

Funkce

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

6. Exponenciální funkce

GOA –
ORLOVA.CZ

Řešení rovnic

Příklad 6.1 Řešte rovnici, tj. osamostatněte x na jedné straně rovnice:

Příklad 6.2 Snadné: $2 + x = 16$

$$x = 16 - 2$$

$$\underline{\underline{x = 14}}$$

Příklad 6.3 Ne tak snadné: $2^x = 16 \quad | : 2$

$$\frac{2^x}{2} = 8$$

$$2^{x-1} = 8$$

... to k osamostatnění x nevede

Úprava na stejný základ

Příklad 6.4

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

$$2^x = 0,5$$

$$2^x = \frac{1}{2}$$

$$2^x = 2^{-1}$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

$$2^{x+1} = 1$$

$$2^{x+1} = 2^0$$

$$x + 1 = 0$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

$$3^{1-x} = \frac{1}{9}$$

$$3^{1-x} = \frac{1}{3^2}$$

$$3^{1-x} = 3^{-2}$$

$$1 - x = -2$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

$$3^{2x} = \frac{1}{81}$$

$$3^{2x} = \frac{1}{3^4}$$

$$3^{2x} = 3^{-4}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

Příklad 6.5

$$3 \cdot 4^x = 48$$

$$4^x = 16$$

$$4^x = 4^2$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$\frac{5^{2x-1}}{2} = 0,1$$

$$5^{2x-1} = 0,2 \quad \left(= \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1}\right)$$

$$2x - 1 = -1$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

Vytýkání před závorku

Příklad 6.6

$$2^x + 2^{x+1} = 24$$

$$2^x + 2^x \cdot 2^1 = 24$$

$$2^x(1 + 2) = 24$$

$$3 \cdot 2^x = 24$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

$$5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$$

$$5^x(5^1 + 5^2) = 30$$

$$30 \cdot 5^x = 30$$

$$5^x = 5^0$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

nebo:

$$5^{x+1}(1 + 5) = 30$$

$$6 \cdot 5^{x+1} = 30$$

$$5^{x+1} = 5^1$$

$$x + 1 = 1$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

$$5^{2x} + 25^{x-1} = 650$$

$$5^{2x} + (5^2)^{x-1} = 650$$

$$5^{2x} + (5^2)^{x-1} = 650$$

$$5^{2x} + 5^{2x-2} = 650$$

$$5^{2x}(1 + 5^{-2}) = 650$$

$$5^{2x} \left(1 + \frac{1}{25}\right) = 650$$

$$\frac{26}{25} \cdot 5^{2x} = 650$$

$$5^{2x} = 650 \cdot \frac{25}{26}$$

$$5^{2x} = 13 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{25}{26}$$

$$5^{2x} = 5 \cdot 5 \cdot 25$$

$$5^{2x} = 5^4$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

Vytýkání před závorku

Příklad 6.7

$$4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1}$$

$$4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} - 3^{x-1} = 72$$

$$3^{x-1}(4 \cdot 3^2 - 3^3 - 1) = 72$$

$$3^{x-1}(36 - 27 - 1) = 72$$

$$8 \cdot 3^{x-1} = 72$$

$$3^{x-1} = 9$$

$$3^{x-1} = 3^2$$

$$x - 1 = 2$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

Substitute

Příklad 6.8

$$4^x + 2^x = 6$$

$$(2^x)^2 + 2^x = 6$$

Substitucí zavedeme novou proměnnou $a = 2^x$:

$$a^2 + a = 6$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

Vyřešíme kvadratickou rovnici: $\dots a_1 = 2, a_2 = -3$

Řešení postupně dosadíme zpět do substitučního vztahu:

$$a = 2: \quad 2 = 2^x$$

$$2^x = 2^1$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

$$a = -3: \quad -3 = 2^x$$

$$2^x = -3$$

$$\emptyset$$

Řešení logaritmováním

Příklad 6.9

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

$$2^x = 0,5$$

$$2^x = \frac{1}{2}$$

$$2^x = 2^{-1}$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

$$2^{x+1} = 1$$

$$2^{x+1} = 2^0$$

$$x + 1 = 0$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

$$3^{1-x} = \frac{1}{9}$$

$$3^{1-x} = \frac{1}{3^2}$$

$$3^{1-x} = 3^{-2}$$

$$1 - x = -2$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

$$3^{2x} = \frac{1}{81}$$

$$3^{2x} = \frac{1}{3^4}$$

$$3^{2x} = 3^{-4}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

Příklad 6.10

$$3^x = 5 \quad ?$$

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

$$\underline{\underline{x = \log_3 5}}$$

Příklad 6.11

$$2^{5x} = 5^{2x+1} \quad ?$$

| log

$$\log 2^{5x} = \log 5^{2x+1}$$

$$5x \log 2 = (2x + 1) \log 5$$

$$5x \log 2 = 2x \log 5 + \log 5$$

$$5x \log 2 - 2x \log 5 = \log 5$$

$$x(5 \log 2 - 2 \log 5) = \log 5$$

$$x = \frac{\log 5}{5 \log 2 - 2 \log 5}$$

$$\underline{\underline{x \doteq 6,52}}$$

Příklad 6.12

$$8^x = 5^{x+2} \quad ?$$

| log

$$\log 8^x = \log 5^{x+2}$$

$$x \log 8 = (x + 2) \log 5$$

$$x \log 8 = x \log 5 + 2 \log 5$$

$$x \log 8 - x \log 5 = 2 \log 5$$

$$x(\log 8 - \log 5) = 2 \log 5$$

$$x = \frac{2 \log 5}{\log 8 - \log 5}$$

$$\underline{\underline{x \doteq 6,85}}$$



Konec
(6. Exponenciální funkce)