

Kombinatorika

Jaroslav Drobek

jaroslav.drobek@goa-orlova.cz

Gymnázium a Obchodní akademie Orlová

3. Základní kombinatorická pravidla

GOA –
ORLOVA.CZ

(Ne)uspořádaná k-tice

Kombinatorika se zabývá vytvářením skupin z daných prvků

(Ne)uspořádaná k -tice

Kombinatorika se zabývá vytvářením skupin z daných prvků a určováním počtu těchto skupin.

- (Neuspořádaná) k -tice je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků;

(Ne)uspořádaná k -tice

Kombinatorika se zabývá vytvářením skupin z daných prvků a určováním počtu těchto skupin.

- (Neuspořádaná) k -tice je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků; budeme ji zapisovat jako obvyklou množinu. Např. čtveřici s prvky a, b, c, d zapíšeme ve tvaru

$$\{a, b, c, d\}.$$

(Ne)uspořádaná k -tice

Kombinatorika se zabývá vytvářením skupin z daných prvků a určováním počtu těchto skupin.

- (Neuspořádaná) k -tice je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků; budeme ji zapisovat jako obvyklou množinu. Např. čtveřici s prvky a, b, c, d zapíšeme ve tvaru

$$\{a, b, c, d\}.$$

- Uspořádaná k -tice je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků v určitém pořadí.

(Ne)uspořádaná k -tice

Kombinatorika se zabývá vytvářením skupin z daných prvků a určováním počtu těchto skupin.

- ▶ **(Neuspořádaná) k -tice** je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků; budeme ji zapisovat jako obvyklou množinu. Např. čtverečí s prvky a, b, c, d zapíšeme ve tvaru

$$\{a, b, c, d\}.$$

- ▶ **Uspořádaná k -tice** je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků v určitém pořadí. Pozice prvku v uspořádané k -tici se vyjadřuje indexem.

(Ne)uspořádaná k -tice

Kombinatorika se zabývá vytvářením skupin z daných prvků a určováním počtu těchto skupin.

- (Neuspořádaná) k -tice je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků; budeme ji zapisovat jako obvyklou množinu. Např. čtverečci s prvky a, b, c, d zapíšeme ve tvaru

$$\{a, b, c, d\}.$$

- Uspořádaná k -tice je každá k -členná skupina sestavená z daných prvků v určitém pořadí. Pozice prvku v uspořádané k -tici se vyjadřuje indexem. Uspořádanou k -tici s prvky a_1, a_2, \dots, a_k budeme zapisovat ve tvaru

$$(a_1, a_2 \dots, a_k).$$

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

- Sestavte všechny její
 - a jednoprvkové podmnožiny

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny
- b dvouprvkové podmnožiny

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny
- b dvouprvkové podmnožiny
- c tříprvkové podmnožiny

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;
... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Kolika způsoby lze vybrat první cifru?

desítky

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 - b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 - c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 - d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$
- ... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Kolika způsoby lze vybrat první cifru? ... 4

desítky

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Kolika způsoby lze vybrat první cifru? ... 4

desítky jednotky

Kolika způsoby lze poté vybrat druhou cifru?

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Kolika způsoby lze vybrat první cifru? ... 4

desítky jednotky

Kolika způsoby lze poté vybrat druhou cifru? ... 4

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Kolika způsoby lze vybrat první cifru? ... 4

desítky

jednotky

Kolika způsoby lze poté vybrat druhou cifru? ... 4 Počet možných dvouciferných čísel je $4 \cdot 4$

Příklad 3.1 Uvažujme množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

► Sestavte všechny její

- a jednoprvkové podmnožiny $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- b dvouprvkové podmnožiny $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
- c tříprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
- d čtyřprvkové podmnožiny $\{1, 2, 3, 4\}$

... tj. sestavujeme (neuspořádané) k -tice ze čtyř prvků.

► Z prvků množiny M sestavte všechna přirozená čísla

- a jednociferná 1, 2, 3, 4
- b dvouciferná 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43
- c tříciferná 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, ...
- d čtyřciferná 1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, ...

přičemž lze každý prvek využít nejvýše jednou;

... tj. sestavujeme uspořádané k -tice ze čtyř prvků.

Příklad 3.2 Kolika způsoby lze z prvků množiny $M = \{1, 2, 3, 4\}$ sestavit dvouciferné číslo?

Kolika způsoby lze vybrat první cifru? ... 4

desítky

jednotky

Kolika způsoby lze poté vybrat druhou cifru? ... 4 Počet možných dvouciferných čísel je $4 \cdot 4 = 16$.

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek,

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku?

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce?

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

Počet možných posádek je $15 \cdot 10$

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

zadák

háček

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů,

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráčí?

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

LO

- ▶ levého obránce?

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

LO

► levého obránce? ... 4

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

LO PO

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce?

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

LO PO

► levého obránce? ... 4

► následně pravého obránce? ... 3

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka?

LO PO

LÚ

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6

LO PO

LÚ

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka?

LO PO

 LÚ SÚ

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka? ... 5

LO PO

 LÚ SÚ

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka? ... 5
- ▶ následně pravého útočníka?

LO PO

 LÚ SÚ PÚ

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

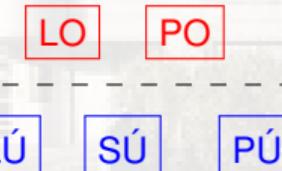
háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka? ... 5
- ▶ následně pravého útočníka? ... 4



Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

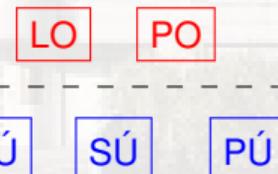
háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka? ... 5
- ▶ následně pravého útočníka? ... 4



Počet možných sestav je

$$4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

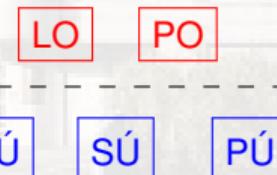
háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka? ... 5
- ▶ následně pravého útočníka? ... 4



Počet možných sestav je

$$4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 12 \cdot 120$$

Příklad 3.3 Kolika způsoby lze sestavit dvoučlennou posádku lodi z 10 chlapců a 15 dívek, má-li být zadákem chlapcem a háčkem dívka?

Kolika způsoby lze vybrat dívku? ... 15

zadák

Kolika způsoby lze poté vybrat chlapce? ... 10

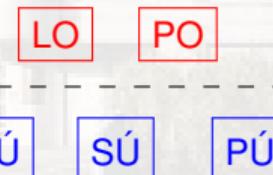
háček

Počet možných posádek je $15 \cdot 10 = \underline{\underline{150}}$.

Příklad 3.4 Kolika způsoby lze sestavit hokejovou formaci (5 různých celoplošných rolí) ze 4 extraligových a 6 prvoligových hokejistů, mají-li v obraně (levý a pravý obránci) hrát výhradně extraligoví a v útoku (levý, střední a pravý útočník) výhradně prvoligoví hráči?

Kolika způsoby lze vybrat

- ▶ levého obránce? ... 4
- ▶ následně pravého obránce? ... 3
- ▶ následně levého útočníka? ... 6
- ▶ následně středního útočníka? ... 5
- ▶ následně pravého útočníka? ... 4



Počet možných sestav je

$$4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 12 \cdot 120 = \underline{\underline{7!}}$$

Poznámky

- ▶ Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Poznámky

- ▶ Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky

Poznámky

- ▶ Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: **desítky jednotky** ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák
háček

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: **desítky** **jednotky** ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: **zadák** ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO

LÚ SÚ PÚ

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO ... *(LO, PO, LÚ, SÚ, PÚ)*

LÚ SÚ PÚ

?

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO ... *(LO, PO, LÚ, SÚ, PÚ)* ? nebo *(LÚ, SÚ, PÚ, LO, PO)* ? nebo jinak ?

LÚ SÚ PÚ

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO ... *(LO, PO, LÚ, SÚ, PÚ)* ? nebo *(LÚ, SÚ, PÚ, LO, PO)* ? nebo jinak ?

LÚ SÚ PÚ

- Vzniká potřeba **ztotožnění skupin s uspořádanými k -ticemi** i v případech, kdy to nesouvisí s jejich podstatou (typicky praktická úloha).

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO ... *(LO, PO, LÚ, SÚ, PÚ)* ? nebo *(LÚ, SÚ, PÚ, LO, PO)* ? nebo jinak ?

LÚ SÚ PÚ

- Vzniká potřeba **ztotožnění skupin s uspořádanými k -ticemi** i v případech, kdy to nesouvisí s jejich podstatou (typicky praktická úloha).
- Např. roli „levého obránce“ v hokejové formaci lze ztotožnit s 1. pozicí v uspořádané pětici apod.

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO ... *(LO, PO, LÚ, SÚ, PÚ)* ? nebo *(LÚ, SÚ, PÚ, LO, PO)* ? nebo jinak ?

LÚ SÚ PÚ

- Vzniká potřeba **ztotožnění skupin s uspořádanými k -ticemi** i v případech, kdy to nesouvisí s jejich podstatou (typicky praktická úloha).
- Např. roli „levého obránce“ v hokejové formaci lze ztotožnit s 1. pozicí v uspořádané pětici apod. Potom pro každou konkrétní uspořádanou pětici bude platit, že hráč uvedený na její první pozici má roli levého obránce apod.

Poznámky

- Aktuální konvence vyžaduje zápis skupiny „do řádku“:

Př. 3.2: desítky jednotky ... obvykle: *(desítky, jednotky)*.

Př. 3.3: zadák ... přirozeně: *(zadák, háček)*.
háček

Př. 3.4: LO PO ... *(LO, PO, LÚ, SÚ, PÚ)* ? nebo *(LÚ, SÚ, PÚ, LO, PO)* ? nebo jinak ?

LÚ SÚ PÚ

- Vzniká potřeba **ztotožnění skupin s uspořádanými k -ticemi** i v případech, kdy to nesouvisí s jejich podstatou (typicky praktická úloha).
- Např. roli „levého obránce“ v hokejové formaci lze ztotožnit s 1. pozicí v uspořádané pětici apod. Potom pro každou konkrétní uspořádanou pětici bude platit, že hráč uvedený na její první pozici má roli levého obránce apod.
- Postup intuitivně použitý v předchozích příkladech je ve skutečnosti využitím tzv. „kombinatorického pravidla součinu“, které se obvykle formuluje speciálně pro uspořádané k -tice.

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role,

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Sestavujeme trojice (*řidič, spolujezdec, stopařka*).

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Sestavujeme trojice (*řidič, spolujezdec, stopařka*).

Např. (Špalek, Pastrňák, Geislerová)

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Sestavujeme trojice (*řidič, spolujezdec, stopařka*).
Počet možných obsazení je 4.

Např. (Špalek, Pastrňák, Geislerová)

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Sestavujeme trojice (*řidič, spolujezdec, stopařka*).

Např. (Špalek, Pastrňák, Geislerová)

Počet možných obsazení je $4 \cdot 3 \cdot 2$.

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Sestavujeme trojice (*řidič, spolujezdec, stopařka*).
Počet možných obsazení je $4 \cdot 3 \cdot 3$.

Např. (Špalek, Pastrňák, Geislerová)

Kombinatorické pravidlo součinu

Lze-li při vytváření uspořádaných k -tic (skupin)

- ▶ 1. člen vybrat n_1 způsoby,
- ▶ 2. člen (po výběru prvního člena) vybrat n_2 způsoby,
- ⋮
- ▶ k -tý člen (po výběru $(k - 1)$ -ního člena) vybrat n_k způsoby,

potom počet všech takto vytvořených uspořádaných k -tic je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Příklad 3.5 Ve filmu JÍZDA byla jedna ženská a dvě mužské hlavní role. Kolika způsoby mohl režisér Svěrák ml. obsadit hlavní role, když z potenciálních kandidátů projevili zájem hrát ve filmu jen Geislerová, Hayek(ová), Thurman(ová), Špalek, Jordan, Pastrňák a Atkinson?

Sestavujeme trojice (*řidič, spolujezdec, stopařka*).

Např. (Špalek, Pastrňák, Geislerová)

Počet možných obsazení je $4 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{36}}$.

Příklad 3.6

Bára má 3 různá trička a 5 různých sukní. Kolika způsoby si může vzít tričko a sukni, aby pokaždé vypadala jinak? $[3 \cdot 5 = 15]$

Příklad 3.6

Bára má 3 různá trička a 5 různých sukní. Kolika způsoby si může vzít tričko a sukni, aby pokaždé vypadala jinak? $[3 \cdot 5 = 15]$

Příklad 3.7

V budově našeho gymnázia lze projít ze suterénu do 1. patra po šesti různých schodištích a z 1. patra do 2. patra po třech různých schodištích.

Příklad 3.6

Bára má 3 různá trička a 5 různých sukní. Kolika způsoby si může vzít tričko a sukni, aby pokaždé vypadala jinak? $[3 \cdot 5 = 15]$

Příklad 3.7

V budově našeho gymnázia lze projít ze suterénu do 1. patra po šesti různých schodištích a z 1. patra do 2. patra po třech různých schodištích. Kolika způsoby lze s využitím těchto schodišť projít ze suterénu do 2. patra a zpět,

- a) nejsou-li stanoveny další podmínky.

$$[6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 324]$$

Příklad 3.6

Bára má 3 různá trička a 5 různých sukní. Kolika způsoby si může vzít tričko a sukni, aby pokaždé vypadala jinak? $[3 \cdot 5 = 15]$

Příklad 3.7

V budově našeho gymnázia lze projít ze suterénu do 1. patra po šesti různých schodištích a z 1. patra do 2. patra po třech různých schodištích. Kolika způsoby lze s využitím těchto schodišť projít ze suterénu do 2. patra a zpět,

- a) nejsou-li stanoveny další podmínky. $[6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 324]$
- b) nemá-li být žádné schodiště použito dvakrát. $[6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 180]$

Příklad 3.6

Bára má 3 různá trička a 5 různých sukní. Kolika způsoby si může vzít tričko a sukni, aby pokaždé vypadala jinak? $[3 \cdot 5 = 15]$

Příklad 3.7

V budově našeho gymnázia lze projít ze suterénu do 1. patra po šesti různých schodištích a z 1. patra do 2. patra po třech různých schodištích. Kolika způsoby lze s využitím těchto schodišť projít ze suterénu do 2. patra a zpět,

- a) nejsou-li stanoveny další podmínky. $[6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 324]$
- b) nemá-li být žádné schodiště použito dvakrát. $[6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 180]$
- c) má-li být v obou směrech využito stejné schodiště mezi suterénem a 1. patrem a dvě různá schodiště mezi 1. a 2. patrem. $[6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 36]$

Příklad 3.6

Bára má 3 různá trička a 5 různých sukní. Kolika způsoby si může vzít tričko a sukni, aby pokaždé vypadala jinak? $[3 \cdot 5 = 15]$

Příklad 3.7

V budově našeho gymnázia lze projít ze suterénu do 1. patra po šesti různých schodištích a z 1. patra do 2. patra po třech různých schodištích. Kolika způsoby lze s využitím těchto schodišť projít ze suterénu do 2. patra a zpět,

- a) nejsou-li stanoveny další podmínky. $[6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 324]$
- b) nemá-li být žádné schodiště použito dvakrát. $[6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 180]$
- c) má-li být v obou směrech využito stejné schodiště mezi suterénem a 1. patrem a dvě různá schodiště mezi 1. a 2. patrem. $[6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 36]$

Příklad 3.8

Podnikatel otevírá restauraci, jejíž provoz má zajišťovat kuchař, číšník, barmanka a uklízečka. Kolika způsoby může sestavit pracovní kolektiv, jestliže může vybírat mezi 2 uchazeči o pozici kuchař, 1 uchazečem o pozici číšníka a 3 uchazečkami, které mohou pracovat na obou zbývajících pozicích?

Příklad 3.9

V divadelní hře jsou dvě ženské a tři mužské role. Kolika způsoby může režisér volit herecké složení, má-li k dispozici 4 herečky (každá zvládne jakoukoliv ženskou roli) a 5 herců (každý zvládne jakoukoliv mužskou roli)?

$$[4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 720]$$

Příklad 3.9

V divadelní hře jsou dvě ženské a tři mužské role. Kolika způsoby může režisér volit herecké složení, má-li k dispozici 4 herečky (každá zvládne jakoukoliv ženskou roli) a 5 herců (každý zvládne jakoukoliv mužskou roli)?

$$[4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 720]$$

Příklad 3.10

Kolik způsoby lze z 12 mladších a 6 starších žáků sestavit fotbalové družstvo (11 různých pozic: brankář, 4 různí obránci, 3 různí záložníci, 3 různí útočníci), mají-li v záloze a útoku (celkem 6 pozic) hrát výhradně mladší žáci a na ostatních pozicích výhradně starší žáci?

$$[12!]$$

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?



Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

a jednoprvkové podmnožiny

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny . . . 4

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Neprázdné podmnožiny jsou rozděleny do skupin a)–d).

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Neprázdné podmnožiny jsou rozděleny do skupin a)–d).
(Nemůže být jedna podmnožina ve dvou skupinách...)

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Neprázdné podmnožiny jsou rozděleny do skupin a)–d).
(Nemůže být jedna podmnožina ve dvou skupinách...)

Počet podmnožin je $4 + 6 + 4 + 1$

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Neprázdné podmnožiny jsou rozděleny do skupin a)–d).
(Nemůže být jedna podmnožina ve dvou skupinách...)

Počet podmnožin je $4 + 6 + 4 + 1 = \underline{\underline{15}}$.

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Neprázdné podmnožiny jsou rozděleny do skupin a)–d).
(Nemůže být jedna podmnožina ve dvou skupinách...)

Počet podmnožin je $4 + 6 + 4 + 1 = \underline{\underline{15}}$.

Kombinatorické pravidlo součtu:

Jsou-li A_1, A_2, \dots, A_n konečné a vzájemně disjunktní množiny, které mají po řadě p_1, p_2, \dots, p_n prvků,

Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3.11 Kolik neprázdných podmnožin má množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$?

- a jednoprvkové podmnožiny ... 4
- b dvouprvkové podmnožiny ... 6
- c tříprvkové podmnožiny ... 4
- d čtyřprvkové podmnožiny ... 1

Neprázdné podmnožiny jsou rozděleny do skupin a)–d).
(Nemůže být jedna podmnožina ve dvou skupinách...)

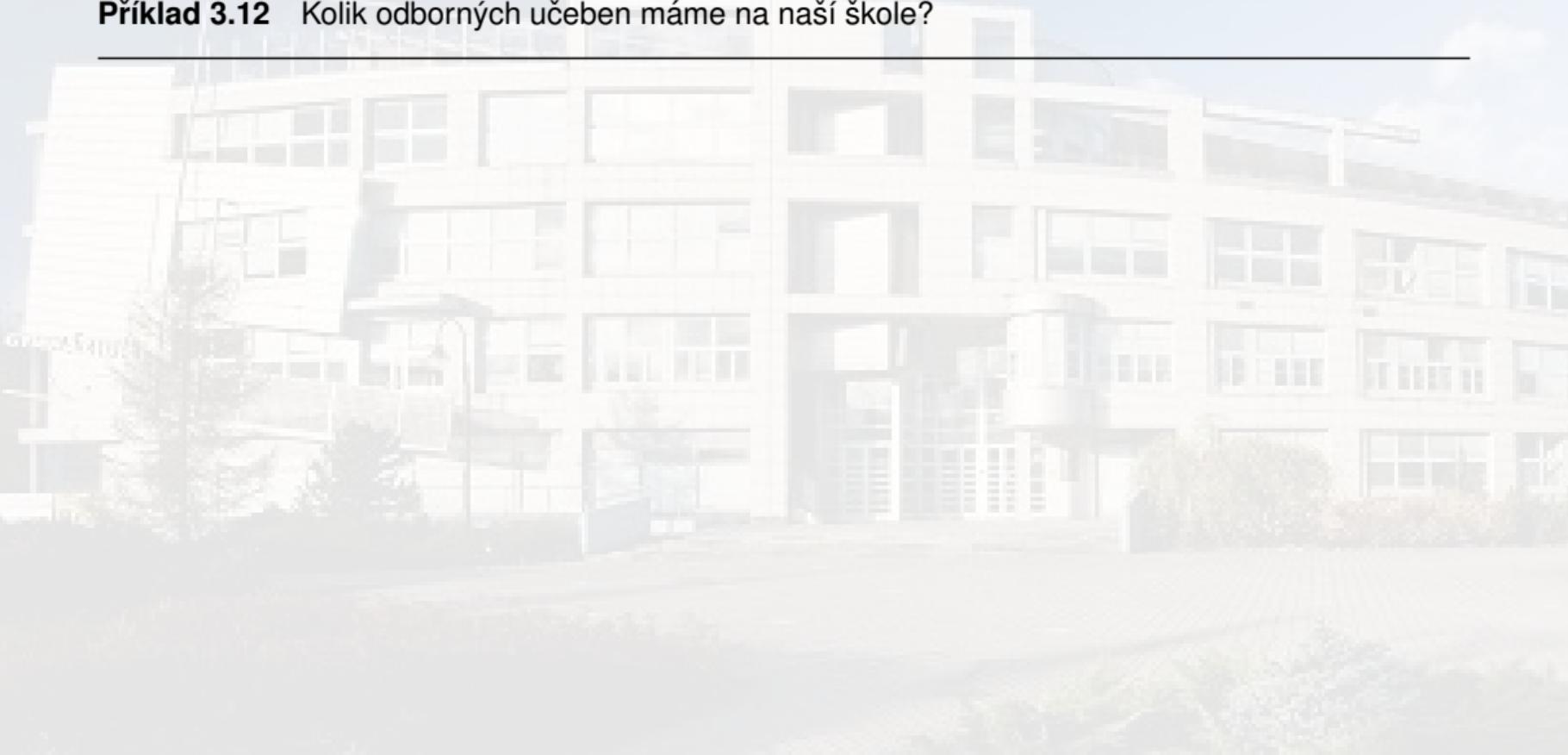
Počet podmnožin je $4 + 6 + 4 + 1 = \underline{\underline{15}}$.

Kombinatorické pravidlo součtu:

Jsou-li A_1, A_2, \dots, A_n konečné a vzájemně disjunktní množiny, které mají po řadě p_1, p_2, \dots, p_n prvků, potom počet prvků množiny $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ je roven

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n .$$

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?



Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3
 - ▶ Biologické

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3
 - ▶ Biologické ... 2

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3
 - ▶ Biologické ... 2
 - ▶ Fyzikální

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3
 - ▶ Biologické ... 2
 - ▶ Fyzikální ... 1

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3
 - ▶ Biologické ... 2
 - ▶ Fyzikální ... 1
 - ▶ Chemická

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

-
- ▶ Jazykové ... 6
 - ▶ Počítačové ... 3
 - ▶ Biologické ... 2
 - ▶ Fyzikální ... 1
 - ▶ Chemická ... 1

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

- ▶ Jazykové ... 6
- ▶ Počítačové ... 3
- ▶ Biologické ... 2
- ▶ Fyzikální ... 1
- ▶ Chemická ... 1

Jde o navzájem disjunktní množiny.

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

- ▶ Jazykové ... 6
- ▶ Počítačové ... 3
- ▶ Biologické ... 2
- ▶ Fyzikální ... 1
- ▶ Chemická ... 1

Jde o navzájem disjunktní množiny.

Počet odborných učeben je $6 + 3 + 2 + 1 + 1$

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

- ▶ Jazykové ... 6
- ▶ Počítačové ... 3
- ▶ Biologické ... 2
- ▶ Fyzikální ... 1
- ▶ Chemická ... 1

Jde o navzájem disjunktní množiny.

Počet odborných učeben je $6 + 3 + 2 + 1 + 1 = \underline{\underline{13}}$.

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

- ▶ Jazykové ... 6
- ▶ Počítačové ... 3
- ▶ Biologické ... 2
- ▶ Fyzikální ... 1
- ▶ Chemická ... 1

Jde o navzájem disjunktní množiny.

Počet odborných učeben je $6 + 3 + 2 + 1 + 1 = \underline{\underline{13}}$.

Příklad 3.13

Čtverec o straně délky 4 cm je rozdělen rovnoběžkami se stranami na 16 stejných čtverců. Určete, kolik je v daném obrazci čtverců. [30]

Příklad 3.12 Kolik odborných učeben máme na naší škole?

- ▶ Jazykové ... 6
- ▶ Počítačové ... 3
- ▶ Biologické ... 2
- ▶ Fyzikální ... 1
- ▶ Chemická ... 1

Jde o navzájem disjunktní množiny.

Počet odborných učeben je $6 + 3 + 2 + 1 + 1 = \underline{\underline{13}}$.

Příklad 3.13

Čtverec o straně délky 4 cm je rozdělen rovnoběžkami se stranami na 16 stejných čtverců. Určete, kolik je v daném obrazci čtverců. [30]

Příklad 3.14

Určete počet všech dvojciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu se každá číslice vyskytuje nejvýše jednou. [81]

Konec

(3. Základní kombinatorická pravidla)