

Referát

Obyčejné diferenciální rovnice

Mgr. Jaroslav Drobek, Ph. D.

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

Bakalářská matematika II





Coffee time



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe



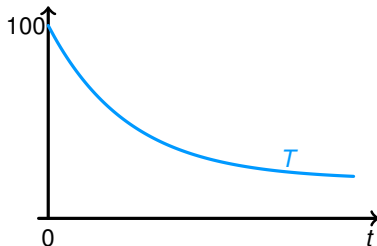
Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.



Coffee time

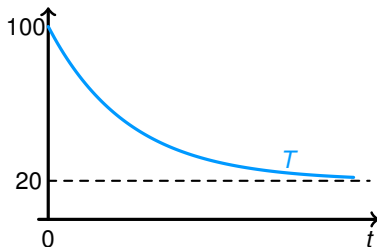
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

20 ... teplota prostředí

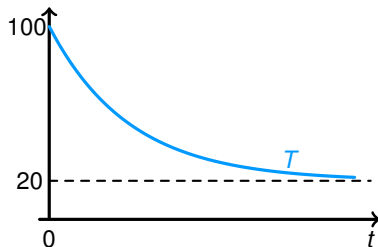


Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

20 ... teplota prostředí





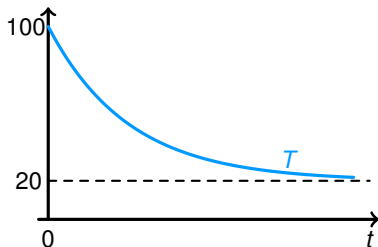
Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $(T_p - T(t)),$

$T_p = 20$... teplota prostředí



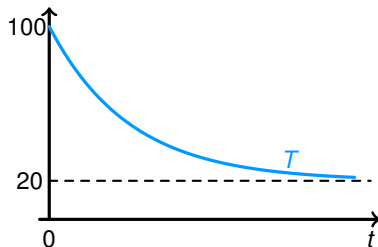
Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) \sim (T_p - T(t)),$

$T_p = 20$... teplota prostředí



Coffee time

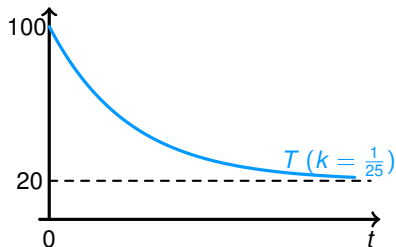
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Coffee time

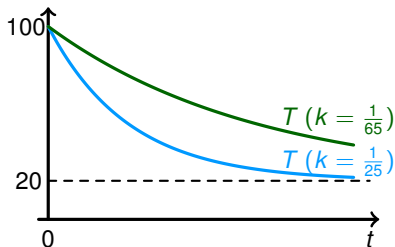
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

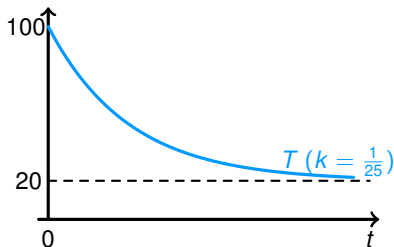
Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

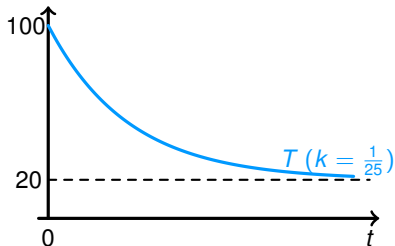
Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T splňující



$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

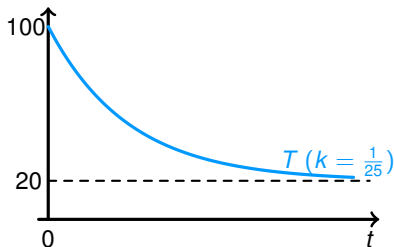
$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

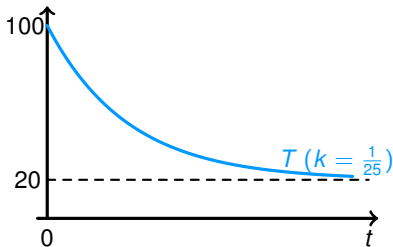
$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20,$ $c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) =$



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

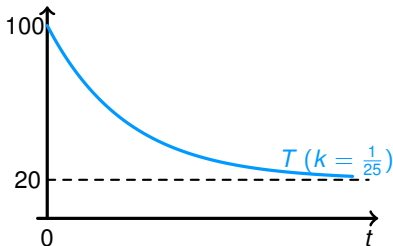
$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25}$



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

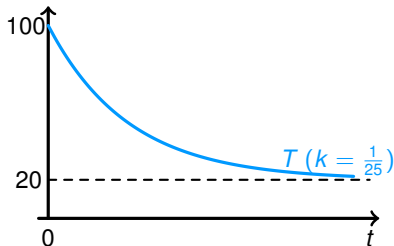
$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} =$



Coffee time

Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

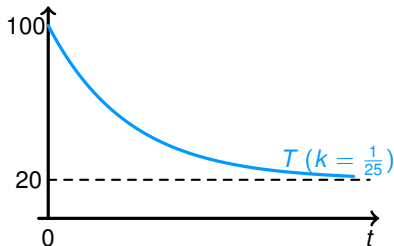
$T_p = 20$... teplota prostředí

Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25} (\quad - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) =$



Coffee time

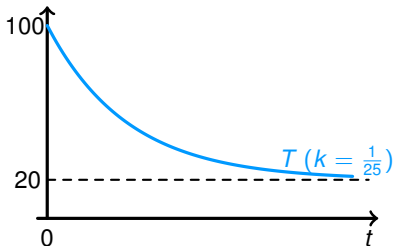
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) =$

Coffee time

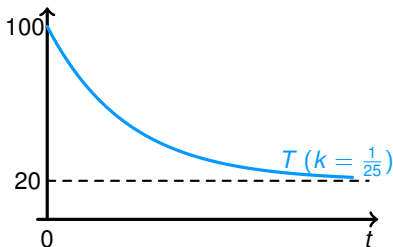
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - \quad)$

Coffee time

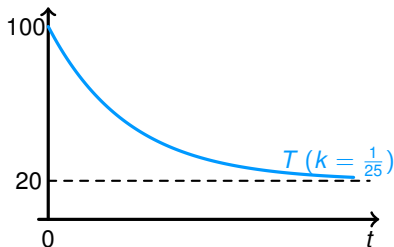
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20$, $c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Coffee time

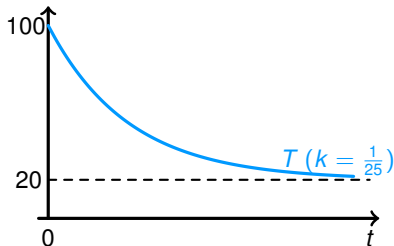
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Coffee time

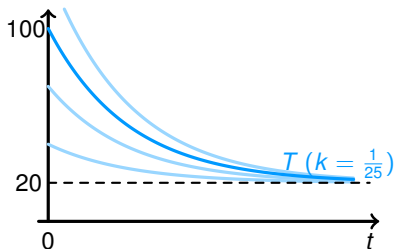
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující

$$T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20$, $c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Coffee time

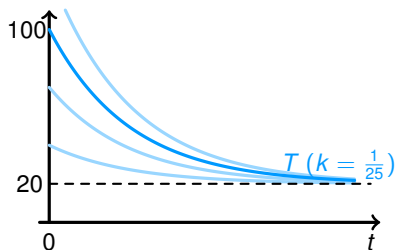
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Coffee time

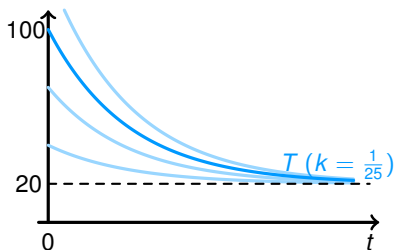
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20 \quad (c = 80)}}$

Coffee time

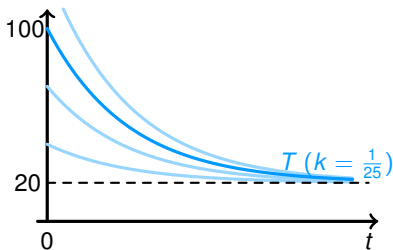
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}} \quad (c = 80) \dots \text{skutečně: } T(0) =$

Coffee time

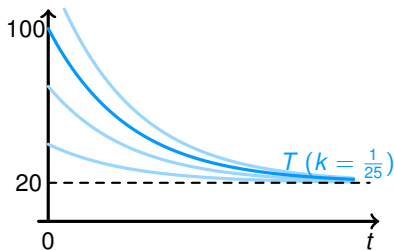
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20 \quad (c = 80)}}$... skutečně: $T(0) = 100$

Coffee time

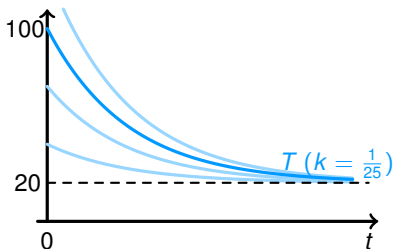
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t)),$

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu?

Coffee time

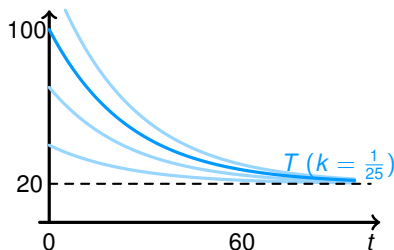
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60)$

Coffee time

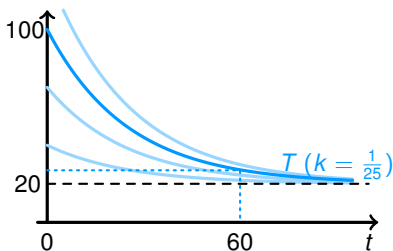
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60)$

Coffee time

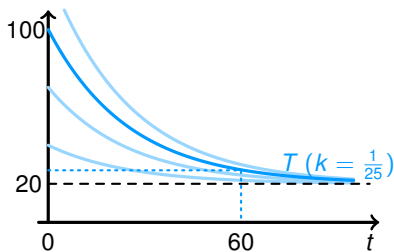
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

• Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{\underline{27}}$



Coffee time

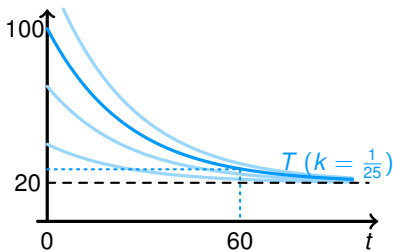
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

• Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{\underline{27}} \text{ (}^\circ\text{C)}$



Coffee time

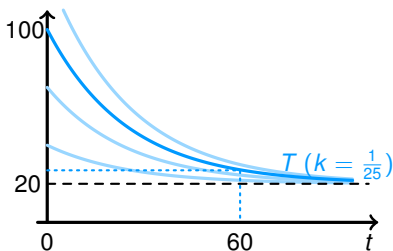
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{\underline{27}} \text{ (}^\circ\text{C)}$
- Kdy bude mít teplotu 70°C ?

Coffee time

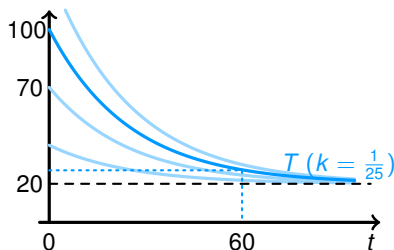
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $T'(t) = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{\underline{27}} \text{ } (^{\circ}\text{C})$
- Kdy bude mít teplotu 70°C ? ... $70 = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20$

Coffee time

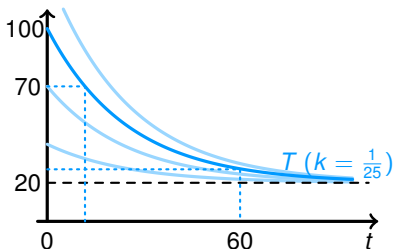
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{27}$ ($^{\circ}\text{C}$)
- Kdy bude mít teplotu 70°C ? ... $70 = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20$

Coffee time

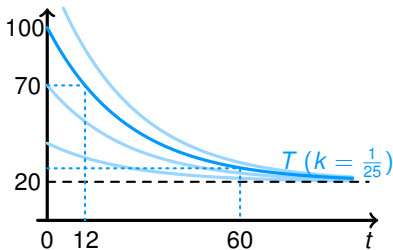
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{27}$ ($^{\circ}\text{C}$)
- Kdy bude mít teplotu 70°C ? ... $70 = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20 \iff t \doteq \underline{12}$

Coffee time

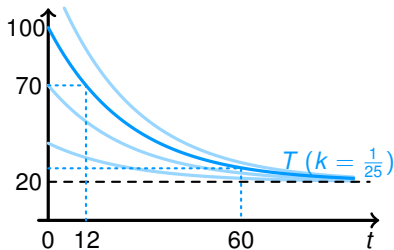
Cíl: Zjistit, jak chladne kafe
... a kdy jej pít.

Pozorování: $T'(t) < 0$

Model: $T'(t) = k(T_p - T(t))$,

$k = \frac{1}{25}$... materiálová konstanta

$T_p = 20$... teplota prostředí



Úkol: Najít **funkci** T splňující $T'(t) = \frac{1}{25}(20 - T(t)), \quad t > 0$

Řešení: $T(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20, \quad c \in \mathbb{R}$

... skutečně: $\underbrace{T'(t)} = -\frac{c}{25} \cdot e^{-\frac{t}{25}} = \frac{1}{25}(20 - 20 - c \cdot e^{-\frac{t}{25}}) = \frac{1}{25}(20 - T(t))$

Doplňující úkol: Vybrat takové řešení T , že $T(0) = 100$

Doplňující řešení: $\underline{T(t) = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20}$ ($c = 80$) ... skutečně: $T(0) = 100$

- Jakou teplotu bude mít za hodinu? ... $T(60) \doteq \underline{\underline{27}} \text{ (}^\circ\text{C)}$
- Kdy bude mít teplotu 70°C ? ... $70 = 80 \cdot e^{-\frac{t}{25}} + 20 \iff t \doteq \underline{\underline{12}} \text{ (min)}$



Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$,

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$,

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

$$F(x, y(x), y'(x))$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu:

$$F(x, y(x), y'(x)) = 0, \quad$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$,

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom

$$y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom

$$y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x))$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$
$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x))$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme

chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$,

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme

chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

• ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$

ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$, ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

$$\vdots$$

$$y(x) = \underline{\underline{c \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}}, \quad c \in \mathbb{R} \quad \dots \text{řešení ODR na } \mathbb{R}^+$$



Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$
- integrální křivka: graf řešení ODR

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

$$\vdots$$

$$y(x) = \underline{\underline{c \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}}, \quad c \in \mathbb{R} \quad \dots \text{řešení ODR na } \mathbb{R}^+$$



Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$
- integrální křivka: graf řešení ODR
- počáteční podmínka: $y(x_0) = y_0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

$$\vdots$$

$$y(x) = \underline{\underline{c \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}}, \quad c \in \mathbb{R} \quad \dots \text{řešení ODR na } \mathbb{R}^+$$



Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$
- integrální křivka: graf řešení ODR
- počáteční podmínka: $y(x_0) = y_0$

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

$$\vdots$$

$$y(x) = \underline{\underline{c \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}}, \quad c \in \mathbb{R} \quad \dots \text{řešení ODR na } \mathbb{R}^+$$

$$y(0) = 100$$



Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$
- integrální křivka: graf řešení ODR
- počáteční podmínka: $y(x_0) = y_0$
- Cauchyho úloha: Najít řešení ODR splňující počáteční podmínku(y)

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

$$\vdots$$

$$y(x) = \underline{\underline{c \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}}, \quad c \in \mathbb{R} \quad \dots \text{řešení ODR na } \mathbb{R}^+$$

$$y(0) = 100$$



Příklad 2.1: $f(x) = 3x^5 - 10x^3$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x+1)}$, $f(x, y, z) = \frac{xy+z}{x^2}$

$$T \sim y, \quad t \sim x, \quad T(t) \sim y(x), \quad T'(t) \sim y'(x)$$

- ODR 1. řádu: $F(x, y(x), y'(x)) = 0$ (♣), ... krátce: $F(x, y, y') = 0$
- ODR 2. řádu: $F(x, y(x), y'(x), y''(x)) = 0$, ... $F(x, y, y', y'') = 0$
- řešení ODR (na $J \subset \mathbb{R}$): **funkce** y taková, že (♣) platí pro každé $x \in J$
- integrální křivka: graf řešení ODR
- počáteční podmínka: $y(x_0) = y_0$
- Cauchyho úloha: Najít řešení ODR splňující počáteční podmínku(y)

Příklad 2.2: Je-li $F(x, y, z) = z - \frac{1}{25}(20 - y)$, potom pro $x > 0$ dostáváme
chladnutí kafe: $y'(x) - \frac{1}{25}(20 - y(x)) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{25}(20 - y(x)) \quad \dots \text{krátce } y' = \frac{1}{25}(20 - y)$$

$$\vdots$$

$$y(x) = \underline{\underline{c \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}}, \quad c \in \mathbb{R} \quad \dots \text{řešení ODR na } \mathbb{R}^+$$

$$y(0) = 100 \implies y(x) = \underline{\underline{80 \cdot e^{-\frac{x}{25}} + 20}} \quad \dots \text{řešení C.Ú.}$$



Population time

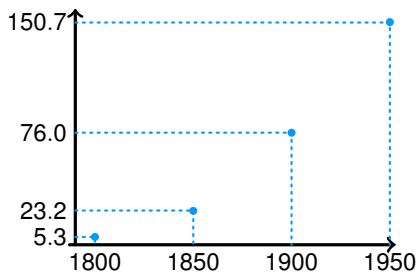


Population time

Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Population time

Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

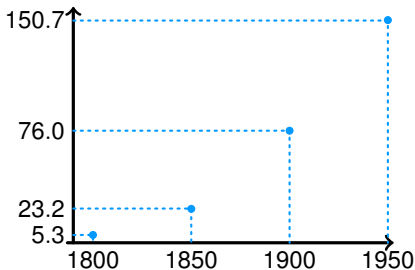


rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$



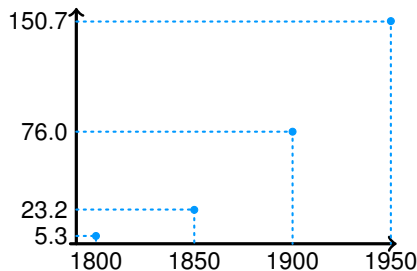
rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

Model: $ay(x)$,
 $a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu



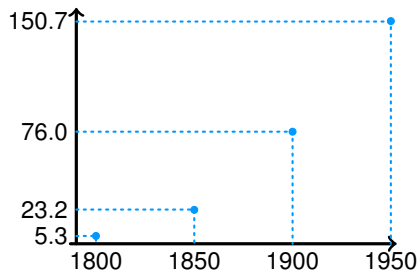
rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

Model: $y'(x) \sim ay(x)$
 $a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu



rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

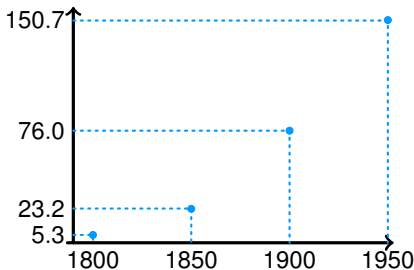
Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

Model: $y'(x) = ay(x) - b(y(x))^2$,

$a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu

$b = 1.6 \cdot 10^{-10} \dots$ koeficient tlumení



rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

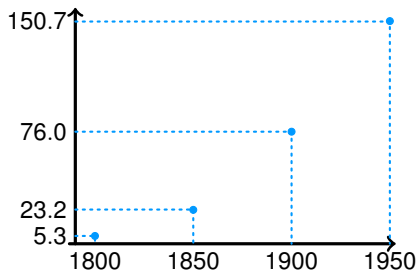
Model: $y'(x) = ay(x) - b(y(x))^2$,

$a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu

$b = 1.6 \cdot 10^{-10} \dots$ koeficient tlumení

Cauchyho úloha: Najít **funkci** y splňující

$$y'(x) = 0.0313y(x) - 1.6 \cdot 10^{-10}(y(x))^2, \quad x > 1790,$$



rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

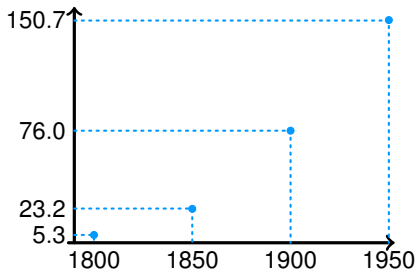
Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

Model: $y'(x) = ay(x) - b(y(x))^2$,

$a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu

$b = 1.6 \cdot 10^{-10} \dots$ koeficient tlumení



Cauchyho úloha: Najít **funkci** y splňující

$$y'(x) = 0.0313y(x) - 1.6 \cdot 10^{-10}(y(x))^2, \quad x > 1790, \\ y(1790) = 3.93$$

rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

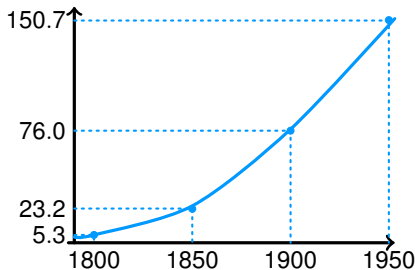
Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

Model: $y'(x) = ay(x) - b(y(x))^2$,

$a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu

$b = 1.6 \cdot 10^{-10} \dots$ koeficient tlumení



Cauchyho úloha: Najít **funkci** y splňující

$$y'(x) = 0.0313y(x) - 1.6 \cdot 10^{-10}(y(x))^2, \quad x > 1790, \\ y(1790) = 3.93$$

Řešení C.U.:
$$y(x) = \frac{a}{\left(\frac{a}{3.93} - b\right) \cdot e^{a(1790-x)} + b}$$

rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70

Population time

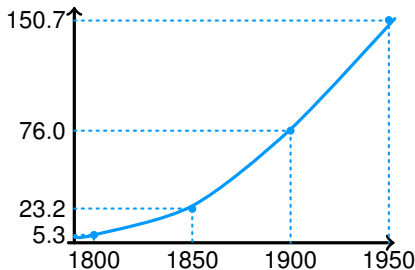
Cíl: Zjistit, jak nás přibývá.

Pozorování: $y'(x) > 0$

Model: $y'(x) = ay(x) - b(y(x))^2$,

$a = 0.0313 \dots$ koeficient růstu

$b = 1.6 \cdot 10^{-10} \dots$ koeficient tlumení



Cauchyho úloha: Najít **funkci** y splňující

$$y'(x) = 0.0313y(x) - 1.6 \cdot 10^{-10}(y(x))^2, \quad x > 1790, \\ y(1790) = 3.93$$

Řešení C.U.:
$$y(x) = \frac{a}{\left(\frac{a}{3.93} - b\right) \cdot e^{a(1790-x)} + b}$$

rok	1790	1800	1850	1900	1950
skutečný počet	3.93	5.31	23.19	76.00	150.70
odhad podle modelu	3.93	5.34	23.19	76.87	148.70

Příklad 4.1: $y' = 3x^2$

Příklad 4.1: $y' = 3x^2$

$$y' = f(x)$$

$$\text{OŘ : } y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

$$y' = f(x)$$

$$\text{OŘ : } y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y' = f(x)$$

$$\text{OŘ : } y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$$

Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln |x| + c$$

$$y' = f(x)$$

$$\text{OŘ : } y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$$

Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln |x| + c$$

$$3 = \ln |e| + c$$

$$y' = f(x)$$

OŘ : $y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln |x| + c$$

$$3 = \ln |e| + c$$

$$c = 2$$

$$y' = f(x)$$

$$\text{OŘ : } y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln |x| + c$$

$$3 = \ln |e| + c$$

$$c = 2$$

$y = \ln |x| + 2$

$$y' = f(x)$$

OŘ : $y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$

Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln|x| + c$$

$$3 = \ln|e| + c$$

$$c = 2$$

$y = \ln|x| + 2$

Příklad 4.3: $y' = e^{2x}$, $y(1) = \frac{3}{2}e^2$

$$y' = f(x)$$

OR : $y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln|x| + c$$

$$3 = \ln|e| + c$$

$$c = 2$$

$y = \ln|x| + 2$

Příklad 4.3: $y' = e^{2x}$, $y(1) = \frac{3}{2}e^2$

$$y = \frac{1}{2}e^{2x} + c$$

$$y' = f(x)$$

OR: $y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln|x| + c$$

$$3 = \ln|e| + c$$

$$c = 2$$

$y = \ln|x| + 2$

Příklad 4.3: $y' = e^{2x}$, $y(1) = \frac{3}{2}e^2$

$$y = \frac{1}{2}e^{2x} + c$$

$$\frac{3}{2}e^2 = \frac{1}{2}e^2 + c$$

$$y' = f(x)$$

OŘ : $y = \int f(x) dx + c$, $c \in \mathbb{R}$

Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln|x| + c$$

$$3 = \ln|e| + c$$

$$c = 2$$

$y = \ln|x| + 2$

Příklad 4.3: $y' = e^{2x}$, $y(1) = \frac{3}{2}e^2$

$$y = \frac{1}{2}e^{2x} + c$$

$$\frac{3}{2}e^2 = \frac{1}{2}e^2 + c$$

$$c = e^2$$

$$y' = f(x)$$

OŘ : $y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$



Příklad 4.1: $y' = 3x^2$ $y = x^3 + c$

Příklad 4.2: $y' = \frac{1}{x}$, $y(e) = 3$

$$y = \ln|x| + c$$

$$3 = \ln|e| + c$$

$$c = 2$$

$y = \ln|x| + 2$

Příklad 4.3: $y' = e^{2x}$, $y(1) = \frac{3}{2}e^2$

$$y = \frac{1}{2}e^{2x} + c$$

$$\frac{3}{2}e^2 = \frac{1}{2}e^2 + c$$

$$c = e^2$$

$y = \frac{1}{2}e^{2x} + e^2$

$$y' = f(x)$$

OŘ : $y = \int f(x) dx + c, c \in \mathbb{R}$



Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$ $\int \frac{1}{1 - y} dy = \int x dx$

$$\underbrace{\frac{1}{1 - y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(y) dy = \int P(x) dx$$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

 $Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$
 $\text{OŘ : } \int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

 $Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$

$$\text{OŘ : } \int Q(y) dy = \int P(x) dx$$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

Příklad 4.5: $y' = \frac{1}{e^y \sqrt{1-x^2}}$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

Příklad 4.5: $y' = \frac{1}{e^y \sqrt{1-x^2}}$... $x \in \langle -1, 1 \rangle$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$



Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

Příklad 4.5: $y' = \frac{1}{e^y \sqrt{1-x^2}}$... $x \in \langle -1, 1 \rangle$

$$\underbrace{e^y}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}_{P(x)}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$



Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

Příklad 4.5: $y' = \frac{1}{e^y \sqrt{1-x^2}}$... $x \in \langle -1, 1 \rangle$

$$\underbrace{e^y}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}_{P(x)}$$

$$\int e^y dy = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$



Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

Příklad 4.5: $y' = \frac{1}{e^y \sqrt{1-x^2}}$... $x \in \langle -1, 1 \rangle$

$$\underbrace{e^y}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}_{P(x)}$$

$$\int e^y dy = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$e^y = \arcsin x + c, \quad c > \frac{\pi}{2}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$



Příklad 4.4: $y' = x(1 - y)$

$$\underbrace{\frac{1}{1-y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{x}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int x dx$$

$$-\ln|y-1| = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|y-1| = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-c}$$

$$y-1 = e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = 1 + e^{-\frac{x^2}{2}} c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

Příklad 4.5: $y' = \frac{1}{e^y \sqrt{1-x^2}}$... $x \in \langle -1, 1 \rangle$

$$\underbrace{e^y}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}_{P(x)}$$

$$\int e^y dy = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$e^y = \arcsin x + c, \quad c > \frac{\pi}{2}$$

$$\underline{\underline{y = \ln(\arcsin x + c), \quad c > \frac{\pi}{2}}}$$

$$Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(y) dy = \int P(x) dx$$



Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$ $\dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$... $y > 0$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x} \quad \dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$Q(y)y' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x} \quad \dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x} \quad \dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1) \qquad \int \frac{1}{y \ln y} dy = \int \frac{1}{\sin x} dx$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x} \quad \dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{y \ln y} dy = \int \frac{1}{\sin x} dx$$

$$\ln |\ln y| = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x} \quad \dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{y \ln y} dy = \int \frac{1}{\sin x} dx$$

$$\ln |\ln y| = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|\ln y| = \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| e^c$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

$$\text{OŘ : } \int Q(y) dy = \int P(x) dx$$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x} \quad \dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{y \ln y} dy = \int \frac{1}{\sin x} dx$$

$$\ln |\ln y| = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|\ln y| = \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| e^c$$

$$\ln y = \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.6: $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$ $\dots y > 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

$$\underbrace{\frac{1}{y \ln y}}_{Q(y)} y' = \underbrace{\frac{1}{\sin x}}_{P(x)} \quad (y \neq 1)$$

$$\int \frac{1}{y \ln y} dy = \int \frac{1}{\sin x} dx$$

$$\ln |\ln y| = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|\ln y| = \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| e^c$$

$$\ln y = \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\underline{y = e^{\left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| c^*}, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

$Q(y)y' = P(x)$ (separovatelná)

OŘ : $\int Q(y) dy = \int P(x) dx$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce

$$y = zx \quad (y' = z'x + z)$$

vede na rovnici separovatelnou

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$Q(z)z' = P(x)$ (separovatelná)

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$Q(z)z' = P(x)$ (separovatelná)

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z-2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln |x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$Q(z)z' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(z) dz = \int P(x) dx$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln |x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln x^2 + 2c$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$Q(z)z' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(z) dz = \int P(x) dx$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln |x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln x^2 + 2c$$

$$\left| \frac{z-2}{z} \right| = x^2 e^{2c}$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$Q(z)z' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(z) dz = \int P(x) dx$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln |x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln x^2 + 2c$$

$$\left| \frac{z-2}{z} \right| = x^2 e^{2c}$$

$$\frac{z-2}{z} = x^2 c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln |x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln x^2 + 2c$$

$$\left| \frac{z-2}{z} \right| = x^2 e^{2c}$$

$$\frac{z-2}{z} = x^2 c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$z = \frac{2}{1 - x^2 c^*}$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$Q(z)z' = P(x)$ (separovatelná)

OR : $\int Q(z) dz = \int P(x) dx$

Příklad 4.7: $x^2 y' = y^2 - xy$

$$y' = \underbrace{\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z^2 - z$$

$$z'x = z(z - 2)$$

$$\underbrace{\frac{1}{z(z-2)}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq 0, z \neq 2)$$

$$\underline{\underline{y = \frac{2x}{1 - x^2 c^*}, \quad c^* \in \mathbb{R}}}$$

$$\int \frac{1}{z(z-2)} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln |x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\ln \left| \frac{z-2}{z} \right| = \ln x^2 + 2c$$

$$\left| \frac{z-2}{z} \right| = x^2 e^{2c}$$

$$\frac{z-2}{z} = x^2 c^*, \quad c^* \in \mathbb{R}$$

$$z = \frac{2}{1 - x^2 c^*}$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ $\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce

$$y = zx \quad (y' = z'x + z)$$

vede na rovnici separovatelnou

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ (homogenní)

substituce

$$y = zx \quad (y' = z'x + z)$$

vede na rovnici separovatelnou

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ $\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$



Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \quad \dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce

$$y = zx \quad (y' = z'x + z)$$

vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ $\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{tg} z} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

OŘ : $\int Q(z) dz = \int P(x) dx$



Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

$\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{tg} z} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln |\sin z| = \ln |x| + c$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{tg} z} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln |\sin z| = \ln |x| + c$$

$$|\sin z| = |x| e^c$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$



Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{tg} z} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln |\sin z| = \ln |x| + c$$

$$|\sin z| = |x| e^c$$

$$\sin z = xc^*, \quad (xc^* \in \langle -1, 1 \rangle)$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce

$$y = zx \quad (y' = z'x + z)$$

vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{tg} z} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln |\sin z| = \ln |x| + c$$

$$|\sin z| = |x| e^c$$

$$\sin z = xc^*, \quad (xc^* \in \langle -1, 1 \rangle)$$

$$z = \arcsin xc^*$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce

$$y = zx \quad (y' = z'x + z)$$

vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.8: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}}_{f\left(\frac{y}{x}\right)} \quad (x \neq 0)$$

$$z'x + z = z + \operatorname{tg} z$$

$$z'x = \operatorname{tg} z$$

$$\underbrace{\frac{1}{\operatorname{tg} z}}_{Q(z)} z' = \underbrace{\frac{1}{x}}_{P(x)} \quad (z \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$\dots x \neq 0, \frac{y(x)}{x} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \frac{1}{\operatorname{tg} z} dz = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln |\sin z| = \ln |x| + c$$

$$|\sin z| = |x| e^c$$

$$\sin z = xc^*, \quad (xc^* \in \langle -1, 1 \rangle)$$

$$z = \arcsin xc^*$$

$$\underline{\underline{y = x \arcsin xc^*, \quad (xc^* \in \langle -1, 1 \rangle)}}$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{homogenní})$$

substituce $y = zx \quad (y' = z'x + z)$ vede na rovnici separovatelnou

$$Q(z)z' = P(x) \quad (\text{separovatelná})$$

$$\text{OŘ : } \int Q(z) dz = \int P(x) dx$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \boxed{\text{OŘZ : } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}}$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{I. } y' - \frac{2}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

$$\text{I. zkrácená: } y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \boxed{\text{OŘZ : } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}}$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{I. } y' - \frac{2}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\text{OŘZ: } y_1 = cx^2$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

$$\text{I. zkrácená: } y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \boxed{\text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}}$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots$ OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x)$, $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{II.} \quad y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$$

$$\text{I.} \quad y' - \frac{2}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\text{OŘZ: } y_1 = cx^2$$

$$\dots u(x) = x^2$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

$$\text{I. zkrácená: } y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \boxed{\text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}}$$

$$\text{II. variace konstanty:} \quad \boxed{\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x),} \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{II. } y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$\text{I. } y' - \frac{2}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\text{OŘZ: } y_1 = cx^2$$

$$\dots u(x) = x^2$$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x)$, $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{II. } y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$\text{I. } y' - \frac{2}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\text{OŘZ: } y_1 = cx^2$$

$$\dots u(x) = x^2$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

$$\text{I. zkrácená: } y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \boxed{\text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}}$$

$$\text{II. variace konstanty: } \boxed{\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x),} \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{II.} \quad y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$\text{I.} \quad y' - \frac{2}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\text{OŘZ: } y_1 = cx^2$$

$$\dots u(x) = x^2$$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x)$, $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$... $c(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

II. $y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x) = 2x$$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x)$, $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$... $c(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

II. $y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x) = 2x$$

$$c(x) = x^2$$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \dots c(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

II. $y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x) = 2x$$

$$c(x) = x^2$$

PŘ: $y_2 = x^2 \cdot x^2$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x)$, $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$... $c(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

II. $y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x) = 2x$$

$$c(x) = x^2$$

PŘ: $y_2 = x^2 \cdot x^2 = x^4$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x),$ $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

II. $y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x) = 2x$$

$$c(x) = x^2$$

PŘ: $y_2 = x^2 \cdot x^2 = x^4$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$... OŘZ: $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ: $y_2 = c(x)u(x)$, $y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$... $c(x)$

III. OŘ: $y = y_1 + y_2$

Příklad 4.9: $xy' = 2x^4 + 2y$

$$\underbrace{y' - \frac{2}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{2x^3}_{q(x)} \quad (x \neq 0)$$

I. $y' - \frac{2}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{2}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ : $y_1 = cx^2$

$$\dots u(x) = x^2$$

II. $y_2 = c(x)x^2, \quad y_2' = c'(x)x^2 + 2c(x)x$

$$c'(x)x^2 + 2c(x)x - \frac{2}{x}c(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x)x^2 = 2x^3$$

$$c'(x) = 2x$$

$$c(x) = x^2$$

PŘ : $y_2 = x^2 \cdot x^2 = x^4$

III. OŘ : $y = cx^2 + x^4, \quad c \in \mathbb{R}$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots$ OŘZ : $y_1 = cu(x)$, kde $u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: PŘ : $y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$

III. OŘ : $y = y_1 + y_2$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ : } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ : } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

$$\text{II. } y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$$

$$\text{I. } y' - \frac{3}{x}y = 0$$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\text{OŘZ: } y_1 = cx^3$$

$$\dots u(x) = x^3$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

$$\text{I. zkrácená: } y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$$

$$\text{II. variace konstanty: } \text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x)$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y'_2 = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$c'(x) = x^{-2}$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$c'(x) = x^{-2}$$

$$c(x) = -\frac{1}{x}$$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$c'(x) = x^{-2}$$

$$c(x) = -\frac{1}{x}$$

PŘ: $y_2 = -\frac{1}{x} \cdot x^3$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$c'(x) = x^{-2}$$

$$c(x) = -\frac{1}{x}$$

PŘ: $y_2 = -\frac{1}{x} \cdot x^3 = -x^2$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$



Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$c'(x) = x^{-2}$$

$$c(x) = -\frac{1}{x}$$

PŘ: $y_2 = -\frac{1}{x} \cdot x^3 = -x^2$

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (\text{lineární})$$

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$

III. $\text{OŘ: } y = y_1 + y_2$

Příklad 4.10: $y' = 3\frac{y}{x} - x$

$$\underbrace{y' - \frac{3}{x}y}_{p(x)} = \underbrace{x}_{q(x)}$$

I. $y' - \frac{3}{x}y = 0$

$$y_1 = c \cdot e^{\int \frac{3}{x} dx}, \quad c \in \mathbb{R}$$

OŘZ: $y_1 = cx^3$

$$\dots u(x) = x^3$$

II. $y_2 = c(x)x^3, \quad y_2' = c'(x)x^3 + 3c(x)x^2$

$$c'(x)x^3 + 3c(x)x^2 - \frac{3}{x}c(x)x^3 = x$$

$$c'(x)x^3 = x$$

$$c'(x) = x^{-2}$$

$$c(x) = -\frac{1}{x}$$

PŘ: $y_2 = -\frac{1}{x} \cdot x^3 = -x^2$

III. OŘ: $y = cx^3 - x^2, \quad c \in \mathbb{R}$

$y' + p(x)y = q(x)$ (lineární)

I. zkrácená: $y' + p(x)y = 0 \quad \dots \quad \text{OŘZ: } y_1 = cu(x), \text{ kde } u(x) = e^{-\int p(x) dx}$

II. variace konstanty: $\text{PŘ: } y_2 = c(x)u(x), \quad y' = c'(x)u(x) + c(x)u'(x) \quad \dots c(x)$

III. $\text{OŘ: } y = y_1 + y_2$



Konec
(Referát)