Funkce

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

3. Kvadratická funkce

GOA – ORLOVA.CZ

Příklad 3.1 Vypočítej souřadnice vrcholu $V[m; n]$ paraboly, která je grafem funkce $y = 2x^2 - 12x + 16$.

Převedeme obecný tvar na vrcholový doplněním na čtverec:

$$
\begin{aligned}
2x^2 - 12x + 16 &= (2x^2 - 12x) + 16 \\
&= 2(x^2 - 6x) + 16 \\
&= 2\left(x^2 + 2 \cdot (-3)x\right) + 16 \\
&= 2\left(x^2 + 2 \cdot (-3)x + (-3)^2\right) - 2 \cdot (-3)^2 + 16 \\
&= 2\left(x - 3\right)^2 - 18 + 16 \\
&= 2\left(x - 3\right)^2 - 2 \\
&= 2\left(x - 3\right)^2 + (-2)
\end{aligned}
$$

$$\Longrightarrow \underline{\underline{m = 3,\ n = -2}}$$

Příklad 3.2 Vypočítej koeficienty z obecného předpisu $y = ax^2 + bx + c$ kvadratické funkce, jejíž graf prochází body $A = [-2; 15]$, $B = [1; 12]$, $C = [-1; 8]$.

Dosazením souřadnic každého z bodů A, B, C za x, y do obecného předpisu obdržíme postupně tři ropvnice:

$$\begin{array}{rcl} & & y = ax^2 + bx + c \\ \hline A = [-2; 15] & \Longrightarrow & 15 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ B = [1; 12] & \Longrightarrow & 12 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ C = [-1; 8] & \Longrightarrow & 8 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \end{array}$$

Tyto musí platit současně, tvoří tedy soustavu tří rovnic o třech neznámých, kterými jsou hledané koeficienty a, b, c. Po drobných úpravách dostáváme soustavu ve tvaru:

$$\begin{aligned} 15 &= 4a - 2b + c \\ 12 &= a + b + c \\ 8 &= a - b + c \end{aligned}$$

Snadno lze dořešit s výsledkem ... $\underline{\underline{a = 3, b = 2, c = 7}}$

Příklad 3.3 Najdi obecný předpis kvadratické funkce, jejíž graf protíná osu y v bodě $[0; 5]$ a má vrchol v bodě $V = [-2; -3]$, a zapiš jeho koeficienty.

Informace o protnutí osy y nehraje v řešení roli – důležité je, že známe bod různý od vrcholu, jímž graf funkce prochází.

1. Přepíšeme vrcholový tvar funkce se zadanými souřadnicemi vrcholu $V = [-2; -3] = [m; n]$:
$$y = a(x - m)^2 + n$$
$$= a(x - (-2))^2 + (-3)$$
$$= a(x + 2)^2 - 3$$
2. bod $[0; 5]$ leží na grafu funkce, jeho souřadnice musí vyhovovat jakémukoliv, a tedy speciálně vrcholovému, předpisu funkce:
$$5 = a(0 + 2)^2 - 3$$
$$5 = 4a - 3$$
$$a = 2$$

3 Nyní máme kompletní vrcholový předpis, který převedeme na obecný:
$$y = 2(x + 2)^2 - 3$$
$$= 2(x^2 + 4x + 4) - 3$$
$$= 2x^2 + 8x + 8 - 3$$
$$= 2x^2 + 8x + 5$$

Vidíme, že $\underline{\underline{a=2, b=8, c=5}}$.

Konec

(3. Kvadratická funkce)