliže $A \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- f je reálná funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$.
- f je reálná funkce dvou reálných proměnných, jestliže $A \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$.

Definice funkce

Definice 1.5

Funkce je zobrazení jakékoliv množiny do číselné množiny.

Definice 1.6

Nechť $f : A \longrightarrow B$ je funkce. Říkáme, že

- f je reálná funkce, jestliže $B \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$.
- f je funkce dvou reálných proměnných, jestliže $A \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- f je reálná funkce jedné reálné proměnné, jestliže $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$.
- f je reálná funkce dvou reálných proměnných, jestliže $A \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$.

Úmluva

Dále budeme výraz funkce používat pro reálné funkce jedné reálné proměnné, tj. pro zobrazení jedné podmnožiny $\mathbb{R}$ do jiné podmnožiny $\mathbb{R}$.

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definice 1.7

- Množina D_f se nazývá definiční obor funkce f.

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definice 1.7

- Množina D_f se nazývá definiční obor funkce f.
- Množina H_f se nazývá obor hodnot funkce f.

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definice 1.7

- Množina D_f se nazývá definiční obor funkce f.
- Množina H_f se nazývá obor hodnot funkce f.
- Vzor prvku při zobrazení f se nazývá argument funkce f.

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definice 1.7

- Množina D_f se nazývá definiční obor funkce f.
- Množina H_f se nazývá obor hodnot funkce f.
- Vzor prvku při zobrazení f se nazývá argument funkce f.
- Obraz prvku při zobrazení f se nazývá funkční hodnota funkce f.

Poznámka 1.3

- Definiční obor funkce f je tvořen právě všemi argumenty funkce f a platí

$$\boxed{D_f = \{x \in \mathbb{R} : \ \exists! y \in \mathbb{R}, \ f(x) = y\}.}$$

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definice 1.7

- Množina D_f se nazývá definiční obor funkce f.
- Množina H_f se nazývá obor hodnot funkce f.
- Vzor prvku při zobrazení f se nazývá argument funkce f.
- Obraz prvku při zobrazení f se nazývá funkční hodnota funkce f.

Poznámka 1.3

- Definiční obor funkce f je tvořen právě všemi argumenty funkce f a platí

$$\boxed{D_f = \{x \in \mathbb{R} : \exists! y \in \mathbb{R},\ f(x) = y\}.}$$

- Obor hodnot funkce f je tvořen právě všemi funkčními hodnotami funkce f a platí

$$\boxed{H_f = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in D_f, f(x) = y\}.}$$

Definiční obor a obor hodnot funkce

Definiční obor a obor hodnot funkce

Úmluva

- Vztah $M \subset D_f$ budeme také vyjadřovat větou „f je definovaná na M“.

Definiční obor a obor hodnot funkce

Úmluva

- Vztah $M \subset D_f$ budeme také vyjadřovat větou „f je definovaná na M“.
- Rovnost $f(x_0) = y_0$ budeme také vyjadřovat větou „y_0 je funkční hodnotou funkce f v bodě x_0“.

Zadání funkce

podrobnosti

Zadání funkce

podrobnosti

Poznámka 1.4

Funkce se často zadává prostřednictvím tzv. „explicitního" předpisu, kterým se stanoví obecný tvar proměnné y $(= f(x))$ v závislosti na proměnné x, s omezením rozsahu proměnné x. Např.

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad x \in \langle 1, 2 \rangle \, .$$

Zadání funkce

podrobnosti

Poznámka 1.4

Funkce se často zadává prostřednictvím tzv. „explicitního“ předpisu, kterým se stanoví obecný tvar proměnné y $(= f(x)$) v závislosti na proměnné x, s omezením rozsahu proměnné x. Např.

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad x \in \langle 1, 2\rangle \,.$$

Uvědomme si, že tento zápis jednoznačně vymezuje funkci f, kterou lze na základě definice vyjádřit jako podmnožinu kartézského součinu $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$f = \{(x, \sqrt{x}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in \langle 1, 2\rangle\}.$$

Zadání funkce

podrobnosti

Poznámka 1.4

Funkce se často zadává prostřednictvím tzv. „explicitního“ předpisu, kterým se stanoví obecný tvar proměnné y $(= f(x)$) v závislosti na proměnné x, s omezením rozsahu proměnné x. Např.

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad x \in \langle 1, 2 \rangle \,.$$

Uvědomme si, že tento zápis jednoznačně vymezuje funkci f, kterou lze na základě definice vyjádřit jako podmnožinu kartézského součinu $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$f = \{(x, \sqrt{x}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in \langle 1, 2 \rangle\}.$$

Někdy se omezení rozsahu proměnné x u explicitního předpisu vynechává; tím se dává najevo, že zamýšlený rozsah je množina všech přípustných argumentů funkce f, tj. takových čísel x, pro která má výraz $f(x)$ smysl. Např.

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad \text{znamená, že} \quad f = \{(x, \sqrt{x}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in \langle 0, +\infty)\}.$$

Graf funkce

Graf funkce

Poznámky:

- V části **Analytická geometrie** budou zavedeny pojmy
  - Euklidovský prostor E_2, který si lze představit jako běžně vnímanou rovinu,

Graf funkce

Poznámky:

- V části **Analytická geometrie** budou zavedeny pojmy
  - Euklidovský prostor E_2, který si lze představit jako běžně vnímanou rovinu,
  - prvky z E_2, které lze chápat jako body v této rovině

Graf funkce

Poznámky:

- V části **Analytická geometrie** budou zavedeny pojmy
    - Euklidovský prostor E_2, který si lze představit jako běžně vnímanou rovinu,
    - prvky z E_2, které lze chápat jako body v této rovině, a
    - kartézská soustava souřadnic, která umožňuje libovolný prvek z E_2 charakterizovat uspořádanou dvojicí reálných čísel; pro odlišení budeme pro zápis uspořádané dvojice s tímto významem používat hranaté závorky, např. $[x, y]$.

Graf funkce

Poznámky:

- V části **Analytická geometrie** budou zavedeny pojmy
  - Euklidovský prostor E_2, který si lze představit jako běžně vnímanou rovinu,
  - prvky z E_2, které lze chápat jako body v této rovině, a
  - kartézská soustava souřadnic, která umožňuje libovolný prvek z E_2 charakterizovat uspořádanou dvojicí reálných čísel; pro odlišení budeme pro zápis uspořádané dvojice s tímto významem používat hranaté závorky, např. $[x, y]$.
- Zřejmě pro funkci f platí

$$f = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in \mathrm{D}_f\}.$$

Graf funkce

Poznámky:

- V části **Analytická geometrie** budou zavedeny pojmy
  - Euklidovský prostor E_2, který si lze představit jako běžně vnímanou rovinu,
  - prvky z E_2, které lze chápat jako body v této rovině, a
  - kartézská soustava souřadnic, která umožňuje libovolný prvek z E_2 charakterizovat uspořádanou dvojicí reálných čísel; pro odlišení budeme pro zápis uspořádané dvojice s tímto významem používat hranaté závorky, např. $[x, y]$.
- Zřejmě pro funkci f platí

$$f = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in \mathrm{D}_f\}.$$

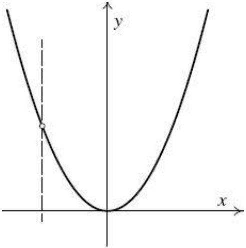
Malou změnou v tomto zápisu se dostaneme k množině

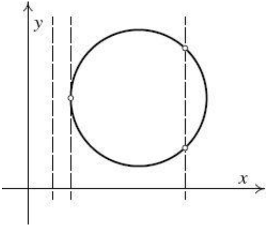
$$\boxed{\text{Graf } f = \{[x, f(x)] \in E_2 : x \in \mathrm{D}_f\}},$$

která se nazývá graf funkce f a je podmnožinou E_2.

Graf funkce

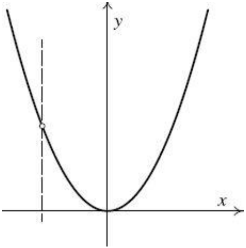
Jde o graf funkce?



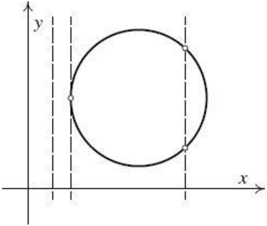


Graf funkce

Jde o graf funkce?

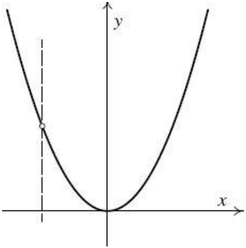


Ano.

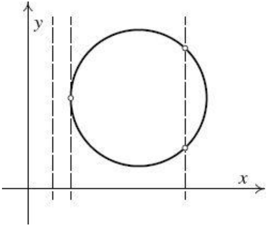


Graf funkce

Jde o graf funkce?



Ano.



Ne.

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \quad c \in \mathbb{R},}$ $\quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \; H_f = \{c\}.$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \;\; c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\;H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde} \;\; k \in \mathbb{Z}.}$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \;\; c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\; H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde} \;\; k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \;\; c \in \mathbb{R},}$ $\quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \;\; H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde} \;\; k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = \langle 0, \infty)$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde } c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\ H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde } k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = x^3, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \;\; c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\; H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde} \;\; k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = x^3, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \ \ c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,, \ H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde} \ \ k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = x^3, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)\,, \quad H_f = (0, \infty)$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde } c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)$, $H_f = \{c\}$.
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde } k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = x^3, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^3}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde} \;\; c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)$, $H_f = \{c\}$.
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde} \;\; k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = x^3, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^3}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
- Odmocnina s přirozeným exponentem $\boxed{f(x) = \sqrt[n]{x}, \quad \text{kde} \;\; n \in \mathbb{N}.}$

- Konstantní funkce $\boxed{f(x) = c, \quad \text{kde } c \in \mathbb{R},}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,, \; H_f = \{c\}.$
- Mocnina s celým exponentem $\boxed{f(x) = x^k, \quad \text{kde } k \in \mathbb{Z}.}$
  - $f(x) = x, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = x^2, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = x^3, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)\,, \quad H_f = (0, \infty)$
  - $f(x) = \frac{1}{x^3}, \quad D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
- Odmocnina s přirozeným exponentem $\boxed{f(x) = \sqrt[n]{x}, \quad \text{kde } n \in \mathbb{N}.}$
  - $f(x) = \sqrt{x}, \quad D_f = \langle 0, \infty)\,, \quad H_f = \langle 0, \infty)$
  - $f(x) = \sqrt[3]{x}, \quad D_f = (-\infty, \infty)\,, \quad H_f = (-\infty, \infty)$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde} \;\; a > 0, \;\; a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x$ … „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x$ … „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } \ a > 0, \ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } \ a > 0, \ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } \ a > 0, \ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } \ a > 0, \ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde} \;\; a > 0, \;\; a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde} \;\; a > 0, \;\; a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
- Cyklometrické funkce

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
- Cyklometrické funkce
  - $f(x) = \arcsin x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0,\ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \dots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \dots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
- Cyklometrické funkce
  - $f(x) = \arcsin x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$
  - $f(x) = \arccos x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \langle 0, \pi \rangle$

- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde} \;\; a > 0, \; a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde} \;\; a > 0, \; a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
- Cyklometrické funkce
  - $f(x) = \arcsin x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$
  - $f(x) = \arccos x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \langle 0, \pi \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{arctg} x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$

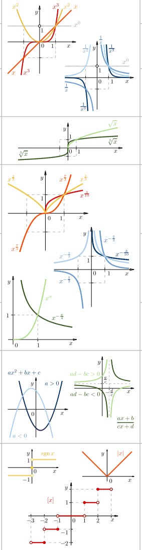
- Exponenciální funkce $\boxed{f(x) = a^x, \quad \text{kde } a > 0, \ a \neq 1.}$
  - $f(x) = e^x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \infty)$
- Logaritmické funkce $\boxed{f(x) = \log_a x, \quad \text{kde } a > 0, \ a \neq 1.}$
  - $f(x) = \log x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_{10} x \ldots$ „dekadický logaritmus“)
  - $f(x) = \ln x, \quad D_f = (0, \infty), \quad H_f = (-\infty, \infty)$
    ($= \log_e x \ldots$ „přirozený logaritmus“)
- Goniometrické funkce
  - $f(x) = \sin x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \cos x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = \langle -1, 1 \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{tg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
  - $f(x) = \operatorname{cotg} x, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}, \quad H_f = (-\infty, \infty)$
- Cyklometrické funkce
  - $f(x) = \arcsin x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$
  - $f(x) = \arccos x, \quad D_f = \langle -1, 1 \rangle, \quad H_f = \langle 0, \pi \rangle$
  - $f(x) = \operatorname{arctg} x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
  - $f(x) = \operatorname{arccotg} x, \quad D_f = (-\infty, \infty), \quad H_f = (0, \pi)$

Základní elementární funkce

http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/prehled_funkci.pdf

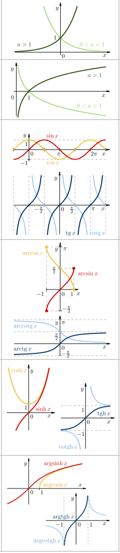
				$D(f)$	$H(f)$	pozn.	$D(f')$	derivace f'
mocninná funkce s celým exponentem	$f\colon y = x^0$			$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\{1\}$	sudá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$f'(x) = 0$
	$f\colon y = x^n$	$n \in \mathbf{N}$	n sudé	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$
			n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	$\mathbf{R}$	
	$f\colon y = x^{-n}$	$n \in \mathbf{N}$	n sudé	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$(0, +\infty)$	sudá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$f'(x) = -nx^{-n-1}$
			n liché	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	lichá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	
n-tá odmocnina	$f\colon y = \sqrt[n]{x}$	$n \in \mathbf{N}$	n sudé	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$		$(0, +\infty)$	$f'(x) = \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$
			n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	
mocninná funkce s obecným exponentem	$f\colon y = x^{\frac{m}{n}}$	$m, n \in \mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$ ($\mathbf{R}$ pro $m \geq n$)	$f'(x) = \frac{m}{n}x^{\frac{m}{n}-1}$
			m liché n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$ ($\mathbf{R}$ pro $m \geq n$)	
			m liché n sudé	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$		$(0, +\infty)$	
	$f\colon y = x^{-\frac{m}{n}}$	$m, n \in \mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$(0, +\infty)$	sudá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$f'(x) = -\frac{m}{n}x^{-\frac{m}{n}-1}$
			m liché n liché	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	lichá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	
			m liché n sudé	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$		$(0, +\infty)$	
	$f\colon y = x^a$	$a \in \mathbf{R}\setminus\mathbf{Q}$	$a > 0$	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$		$(0, +\infty)$	$f'(x) = ax^{a-1}$
			$a < 0$	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$		$(0, +\infty)$	
	$f\colon y = q$	$k > 0$, $k = 0$, $k < 0$		$\mathbf{R}$	$\{q\}$		$\mathbf{R}$	$f'(x) = 0$
	$f\colon y = kx + q$	$k \neq 0$		$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$		$\mathbf{R}$	$f'(x) = k$
	$f\colon y = ax^2 + bx + c$			$\mathbf{R}$			$\mathbf{R}$	$f'(x) = 2ax + b$
	$f\colon y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$	$c \neq 0$, $bc - ad \neq 0$		$\mathbf{R}\setminus\{-\frac{d}{c}\}$	$\mathbf{R}\setminus\{\frac{a}{c}\}$		$\mathbf{R}\setminus\{-\frac{d}{c}\}$	$f'(x) = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$
	$f\colon y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$			$\mathbf{R}$	$\{-1, 0, 1\}$	lichá		
	$f\colon y = \lvert x\rvert = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$			$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá		
	$f\colon y = [x]$			$\mathbf{R}$	$\mathbf{Z}$	lichá		

$f(x)^{g(x)} = \mathrm{e}^{g(x)\ln f(x)}$



přehled verze 002
LaTeX & Inkscape

	transcendentní funkce	$D(f)$	$H(f)$	pozn.	$D(f')$	derivace f'
exponenciální funkce	$f\colon y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ $f\colon y = \mathrm{e}^x$ $\mathrm{e} \doteq 2{,}718281828$	$\mathbf{R}$	$(0, +\infty)$		$\mathbf{R}$	$f'(x) = a^x \ln a$ $f'(x) = \mathrm{e}^x$
logaritmická funkce	$f\colon y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$ $f\colon y = \log_{\mathrm{e}} x = \ln x$ $f\colon y = \log_{10} x = \log x$	$(0, +\infty)$	$\mathbf{R}$		$(0, +\infty)$	$f'(x) = \frac{1}{x\ln a}$ $f'(x) = \frac{1}{x}$ $f'(x) = \frac{1}{x\ln 10}$
goniometrické funkce	$f\colon y = \sin x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1, 1\rangle$	period. $T = 2\pi$ lichá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = \cos x$
	$f\colon y = \cos x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1, 1\rangle$	period. $T = 2\pi$ sudá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = -\sin x$
	$f\colon y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\mathbf{R}\setminus\{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T = \pi$ lichá	$\mathbf{R}\setminus\{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
	$f\colon y = \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\mathbf{R}\setminus\{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T = \pi$ lichá	$\mathbf{R}\setminus\{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$	$f'(x) = \frac{-1}{\sin^2 x}$
cyklometrické funkce	$f\colon y = \arcsin x$	$\langle -1, 1\rangle$	$\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\rangle$	lichá	$(-1, 1)$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$f\colon y = \arccos x$	$\langle -1, 1\rangle$	$\langle 0, \pi\rangle$		$(-1, 1)$	$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$f\colon y = \operatorname{arctg} x$	$\mathbf{R}$	$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	lichá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
	$f\colon y = \operatorname{arccotg} x$	$\mathbf{R}$	$(0, \pi)$		$\mathbf{R}$	$f'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$
hyperbolické funkce	$f\colon y = \sinh x = \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = \cosh x$
	$f\colon y = \cosh x = \frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2}$	$\mathbf{R}$	$\langle 1, +\infty)$	sudá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = \sinh x$
	$f\colon y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$	$\mathbf{R}$	$(-1, 1)$	lichá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = \frac{1}{\cosh^2 x}$
	$f\colon y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\mathbf{R}\setminus\langle -1, 1\rangle$	lichá	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$f'(x) = \frac{-1}{\sinh^2 x}$
hyperbolometrické funkce	$f\colon y = \operatorname{argsinh} x$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	$\mathbf{R}$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
	$f\colon y = \operatorname{argcosh} x$	$\langle 1, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$		$(1, +\infty)$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
	$f\colon y = \operatorname{argtgh} x$	$(-1, 1)$	$\mathbf{R}$	lichá	$(-1, 1)$	$f'(x) = \frac{1}{1-x^2}$
	$f\colon y = \operatorname{argcotgh} x$	$\mathbf{R}\setminus\langle -1, 1\rangle$	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	lichá	$\mathbf{R}\setminus\langle -1, 1\rangle$	$f'(x) = \frac{1}{1-x^2}$



přehled verze 002
LaTeX & Inkscape

Sčítání, odčítání

Sčítání, odčítání

Definice 1.8

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Řekneme, že f, g jsou si rovny na M, zkráceně $f = g$ na M, jestliže

$$\boxed{f(x) = g(x), \quad x \in M.}$$

Sčítání, odčítání

Definice 1.8

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Řekneme, že f, g jsou si rovny na M, zkráceně $f = g$ na M, jestliže

$$\boxed{f(x) = g(x), \quad x \in M.}$$

- Součet funkcí f, g na M je funkce $(f + g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$\boxed{(f + g)(x) := f(x) + g(x), \quad x \in M.}$$

Sčítání, odčítání

Definice 1.8

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Řekneme, že f, g jsou si rovny na M, zkráceně $f = g$ na M, jestliže

$$\boxed{f(x) = g(x), \quad x \in M.}$$

- Součet funkcí f, g na M je funkce $(f + g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$\boxed{(f + g)(x) := f(x) + g(x), \quad x \in M.}$$

- Rozdíl funkcí f, g na M je funkce $(f - g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$\boxed{(f - g)(x) := f(x) - g(x), \quad x \in M.}$$

Násobení, dělení

Násobení, dělení

Definice 1.9

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Součin funkcí f, g na M je funkce $(f \cdot g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x), \quad x \in M.}$$

Násobení, dělení

Definice 1.9

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Součin funkcí f, g na M je funkce $(f \cdot g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x), \quad x \in M.}$$
- Je-li g konstantní funkce o hodnotě $c \in \mathbb{R}$, potom součin funkcí f, g se nazývá c-násobek funkce f a označuje se cf.

Násobení, dělení

Definice 1.9

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Součin funkcí f, g na M je funkce $(f \cdot g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x), \quad x \in M.}$$
- Je-li g konstantní funkce o hodnotě $c \in \mathbb{R}$, potom součin funkcí f, g se nazývá c-násobek funkce f a označuje se cf.
- Nechť $n \in \mathbb{N}$. n-tá mocnina funkce f je funkce $f^n : D_f \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{f^n(x) := \big(f(x)\big)^n, \quad x \in D_f.}$$

Násobení, dělení

Definice 1.9

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Součin funkcí f, g na M je funkce $(f \cdot g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x), \quad x \in M.}$$
- Je-li g konstantní funkce o hodnotě $c \in \mathbb{R}$, potom součin funkcí f, g se nazývá c-násobek funkce f a označuje se cf.
- Nechť $n \in \mathbb{N}$. n-tá mocnina funkce f je funkce $f^n : D_f \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{f^n(x) := \big(f(x)\big)^n, \quad x \in D_f.}$$

Definice 1.10

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná. Potom podíl funkcí f, g na M je funkce $(f/g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f/g)(x) := \frac{f(x)}{g(x)}, \quad x \in M.}$$

Násobení, dělení

Definice 1.9

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g$ je neprázdná.

- Součin funkcí f, g na M je funkce $(f \cdot g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x), \quad x \in M.}$$
- Je-li g konstantní funkce o hodnotě $c \in \mathbb{R}$, potom součin funkcí f, g se nazývá c-násobek funkce f a označuje se cf.
- Nechť $n \in \mathbb{N}$. n-tá mocnina funkce f je funkce $f^n : D_f \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{f^n(x) := \left(f(x)\right)^n, \quad x \in D_f.}$$

Definice 1.10

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := D_f \cap D_g \setminus \{x \in D_g : g(x) = 0\}$ je neprázdná. Potom podíl funkcí f, g na M je funkce $(f/g) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(f/g)(x) := \frac{f(x)}{g(x)}, \quad x \in M.}$$

Skládání

Skládání

Definice 1.11

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$ je nepr.

- Funkce $(g \circ f) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$\boxed{(g \circ f)(x) := g\big(f(x)\big), \quad x \in M,}$$

  se nazývá funkce složená z funkcí f, g.

Skládání

Definice 1.11

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$ je nepr.

- Funkce $(g \circ f) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$\boxed{(g \circ f)(x) := g\big(f(x)\big), \quad x \in M,}$$

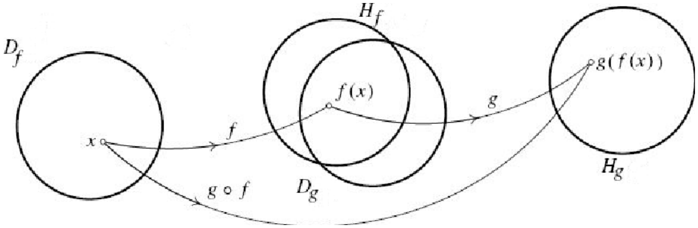
  se nazývá funkce složená z funkcí f, g.
- V této situaci se funkce g nazývá vnější funkce a funkce f se nazývá vnitřní funkce .

Skládání

Definice 1.11

Nechť f, g jsou funkce a nechť množina $M := \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$ je nepr.

- Funkce $(g \circ f) : M \to \mathbb{R}$ definovaná předpisem
$$\boxed{(g \circ f)(x) := g(f(x)), \quad x \in M,}$$
se nazývá funkce složená z funkcí f, g.
- V této situaci se funkce g nazývá vnější funkce a funkce f se nazývá vnitřní funkce .



Elementární funkce

podrobnosti

Elementární funkce

podrobnosti

Definice 1.12

Elementární funkce jsou funkce, které lze vytvořit ze základních elementárních funkcí pomocí konečného počtu operací sčítání $(+)$, odčítání $(-)$, násobení $(\cdot)$, dělení $(/)$ a skládání $(\circ)$.

Polynomy

Polynomy

Definice 1.13

- Nechť $n \in \mathbb{N}$, $a_0, \dots a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$. Potom polynom stupně n je funkce

$$\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$

Polynomy

Definice 1.13

- Nechť $n \in \mathbb{N}$, $a_0, \dots a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$. Potom polynom stupně n je funkce
$$\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$
- Nechť $a_0 \in \mathbb{R}$. Potom polynom stupně 0 je konstantní funkce
$$\boxed{f(x) = a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$

Polynomy

Definice 1.13

- Nechť $n \in \mathbb{N}$, $a_0, \dots a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$. Potom polynom stupně n je funkce
$$\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$
- Nechť $a_0 \in \mathbb{R}$. Potom polynom stupně 0 je konstantní funkce
$$\boxed{f(x) = a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$

Definice 1.14

- Lineární funkce je polynom stupně 1.

Polynomy

Definice 1.13

- Nechť $n \in \mathbb{N}$, $a_0, \dots a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$. Potom polynom stupně n je funkce
$$\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$
- Nechť $a_0 \in \mathbb{R}$. Potom polynom stupně 0 je konstantní funkce
$$\boxed{f(x) = a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$

Definice 1.14

- Lineární funkce je polynom stupně 1.
- Kvadratická funkce je polynom stupně 2.

Polynomy

Definice 1.13

- Nechť $n \in \mathbb{N}$, $a_0, \dots a_n \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$. Potom polynom stupně n je funkce

$$\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$

- Nechť $a_0 \in \mathbb{R}$. Potom polynom stupně 0 je konstantní funkce

$$\boxed{f(x) = a_0, \quad x \in \mathbb{R}.}$$

Definice 1.14

- Lineární funkce je polynom stupně 1.
- Kvadratická funkce je polynom stupně 2.

Poznámka 1.5

Definiční obor libovolného polynomu je množina $\mathbb{R}$.

Příklady polynomů

a) $f(x) = 2x^2 - 8$

parabola

Příklady polynomů

a) $f(x) = 2x^2 - 8$

parabola

b) $f(x) = 2x + 3$

přímka

Příklady polynomů

a) $f(x) = 2x^2 - 8$

parabola

b) $f(x) = 2x + 3$

přímka

c) $f(x) = x$

osa 1. a 3. kvadrátu

Příklady polynomů

a) $f(x) = 2x^2 - 8$

parabola

b) $f(x) = 2x + 3$

přímka

c) $f(x) = x$

osa 1. a 3. kvadrátu

d) $f(x) = 6$

rovnoběžka s osou x

Přímka a graf funkce

Přímka a graf funkce

Poznámka 1.6

- Přímku p, která není rovnoběžná s osou y, lze vyjádřit jako graf nějaké lineární popř. konstantní funkce. Používá se zápis

$$\boxed{p:\ y = ax + b} \quad \text{popř.} \quad \boxed{p:\ y = c}$$

Přímka a graf funkce

Poznámka 1.6

- Přímku p, která není rovnoběžná s osou y, lze vyjádřit jako graf nějaké lineární popř. konstantní funkce. Používá se zápis

$$\boxed{p:\ y = ax + b} \quad \text{popř.} \quad \boxed{p:\ y = c}$$

- Přímku p, která je rovnoběžná s osou y, nelze vyjádřit jako graf funkce. Prochází-li tato přímka na ose x bodem c, používá se zápis

$$\boxed{p:\ x = c\,.}$$

Příklad 1.1 **Určete definiční obor funkce (f zadané explicitně) a vyjádřete jej ve tvaru sjednocení komponent.**

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

Příklad 1.1 Určete definiční obor funkce (f zadané explicitně) a vyjádřete jej ve tvaru sjednocení komponent.

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

Příklad 1.1 Určete definiční obor funkce (f zadané explicitně) a vyjádřete jej ve tvaru sjednocení komponent.

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

Příklad 1.1 Určete definiční obor funkce (f zadané explicitně) a vyjádřete jej ve tvaru sjednocení komponent.

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

d) $f(x) = \cos x + \operatorname{cotg} 2x$

Příklad 1.1 Určete definiční obor funkce (f zadané explicitně) a vyjádřete jej ve tvaru sjednocení komponent.

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

d) $f(x) = \cos x + \operatorname{cotg} 2x$

e) $f(x) = \log(x + 6)$

Příklad 1.1 **Určete definiční obor funkce (f zadané explicitně) a vyjádřete jej ve tvaru sjednocení komponent.**

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

d) $f(x) = \cos x + \operatorname{cotg} 2x$

e) $f(x) = \log(x + 6)$

f) $f(x) = \arccos(x - 2)$

- Absolutní hodnota $\boxed{f(x) = |x|,}$ $D_f = (-\infty, \infty)$, $H_f = \langle 0, \infty)$.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{je-li } x \geq 0, \\ -x, & \text{je-li } x < 0. \end{cases}$$

- Absolutní hodnota $\boxed{f(x) = |x|,}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\quad H_f = \langle 0, \infty)\,.$

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{je-li } x \geq 0, \\ -x, & \text{je-li } x < 0. \end{cases}$$

- Signum $\boxed{f(x) = \operatorname{sgn} x,}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\quad H_f = \{-1, 0, 1\}.$

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & \text{je-li } x > 0, \\ 0, & \text{je-li } x = 0, \\ -1, & \text{je-li } x < 0. \end{cases}$$

- Absolutní hodnota $\boxed{f(x) = |x|,}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\quad H_f = \langle 0, \infty)\,.$

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{je-li } x \geq 0, \\ -x, & \text{je-li } x < 0. \end{cases}$$

- Signum $\boxed{f(x) = \operatorname{sgn} x,}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\quad H_f = \{-1, 0, 1\}.$

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & \text{je-li } x > 0, \\ 0, & \text{je-li } x = 0, \\ -1, & \text{je-li } x < 0. \end{cases}$$

- Celá část $\boxed{f(x) = [x],}$ $D_f = (-\infty, \infty)\,,\quad H_f = \mathbb{Z}.$

podrobnosti

Průsečíky s osami

Průsečíky s osami

Definice 1.15

- Průsečík grafu funkce f s osou x je bod $[x_0, 0]$, kde x_0 je řešení rovnice

$$\boxed{f(x) = 0.} \tag{1}$$

Průsečíky s osami

Definice 1.15

- Průsečík grafu funkce f s osou x je bod $[x_0, 0]$, kde x_0 je řešení rovnice

$$\boxed{f(x) = 0.} \tag{1}$$

- Průsečík grafu funkce f s osou y je bod $[0, y_0]$, kde

$$\boxed{y_0 = f(0).}$$

Průsečíky s osami

Definice 1.15

- Průsečík grafu funkce f s osou x je bod $[x_0, 0]$, kde x_0 je řešení rovnice

$$\boxed{f(x) = 0.} \tag{1}$$

- Průsečík grafu funkce f s osou y je bod $[0, y_0]$, kde

$$\boxed{y_0 = f(0).}$$

Poznámky:

- Jestliže rovnice (1) nemá řešení, potom neexistuje průsečík s osou x.

Průsečíky s osami

Definice 1.15

- **Průsečík grafu funkce f s osou x** je bod $[x_0, 0]$, kde x_0 je řešení rovnice

$$\boxed{f(x) = 0.} \tag{1}$$

- **Průsečík grafu funkce f s osou y** je bod $[0, y_0]$, kde

$$\boxed{y_0 = f(0).}$$

Poznámky:

- Jestliže rovnice (1) nemá řešení, potom neexistuje průsečík s osou x.
- Jestliže $0 \notin D_f$, potom neexistuje průsečík s osou y.

Průsečíky s osami

Definice 1.15

- **Průsečík grafu funkce f s osou x** je bod $[x_0, 0]$, kde x_0 je řešení rovnice
$$\boxed{f(x) = 0.} \tag{1}$$
- **Průsečík grafu funkce f s osou y** je bod $[0, y_0]$, kde
$$\boxed{y_0 = f(0).}$$

Poznámky:

- Jestliže rovnice (1) nemá řešení, potom neexistuje průsečík s osou x.
- Jestliže $0 \notin D_f$, potom neexistuje průsečík s osou y.
- Průsečík s osou y může být nejvýše jeden; průsečíků s osou x může být až nekonečně mnoho.

Znaménko funkce

Znaménko funkce

Definice 1.16

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

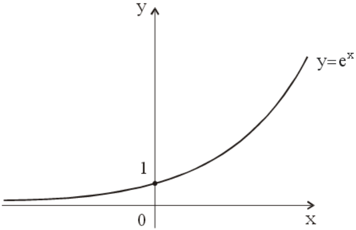
- kladná na M, jestliže $\boxed{\forall x \in M : \quad f(x) > 0.}$

Znaménko funkce

Definice 1.16

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- kladná na M, jestliže $\boxed{\forall x \in M : \quad f(x) > 0.}$



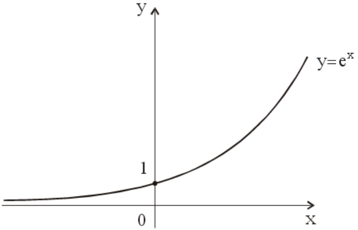
kladná

Znaménko funkce

Definice 1.16

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- kladná na M, jestliže $\boxed{\forall x \in M: \quad f(x) > 0.}$
- záporná na M, jestliže $\boxed{\forall x \in M: \quad f(x) < 0.}$



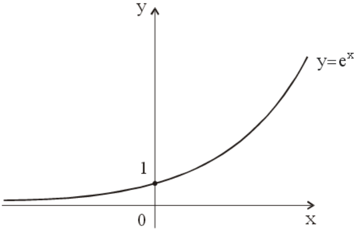
kladná

Znaménko funkce

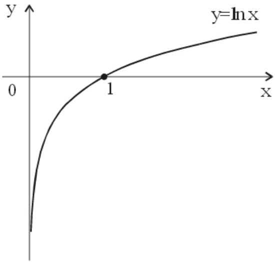
Definice 1.16

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- kladná na M, jestliže $\boxed{\forall x \in M : \quad f(x) > 0.}$
- záporná na M, jestliže $\boxed{\forall x \in M : \quad f(x) < 0.}$



kladná



záporná na $(0, 1)$
kladná na $(1, \infty)$.

Ohraničenost

Ohraničenost

Definice 1.17

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

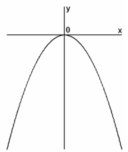
- ohraničená shora na M, jestliže $\boxed{\exists\, h \in \mathbb{R}, \forall x \in M: \quad f(x) \leq h.}$

Ohraničenost

Definice 1.17

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- ohraničená shora na M, jestliže $\boxed{\exists\, h \in \mathbb{R},\ \forall x \in M: \quad f(x) \le h.}$



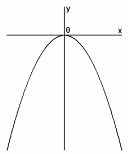
ohraničená shora

Ohraničenost

Definice 1.17

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- ohraničená shora na M, jestliže $\boxed{\exists\, h \in \mathbb{R},\ \forall x \in M: \quad f(x) \leq h.}$
- ohraničená zdola na M, jestliže $\boxed{\exists\, d \in \mathbb{R},\ \forall x \in M: \quad f(x) \geq d.}$



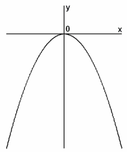
ohraničená shora

Ohraničenost

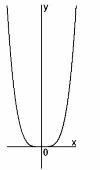
Definice 1.17

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- ohraničená shora na M, jestliže $\boxed{\exists\, h \in \mathbb{R},\ \forall x \in M : \quad f(x) \leq h.}$
- ohraničená zdola na M, jestliže $\boxed{\exists\, d \in \mathbb{R},\ \forall x \in M : \quad f(x) \geq d.}$



ohraničená shora



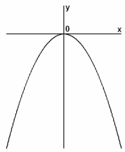
ohraničená zdola

Ohraničenost

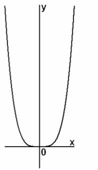
Definice 1.17

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- ohraničená shora na M, jestliže $\boxed{\exists\, h \in \mathbb{R},\ \forall x \in M : \quad f(x) \le h.}$
- ohraničená zdola na M, jestliže $\boxed{\exists\, d \in \mathbb{R},\ \forall x \in M : \quad f(x) \ge d.}$
- ohraničená na M, je-li na M ohraničená shora i zdola.



ohraničená shora



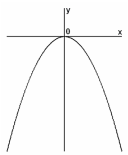
ohraničená zdola

Ohraničenost

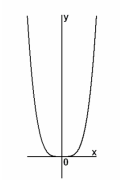
Definice 1.17

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

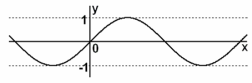
- ohraničená shora na M, jestliže $\boxed{\exists\, h \in \mathbb{R},\ \forall x \in M: \quad f(x) \leq h.}$
- ohraničená zdola na M, jestliže $\boxed{\exists\, d \in \mathbb{R},\ \forall x \in M: \quad f(x) \geq d.}$
- ohraničená na M, je-li na M ohraničená shora i zdola.



ohraničená shora



ohraničená zdola



ohraničená

Monotónnost

Monotónnost

Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

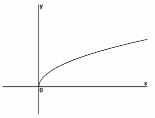
- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$

Monotónnost

Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$



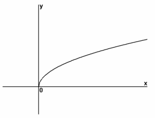
rostoucí

Monotónnost

Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$



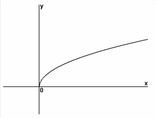
rostoucí

Monotónnost

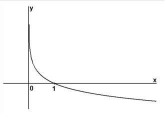
Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$



rostoucí



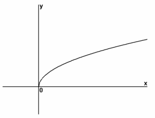
klesající

Monotónnost

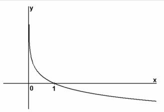
Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$
- neklesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2).}$



rostoucí



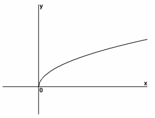
klesající

Monotónnost

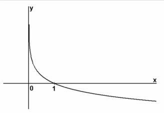
Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$
- neklesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2).}$
- nerostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).}$



rostoucí



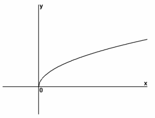
klesající

Monotónnost

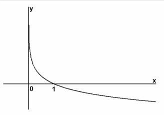
Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$
- neklesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \le f(x_2).}$
- nerostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \ge f(x_2).}$
- konstantní na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad f(x_1) = f(x_2).}$



rostoucí



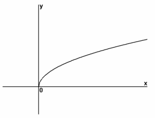
klesající

Monotónnost

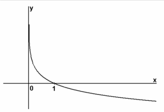
Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$
- neklesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2).}$
- nerostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).}$
- konstantní na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M : \quad f(x_1) = f(x_2).}$
- monotónní na M, jestliže má na M některou z předchozích vlastností.



rostoucí



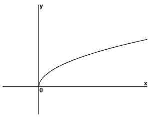
klesající

Monotónnost

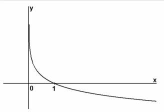
Definice 1.18

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- rostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).}$
- klesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).}$
- neklesající na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2).}$
- nerostoucí na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).}$
- konstantní na M, jestliže $\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in M: \quad f(x_1) = f(x_2).}$
- monotónní na M, jestliže má na M některou z předchozích vlastností.
- ryze monotónní na M, jestliže je na M rostoucí nebo klesající.



rostoucí



klesající

Extrémy funkce

Extrémy funkce

Definice 1.19

Nechť f je funkce a $x_0 \in M \subseteq D_f$. Potom řekneme, že funkce f nabývá na množině M

- minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \geq f(x_0)}$,

Extrémy funkce

Definice 1.19

Nechť f je funkce a $x_0 \in M \subseteq D_f$. Potom řekneme, že funkce f nabývá na množině M

- minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \geq f(x_0)}$,
- ostrého minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) > f(x_0)}$,

Extrémy funkce

Definice 1.19

Nechť f je funkce a $x_0 \in M \subseteq D_f$. Potom řekneme, že funkce f nabývá na množině M

- minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \geq f(x_0)}$,
- ostrého minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) > f(x_0)}$,
- maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \leq f(x_0)}$,

Extrémy funkce

Definice 1.19

Nechť f je funkce a $x_0 \in M \subseteq D_f$. Potom řekneme, že funkce f nabývá na množině M

- minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \geq f(x_0)}$,
- ostrého minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) > f(x_0)}$,
- maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \leq f(x_0)}$,
- ostrého maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) < f(x_0)}$.

Extrémy funkce

Definice 1.19

Nechť f je funkce a $x_0 \in M \subseteq D_f$. Potom řekneme, že funkce f nabývá na množině M

- minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \geq f(x_0)}$,
- ostrého minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) > f(x_0)}$,
- maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \leq f(x_0)}$,
- ostrého maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) < f(x_0)}$.

Dodatky

- Nastane-li v definici 1.19 situace $M = D_f$, hovoříme o globálním (ostrém) minimu resp. o globálním (ostrém) maximu.

Extrémy funkce

Definice 1.19

Nechť f je funkce a $x_0 \in M \subseteq D_f$. Potom řekneme, že funkce f nabývá na množině M

- minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \geq f(x_0)}$,
- ostrého minima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) > f(x_0)}$,
- maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) \leq f(x_0)}$,
- ostrého maxima v bodě x_0, jestliže $\boxed{x \in M \setminus \{x_0\} \implies f(x) < f(x_0)}$.

Dodatky

- Nastane-li v definici 1.19 situace $M = D_f$, hovoříme o globálním (ostrém) minimu resp. o globálním (ostrém) maximu.
- Nabývá-li funkce f na množině M (ostrého) minima nebo maxima v bodě x_0, řekneme, že funkce f nabývá na množině M (ostrého) lokálního extrému v bodě x_0.

Konvexnost, konkávnost

Konvexnost, konkávnost

Definice 1.20

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- konvexní na M, jestliže pro všechna $x, x_1, x_2 \in M$ platí

$$\boxed{x_1 < x < x_2 \implies f(x) < f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1).}$$

Konvexnost, konkávnost

Definice 1.20

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- konvexní na M, jestliže pro všechna $x, x_1, x_2 \in M$ platí

$$\boxed{x_1 < x < x_2 \implies f(x) < f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1).}$$

Konvexnost, konkávnost

Definice 1.20

Nechť f je funkce a nechť $M \subset D_f$. Potom f je

- konvexní na M, jestliže pro všechna $x, x_1, x_2 \in M$ platí

$$\boxed{x_1 < x < x_2 \implies f(x) < f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1).}$$

- konkávní na M, jestliže pro všechna $x, x_1, x_2 \in M$ platí

$$\boxed{x_1 < x < x_2 \implies f(x) > f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1).}$$

Sudost, lichost

Sudost, lichost

Definice 1.21

Funkce f je

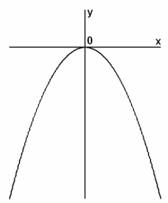
- sudá, jestliže $\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad -x \in D_f \quad \wedge \quad f(-x) = f(x).}$

Sudost, lichost

Definice 1.21

Funkce f je

- sudá, jestliže $\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad -x \in D_f \quad \wedge \quad f(-x) = f(x).}$



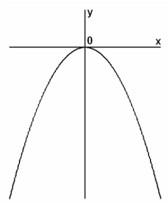
sudá

Sudost, lichost

Definice 1.21

Funkce f je

- sudá, jestliže $\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad -x \in D_f \quad \wedge \quad f(-x) = f(x).}$
- lichá, jestliže $\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad -x \in D_f \quad \wedge \quad f(-x) = -f(x).}$



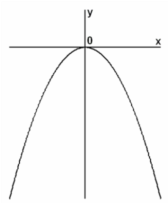
sudá

Sudost, lichost

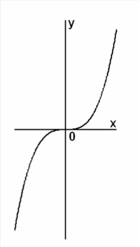
Definice 1.21

Funkce f je

- sudá, jestliže $\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad -x \in D_f \quad \wedge \quad f(-x) = f(x).}$
- lichá, jestliže $\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad -x \in D_f \quad \wedge \quad f(-x) = -f(x).}$



sudá



lichá

Sudost, lichost

Příklad 1.2 Určete, zda je funkce sudá nebo lichá.

a) $f(x) = x^3 + \operatorname{tg} x$

Sudost, lichost

Příklad 1.2 Určete, zda je funkce sudá nebo lichá.

a) $f(x) = x^3 + \operatorname{tg} x$

b) $f(x) = x^2 - 2x + 5$

Sudost, lichost

Příklad 1.2 Určete, zda je funkce sudá nebo lichá.

a) $f(x) = x^3 + \operatorname{tg} x$

b) $f(x) = x^2 - 2x + 5$

c) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

Sudost, lichost

Příklad 1.2 Určete, zda je funkce sudá nebo lichá.

a) $f(x) = x^3 + \operatorname{tg} x$

b) $f(x) = x^2 - 2x + 5$

c) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

d) $f(x) = \sqrt{x+3}$

Prostota

Prostota

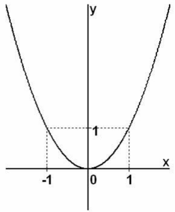
Definice 1.22

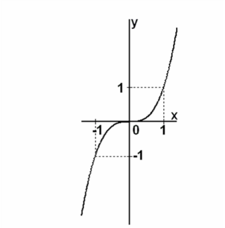
Funkce f je prostá, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : \; x_1 \neq x_2 \;\Rightarrow\; f(x_1) \neq f(x_2).}$

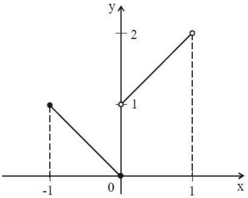
Prostota

Definice 1.22

Funkce f je prostá, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : \; x_1 \neq x_2 \; \Rightarrow \; f(x_1) \neq f(x_2).}$



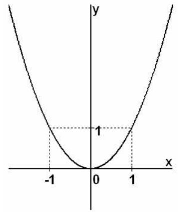




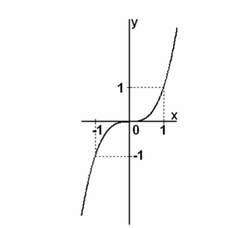
Prostota

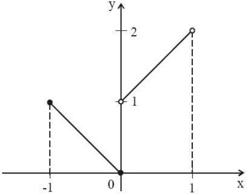
Definice 1.22

Funkce f je prostá, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : \; x_1 \neq x_2 \;\Rightarrow\; f(x_1) \neq f(x_2).}$



není prostá

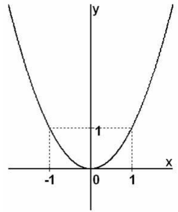




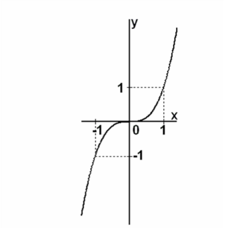
Prostota

Definice 1.22

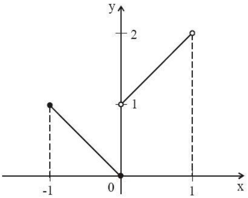
Funkce f je prostá, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : \ x_1 \neq x_2 \ \Rightarrow \ f(x_1) \neq f(x_2).}$



není prostá



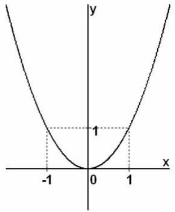
je prostá



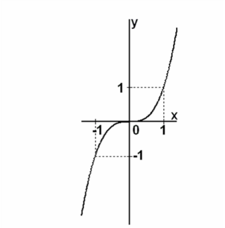
Prostota

Definice 1.22

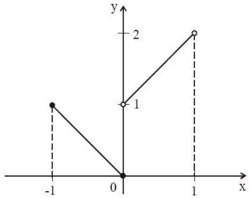
Funkce f je prostá, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f: \ x_1 \neq x_2 \ \Rightarrow \ f(x_1) \neq f(x_2).}$



není prostá



je prostá



je prostá

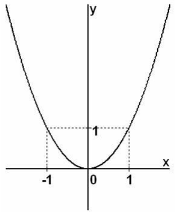
Prostota

Definice 1.22

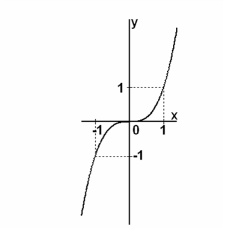
Funkce f je **prostá**, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : \; x_1 \neq x_2 \;\Rightarrow\; f(x_1) \neq f(x_2).}$

Pozorování

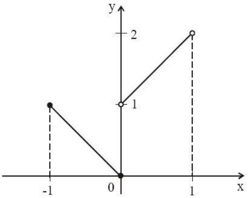
Libovolná rovnoběžka s osou x protíná graf prosté funkce nejvýše jednou.



není prostá



je prostá



je prostá

Prostota

Definice 1.22

Funkce f je prostá, jestliže $\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f :\ x_1 \neq x_2 \ \Rightarrow\ f(x_1) \neq f(x_2).}$

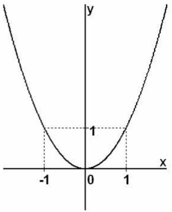
Pozorování

Libovolná rovnoběžka s osou x protíná graf prosté funkce nejvýše jednou.

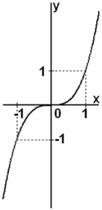
Věta 1.1

Nechť $c \in \mathbb{R}$ a f je prostá funkce. Potom existuje nejvýše jedno řešení rovnice

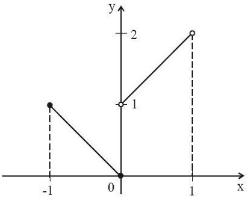
$$\boxed{f(x) = c.}$$



není prostá



je prostá



je prostá

Prostota

Prostota

Věta 1.2 důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Prostota

Věta 1.2 důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.

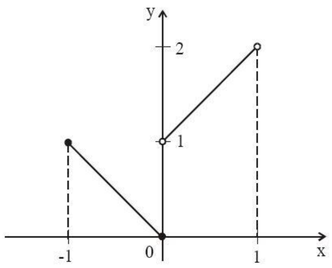
Prostota

Věta 1.2 důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



Prostota

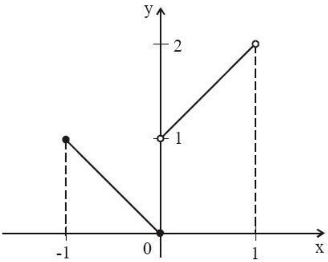
Věta 1.2

důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



je prostá,

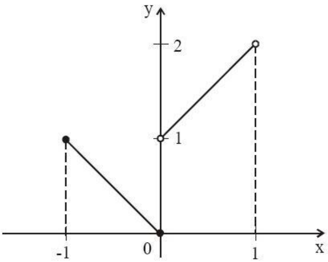
Prostota

Věta 1.2 důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



je prostá, není monotónní

Prostota

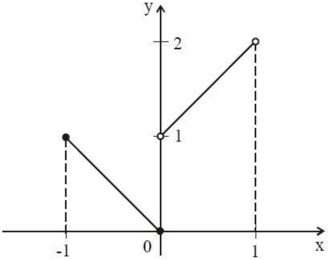
Věta 1.2

důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



je prostá, není monotónní

Věta 1.3

Funkce f je prostá právě tehdy, když

$$\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2.}$$

Prostota

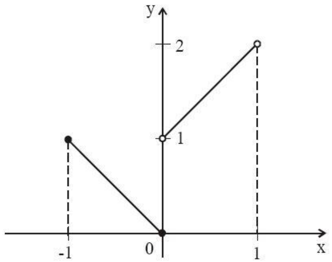
Věta 1.2

důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



je prostá, není monotónní

Věta 1.3

Funkce f je prostá právě tehdy, když

$$\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2.}$$

Příklad 1.3 Zjistěte, zda je funkce prostá.

a) $f(x) = x + 2$

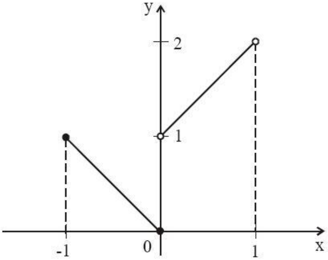
Prostota

Věta 1.2 důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



je prostá, není monotónní

Věta 1.3

Funkce f je prostá právě tehdy, když

$$\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2.}$$

Příklad 1.3 Zjistěte, zda je funkce prostá.

a) $f(x) = x + 2$

b) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

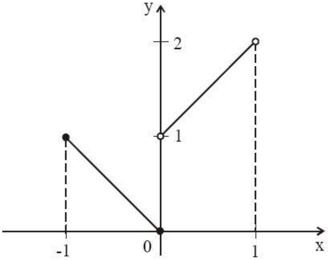
Prostota

Věta 1.2 důkaz

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Poznámka 1.7

Opačné tvrzení neplatí: funkce prostá nemusí být (ani) monotónní na svém definičním oboru.



je prostá, není monotónní

Věta 1.3

Funkce f je prostá právě tehdy, když

$$\boxed{\forall x_1, x_2 \in D_f : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2.}$$

Příklad 1.3 Zjistěte, zda je funkce prostá.

a) $f(x) = x + 2$

b) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

c) $f(x) = 10^{x+1}$

Invertibilita

Invertibilita

Definice 1.23

Funkce g se nazývá inverzní funkce k funkci f, jestliže pro libovolná $x, y \in \mathbb{R}$ platí

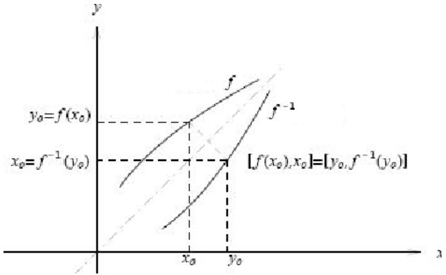
$$\boxed{g(y) = x \iff y = f(x)}$$

Invertibilita

Definice 1.23

Funkce g se nazývá inverzní funkce k funkci f, jestliže pro libovolná $x, y \in \mathbb{R}$ platí

$$\boxed{g(y) = x \quad \Longleftrightarrow \quad y = f(x)}$$



Invertibilita

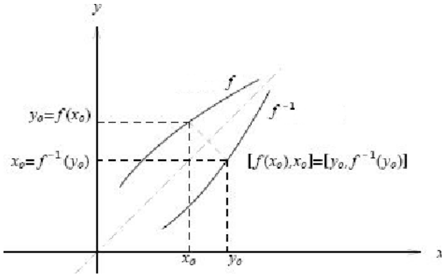
Definice 1.23

Funkce g se nazývá inverzní funkce k funkci f, jestliže pro libovolná $x, y \in \mathbb{R}$ platí

$$\boxed{g(y) = x \iff y = f(x)}$$

Poznámka 1.8

- Funkce inverzní k funkci f se obvykle označuje $\boxed{f^{-1}.}$



Invertibilita

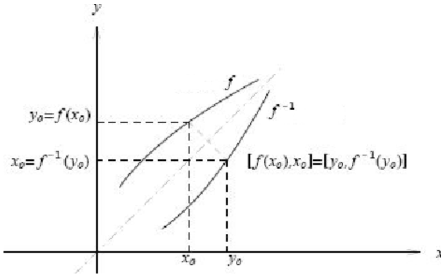
Definice 1.23

Funkce g se nazývá inverzní funkce k funkci f, jestliže pro libovolná $x, y \in \mathbb{R}$ platí

$$\boxed{g(y) = x \iff y = f(x)}$$

Poznámka 1.8

- Funkce inverzní k funkci f se obvykle označuje $\boxed{f^{-1}.}$
- Grafy funkcí f a f^{-1} jsou souměrné podle osy 1. a 3. kvadrantu.



Invertibilita

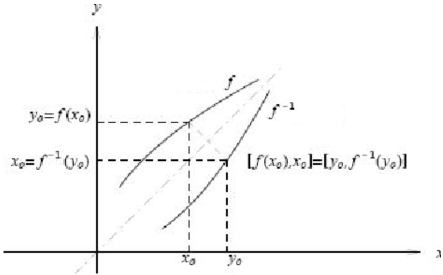
Definice 1.23

Funkce g se nazývá inverzní funkce k funkci f, jestliže pro libovolná $x, y \in \mathbb{R}$ platí

$$\boxed{g(y) = x \iff y = f(x)}$$

Poznámka 1.8

- Funkce inverzní k funkci f se obvykle označuje $\boxed{f^{-1}.}$
- Grafy funkcí f a f^{-1} jsou souměrné podle osy 1. a 3. kvadrantu.
- Platí $D_{f^{-1}} = H_f$, $H_{f^{-1}} = D_f$.



Invertibilita

Invertibilita

Věta 1.4 (o existenci inverzní funkce)

Nechť f je funkce. Potom f^{-1} existuje právě tehdy, když f je prostá.

Invertibilita

Věta 1.4 (o existenci inverzní funkce)

Nechť f je funkce. Potom f^{-1} existuje právě tehdy, když f je prostá.

Příklad 1.4 Určete funkci inverzní k zadané funkci.

a) $f(x) = x + 2$

Invertibilita

Věta 1.4 (o existenci inverzní funkce)

Nechť f je funkce. Potom f^{-1} existuje právě tehdy, když f je prostá.

Příklad 1.4 Určete funkci inverzní k zadané funkci.

a) $f(x) = x + 2$ b) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

Invertibilita

Věta 1.4 (o existenci inverzní funkce)

Nechť f je funkce. Potom f^{-1} existuje právě tehdy, když f je prostá.

Příklad 1.4 Určete funkci inverzní k zadané funkci.

a) $f(x) = x + 2$ b) $f(x) = \sqrt{x-2}$ c) $f(x) = 10^{x+1}$

Periodicita

Periodicita

Definice 1.24

- Funkce f je periodická, existuje-li $T > 0$ takové, že

$$\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad x + T \in D_f \quad \wedge \quad f(x+T) = f(x).}$$

Periodicita

Definice 1.24

- Funkce f je periodická, existuje-li $T > 0$ takové, že

$$\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad x + T \in D_f \quad \wedge \quad f(x+T) = f(x).}$$

- V této situaci se číslo T nazývá perioda funkce f.

Periodicita

Definice 1.24

- Funkce f je periodická, existuje-li $T > 0$ takové, že

$$\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad x + T \in D_f \quad \wedge \quad f(x+T) = f(x).}$$

- V této situaci se číslo T nazývá perioda funkce f.
- Existuje-li nejmenší perioda funkce f, nazývá se základní perioda funkce f.

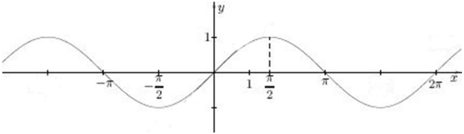
Periodicita

Definice 1.24

- Funkce f je periodická, existuje-li $T > 0$ takové, že

$$\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad x + T \in D_f \quad \wedge \quad f(x+T) = f(x).}$$

- V této situaci se číslo T nazývá perioda funkce f.
- Existuje-li nejmenší perioda funkce f, nazývá se základní perioda funkce f.



$T = 2\pi$

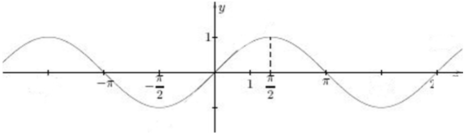
Periodicita

Definice 1.24

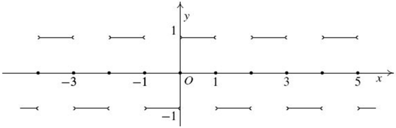
- Funkce f je periodická, existuje-li $T > 0$ takové, že

$$\boxed{\forall\, x \in D_f : \quad x + T \in D_f \quad \wedge \quad f(x+T) = f(x).}$$

- V této situaci se číslo T nazývá perioda funkce f.
- Existuje-li nejmenší perioda funkce f, nazývá se základní perioda funkce f.



$T = 2\pi$



$T = 2$

Periodicita

Příklad 1.5 Určete periodu funkce.

a) $f(x) = \sin x$

Periodicita

Příklad 1.5 Určete periodu funkce.

a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \sin 2x$

Periodicita

Příklad 1.5 Určete periodu funkce.

a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \sin 2x$

c) $f(x) = \sin(2x + 1)$

Periodicita

Příklad 1.5 Určete periodu funkce.

a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \sin 2x$

c) $f(x) = \sin(2x + 1)$

d) $f(x) = 3\sin(2x + 1)$

Rozšíření definice kartézského součinu

Rozšíření definice kartézského součinu

zpět

Definice 1.1

- Nechť A, B jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin A, B je množina všech uspořádaných dvojic (a, b), kde $a \in A, b \in B$; označuje se $A \times B$. Tj.

$$\boxed{A \times B = \{(a, b) : a \in A \land b \in B\}.}$$

Rozšíření definice kartézského součinu

zpět

Definice 1.1

- Nechť A, B jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin A, B je množina všech uspořádaných dvojic (a, b), kde $a \in A, b \in B$; označuje se $A \times B$. Tj.

$$\boxed{A \times B = \{(a, b) : a \in A \wedge b \in B\}.}$$

- Nechť $n \in \mathbb{N}$ a $A_1, \dots, A_n$ jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin $A_1, \dots, A_n$ je množina všech uspořádaných n-tic $(a_1, \dots, a_n)$, kde $a_i \in A_i$ pro každé $i \in \{1, \dots, n\}$; označuje se $A_1 \times \cdots \times A_n$.

Rozšíření definice kartézského součinu

zpět

Definice 1.1

- Nechť A, B jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin A, B je množina všech uspořádaných dvojic (a, b), kde $a \in A, b \in B$; označuje se $A \times B$. Tj.

$$\boxed{A \times B = \{(a, b) : a \in A \wedge b \in B\}.}$$

- Nechť $n \in \mathbb{N}$ a $A_1, \dots, A_n$ jsou neprázdné množiny. Kartézský součin množin $A_1, \dots, A_n$ je množina všech uspořádaných n-tic $(a_1, \dots, a_n)$, kde $a_i \in A_i$ pro každé $i \in \{1, \dots, n\}$; označuje se $A_1 \times \dots \times A_n$.
- Je-li $A_1 = \dots = A_n = A$, potom kartézský součin $A_1 \times \dots \times A_n$ se nazývá n-tá kartézská mocnina množiny A; označuje se A^n.

Způsoby zadání funkce

Způsoby zadání funkce

zpět

- Analyticky
  - explicitně: rovností $\boxed{y = f(x),}$ např. $y = 2x^2$ (nebo též $f(x) = 2x^2$),
  - implicitně: rovnicí $\boxed{F(x, y) = 0,}$ např. $xy^2 - e^y = 0$,

Způsoby zadání funkce

zpět

- Analyticky
  - explicitně: rovností $\boxed{y = f(x),}$ např. $y = 2x^2$ (nebo též $f(x) = 2x^2$),
  - implicitně: rovnicí $\boxed{F(x, y) = 0,}$ např. $xy^2 - e^y = 0$,
  - parametricky: rovnicemi $\boxed{\left.\begin{aligned} x &= \phi(t) \\ y &= \psi(t) \end{aligned}\right\} t \in D,}$ např. $\left.\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= t^2 + t \end{aligned}\right\} t \in \mathbb{R}.$

Způsoby zadání funkce

zpět

- Analyticky
  - explicitně: rovností $\boxed{y = f(x),}$ např. $y = 2x^2$ (nebo též $f(x) = 2x^2$),
  - implicitně: rovnicí $\boxed{F(x, y) = 0,}$ např. $xy^2 - e^y = 0$,
  - parametricky: rovnicemi $\boxed{\left.\begin{array}{l} x = \phi(t) \\ y = \psi(t) \end{array}\right\} t \in D,}$ např. $\left.\begin{array}{l} x = 1 + t \\ y = t^2 + t \end{array}\right\} t \in \mathbb{R}.$
- Grafem

Způsoby zadání funkce

zpět

- Analyticky
  - explicitně: rovností $\boxed{y = f(x),}$ např. $y = 2x^2$ (nebo též $f(x) = 2x^2$),
  - implicitně: rovnicí $\boxed{F(x, y) = 0,}$ např. $xy^2 - e^y = 0$,
  - parametricky: rovnicemi $\boxed{\left.\begin{array}{l} x = \phi(t) \\ y = \psi(t) \end{array}\right\} t \in D,}$ např. $\left.\begin{array}{l} x = 1 + t \\ y = t^2 + t \end{array}\right\} \ t \in \mathbb{R}.$
- Grafem
- Tabulkou např.

Odpracované roky	0	1	2	3	4
plat v tis. Kč	15	21	29	41	57

Způsoby zadání funkce

zpět

- Analyticky
  - explicitně: rovností $\boxed{y = f(x),}$ např. $y = 2x^2$ (nebo též $f(x) = 2x^2$),
  - implicitně: rovnicí $\boxed{F(x, y) = 0,}$ např. $xy^2 - e^y = 0$,
  - parametricky: rovnicemi $\boxed{\left.\begin{aligned} x &= \phi(t) \\ y &= \psi(t) \end{aligned}\right\} t \in D,}$ např. $\left.\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= t^2 + t \end{aligned}\right\} \quad t \in \mathbb{R}.$
- Grafem
- Tabulkou např.

Odpracované roky	0	1	2	3	4
plat v tis. Kč	15	21	29	41	57

- Slovně např. Číslo zadání studentova domácího programu je dáno zbytkem po celočíselném dělení posledního dvojčíslí jeho osobního čísla dvaceti zvětšeným o jedničku.

Funkce „celá část“, operace div, mod

Funkce „celá část“, operace div, mod

zpět

Věta

Pro každé $x \in \mathbb{R}$ existuje jediné $k \in \mathbb{Z}$ takové, že $k \le x < k + 1$.

Funkce „celá část“, operace div, mod

zpět

Věta

Pro každé $x \in \mathbb{R}$ existuje jediné $k \in \mathbb{Z}$ takové, že $k \leq x < k + 1$.

Číslo $k \in \mathbb{Z}$ odpovídající číslu $x \in \mathbb{R}$ podle přechozí věty se označuje $\boxed{[x].}$

Funkce „celá část“, operace div, mod

zpět

Věta

Pro každé $x \in \mathbb{R}$ existuje jediné $k \in \mathbb{Z}$ takové, že $k \leq x < k + 1$.

Číslo $k \in \mathbb{Z}$ odpovídající číslu $x \in \mathbb{R}$ podle přechozí věty se označuje $\boxed{[x].}$

- Funkce $[\cdot] : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definovaná předpisem $\boxed{x \longmapsto [x]}$ se nazývá celá čast (reálného čísla).

Funkce „celá část“, operace div, mod

zpět

Věta

Pro každé $x \in \mathbb{R}$ existuje jediné $k \in \mathbb{Z}$ takové, že $k \leq x < k+1$.

Číslo $k \in \mathbb{Z}$ odpovídající číslu $x \in \mathbb{R}$ podle přechozí věty se označuje $\boxed{[x].}$

- Funkce $[\cdot] : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definovaná předpisem $\boxed{x \longmapsto [x]}$ se nazývá celá čast (reálného čísla).
- Operace div : $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{Z}$ definovaná předpisem

$$\boxed{x \operatorname{div} y = \left[\frac{x}{y}\right], \quad (x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+,}$$

  se nazývá celočíselné dělení.

Funkce „celá část", operace div, mod

zpět

Věta

Pro každé $x \in \mathbb{R}$ existuje jediné $k \in \mathbb{Z}$ takové, že $k \leq x < k+1$.

Číslo $k \in \mathbb{Z}$ odpovídající číslu $x \in \mathbb{R}$ podle přechozí věty se označuje $\boxed{[x].}$

- Funkce $[\cdot] : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definovaná předpisem $\boxed{x \longmapsto [x]}$ se nazývá celá čast (reálného čísla).
- Operace div : $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{Z}$ definovaná předpisem

$$\boxed{x \operatorname{div} y = \left[\frac{x}{y}\right], \quad (x,y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+,}$$

  se nazývá celočíselné dělení.
- Operace mod : $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ definovaná předpisem

$$\boxed{x \bmod y = x - \left[\frac{x}{y}\right] \cdot y, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+,}$$

  se nazývá zbytek po celočíselném dělení.

Klasifikace elementárních funkcí

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- Algebraické funkce jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- Algebraické funkce jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.
  - Polynomy jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$ a operace $/$.

Příklady

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- Algebraické funkce jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.
  - Polynomy jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$ a operace $/$.
  - Racionální jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$.

Příklady

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- Algebraické funkce jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.
  - Polynomy jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$ a operace $/$.
  - Racionální jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$.
  - Iracionální jsou všechny ostatní algebraické funkce.

Příklady

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- Algebraické funkce jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.
  - Polynomy jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$ a operace $/$.
  - Racionální jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$.
  - Iracionální jsou všechny ostatní algebraické funkce.
- Transcendentní jsou všechny ostatní elementární funkce.

Příklady

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- Algebraické funkce jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.
  - Polynomy jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$ a operace $/$.
  - Racionální jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$.
  - Iracionální jsou všechny ostatní algebraické funkce.
- Transcendentní jsou všechny ostatní elementární funkce.
  - Nižší, např. exponenciální, logaritmické, goniometrické, cyklometrické.

Příklady

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

d) $f(x) = \cos x + \operatorname{cotg} 2x$

Klasifikace elementárních funkcí

zpět

- **Algebraické funkce** jsou všechny elementární funkce vytvořené výhradně z funkcí $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$.
  - **Polynomy** jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$ a operace $/$.
  - **Racionální** jsou všechny algebraické funkce vytvořené bez použití funkce $\sqrt[n]{x}$.
  - **Iracionální** jsou všechny ostatní algebraické funkce.
- **Transcendentní** jsou všechny ostatní elementární funkce.
  - **Nižší**, např. exponenciální, logaritmické, goniometrické, cyklometrické.
  - **Vyšší**, např. $\int e^{-x^2} \mathrm{d}x$.

Příklady

a) $f(x) = x^7 + 3x^5 - 2x + 7$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt[3]{x - 1}$

d) $f(x) = \cos x + \operatorname{cotg} 2x$

Věta 1.2 s důkazem

zpět

Věta 1.2

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Věta 1.2 s důkazem

zpět

Věta 1.2

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Důkaz (přímý):

Nechť f je rostoucí. Nechť $x_1, x_2 \in D_f$ a $x_1 \neq x_2$.

Věta 1.2 s důkazem

zpět

Věta 1.2

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Důkaz (přímý):

Nechť f je rostoucí. Nechť $x_1, x_2 \in D_f$ a $x_1 \neq x_2$.
Je-li $x_1 < x_2$, potom z definice 1.18 plyne, že $f(x_1) < f(x_2)$.

Věta 1.2 s důkazem

zpět

Věta 1.2

Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

Důkaz (přímý):

Nechť f je rostoucí. Nechť $x_1, x_2 \in D_f$ a $x_1 \neq x_2$.
Je-li $x_1 < x_2$, potom z definice 1.18 plyne, že $f(x_1) < f(x_2)$.
Je-li $x_1 > x_2$, potom z definice 1.18 plyne, že $f(x_1) > f(x_2)$.

Věta 1.2 s důkazem

zpět

Věta 1.2

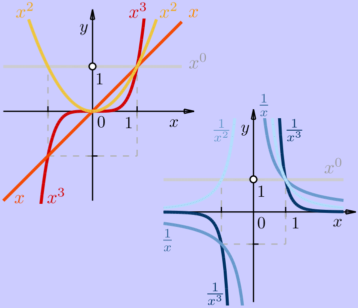
Každá funkce ryze monotónní na svém definičním oboru je prostá.

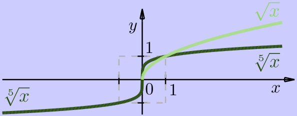
Důkaz (přímý):

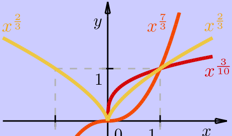
Nechť f je rostoucí. Nechť $x_1, x_2 \in D_f$ a $x_1 \neq x_2$.
Je-li $x_1 < x_2$, potom z definice 1.18 plyne, že $f(x_1) < f(x_2)$.
Je-li $x_1 > x_2$, potom z definice 1.18 plyne, že $f(x_1) > f(x_2)$.
V obou případech tedy $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Mocninná funkce s celým exponentem

mocninná funkce s celým exponentem	$f\colon y = x^0$			$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\{1\}$	sudá
	$f\colon y = x^n$	$n \in \mathbf{N}$	n sudé	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá
			n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
	$f\colon y = x^{-n}$	$n \in \mathbf{N}$	n sudé	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$(0, +\infty)$	sudá
			n liché	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	lichá
n-tá odmocnina	$f\colon y = \sqrt[n]{x}$	$n \in \mathbf{N}$	n sudé	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	
			n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
...ntem	$f\colon y = x^{\frac{m}{n}}$	$m, n \in \mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá
			m liché n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
			...ché ...udé	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	

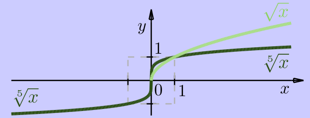


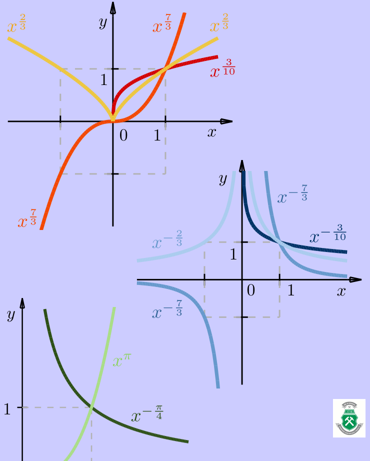




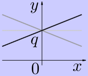
Přirozená odmocnina

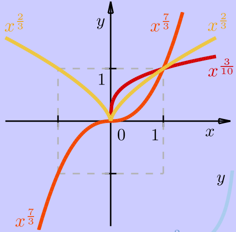
n-tá odmocnina	$f\colon y=\sqrt[n]{x}$	$n\in\mathbf{N}$	n sudé	$\langle 0,+\infty)$	$\langle 0,+\infty)$		
			n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	
mocninná funkce s obecným exponentem	$f\colon y=x^{\frac{m}{n}}$	$m,n\in\mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R}$	$\langle 0,+\infty)$	sudá	
			m liché n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	
			m liché n sudé	$\langle 0,+\infty)$	$\langle 0,+\infty)$		
	$f\colon y=x^{-\frac{m}{n}}$	$m,n\in\mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$(0,+\infty)$	sudá	
			m liché n liché	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	lichá	
			m liché n sudé	$(0,+\infty)$	$(0,+\infty)$		
	$f\colon y=x^{a}$	$a\in\mathbf{R}\setminus\mathbf{Q}$	$a>0$	$\langle 0,+\infty)$	$\langle 0,+\infty)$		

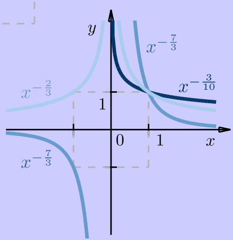


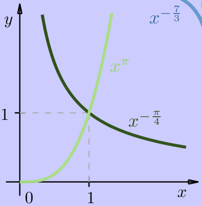


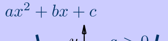
Mocninná funkce s obecným exponentem

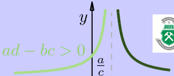
mocninná funkce s obecným exponentem	$f\colon y = x^{\frac{m}{n}}$	$m, n \in \mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá
			m liché n liché	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
			m liché n sudé	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	
	$f\colon y = x^{-\frac{m}{n}}$	$m, n \in \mathbf{N}$	m sudé n liché	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$(0, +\infty)$	sudá
			m liché n liché	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	lichá
			m liché n sudé	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	
	$f\colon y = x^{a}$	$a \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$	$a > 0$	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	
			$a < 0$	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	
	$f\colon y = q$	 $k > 0$, $k = 0$, $k < 0$		$\mathbf{R}$	$\{q\}$	
	$f\colon y = kx + q$	$k \neq 0$		$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	





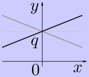


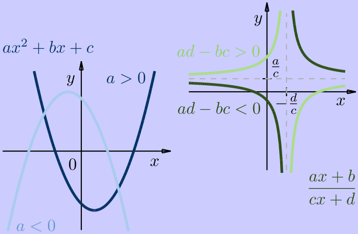


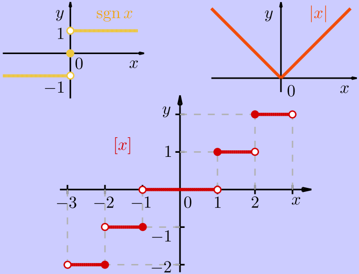


Konstantní, lineární, kvadratická a lomená funkce

$f\colon y = q$	$\mathbf{R}$	$\{q\}$	
$f\colon y = kx + q$ $k \neq 0$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	
$f\colon y = ax^2 + bx + c$	$\mathbf{R}$		
$f\colon y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $c \neq 0$, $bc - ad \neq 0$	$\mathbf{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$	$\mathbf{R} \setminus \{\frac{a}{c}\}$	
$f\colon y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$	$\mathbf{R}$	$\{-1, 0, 1\}$	lichá
$f\colon y = \lvert x \rvert = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá
$f\colon y = [x]$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{Z}$	lichá



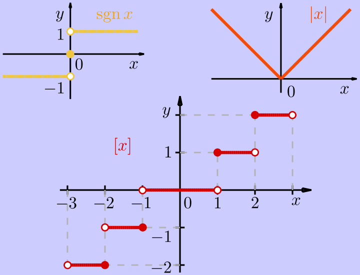




$f(x)^{g(x)} = \mathrm{e}^{g(x) \ln f(x)}$

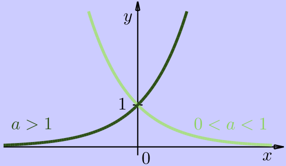
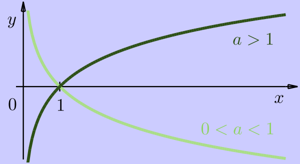
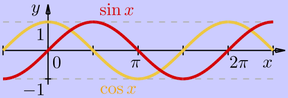
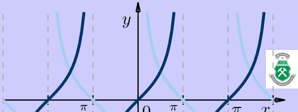
Signum, absolutní hodnota, celá část

$f\colon y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$	$\mathbf{R}$	$\{-1, 0, 1\}$	lichá
$f\colon y = \lvert x \rvert = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$	$\mathbf{R}$	$\langle 0, +\infty)$	sudá
$f\colon y = [x]$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{Z}$	lichá

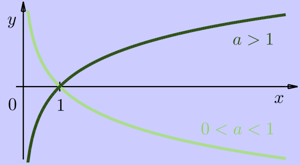
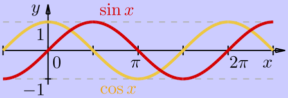
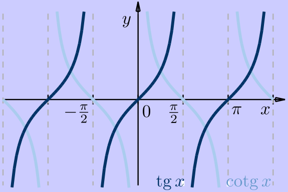
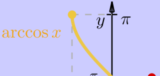


$$f(x)^{g(x)} = \mathrm{e}^{g(x) \ln f(x)}$$

Exponenciální funkce

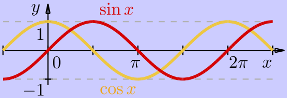
exponenciální funkce	$f\colon y = a^x, \quad a > 0,\ a \neq 1$ $f\colon y = \mathrm{e}^x$ $\mathrm{e} \doteq 2{,}718281828$	$\mathbf{R}$	$(0, +\infty)$		
logaritmická funkce	$f\colon y = \log_a x, \quad a > 0,\ a \neq 1$ $f\colon y = \log_{\mathrm{e}} x = \ln x$ $f\colon y = \log_{10} x = \log x$	$(0, +\infty)$	$\mathbf{R}$		
goniometrické funkce	$f\colon y = \sin x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1, 1 \rangle$	period. $T = 2\pi$ lichá	
	$f\colon y = \cos x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1, 1 \rangle$	period. $T = 2\pi$ sudá	
	$f\colon y = \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$	$\mathbf{R} \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T = \pi$ lichá	

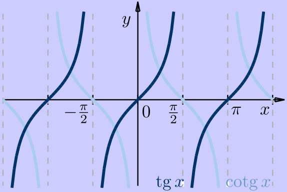
Logaritmická funkce

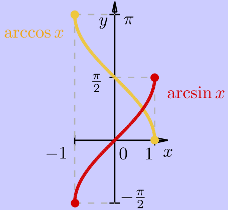
logaritmická funkce	$f\colon y=\log_a x,\quad a>0,\ a\neq 1$ $f\colon y=\log_e x=\ln x$ $f\colon y=\log_{10} x=\log x$	$(0,+\infty)$	$\mathbf{R}$		
goniometrické funkce	$f\colon y=\sin x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1,1\rangle$	period. $T=2\pi$ lichá	
	$f\colon y=\cos x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1,1\rangle$	period. $T=2\pi$ sudá	
	$f\colon y=\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$	$\mathbf{R}\setminus\{(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T=\pi$ lichá	
	$f\colon y=\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x}$	$\mathbf{R}\setminus\{k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T=\pi$ lichá	
	$f\colon y=\arcsin x$	$\langle -1,1\rangle$	$\langle -\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\rangle$	lichá	

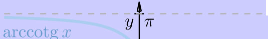
Goniometrické funkce

goniometrické funkce	$f\colon y = \sin x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1, 1\rangle$	period. $T = 2\pi$ lichá
	$f\colon y = \cos x$	$\mathbf{R}$	$\langle -1, 1\rangle$	period. $T = 2\pi$ sudá
	$f\colon y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\mathbf{R} \setminus \{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T = \pi$ lichá
	$f\colon y = \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\mathbf{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$	period. $T = \pi$ lichá
cyklometrické funkce	$f\colon y = \arcsin x$	$\langle -1, 1\rangle$	$\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\rangle$	lichá
	$f\colon y = \arccos x$	$\langle -1, 1\rangle$	$\langle 0, \pi\rangle$	
	$f\colon y = \operatorname{arctg} x$	$\mathbf{R}$	$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	lichá



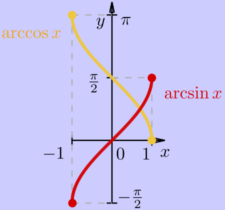


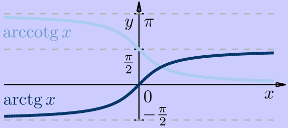


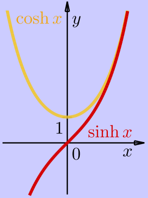


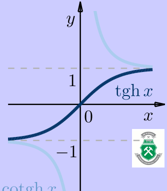
Cyklometrické funkce

cyklometrické funkce	$f\colon y = \arcsin x$	$\langle -1, 1\rangle$	$\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\rangle$	lichá
	$f\colon y = \arccos x$	$\langle -1, 1\rangle$	$\langle 0, \pi\rangle$	
	$f\colon y = \operatorname{arctg} x$	$\mathbf{R}$	$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	lichá
	$f\colon y = \operatorname{arccotg} x$	$\mathbf{R}$	$(0, \pi)$	
hyperbolické funkce	$f\colon y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
	$f\colon y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$\mathbf{R}$	$\langle 1, +\infty)$	sudá
	$f\colon y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$	$\mathbf{R}$	$(-1, 1)$	lichá
	$f\colon y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\mathbf{R} \setminus \langle -1, 1\rangle$	lichá



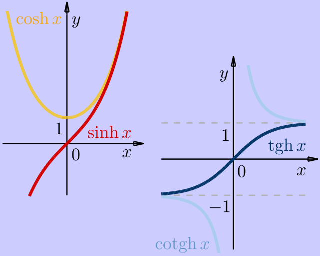


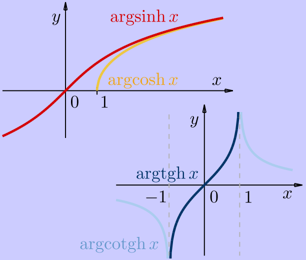




Hyperbolické funkce

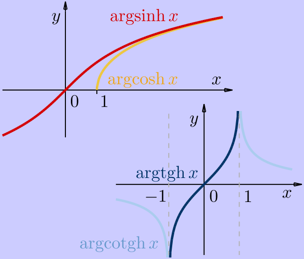
hyperbolické funkce	$f\colon y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
	$f\colon y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$\mathbf{R}$	$\langle 1, +\infty)$	sudá
	$f\colon y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$	$\mathbf{R}$	$(-1, 1)$	lichá
	$f\colon y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\mathbf{R} \setminus \langle -1, 1\rangle$	lichá
hyperbolometrické funkce	$f\colon y = \operatorname{argsinh} x$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá
	$f\colon y = \operatorname{argcosh} x$	$\langle 1, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	
	$f\colon y = \operatorname{argtgh} x$	$(-1, 1)$	$\mathbf{R}$	lichá
	$f\colon y = \operatorname{argcotgh} x$	$\mathbf{R} \setminus \langle -1, 1\rangle$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	lichá





Hyperbolometrické funkce

hyperbolometrické funkce

$f\colon y = \operatorname{argsinh} x$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	lichá	
$f\colon y = \operatorname{argcosh} x$	$\langle 1, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$		
$f\colon y = \operatorname{argtgh} x$	$(-1, 1)$	$\mathbf{R}$	lichá	
$f\colon y = \operatorname{argcotgh} x$	$\mathbf{R} \setminus \langle -1, 1\rangle$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	lichá	

Konec

(1. Funkce)