

Planimetrie

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

2. Podobnost trojúhelníků

GOA –
ORLOVA.CZ

Podobnost

Trojúhelník $A'B'C'$ je podobný trojúhelníku ABC , píšeme $A'B'C' \sim ABC$, existuje-li $q \neq 0$ takové, že

$$\begin{array}{lll} |A'B'| = q|AB| & |B'C'| = q|BC| & |A'C'| = q|AC| \\ \text{neboli} & c' = q \cdot c & a' = q \cdot a & b' = q \cdot b \end{array}$$

Příklad 2.1 Určete koeficient podobnosti a zbývající strany trojúhelníku ABC , jestliže $ABC \sim DEF$, $c = 10$, $d = 1$, $e = 5$, $f = 2$ (při obvyklém značení v trojúhelnících).

$ AB = q DE $	$ BC = q EF $	$ AC = q DF $
$c = q \cdot f$	$a = q \cdot d$	$b = q \cdot e$
$10 = q \cdot 2$	$a = 5 \cdot 1$	$b = 5 \cdot 5$
<u><u>$q = 5$</u></u>	<u><u>$a = 5$</u></u>	<u><u>$b = 25$</u></u>

Příklad 2.2 Určete zbývající strany trojúhelníků, jestliže

a) $ABC \sim XYZ$, $b = 8$, $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$ $[a = 4, c = 12]$

b) $ABC \sim KLM$, $a = 2$, $b = m = 5$, $l = 10$ $[c = \frac{5}{2}, k = 4]$

c) $ABC \sim EFG$, $a = 2$, $b = 5$, $c = \frac{11}{3}$, $f = 15$ $[e = 6, g = 11]$

Podobnost

Věta sss

Trojúhelník $A'B'C'$ je podobný trojúhelníku ABC , platí-li

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}.$$

Příklad 2.3 Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- ▶ jeden má délky stran 4 cm, 7 cm, 11 cm,
- ▶ druhý má délky stran 33 cm, 12 cm, 21 cm.

$$\begin{array}{ccccccc}
 4, 7, 11 & & 12, 21, 33 & & \dots & \frac{4}{12} & = \frac{7}{21} = \frac{11}{33} ? \\
 & & & & & \frac{1}{3} & = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \checkmark
 \end{array}$$

⇒ jsou podobné podle věty sss

Příklad 2.4 Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- a) jeden má délky stran 7 cm, 4 cm, 9 cm, a druhý 8 cm, 18 cm, 14 cm. [ano]
- b) jeden má délky stran 12 cm, 1 cm, 2 cm, a druhý $\frac{1}{6}$ cm, $\frac{1}{3}$ cm, 2 cm. [ano]
- c) jeden má délky stran 4 cm, 7 cm, 8 cm, a druhý $\frac{7}{16}$ cm, $\frac{1}{4}$ cm, $\frac{1}{3}$ cm. [ne]

Podobnost

Věta sus

Trojúhelník $A'B'C'$ je podobný trojúhelníku ABC , platí-li

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}, \gamma = \gamma'$$

nebo

$$\frac{a'}{a} = \frac{c'}{c}, \beta = \beta'$$

nebo

$$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}, \alpha = \alpha'$$

Příklad 2.5 Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- ▶ strany jednoho o délkách 6 cm, $\frac{5}{3}$ cm svírají úhel 36° ,
- ▶ strany druhého o délkách 1 cm, $\frac{18}{5}$ cm svírají úhel 36° .

Strany seřadíme vzestupně podle velikosti: $\frac{5}{3}, 6$ $1, \frac{18}{5}$... $\frac{\frac{5}{3}}{1} = \frac{6}{\frac{18}{5}} ?$

$$\frac{5}{3} = \frac{30}{18} ?$$

$$\frac{5}{3} = \frac{5}{3} \checkmark$$

strany svírají stejně velký úhel $\checkmark \Rightarrow$ Trojúhelníky jsou podobné podle věty sus

Věta *uu*

Dva trojúhelníky jsou podobné, shodují-li se ve dvou vnitřních úhlech.

Příklad 2.6 Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že jeden má vnitřní úhly 60° , 30° a druhý 30° , 90° .

Zbývající úhel prvního trojúhelníku je $180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$.

Trojúhelníky se shodují ve dvou vnitřních úhlech: 30° , $90^\circ \implies$ jsou podobné podle věty *uu*

Příklad 2.7 Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky, víte-li, že

- a) jeden má vnitřní úhly 12° , 118° a druhý 41° , 12° . [ne]
- b) jeden má vnitřní úhly 54° , 72° a druhý 54° , 54° . [ano]



Konec
(2. Podobnost trojúhelníků)