Analytická geometrie

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

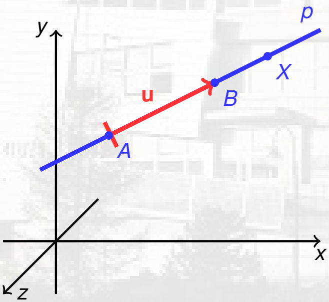
Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

2. Přímka

GOA – ORLOVA.CZ

- Parametrická rovnice přímky (v E_2 i E_3) :

$$\boxed{p: \; X = A + t\mathbf{u}, \; t \in \mathbb{R}}$$



$\mathbf{u}$ je nenulový ... směrový vektor

- Obecná rovnice přímky (jen v E_2!):

$$\boxed{p: \quad ax + by + c = 0}$$

Příklad 2.1
Určete parametrickou rovnici přímky $p \subset E_3$, která obsahuje body $A = [1, 2, 5]$, $B = [2, 2, 6]$.

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: \quad X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x, y, z] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$
$$[x, y, z] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$p: \quad \left.\begin{array}{rcl} x &=& 1 + t \\ y &=& 2 \\ z &=& 5 + t \end{array}\right\} \; t \in \mathbb{R}$$

Příklad 2.2 Leží bod $[4; 3]$ na přímce $p: \ X = [-4; -6] + t(2; 2), \quad t \in \mathbb{R}$?

Tj. existuje $t \in \mathbb{R}$ tak, že platí

$$[4; 3] = [-4; -6] + t(2; 2) \qquad ?$$

Tj. existuje řešení t této rovnice?
Upravme pravou stranu – začněme násobením vektoru skalárem t:

$$[4; 3] = [-4; -6] + (2t; 2t)$$

Pokračujme – „přidejme“ vektor k bodu:

$$[4; 3] = [-4 + 2t; -6 + 2t]$$

Dostáváme rovnost mezi dvěma body. Kdy jsou si dva body rovny?
Právě tehdy, jsou-li si rovny jejich první a současně druhé souřadnice. Tj., existuje-li řešení soustavy lineárních rovnic:

$$4 = -4 + 2t$$
$$3 = -6 + 2t$$

Snadno vidíme, že neexistuje. $\Longrightarrow$ Bod $[4; 3]$ neleží na přímce p.

Vzájemná poloha dvou přímek

Příklad 2.3 Jsou přímky $p:\ x+2y+1=0,\quad q: -2x-4y+4=0$ rovnoběžné?

$$n_p = (1;2)$$
$$n_q = (-2;-4)$$
$$(-2;-4) = -2(1;2)$$
$$n_q = -2n_p \implies n_p || n_q \implies \underline{\underline{p, q \quad \text{jsou rovnoběžné}}}$$

Příklad 2.4 Jsou přímky $p:\ -2x+y+1=0,\quad q: -2x-4y-2=0$ kolmé?

$$n_p = (-2;1)$$
$$n_q = (-2;-4)$$
$$n_p \cdot n_q = (-2;1)\cdot(-2;-4) = (-2)\cdot(-2) + 2\cdot(-4) = 0$$
$$n_p \cdot n_q = 0 \implies n_p \perp n_q \implies \underline{\underline{p, q \quad \text{jsou kolmé}}}$$

Konec

(2. Přímka)