Posloupnosti

Jaroslav Drobek
jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

1. Základní pojmy

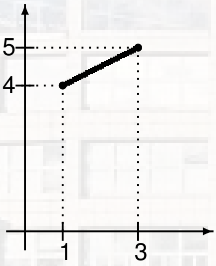
GOA – ORLOVA.CZ

Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

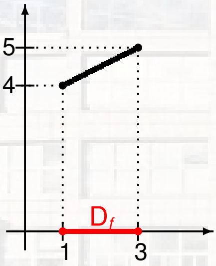
Funkce

$$\boxed{f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle}$$



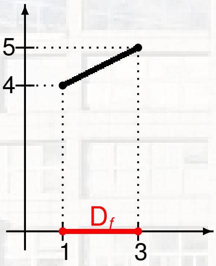
Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



Funkce

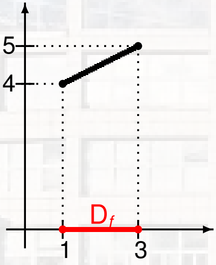
$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



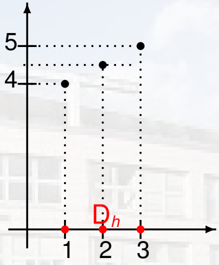
$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$

Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$

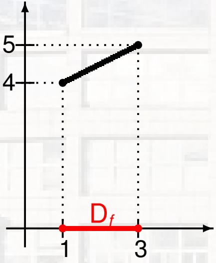


$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$

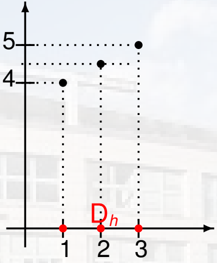


Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \qquad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



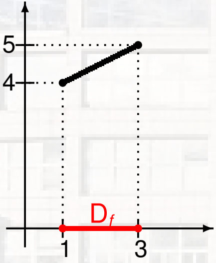
$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \qquad x \in \{1, 2, 3\}$$



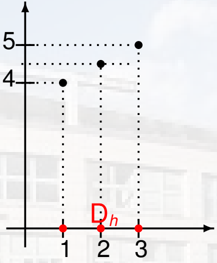
Pozorování:

Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



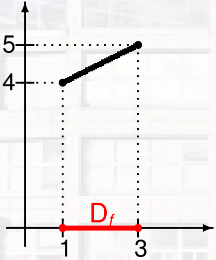
$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$



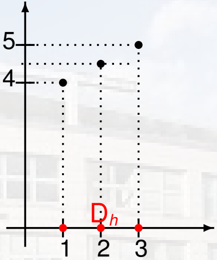
Pozorování: Redukce definičního oboru

Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



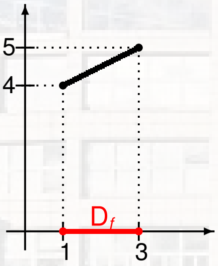
$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$



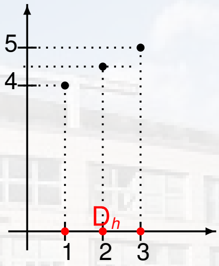
Pozorování: Redukce definičního oboru mění charakter grafu – úsečka se redukuje na body.

Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$



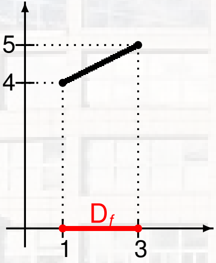
Pozorování: Redukce definičního oboru mění charakter grafu – úsečka se redukuje na body.

Definice:

- Funkce s definičním oborem $\{1, 2, \ldots, n_0\}$, kde $n_0 \in \mathbb{N}$, se nazývá konečná posloupnost.

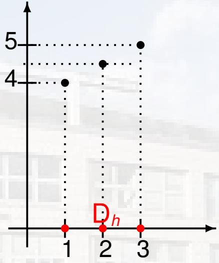
Funkce

$$f(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle$$



Posloupnost

$$h(x) = \frac{x+7}{2}, \quad x \in \{1, 2, 3\}$$



Pozorování: Redukce definičního oboru mění charakter grafu – úsečka se redukuje na body.

Definice:

- Funkce s definičním oborem $\{1, 2, \dots, n_0\}$, kde $n_0 \in \mathbb{N}$, se nazývá konečná posloupnost.
- Funkce s definičním oborem $\mathbb{N}$, se nazývá nekonečná posloupnost.

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

- Její argumenty nazýváme indexy a označujeme obvykle symbolem $\boxed{n}$ (u funkcí $\boxed{x}$).

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

- Její argumenty nazýváme indexy a označujeme obvykle symbolem $\boxed{n}$ (u funkcí $\boxed{x}$).
- Její funkční hodnoty nazýváme členy posloupnosti.

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

- Její argumenty nazýváme indexy a označujeme obvykle symbolem $\boxed{n}$ (u funkcí $\boxed{x}$).
- Její funkční hodnoty nazýváme členy posloupnosti. Je-li h posloupnost, potom funkční hodnotu $h(n)$ nazýváme n-tý člen posloupnosti h a označujeme symbolem $\boxed{h_n}$ (u funkcí $\boxed{f(x)}$).

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

- Její argumenty nazýváme indexy a označujeme obvykle symbolem $\boxed{n}$ (u funkcí $\boxed{x}$).
- Její funkční hodnoty nazýváme členy posloupnosti. Je-li h posloupnost, potom funkční hodnotu $h(n)$ nazýváme n-tý člen posloupnosti h a označujeme symbolem $\boxed{h_n}$ (u funkcí $\boxed{f(x)}$).
- Zápis $\boxed{(h_n)_{n=1}^{\infty}}$ resp. $\boxed{(h_n)_{n=1}^{n_0}}$ (pro pevné $n_0 \in \mathbb{N}$) vyjadřuje nekonečnou resp. konečnou posloupnost h.

Poznámky:

Posloupnost je speciální případ funkce.

- Její argumenty nazýváme indexy a označujeme obvykle symbolem $\boxed{n}$ (u funkcí $\boxed{x}$).
- Její funkční hodnoty nazýváme členy posloupnosti. Je-li h posloupnost, potom funkční hodnotu $h(n)$ nazýváme n-tý člen posloupnosti h a označujeme symbolem $\boxed{h_n}$ (u funkcí $\boxed{f(x)}$).
- Zápis $\boxed{(h_n)_{n=1}^{\infty}}$ resp. $\boxed{(h_n)_{n=1}^{n_0}}$ (pro pevné $n_0 \in \mathbb{N}$) vyjadřuje nekonečnou resp. konečnou posloupnost h.
- Je-li posloupnost h zadána explicitně, tj. např.

$$h_n = \frac{n+7}{2}, \qquad n \in \{1, 2, 3\},$$

říkáme, že je určena vzorcem pro n-tý člen.

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\dfrac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\frac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $\left(3+(-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\dfrac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $\left(3+(-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$ d) $\left(\cos(\pi n)\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\dfrac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $\left(3+(-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$ d) $\left(\cos(\pi n)\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.2 Vyjádřete dané konečné posloupnosti pomocí vzorce pro *n*-tý člen

a) $\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{4}, \dfrac{4}{5}, \dfrac{5}{6}, \dfrac{6}{7}$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\frac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $\left(3+(-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$ d) $\left(\cos(\pi n)\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.2 Vyjádřete dané konečné posloupnosti pomocí vzorce pro n-tý člen

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ b) $1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\frac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $\left(3+(-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$ d) $\left(\cos(\pi n)\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.2 Vyjádřete dané konečné posloupnosti pomocí vzorce pro *n*-tý člen

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ b) $1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1$ c) $54, 18, 6, 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}$

Příklad 1.1 Napište prvních pět členů posloupnosti:

a) $\left(4n\right)_{n=1}^{\infty}$ b) $\left(\dfrac{n+2}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ c) $\left(3+(-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$ d) $\left(\cos(\pi n)\right)_{n=1}^{\infty}$

Příklad 1.2 Vyjádřete dané konečné posloupnosti pomocí vzorce pro *n*-tý člen

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ b) $1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1$ c) $54, 18, 6, 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}$

d) $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_2 = -3a_1$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_2 = -3a_1 = \underline{\underline{-21}}$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_2 = -3a_1 = \underline{\underline{-21}}$$

$$a_3 = -3a_2$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_2 = -3a_1 = \underline{\underline{-21}}$$

$$a_3 = -3a_2 = \underline{\underline{63}}$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\begin{aligned} a_2 &= -3a_1 = \underline{\underline{-21}} \\ a_3 &= -3a_2 = \underline{\underline{63}} \\ a_4 &= -3a_3 \end{aligned}$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\begin{aligned} a_2 &= -3a_1 = \underline{\underline{-21}} \\ a_3 &= -3a_2 = \underline{\underline{63}} \\ a_4 &= -3a_3 = \end{aligned}$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\begin{aligned} a_2 &= -3a_1 = \underline{\underline{-21}} \\ a_3 &= -3a_2 = \underline{\underline{63}} \\ a_4 &= -3a_3 = \underline{\underline{-189}} \end{aligned}$$

Příklad 1.3 Vypočítejte druhý, třetí, čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána vztahy:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7 \\ a_{n+1} &= -3a_n, \quad n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\begin{aligned} a_2 &= -3a_1 = \underline{\underline{-21}} \\ a_3 &= -3a_2 = \underline{\underline{63}} \\ a_4 &= -3a_3 = \underline{\underline{-189}} \end{aligned}$$

Je-li posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dána vztahy (1), říkáme, že tato posloupnost je určena rekurentně.

Konec
(1. Základní pojmy)