

## Planimetrie

Jaroslav Drobek

[jaroslav.drobek@goa-orlova.cz](mailto:jaroslav.drobek@goa-orlova.cz)

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

2. Podobnost trojúhelníků

**GOA –  
ORLOVA.CZ**

# Podobnost

Trojúhelník  $A'B'C'$  je podobný trojúhelníku  $ABC$ , píšeme  $A'B'C' \sim ABC$ , existuje-li  $q \neq 0$  takové, že

$$\begin{array}{lll} |A'B'| = q |AB| & |B'C'| = q |BC| & |A'C'| = q |AC| \\ \text{neboli} & c' = q \cdot c & a' = q \cdot a & b' = q \cdot b \end{array}$$

**Příklad 2.1** Určete koeficient podobnosti a zbývající strany trojúhelníku  $ABC$ , jestliže

$ABC \sim DEF$ ,  $c = 10$ ,  $d = 1$ ,  $e = 5$ ,  $f = 2$  (při obvyklém značení v trojúhelnících).

$$|AB| = q |DE| \quad |BC| = q |EF| \quad |AC| = q |DF|$$

$$c = q \cdot f \quad a = q \cdot d \quad b = q \cdot e$$

$$10 = q \cdot 2 \quad a = 5 \cdot 1 \quad b = 5 \cdot 5$$

$$\underline{\underline{q = 5}} \quad \underline{\underline{a = 5}} \quad \underline{\underline{b = 25}}$$

# Podobnost

**Příklad 2.2 Určete zbývající strany trojúhelníků, jestliže**

- a)  $ABC \sim XYZ, b = 8, x = 1, y = 2, z = 3 \quad [a = 4, c = 12]$
- b)  $ABC \sim KLM, a = 2, b = m = 5, l = 10 \quad [c = \frac{5}{2}, k = 4]$
- c)  $ABC \sim EFG, a = 2, b = 5, c = \frac{11}{3}, f = 15 \quad [e = 6, g = 11]$

# Podobnost

## Věta sss

Trojúhelník  $A'B'C'$  je podobný trojúhelníku  $ABC$ , platí-li  $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$ .

**Příklad 2.3** Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- ▶ jeden má délky stran 4 cm, 7 cm, 11 cm,
- ▶ druhý má délky stran 33 cm, 12 cm, 21 cm.

4, 7, 11

12, 21, 33

...

$$\frac{4}{12} = \frac{7}{21} = \frac{11}{33} ?$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \checkmark$$

⇒ jsou podobné podle věty sss

**Příklad 2.4** Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- jeden má délky stran 7 cm, 4 cm, 9 cm, a druhý 8 cm, 18 cm, 14 cm. [ano]
- jeden má délky stran 12 cm, 1 cm, 2 cm, a druhý  $\frac{1}{6}$  cm,  $\frac{1}{3}$  cm, 2 cm. [ano]
- jeden má délky stran 4 cm, 7 cm, 8 cm, a druhý  $\frac{7}{16}$  cm,  $\frac{1}{4}$  cm,  $\frac{1}{3}$  cm. [ne]

# Podobnost

## Věta sus

Trojúhelník  $A'B'C'$  je podobný trojúhelníku  $ABC$ , platí-li

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}, \gamma = \gamma'$$

nebo

$$\frac{a'}{a} = \frac{c'}{c}, \beta = \beta'$$

nebo

$$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}, \alpha = \alpha'$$

**Příklad 2.5** Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- ▶ strany jednoho o délkách 6 cm,  $\frac{5}{3}$  cm svírají úhel  $36^\circ$ ,
- ▶ strany druhého o délkách 1 cm,  $\frac{18}{5}$  cm svírají úhel  $36^\circ$ .

Strany seřadíme vzestupně podle velikosti:  $\frac{5}{3}, 6$        $1, \frac{18}{5}$        $\dots \frac{\frac{5}{3}}{1} = \frac{6}{\frac{18}{5}}$  ?

$$\frac{5}{3} = \frac{30}{18} ?$$

$$\frac{5}{3} = \frac{5}{3} \checkmark$$

strany svírají stejně velký úhel  $\checkmark \implies$  Trojúhelníky jsou podobné podle věty sus

# Podobnost

## Věta uu

Dva trojúhelníky jsou podobné, shodují-li se ve dvou vnitřních úhlech.

**Příklad 2.6** Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že jeden má vnitřní úhly  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  a druhý  $30^\circ$ ,  $90^\circ$ .

Zbývající úhel prvního trojúhelníku je  $180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$ .

Trojúhelníky se shodují ve dvou vnitřních úhlech:  $30^\circ$ ,  $90^\circ \Rightarrow$  jsou podobné podle věty uu

**Příklad 2.7** Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- a) jeden má vnitřní úhly  $12^\circ$ ,  $118^\circ$  a druhý  $41^\circ$ ,  $12^\circ$ . [ne]
- b) jeden má vnitřní úhly  $54^\circ$ ,  $72^\circ$  a druhý  $54^\circ$ ,  $54^\circ$ . [ano]

**Konec**  
(2. Podobnosť trojúhelníků)