Analytická geometrie

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

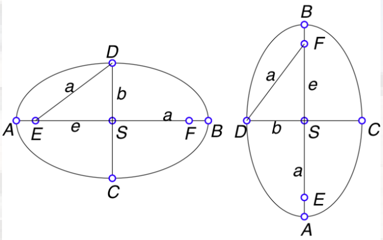
8. Elipsa

Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

Rovnice elipsy

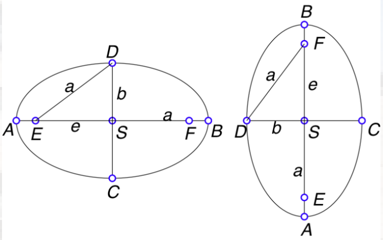
Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

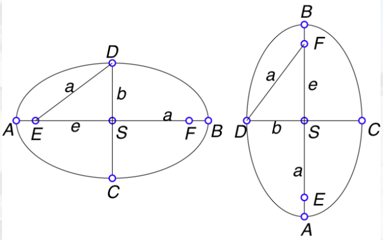
- Bod S je střed elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

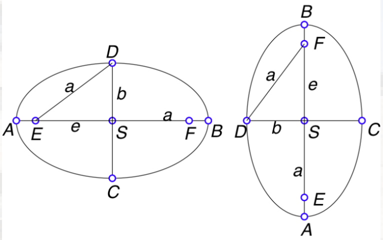
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

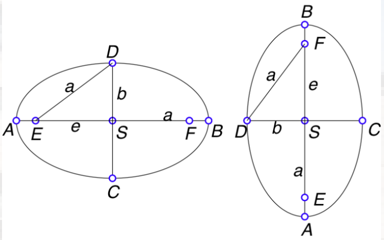
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

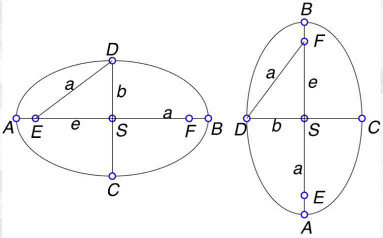
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

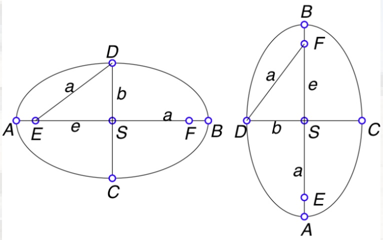
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

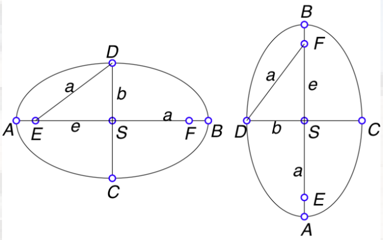
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.
- Body C, D jsou vedlejší vrcholy elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

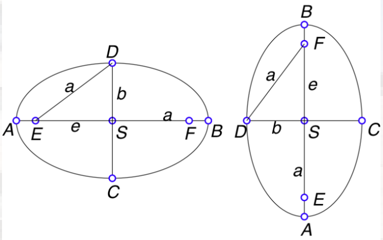
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.
- Body C, D jsou vedlejší vrcholy elipsy.
- Přímka CD je vedlejší osa elipsy.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

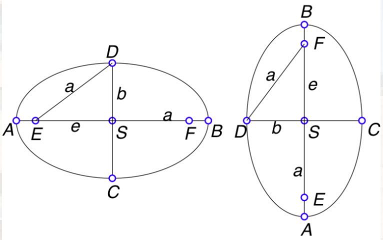
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.
- Body C, D jsou vedlejší vrcholy elipsy.
- Přímka CD je vedlejší osa elipsy.
- Vzdálenost $|CS|$ $(= |DS|)$ je vedlejší poloosa elipsy; označuje se $\boxed{b}$.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

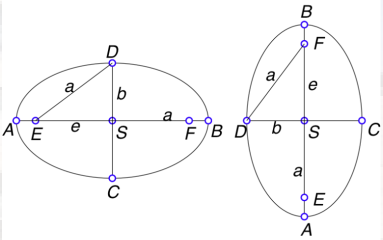
- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.
- Body C, D jsou vedlejší vrcholy elipsy.
- Přímka CD je vedlejší osa elipsy.
- Vzdálenost $|CS|$ $(= |DS|)$ je vedlejší poloosa elipsy; označuje se $\boxed{b}$.
- Vzdálenost $|ES|$ $(= |FS|)$ je výstřednost (excentricita) elipsy; označuje se $\boxed{e}$.



Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.
- Body C, D jsou vedlejší vrcholy elipsy.
- Přímka CD je vedlejší osa elipsy.
- Vzdálenost $|CS|$ $(= |DS|)$ je vedlejší poloosa elipsy; označuje se $\boxed{b}$.
- Vzdálenost $|ES|$ $(= |FS|)$ je výstřednost (excentricita) elipsy; označuje se $\boxed{e}$.



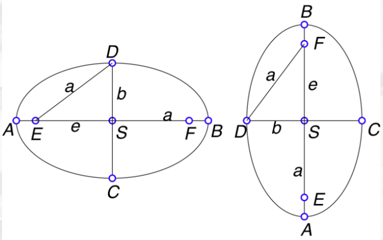
Platí

- $\boxed{|DE| = |DF| = a}$

Rovnice elipsy

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají stejný součet vzdáleností od dvou daných bodů, tzv. ohnisek elipsy.

- Bod S je střed elipsy.
- Body E, F jsou ohniska elipsy.
- Body A, B jsou hlavní vrcholy elipsy.
- Přímka AB je hlavní osa elipsy.
- Vzdálenost $|AS|$ $(= |BS|)$ je hlavní poloosa elipsy; označuje se $\boxed{a}$.
- Body C, D jsou vedlejší vrcholy elipsy.
- Přímka CD je vedlejší osa elipsy.
- Vzdálenost $|CS|$ $(= |DS|)$ je vedlejší poloosa elipsy; označuje se $\boxed{b}$.
- Vzdálenost $|ES|$ $(= |FS|)$ je výstřednost (excentricita) elipsy; označuje se $\boxed{e}$.



Platí

- $\boxed{|DE| = |DF| = a}$
- $\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$.

Rovnice elipsy

Elipsa o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b

- Středová rovnice: $$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Elipsa o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b

- Středová rovnice: $$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$ je-li $AB \parallel o_x$,

Rovnice elipsy

Elipsa o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b

- Středová rovnice:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_x,$$

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_y.$$

Rovnice elipsy

Elipsa o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b

- Středová rovnice: $$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$ je-li $AB \parallel o_x$,

  $$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$ je-li $AB \parallel o_y$.

- Obecná rovnice: $\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0,}$

Rovnice elipsy

Elipsa o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b

- Středová rovnice: $\boxed{\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$ je-li $AB \parallel o_x$,

  $\boxed{\dfrac{(x-m)^2}{b^2} + \dfrac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$ je-li $AB \parallel o_y$.

- Obecná rovnice: $\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0,}$

  kde $\left\{ \begin{array}{l} p = b^2,\ q = a^2,\ r = -b^2m,\ s = -a^2n,\ t = m^2b^2 + n^2a^2 - a^2b^2, \quad \text{je-li } AB \parallel o_x, \\ \end{array} \right.$

Rovnice elipsy

Elipsa o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b

- Středová rovnice: $\boxed{\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$ je-li $AB \parallel o_x$,

  $\boxed{\dfrac{(x-m)^2}{b^2} + \dfrac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$ je-li $AB \parallel o_y$.

- Obecná rovnice: $\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0,}$

  kde $\left\{ \begin{array}{ll} p = b^2,\ q = a^2,\ r = -b^2m,\ s = -a^2n,\ t = m^2b^2 + n^2a^2 - a^2b^2, & \text{je-li } AB \parallel o_x, \\ p = a^2,\ q = b^2,\ r = -a^2m,\ s = -b^2n,\ t = m^2a^2 + n^2b^2 - a^2b^2, & \text{je-li } AB \parallel o_y. \end{array} \right.$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná?

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies \underline{AB \parallel o_y}$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S=[2;1]$, hlavním vrcholem $A=[2;6]$ a ohniskem $E=[2;-3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S=[2;1] \implies m=2,\ n=1,$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\dots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2, \; n = 1,$$

$a = |AS|$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2}$$

- **Středová** rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2, \; n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2, \ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$e = |ES|$

- **Středová** rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2, \; n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S=[2;1]$, hlavním vrcholem $A=[2;6]$ a ohniskem $E=[2;-3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S=[2;1] \implies m=2,\ n=1,$$

$$a=|AS| = \sqrt{(2-2)^2+(1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e=|ES| = \sqrt{(2-2)^2+(1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies \underline{AB \parallel o_y}$

$$S = [2; 1] \implies m = 2, \; n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b =$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b =$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- středová: $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y-1)^2}{25} = 1$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S=[2;1]$, hlavním vrcholem $A=[2;6]$ a ohniskem $E=[2;-3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S=[2;1] \implies m=2,\ n=1,$$

$$a=|AS| = \sqrt{(2-2)^2+(1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e=|ES| = \sqrt{(2-2)^2+(1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b=\sqrt{a^2-e^2} = \sqrt{5^2-4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- středová: $\dfrac{(x-2)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{25}=1$
- obecná

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2=b^2+e^2}$$

- Obecná rovnice elipsy:

$$\boxed{px^2+qy^2+2rx+2sy+t=0.}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- středová: $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y-1)^2}{25} = 1$
- obecná – upravíme středovou:

$$25(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \cdot 9$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

- Obecná rovnice elipsy:

$$\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0.}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies \underline{AB \parallel o_y}$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- středová: $$\underline{\underline{\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1}}$$
- obecná – upravíme středovou:

$$25(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \cdot 9$$

$$25(x^2 - 4x + 4) + 9(y^2 - 2y + 1) = 225$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

- Obecná rovnice elipsy:

$$\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0.}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\ n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- středová: $$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$
- obecná – upravíme středovou:

$$25(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \cdot 9$$

$$25(x^2 - 4x + 4) + 9(y^2 - 2y + 1) = 225$$

$$25x^2 + 9y^2 - 100x - 18y + 100 + 9 - 225 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

- Obecná rovnice elipsy:

$$\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0.}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.1 Najděte středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S = [2; 1]$, hlavním vrcholem $A = [2; 6]$ a ohniskem $E = [2; -3]$.

Jak je elipsa orientovaná? $\ldots x_A = 2 = x_S \implies AS \parallel o_y \implies AB \parallel o_y$

$$S = [2; 1] \implies m = 2,\; n = 1,$$

$$a = |AS| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2} = 5,$$

$$e = |ES| = \sqrt{(2-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

- středová: $\dfrac{(x-2)^2}{9} + \dfrac{(y-1)^2}{25} = 1$
- obecná – upravíme středovou:

$$25(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \cdot 9$$

$$25(x^2 - 4x + 4) + 9(y^2 - 2y + 1) = 225$$

$$25x^2 + 9y^2 - 100x - 18y + 100 + 9 - 225 = 0$$

$$25x^2 + 9y^2 - 100x - 18y - 116 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

- Obecná rovnice elipsy:

$$\boxed{px^2 + qy^2 + 2rx + 2sy + t = 0.}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned} 4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0 \\ 4\left(x^2 + 4x\right) + 9\left(y^2 - 2y\right) - 11 &= 0 \end{aligned}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$$
$$4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 = 0$$
$$4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$$
$$4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 = 0$$
$$4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2$$
$$+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$$
$$4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 = 0$$
$$4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2$$
$$+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 = 0$$
$$4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0\\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0\\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4\cdot 2^2 &\\
+\,9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36
\end{aligned}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$$
$$4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 = 0$$
$$4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2$$
$$+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 = 0$$
$$4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 = 0$$
$$4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 = 36$$
$$\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} = 1,$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$
\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0\\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0\\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 &\\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36\\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}
$$

odkud $m = -2,\ n = 1,$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$
\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0\\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0\\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4\cdot 2^2 &\\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36\\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}
$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0\\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0\\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 \\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36\\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$
\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0 \\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0 \\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 & \\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0 \\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0 \\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36 \\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}
$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Ohniska:

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$$
$$4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 = 0$$
$$4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 + 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 = 0$$
$$4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 = 0$$
$$4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 = 36$$
$$\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} = 1,$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

Ohniska: Protože $AB \parallel o_x$, platí $E = [-2 - e; 1],\ F = [-2 + e; 1],$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0\\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0\\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 \qquad &\\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36\\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Ohniska: Protože $AB \parallel o_x$, platí $E = [-2 - e; 1],\ F = [-2 + e; 1],$

kde $e =$,

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$
\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0\\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0\\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 & \\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0\\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36\\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}
$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Ohniska: Protože $AB \parallel o_x$, platí $E = [-2 - e; 1]$, $F = [-2 + e; 1]$,

kde $e = \sqrt{a^2 - b^2}$,

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$
\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0 \\
4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0 \\
4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 & \\
+ 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0 \\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0 \\
4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36 \\
\frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1,
\end{aligned}
$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

Ohniska: Protože $AB \parallel o_x$, platí $E = [-2 - e; 1],\ F = [-2 + e; 1],$

kde $e = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5},$

Rovnice elipsy

Příklad 8.2 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned} 4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 &= 0 \\ 4(x^2 + 4x) + 9(y^2 - 2y) - 11 &= 0 \\ 4\left(x^2 + 4x + 2^2\right) - 4 \cdot 2^2 & \\ + 9\left(y^2 - 2y + (-1)^2\right) - 9(-1)^2 - 11 &= 0 \\ 4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 - 16 - 9 - 11 &= 0 \\ 4(x+2)^2 + 9(y-1)^2 &= 36 \\ \frac{(x+2)^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} &= 1, \end{aligned}$$

odkud $m = -2,\ n = 1,\ \underline{\underline{S = [-2; 1]}},\ \underline{\underline{a = 3,\ b = 2}},$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

- Výstřednost a poloosy:

$$\boxed{a^2 = b^2 + e^2}$$

Ohniska: Protože $AB \parallel o_x$, platí $E = [-2 - e; 1],\ F = [-2 + e; 1],$

kde $e = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5},$ tj. $\underline{\underline{E = [-2 - \sqrt{5}; 1],\ F = [-2 + \sqrt{5}; 1]}}.$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0.$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 + 3 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 - \frac{9}{4} + 3 = 0$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 - \frac{9}{4} + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 = -\frac{3}{4}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 - \frac{9}{4} + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{(x + \frac{3}{2})^2}{\frac{3}{4}} - \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2 + 3x + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 - \frac{9}{4} + 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 3y^2 = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2}{\frac{3}{4}} - \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$$

$$-\frac{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1,}$$

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2+3x+3y^2+3=0.$

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2+3x+3y^2+3=0$$

$$\left(x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2+3y^2+3=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+3y^2-\frac{9}{4}+3=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+3y^2=-\frac{3}{4}$$

$$-\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{3}{4}}-\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$$

$$-\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=1$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1,}$$

…nelze upravit do středového tvaru elipsy

Rovnice elipsy

Příklad 8.3 Určete střed, ohniska a poloosy elipsy dané rovnicí $x^2+3x+3y^2+3=0$.

Zjistíme středovou rovnici – výraz na levé straně upravíme (dvojitým) doplněním na čtverec:

$$x^2+3x+3y^2+3=0$$

$$\left(x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2+3y^2+3=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+3y^2-\frac{9}{4}+3=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+3y^2=-\frac{3}{4}$$

$$-\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{3}{4}}-\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$$

$$-\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=1$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_x$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1,}$$

- Středová rovnice elipsy pro $AB \parallel o_y$:

$$\boxed{\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1,}$$

…nelze upravit do středového tvaru elipsy

$\Longrightarrow$ nejde o elipsu

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$,

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$,

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$,

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p: x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$,

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p: x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p: x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

  $[x; y] \in p \iff x - 3y + 1 = 0$

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$[x; y] \in p \iff x - 3y + 1 = 0$$
$$[x; y] \in k \iff \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p: x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$\begin{aligned} [x; y] \in p &\iff & x - 3y + 1 &= 0 \\ [x; y] \in k &\iff & \frac{x^2}{4} + y^2 &= 1 \end{aligned}$$

- Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p: x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$\begin{aligned} [x; y] \in p &\iff & x - 3y + 1 &= 0 \\ [x; y] \in k &\iff & \frac{x^2}{4} + y^2 &= 1 \end{aligned}$$

- Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých . . . má dvě řešení.

Přímka a elipsa

Jestliže pro přímku p a elipsu k platí

- $\boxed{p \cap k = \emptyset}$, **přímka p leží vně elipsy k a nazývá se vnější přímka elipsy.**
- $\boxed{p \cap k = \{P\}}$, **přímka p se dotýká elipsy k v bodě P a nazývá se tečna elipsy k.**
- $\boxed{p \cap k = \{P, Q\}}$, **přímka p protíná elipsu k v bodech P a Q a nazývá se sečna elipsy k.**

Příklad 8.4 Určete vzájemnou polohu přímky $p : x - 3y + 1 = 0$ a elipsy $k : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

- Vyšetřujeme množinu $p \cap k$, tj. hledáme body $[x; y]$ takové, že $[x; y] \in p \wedge [x; y] \in k$.
- Bod patří do nějakého objektu, splňují-li jeho souřadnice rovnici tohoto objektu:

$$\begin{aligned} [x; y] \in p &\iff & x - 3y + 1 &= 0 \\ [x; y] \in k &\iff & \frac{x^2}{4} + y^2 &= 1 \end{aligned}$$

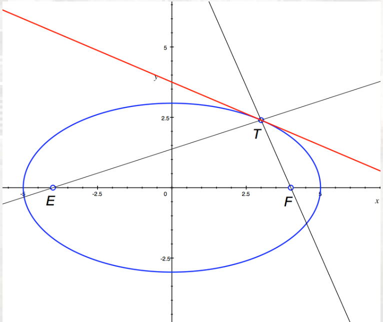
- Řešíme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých ...má dvě řešení.

$\Longrightarrow$ Přímka p je sečnou elipsy k.

Tečna elipsy

Tečna elipsy o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b v bodě $T = [x_T; y_T]$

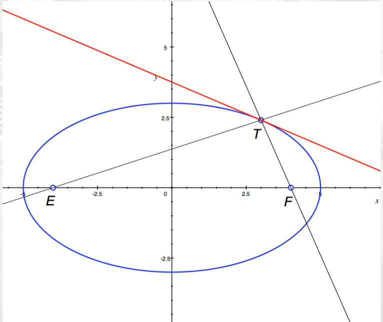
$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{b^2} = 1,}$$



Tečna elipsy

Tečna elipsy o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{b^2} = 1,}$$ je-li $AB \parallel o_x$,

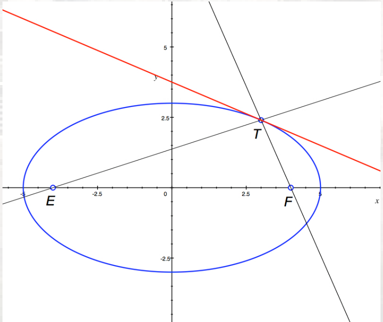


Tečna elipsy

Tečna elipsy o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{b^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_x,$$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{b^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{a^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_y.$$



Tečna elipsy

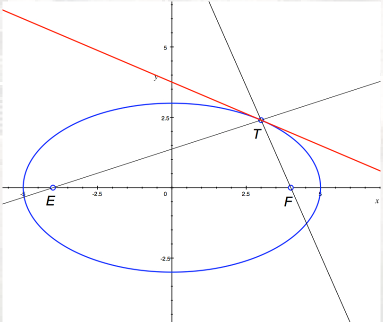
Tečna elipsy o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{b^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_x,$$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{b^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{a^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_y.$$

Příklad 8.5 Najděte rovnici tečny t elipsy

$$k: \frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y-3)^2}{40} = 1 \quad \text{v bodě } T = [3; 9].$$



Tečna elipsy

Tečna elipsy o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b v bodě $T = [x_T; y_T]$

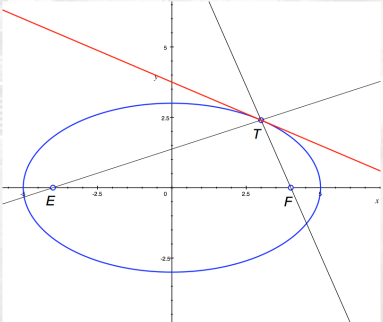
$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{b^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_x,$$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{b^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{a^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_y.$$

Příklad 8.5 Najděte rovnici tečny t elipsy

$$k: \frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y-3)^2}{40} = 1 \quad \text{v bodě } T = [3; 9].$$

$$\frac{(3-2)(x-2)}{10} + \frac{(9-3)(y-3)}{40} = 1$$



Tečna elipsy

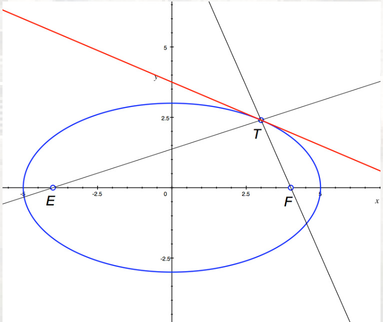
Tečna elipsy o středu $S = [m; n]$ a poloosách a, b v bodě $T = [x_T; y_T]$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{b^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_x,$$

$$\boxed{\frac{(x_T - m)(x - m)}{b^2} + \frac{(y_T - n)(y - n)}{a^2} = 1,} \quad \text{je-li } AB \parallel o_y.$$

Příklad 8.5 Najděte rovnici tečny t elipsy

$$k: \frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y-3)^2}{40} = 1 \quad \text{v bodě } T = [3; 9].$$



$$\frac{(3-2)(x-2)}{10} + \frac{(9-3)(y-3)}{40} = 1$$

(dopočítejte) $\vdots$

$$t: \quad 2x + 3y - 33 = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici
$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32}+\frac{(y-2)^2}{2}=1$, která je kolmá k přímce $p: 4x-y+5=0$.

- Označíme-li $T=[x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32}+\frac{(y_T-2)(y-2)}{2}=1$$

$$(x_T+1)(x+1)+16(y_T-2)(y-2)=32$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici
$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$(x_T+1)x + x_T + 1$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T - 32)y + c = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

  s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.
- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$,

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T - 32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T - 32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$

$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T - 32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T + 1; 16y_T - 32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T + 1; 16y_T - 32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

  s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

- Současně platí $T \in k$,

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32}+\frac{(y-2)^2}{2}=1$, která je kolmá k přímce $p: 4x-y+5=0$.

- Označíme-li $T=[x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32}+\frac{(y_T-2)(y-2)}{2}=1$$

$$(x_T+1)(x+1)+16(y_T-2)(y-2)=32$$

$$(x_T+1)x+x_T+1+16(y_T-2)y-32(y_T-2)=32$$

$$(x_T+1)x+(16y_T-32)y+c=0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t=(x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p=(4;-1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t\cdot\vec{n}_p=0$$

$$(x_T+1; 16y_T-32)\cdot(4;-1)=0$$

$$4x_T+4-16y_T+32=0$$

$$x_T-4y_T+9=0$$

- Současně platí $T\in k$, tj. $(x_T+1)^2+16(y_T-2)^2=32$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T + 1; 16y_T - 32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$

$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$

$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

$$(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$

$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$

$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$

$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$

$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$

- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

$$(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$$

$\ldots T = [-5; 1], \ T' = [3; 3]$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T - 32)y + c = 0$$

  s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$
$$(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$$

  $\ldots T = [-5; 1], \; T' = [3; 3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $-4x - 16y - 4 = 0$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T - 32)y + c = 0$$

  s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T - 32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$
$$(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$$

$\ldots T = [-5; 1],\ T' = [3; 3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $-4x - 16y - 4 = 0$

$$t: \ x + 4y + 1 = 0$$

Tečna elipsy

GOA ORLOVA.CZ

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1,$ která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0.$

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$

s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.

- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.

$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$
$$(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$$

$\ldots T = [-5; 1], \;\; T' = [3; 3]$

- Parametrická rovnice hledané tečny je $\;-4x - 16y - 4 = 0$

$$t: \; x + 4y + 1 = 0$$

$$4x + 16y - 60 = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.6 Napište rovnici tečny k elipse $k: \frac{(x+1)^2}{32} + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$, která je kolmá k přímce $p: 4x - y + 5 = 0$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici
$$\frac{(x_T+1)(x+1)}{32} + \frac{(y_T-2)(y-2)}{2} = 1$$
$$(x_T+1)(x+1) + 16(y_T-2)(y-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + x_T + 1 + 16(y_T-2)y - 32(y_T-2) = 32$$
$$(x_T+1)x + (16y_T-32)y + c = 0$$
s normálovým vektorem $\vec{n}_t = (x_T+1; 16y_T-32)$.
- Protože $\vec{n}_p = (4; -1)$ je normálovým vektorem přímky p, musí platit $\vec{n}_t \perp \vec{n}_p$, tj.
$$\vec{n}_t \cdot \vec{n}_p = 0$$
$$(x_T+1; 16y_T-32) \cdot (4; -1) = 0$$
$$4x_T + 4 - 16y_T + 32 = 0$$
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$
- Současně platí $T \in k$, tj. $(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy
$$x_T - 4y_T + 9 = 0$$
$$(x_T+1)^2 + 16(y_T-2)^2 = 32$$
$\ldots T = [-5; 1], \; T' = [3; 3]$
- Parametrická rovnice hledané tečny je $-4x - 16y - 4 = 0$
$$t: \; x + 4y + 1 = 0$$
$$4x + 16y - 60 = 0$$
$$t': \; x + 4y - 15 = 0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici
$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$
- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici
$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$
- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$
$$y_T = -\frac{5}{3}$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T \in k$,

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici
$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$
- Protože $Z \in t$, platí $\quad 5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$
$$y_T = -\frac{5}{3}$$
- Současně platí $T \in k$, tj. $\quad 5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$\begin{aligned} y_T &= -\frac{5}{3} \\ 5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 &= 0 \end{aligned}$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

$$5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$$

$$\ldots T = [2; -\tfrac{5}{3}],\ T' = [-2; -\tfrac{5}{3}]$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2+9y^2-45=0$ z bodu $Z=[0;-3]$.

- Označíme-li $T=[x_T,y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_Tx+9y_Ty-45=0.$$

- Protože $Z\in t$, platí $5x_T\cdot 0+9y_T\cdot(-3)-45=0$

$$y_T=-\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T\in k$, tj. $5x_T^2+9y_T^2-45=0$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$\begin{aligned} y_T&=-\frac{5}{3}\\ 5x_T^2+9y_T^2-45&=0 \end{aligned}$$

$$\ldots T=[2;-\tfrac{5}{3}],\ T'=[-2;-\tfrac{5}{3}]$$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$5\cdot 2\cdot x+9\cdot(-\tfrac{5}{3})\cdot y-45=0$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

- Protože $Z \in t$, platí $\quad 5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $\quad 5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

$$\underline{5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0}$$

$$\ldots T = [2; -\tfrac{5}{3}],\ T' = [-2; -\tfrac{5}{3}]$$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$5 \cdot 2 \cdot x + 9 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot y - 45 = 0$$

$$\underline{\underline{t:\ 2x - 3y - 9 = 0}}$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$y_T = -\frac{5}{3}$$
$$5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$$

$$\ldots T = [2; -\tfrac{5}{3}],\ T' = [-2; -\tfrac{5}{3}]$$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$5 \cdot 2 \cdot x + 9 \cdot (-\tfrac{5}{3}) \cdot y - 45 = 0 \qquad 5 \cdot (-2) \cdot x + 9 \cdot (-\tfrac{5}{3}) \cdot y - 45 = 0$$

$$\underline{\underline{t:\ 2x - 3y - 9 = 0}}$$

Tečna elipsy

Příklad 8.7 Najděte tečny k elipse $k:\ 5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ z bodu $Z = [0; -3]$.

- Označíme-li $T = [x_T, y_T]$ bod dotyku, má tečna rovnici

$$t:\ 5x_T x + 9y_T y - 45 = 0.$$

- Protože $Z \in t$, platí $5x_T \cdot 0 + 9y_T \cdot (-3) - 45 = 0$

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

- Současně platí $T \in k$, tj. $5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$
- Souřadnice bodu T lze tedy najít jako řešení soustavy

$$y_T = -\frac{5}{3}$$

$$5x_T^2 + 9y_T^2 - 45 = 0$$

$$\ldots T = [2; -\tfrac{5}{3}],\ T' = [-2; -\tfrac{5}{3}]$$

- Parametrická rovnice hledané tečny je

$$5 \cdot 2 \cdot x + 9 \cdot (-\tfrac{5}{3}) \cdot y - 45 = 0 \qquad 5 \cdot (-2) \cdot x + 9 \cdot (-\tfrac{5}{3}) \cdot y - 45 = 0$$

$$t:\ 2x - 3y - 9 = 0 \qquad t':\ 2x + 3y + 9 = 0$$

Konec

(8. Elipsa)