

# Referát

## Analytická geometrie

Mgr. Jaroslav Drobek, Ph. D.

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

Bakalářská matematika I



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

# Bod



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$
- Bod:



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$
- Bod:

$$A \equiv [1, 3]$$



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

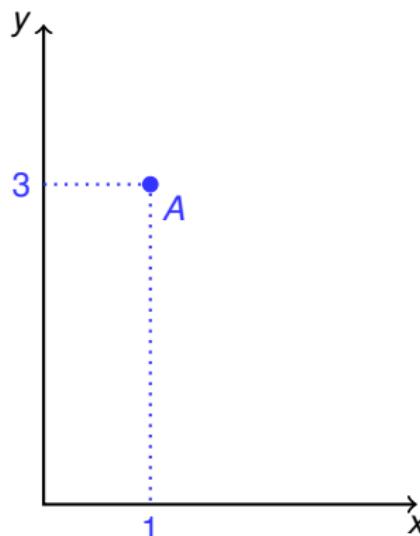
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$
- Bod:



$$A = [1, 3]$$



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

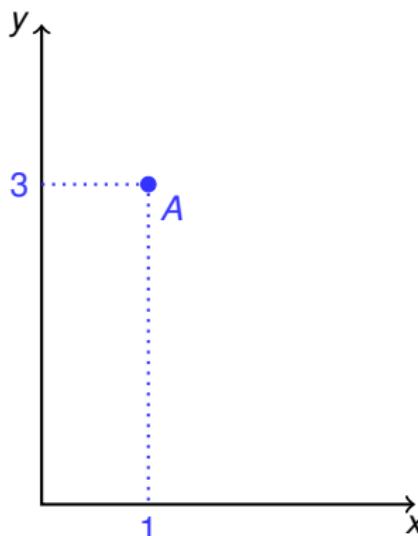
Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$

- Bod:  $A = [a_1, a_2]$



$$A = [1, 3]$$



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

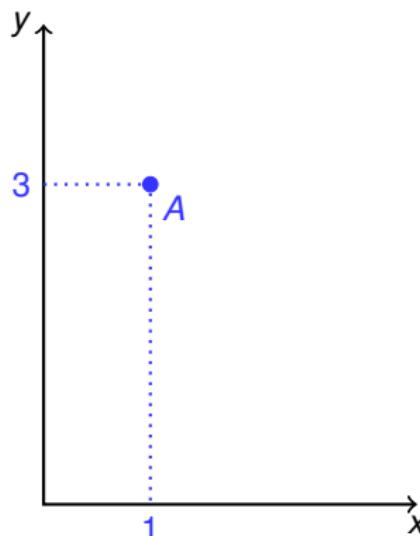
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$



$$A = [1, 3]$$



Tři základní objekty v prostoru  
●○○

Vzájemné polohy  
○○○○

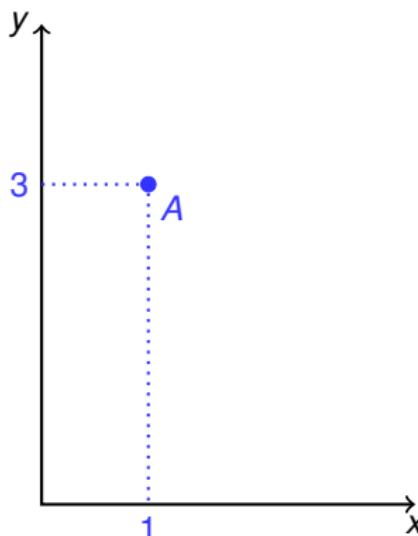
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$

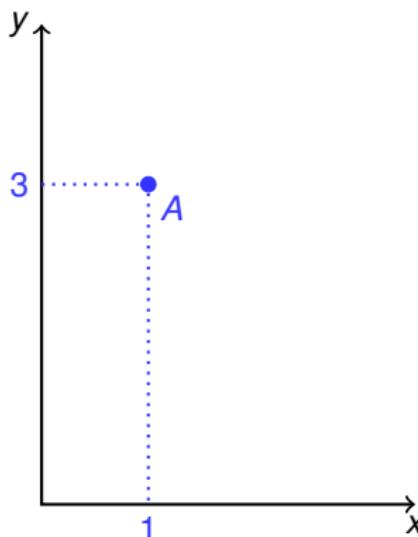


$$A = [1, 3]$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

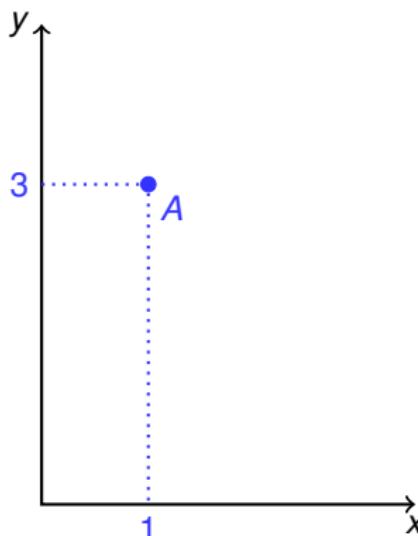


$$A = [1, 3]$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:

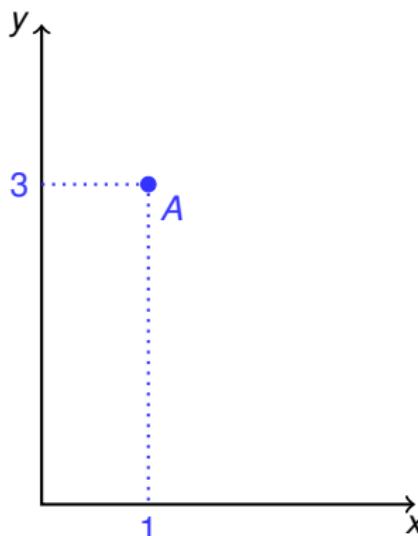


$$A = [1, 3], \quad (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:

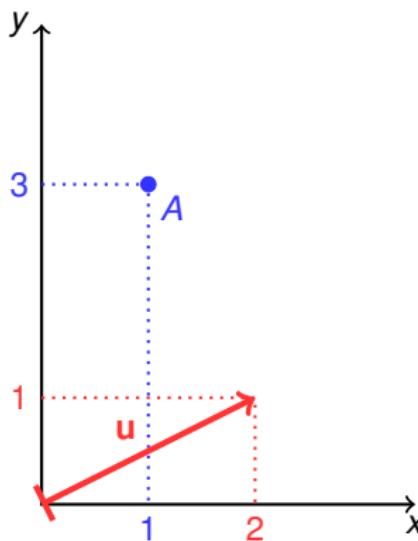


$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:

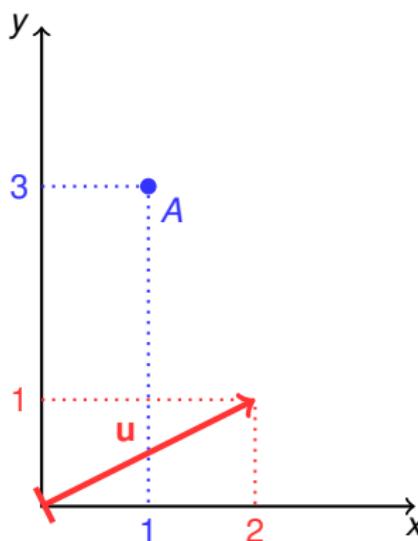


$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$

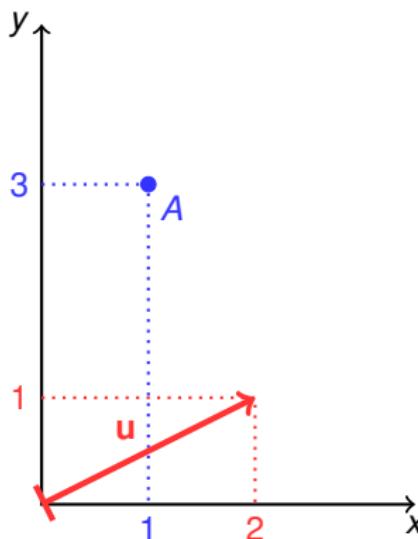


$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$

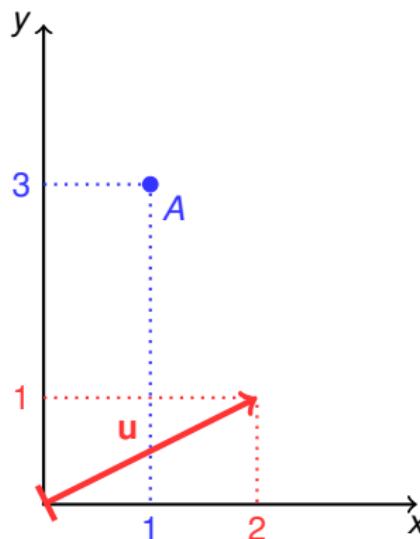


$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$

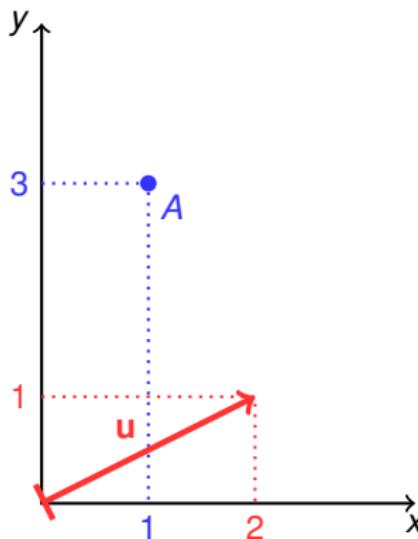


$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



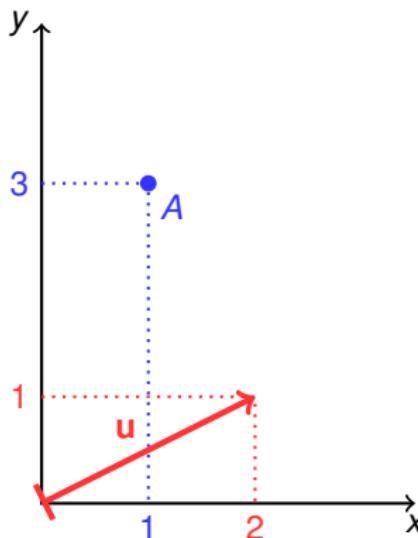
- Rovnost dvou bodů:

$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

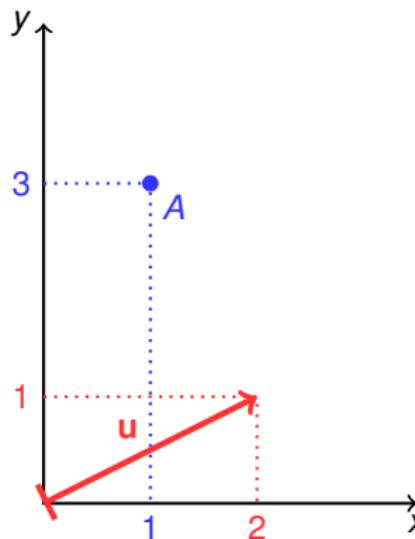
- Rovnost dvou bodů:

$$[v, 2] = [1, z]$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

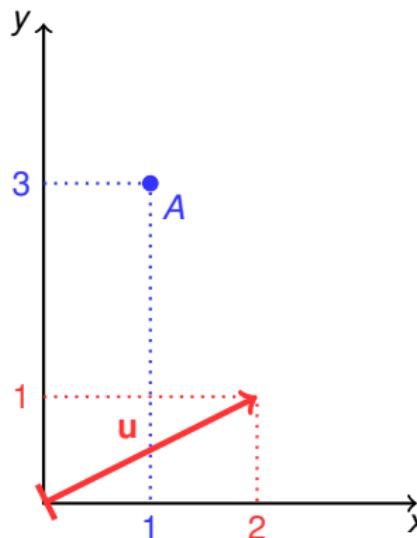
- Rovnost dvou bodů:

$$[v, 2] = [1, z] \iff v = 1$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



- Rovnost dvou bodů:

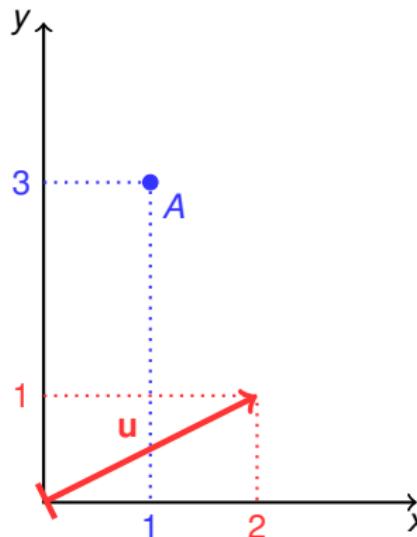
$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$


---



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B$$

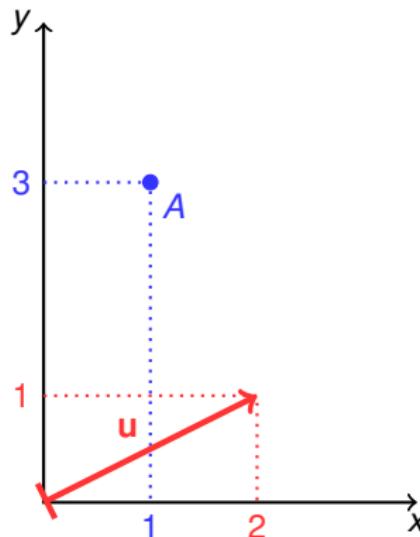
$$[v, 2] = [1, z] \iff$$

$$\begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

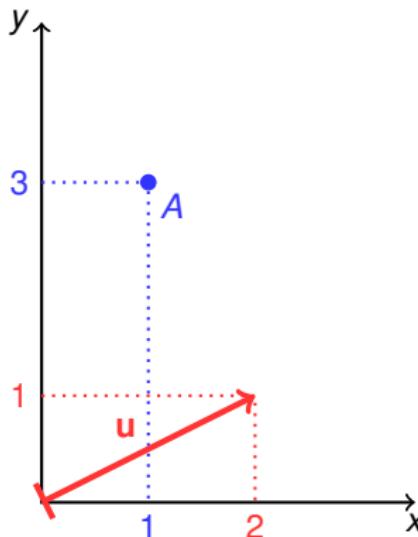
$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$


---



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

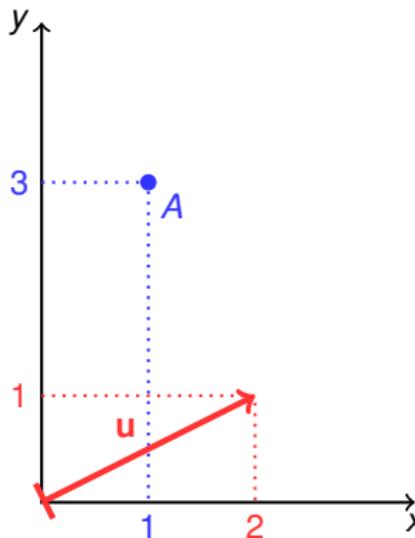
$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

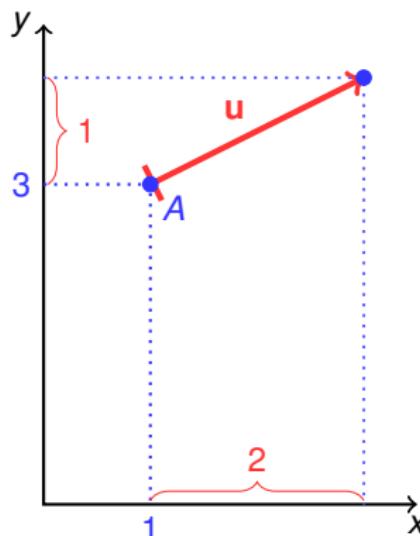
- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u}$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

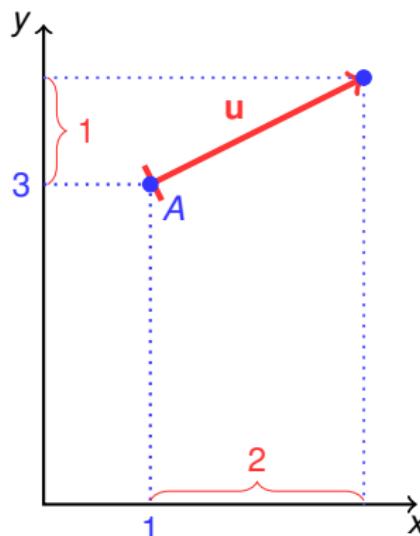
- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = [ \quad , \quad ]$$



# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:**

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

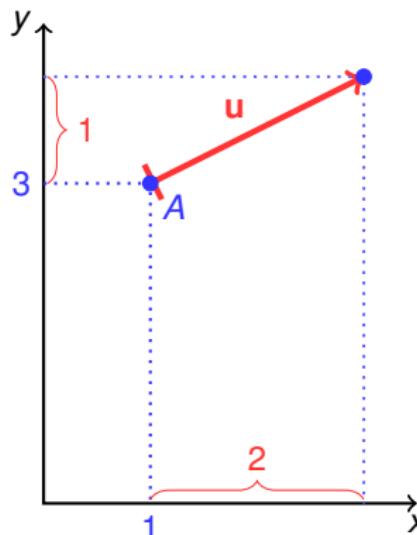
- Sčítání bodu a vektoru:**

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, \quad ]$$



# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:**

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:**

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1]$$

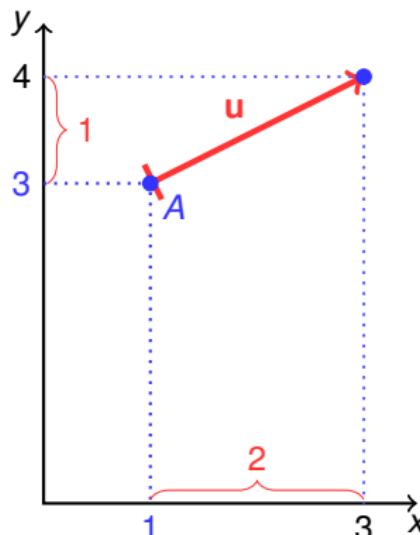


## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i: a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

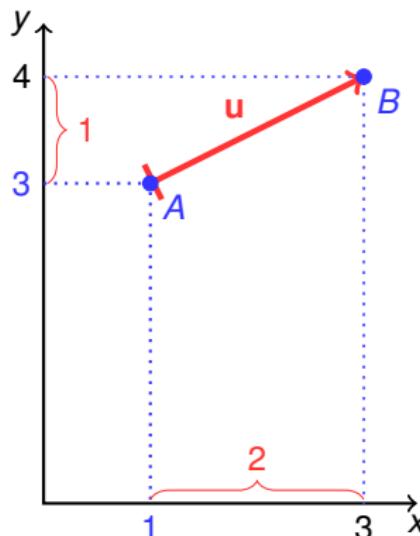
- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$



# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:**

$$A = B \iff \forall i : a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:**

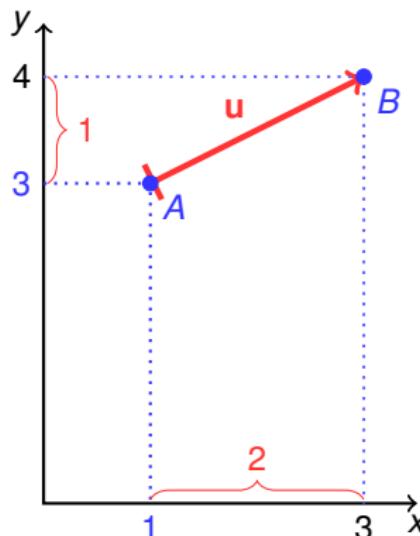
$$A + \mathbf{u} = B$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

## • Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i : a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

## • Sčítání bodu a vektoru:

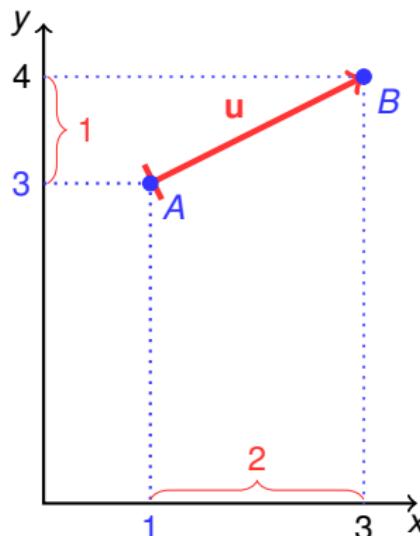
$$A + \mathbf{u} = B \dots \forall i : b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$



## Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:

$$A = B \iff \forall i : a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:

$$A + \mathbf{u} = B \dots \forall i : b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

- Rozdíl dvou bodů:

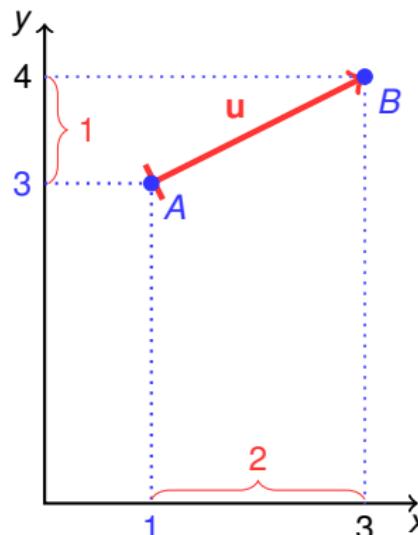


# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$

- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$

- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



$$A = [1, 3], \quad \mathbf{u} = (2, 1)$$

- Rovnost dvou bodů:**

$$A = B \iff \forall i : a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:**

$$A + \mathbf{u} = B \dots \forall i : b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

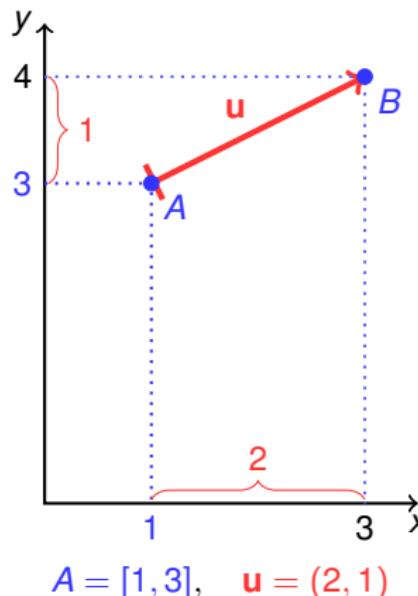
- Rozdíl dvou bodů:**

$$B - A = \mathbf{u}$$



# Bod

- „běžná“ rovina ...  $E_2$ , „běžný“ prostor ...  $E_3$
- Bod:**  $A = [a_1, a_2] \in E_2$  resp.  $A = [a_1, a_2, a_3] \in E_3$
- Vektor:**  $\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \in \mathbb{R}^3$



- Rovnost dvou bodů:**

$$A = B \iff \forall i : a_i = b_i$$

$$[v, 2] = [1, z] \iff \begin{array}{l} v = 1 \\ 2 = z \end{array}$$

- Sčítání bodu a vektoru:**

$$A + \mathbf{u} = B \dots \forall i : b_i = a_i + u_i$$

$$A + \mathbf{u} = [1 + 2, 3 + 1] = [3, 4]$$

- Rozdíl dvou bodů:**

$$B - A = \mathbf{u} \dots \forall i : u_i = b_i - a_i$$



Tři základní objekty v prostoru  
○●○

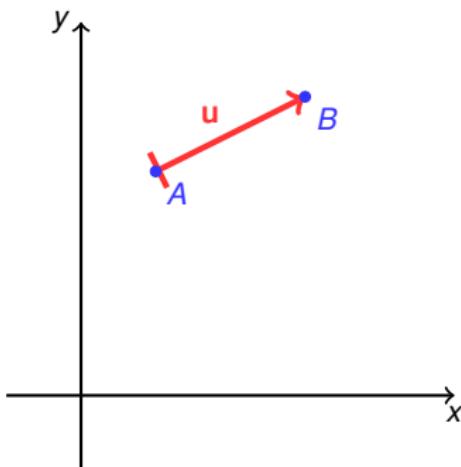
Vzájemné polohy  
○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka



Tři základní objekty v prostoru  
○●○

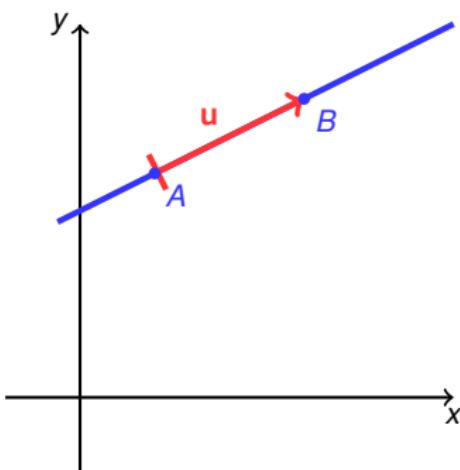
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka



- $\mathbf{u}$  je nenulový



Tři základní objekty v prostoru  
○●○

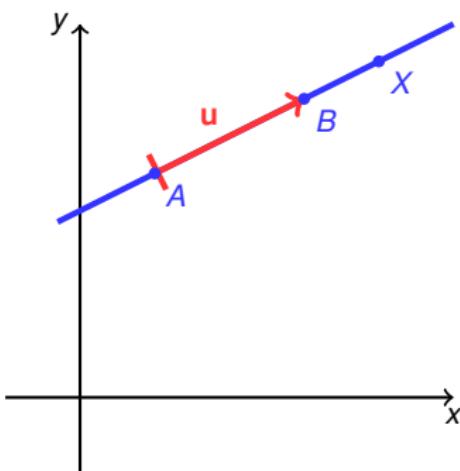
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka



- **u** je nenulový



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

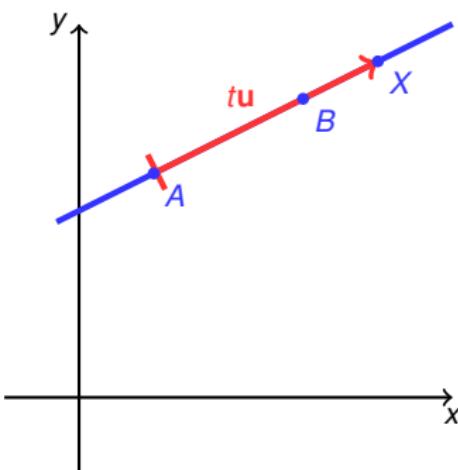
Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka

$$X = A + t\mathbf{u}$$



- $\mathbf{u}$  je nenulový



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

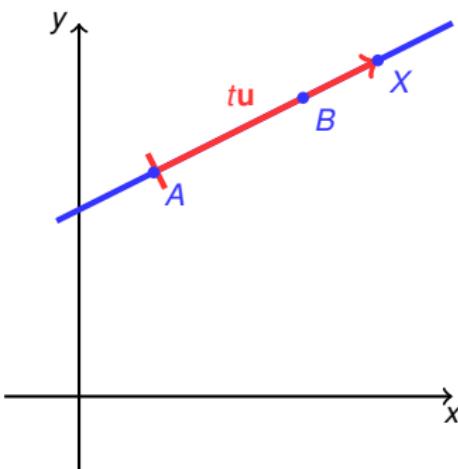
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka

$$X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



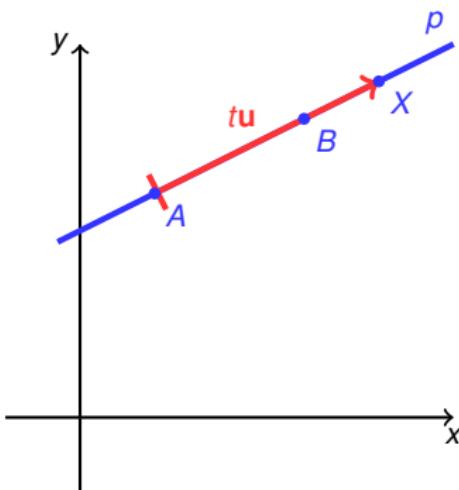
- $\mathbf{u}$  je nenulový



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$$



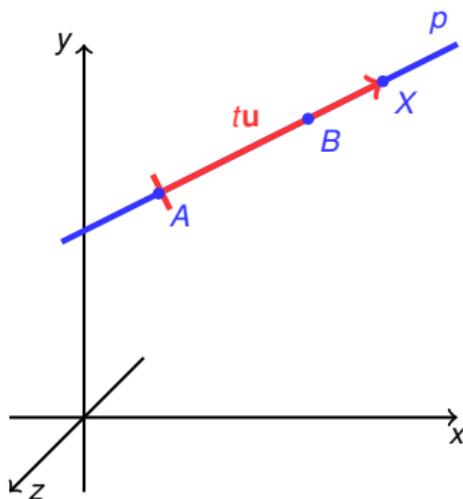
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$$

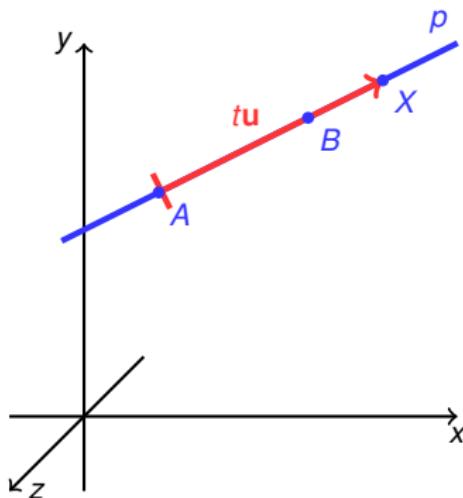


- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$

# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

---

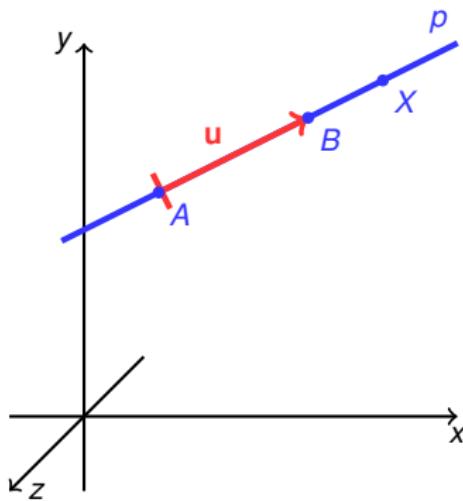
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A$$

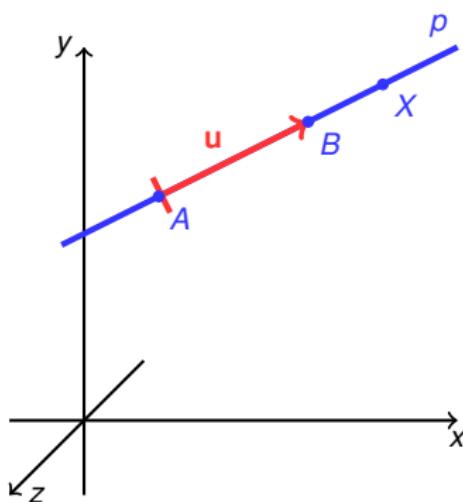
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5]$$

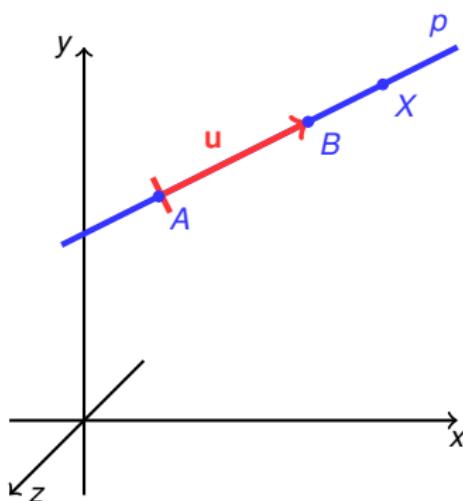
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

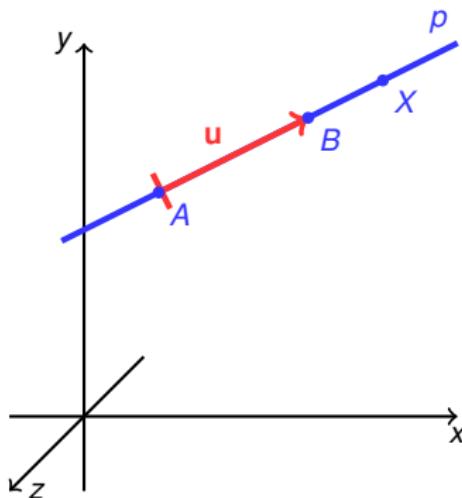
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

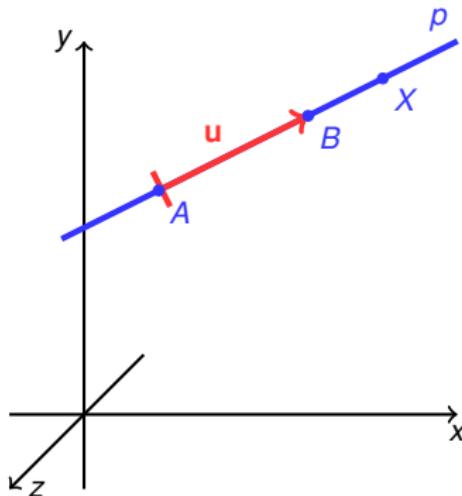
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  
 $p \subset E_3$ , která obsahuje body  
 $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

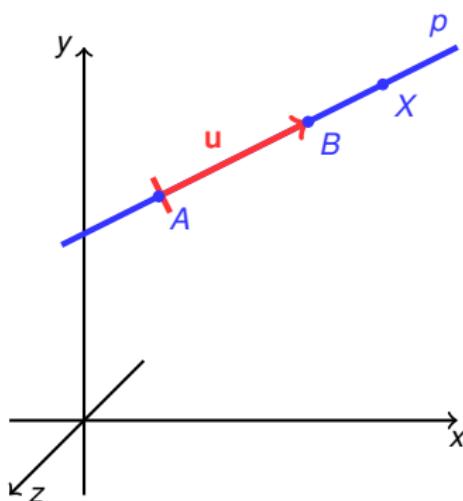
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  
 $p \subset E_3$ , která obsahuje body  
 $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

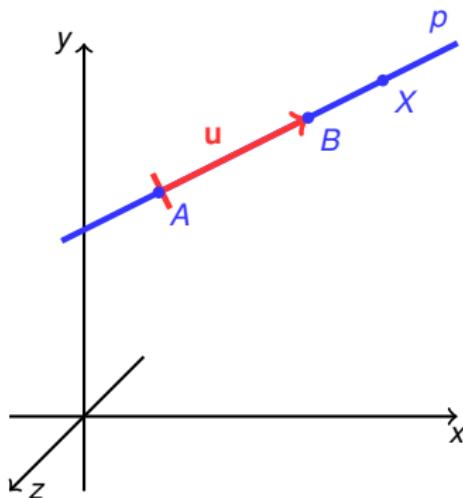
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  
 $p \subset E_3$ , která obsahuje body  
 $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$x_1 = 1 + t$$

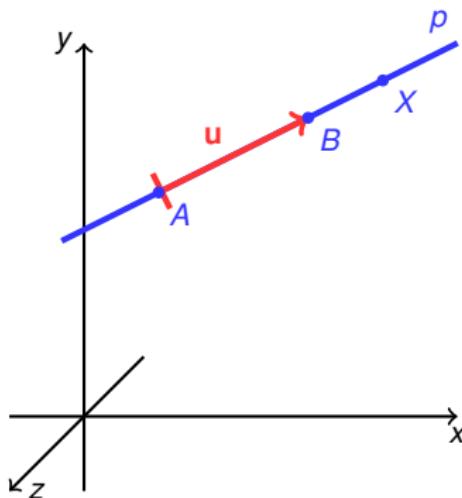
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  
 $p \subset E_3$ , která obsahuje body  
 $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$x_1 = 1 + t$$

$$x_2 = 2$$

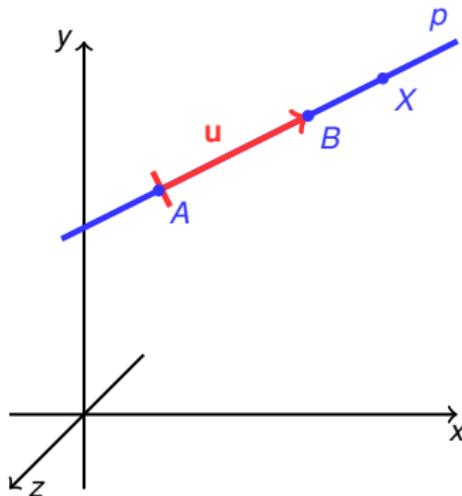
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  
 $p \subset E_3$ , která obsahuje body  
 $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$x_1 = 1 + t$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 5 + t$$

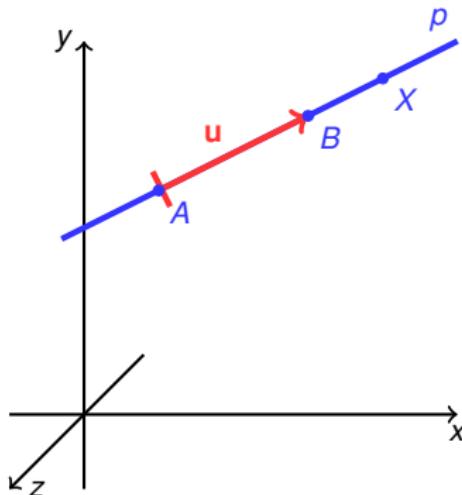
- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



# Přímka

- Parametrická rovnice přímky:

$$p: X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.1:

Určete parametrickou rovnici přímky  $p \subset E_3$ , která obsahuje body  $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t, 2, 5 + t]$$

$$p: \begin{cases} x_1 = 1 + t \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 5 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- $\mathbf{u}$  je nenulový ... směrový vektor
- platí v  $E_2$  i  $E_3$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

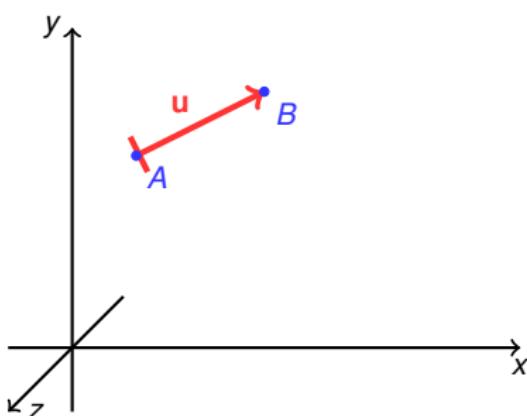
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

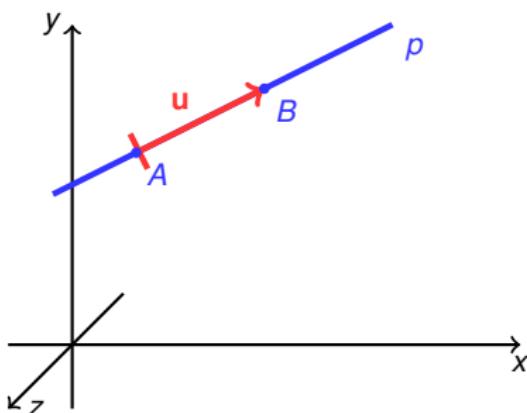
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

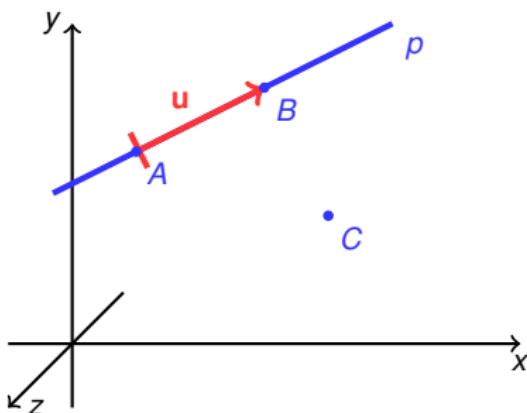
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

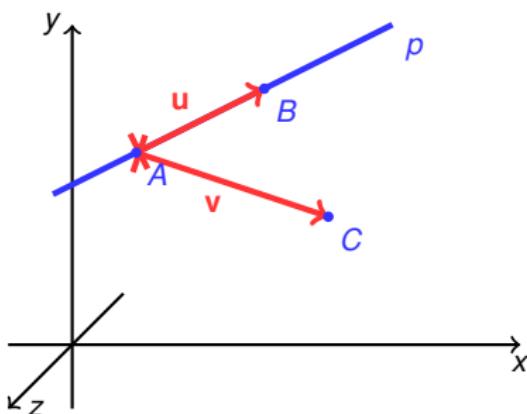
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

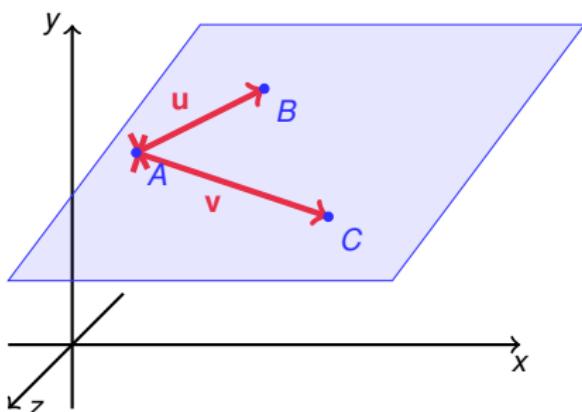
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

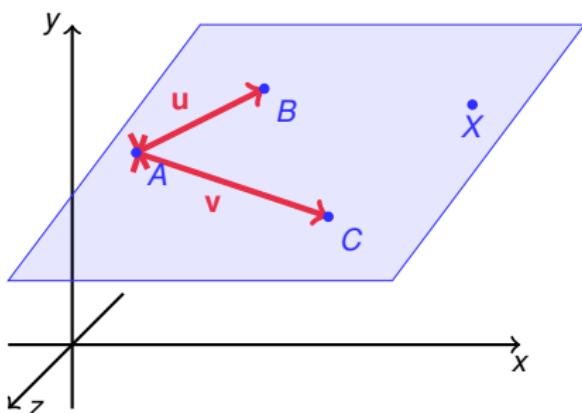
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

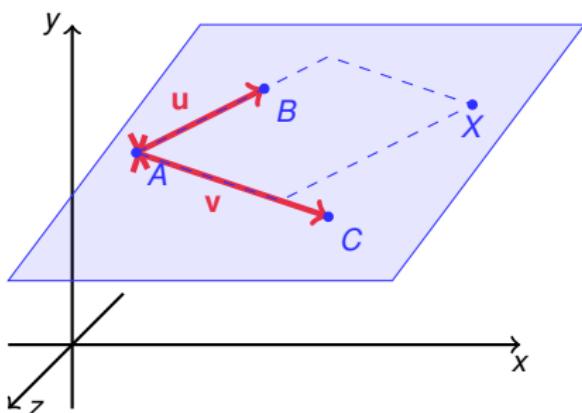
Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

Vzájemné polohy  
○○○○

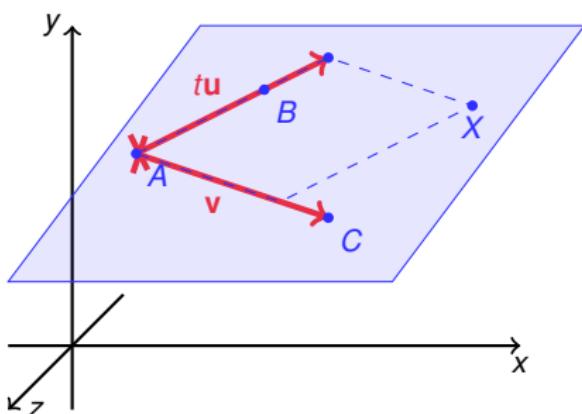
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina

$$A + t\mathbf{u}$$



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

Vzájemné polohy  
○○○○

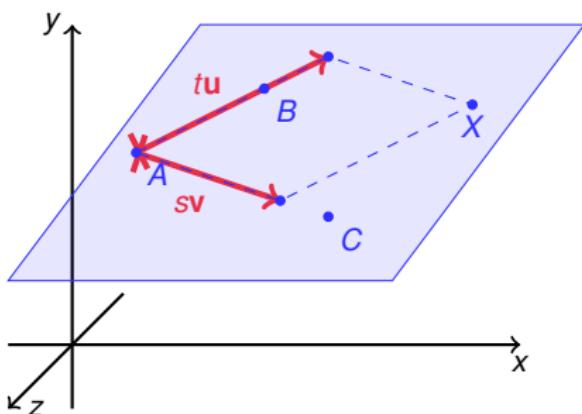
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina

$$A + t\mathbf{u}$$



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

Vzájemné polohy  
○○○○

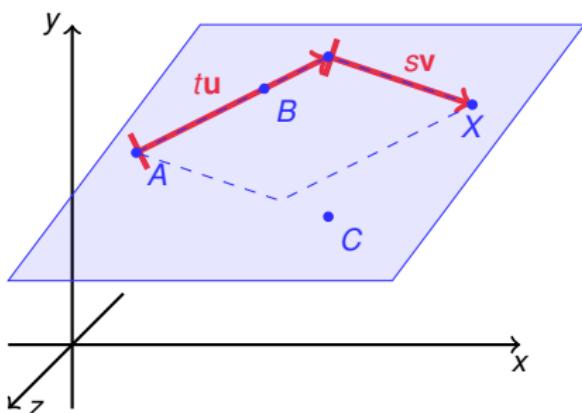
Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina

$$X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$$



- $v$  není násobkem  $u$



Tři základní objekty v prostoru  
○○●

Vzájemné polohy  
○○○○

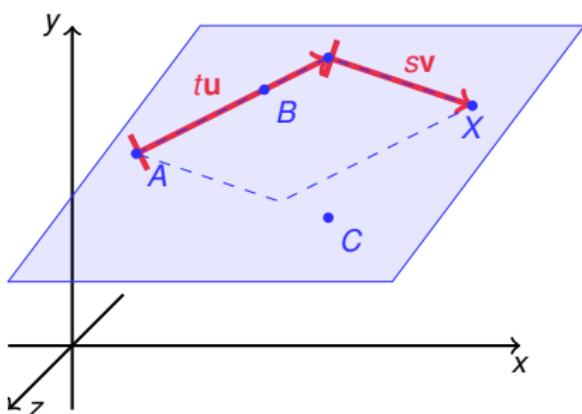
Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Rovina

$$X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



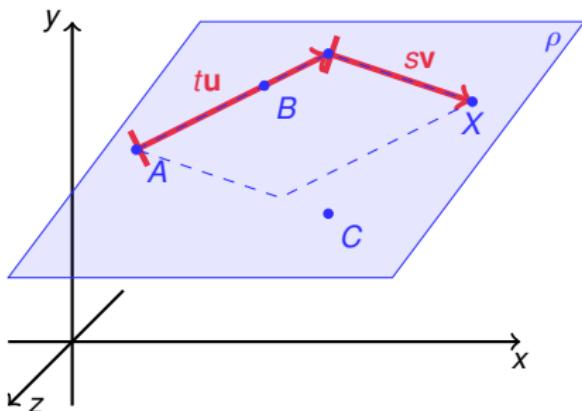
- $v$  není násobkem  $u$



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

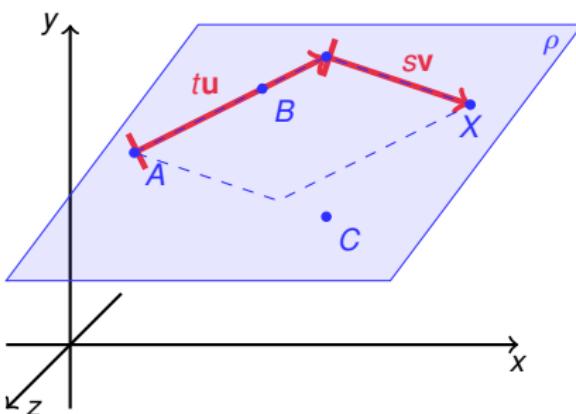
$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

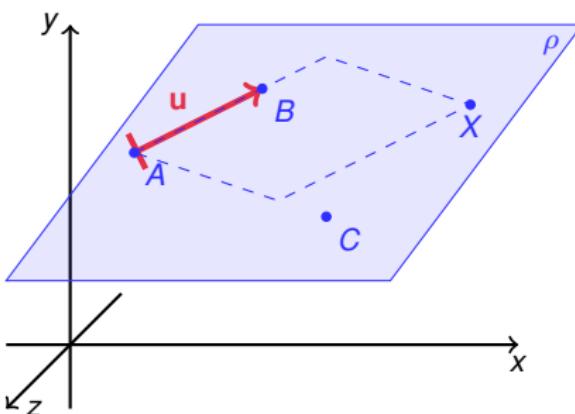


- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A$$

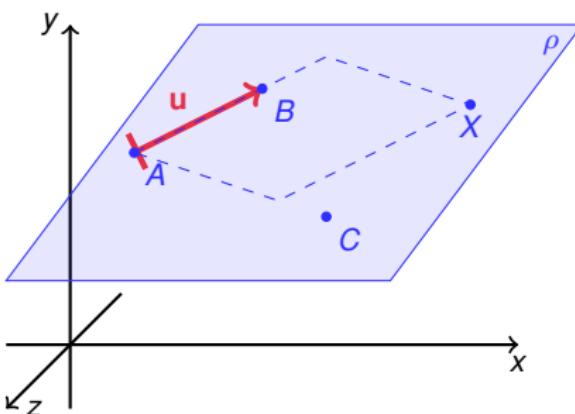
- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body  
 $A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

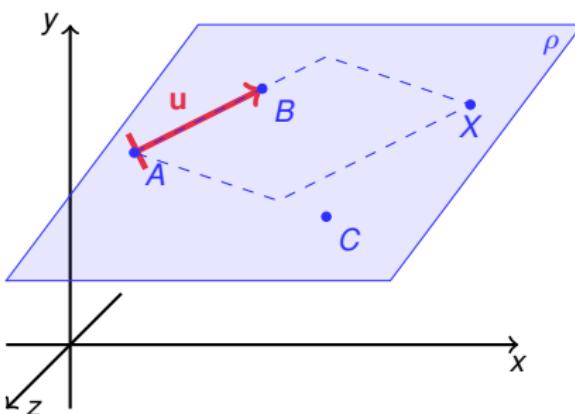
$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5]$$

- $v$  není násobkem  $u$   
 ... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$$A = [1, 2, 5], \quad B = [2, 2, 6], \quad C = [3, 4, 6].$$


---

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

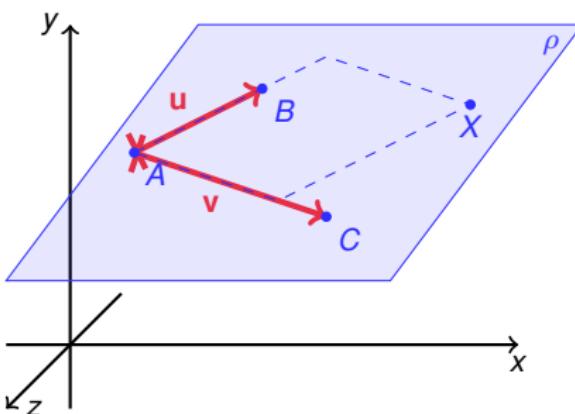
- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$$A = [1, 2, 5], \quad B = [2, 2, 6], \quad C = [3, 4, 6].$$

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

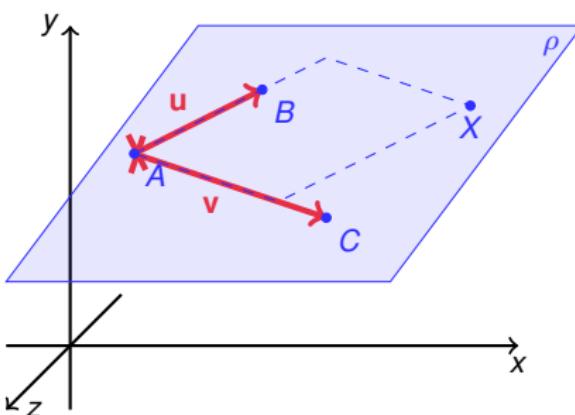
$$\mathbf{v} = C - A$$

- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$$A = [1, 2, 5], \quad B = [2, 2, 6], \quad C = [3, 4, 6].$$


---

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

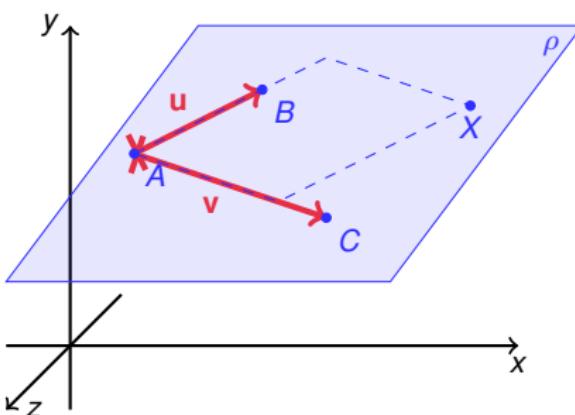
$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5]$$

- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$$A = [1, 2, 5], \quad B = [2, 2, 6], \quad C = [3, 4, 6].$$


---

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

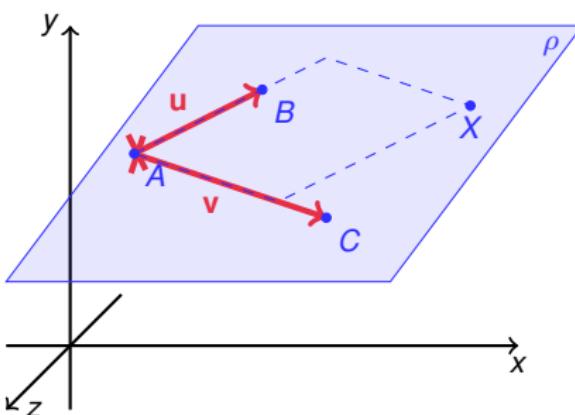
$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$t, s \in \mathbb{R}$$

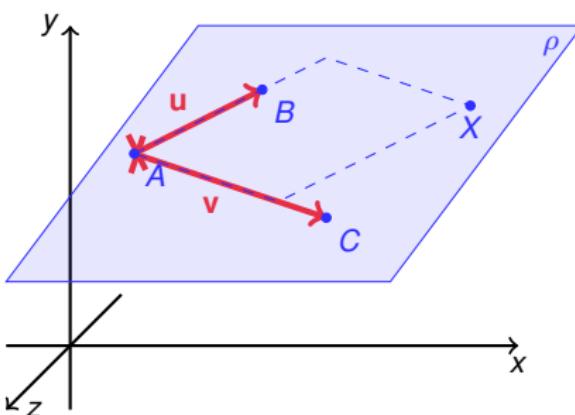
- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{t, s \in \mathbb{R}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

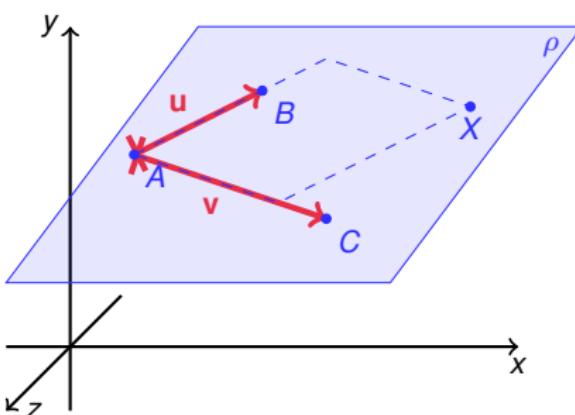
- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{t, s \in \mathbb{R}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

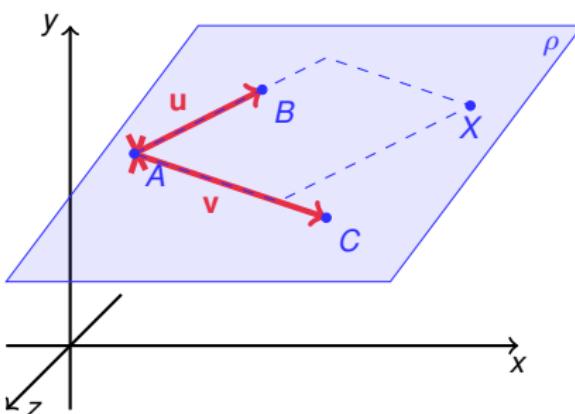
- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{t, s \in \mathbb{R}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

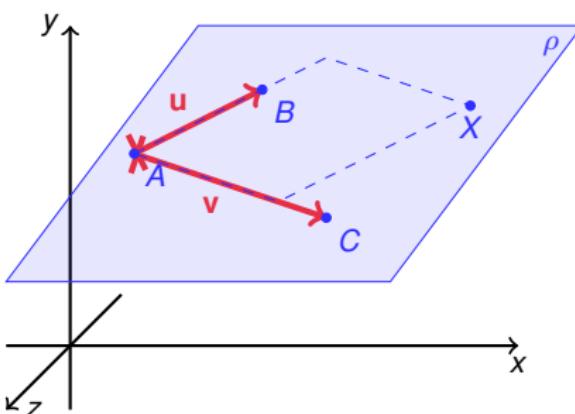
$$x_1 = 1 + t + 2s$$



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$t, s \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

$$x_1 = 1 + t + 2s$$

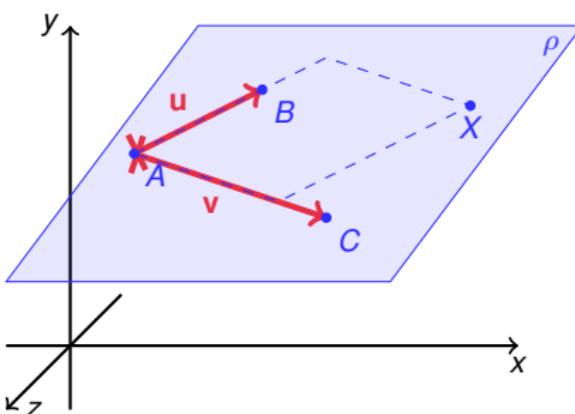
$$x_2 = 2 + 2s$$



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$\underline{t, s \in \mathbb{R}}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

$$x_1 = 1 + t + 2s$$

$$\rho : x_2 = 2 + 2s$$

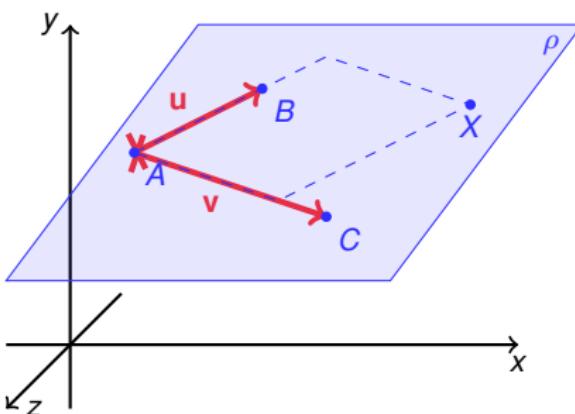
$$x_3 = 5 + t + s$$



# Rovina

- Parametrická rovnice roviny:

$$\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$



- $v$  není násobkem  $u$   
... směrové vektory

## Příklad 1.2:

Určete parametrickou rovnici roviny

$\rho \subset E_3$ , která obsahuje body

$A = [1, 2, 5]$ ,  $B = [2, 2, 6]$ ,  $C = [3, 4, 6]$ .

$$\mathbf{u} = B - A = [2, 2, 6] - [1, 2, 5] = (1, 0, 1)$$

$$\mathbf{v} = C - A = [3, 4, 6] - [1, 2, 5] = (2, 2, 1)$$

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1),$$

$$t, s \in \mathbb{R}$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1, 2, 5] + (t, 0, t) + (2s, 2s, s)$$

$$[x_1, x_2, x_3] = [1 + t + 2s, 2 + 2s, 5 + t + s]$$

$$\rho : \begin{cases} x_1 = 1 + t + 2s \\ x_2 = 2 + 2s \\ x_3 = 5 + t + s \end{cases} \quad t, s \in \mathbb{R}$$

Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
●○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod a jiný objekt

- dva body



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
●○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se)



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
●○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

1

0

6



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1$$

$$0 = 2$$

$$6 = 5$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.}$$

$$\underline{6 = 5 + t}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\underline{1} = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{\underline{6 = 5 + t}} \quad \text{(zde je nesplněno)} \quad \text{zde je nesplněno}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{\underline{6 = 5 + t}}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\underline{1} = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{\underline{6 = 5 + t}} \quad$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{\underline{6 = 5 + t}}$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{\underline{6 = 5 + t}}$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & & \\ 0 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & & \end{array}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 \end{array}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2 \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\underline{\underline{6 = 5 + t}}$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$1 = 1 + t$$

$$0 = 2$$

$$6 = 5 + t$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t + 2s \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 + 2s \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t + s \end{array}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t + 2s \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{l} t + 2s = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 + 2s \end{array} \qquad \qquad \iff$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t + s \end{array}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t + 2s \end{array} \qquad \begin{array}{l} t + 2s = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 + 2s \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2s = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t + s \end{array} \qquad \iff$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

- a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

- b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in \rho \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t + 2s \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} t + 2s & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 + 2s \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 2s & = & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t + s \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} t + s & = & 1 \end{array}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t + 2s \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{l} t + 2s = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 + 2s \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{l} 2s = -2 \\ \dots \exists! \text{ řešení} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t + s \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{l} t + s = 1 \end{array}$$



## Bod a jiný objekt

- dva body jsou **totožné** (rovnají-li se) nebo **různé** (nerovnají-li se)
- bod **(ne)leží** na přímce, (ne)vyhovuje-li její rovnici
- bod **(ne)leží** v rovině (ne)vyhovuje-li její rovnici

**Příklad 2.1:** Určete vzájemnou polohu bodu  $D = [1, 0, 6]$  a

a) přímky  $p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 \end{array} \implies \text{žád. řeš.} \implies \underline{\underline{D \text{ neleží na } p}}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t \end{array}$$

b) roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$

$$D \in p \iff [1, 0, 6] = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1 + t + 2s \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} t + 2s & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2 + 2s \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2s & = & -2 \end{array} \quad \dots \exists! \text{ řešení}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 5 + t + s \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} t + s & = & 1 \end{array} \implies \underline{\underline{D \text{ leží v } \rho}}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○●○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○●○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

1

2

5



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t$$

$$2$$

$$5 + t$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3$$

$$2 = 4$$

$$5 + t = 6$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$

---



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s \quad t - 2s = 2$$

$$\begin{array}{rcl} 2 & = & 4 + 2s \\ 5 + t & = & 6 + s \end{array} \iff$$

---



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s \quad t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s \quad -2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s \quad \iff$$



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s \qquad \qquad t - 2s = 2$$

$$2 \qquad = 4 + 2s \qquad \qquad - 2s = 2$$

$$5 + t = 6 + s \qquad \qquad \qquad t - s = 1$$

---



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 + t & = & 3 + 2s \\ 2 & = & 4 + 2s \\ 5 + t & = & 6 + s \end{array} \iff \begin{array}{rcl} t - 2s & = & 2 \\ -2s & = & 2 \\ t - s & = & 1 \end{array} \dots \exists! \text{ řešení}$$

---



## Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$t - 2s = 2$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$-2s = 2$$

...  $\exists!$  řešení

$$5 + t = 6 + s$$

$$t - s = 1$$

průnikem je bod



## Dvě přímky

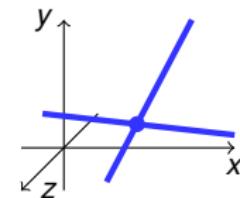
**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 + t & = & 3 + 2s \\ 2 & = & 4 + 2s \\ 5 + t & = & 6 + s \end{array} \iff \begin{array}{rcl} t - 2s & = & 2 \\ -2s & = & 2 \\ t - s & = & 1 \end{array} \quad \dots \exists! \text{ řešení} \quad \Rightarrow \underline{\text{průnikem je bod}}$$



různoběžné  
(průnikem je bod)



# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$

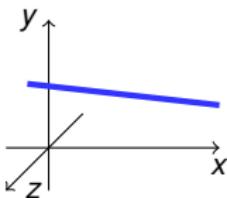
$$t - 2s = 2$$

$$-2s = 2$$

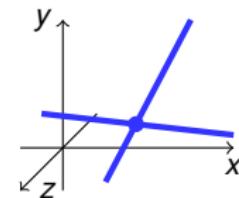
...  $\exists!$  řešení

$$t - s = 1$$

průnikem je bod



rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



různoběžné  
(průnikem je bod)



# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

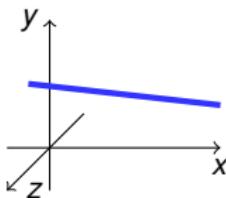
$$5 + t = 6 + s$$

$$t - 2s = 2$$

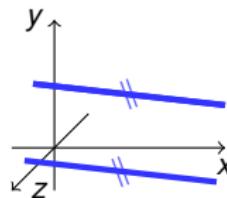
$$-2s = 2$$

$$t - s = 1$$

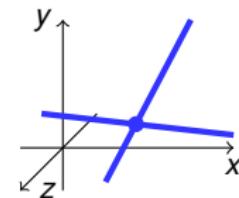
 $\iff$ 
 $\dots \exists!$  řešení

 $\Rightarrow \underline{\text{průnikem je bod}}$ 


rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)



# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$

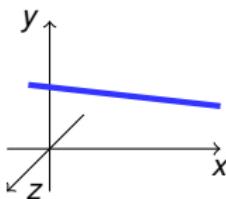
$$t - 2s = 2$$

$$-2s = 2$$

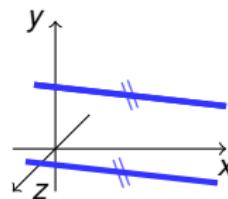
$$t - s = 1$$

... ∃! řešení

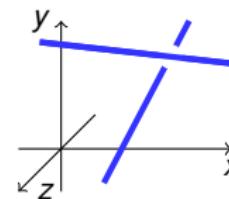
průnikem je bod



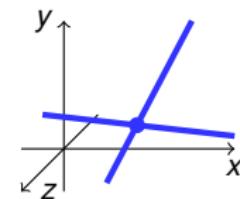
rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je ∅)



mimoběžné  
(průnikem je ∅)



různoběžné  
(průnikem je bod)



# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

$$5 + t = 6 + s$$

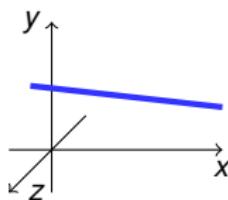
$$t - 2s = 2$$

$$-2s = 2$$

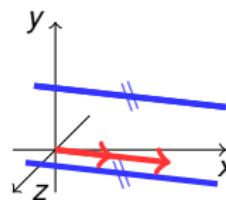
$$t - s = 1$$

... ∃! řešení

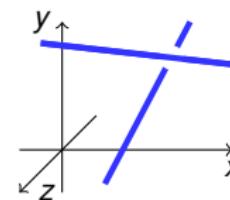
průnikem je bod



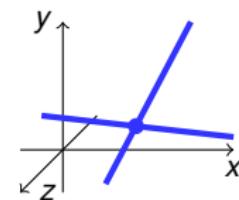
rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je ∅)



mimoběžné  
(průnikem je ∅)



různoběžné  
(průnikem je bod)



# Dvě přímky

**Příklad 2.2:** Určete kvalitativně průnik přímek

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: X = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap q \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + s(2, 2, 1)$$

$$1 + t = 3 + 2s$$

$$2 = 4 + 2s$$

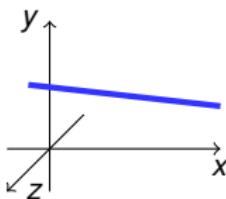
$$5 + t = 6 + s$$

$$t - 2s = 2$$

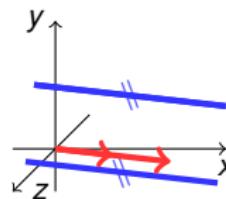
$$-2s = 2$$

$$t - s = 1$$

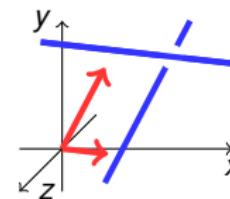
 $\iff$ 
 $\dots \exists!$  řešení

průnikem je bod


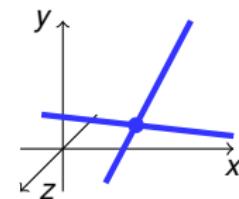
rovnoběžné  
totožné  
(průnikem je  
přímka)



rovnoběžné  
různé  
(průnikem je  $\emptyset$ )



mimoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○●○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○●○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

1

2

5



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t$$

$$2$$

$$5 + t$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3$$

$$2 = 4$$

$$5 + t = 6$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r$$

$$2 = 4 + 2r$$

$$5 + t = 6 - r$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

---



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k \qquad \qquad t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$\iff$$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$t + r - 2k = 1$$

---



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$t + r - 2k = 1$$

$$\iff$$

... ∄ řešení



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$


---

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$t + r - 2k = 1$$

$$\iff$$

... ∄ řešení

průnikem je  $\emptyset$



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

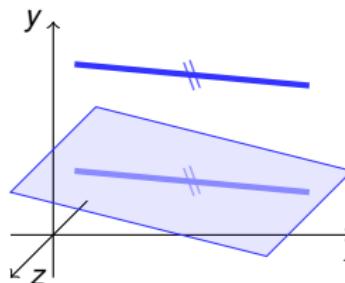
$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$t + r - 2k = 1$$

 $\iff$ 
 $\dots \not\exists \text{ řešení}$ 
 $\Rightarrow \underline{\text{průnikem je } \emptyset}$ 


ryze rovnoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

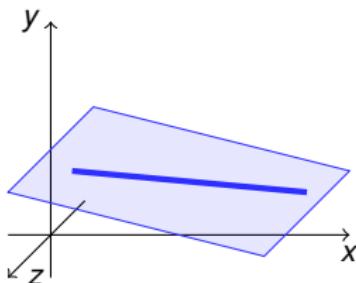
$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

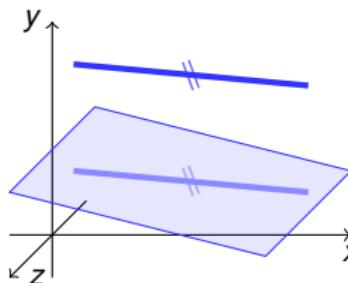
$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

$$t + r - 2k = 1$$

 $\iff$ 
 $\dots \not\exists \text{ řešení}$ 
 $\Rightarrow \underline{\text{průnikem je } \emptyset}$ 


přímka leží v rovině  
(průnikem je přímka)



ryze rovnoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



## Přímka a rovina

**Příklad 2.3:** Určete kvalitativně průnik přímky a roviny

$$p: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in p \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t = 3 + 3r - 2k$$

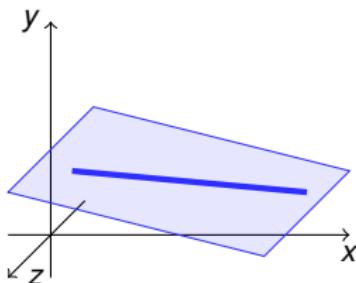
$$t - 3r + 2k = 2$$

$$2 = 4 + 2r - 2k$$

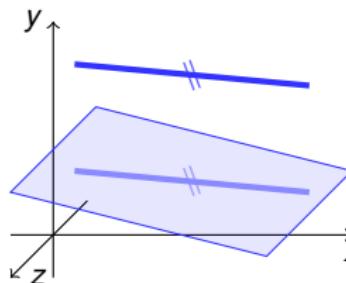
$$-2r + 2k = 2$$

$$5 + t = 6 - r + 2k$$

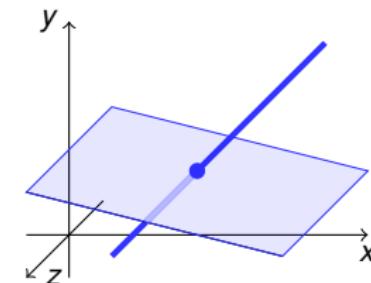
$$t + r - 2k = 1$$

 $\iff$ 
 $\dots \not\exists \text{ řešení}$ 
 $\Rightarrow \underline{\text{průnikem je } \emptyset}$ 


přímka leží v rovině  
(průnikem je přímka)



ryze rovnoběžné  
(průnikem je  $\emptyset$ )



různoběžné  
(průnikem je bod)



## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma : X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○●

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○●

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○●

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

---

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○●

Vzdálenosti  
○○○

Odhylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k \quad \dots \exists \text{ nekonečně mnoho řešení (1 parametr)}$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$

---



## Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

---

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k \quad \dots \exists \text{ nekonečně mnoho řešení (1 parametr)}$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k \quad \Rightarrow \underline{\underline{\text{průnikem je přímka}}}$$

---

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$



# Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

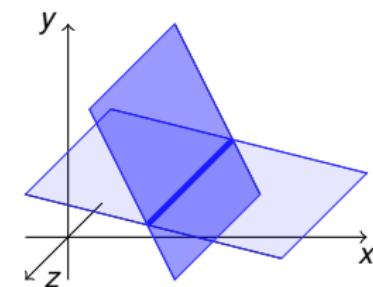
$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k \quad \dots \exists \text{ nekonečně mnoho řešení (1 parametr)}$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k \quad \Rightarrow \underline{\underline{\text{průnikem je přímka}}}$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$



různoběžné  
(průnikem je přímka)



# Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

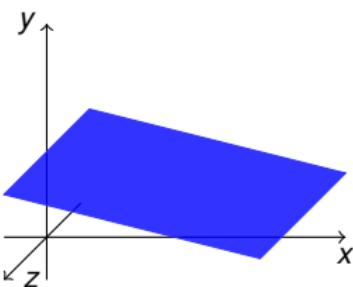
$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

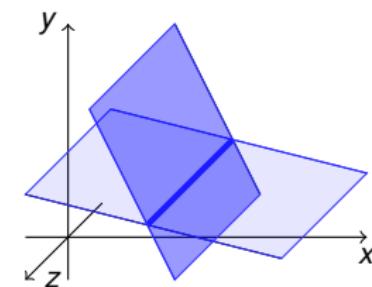
$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k \quad \dots \exists \text{ nekonečně mnoho řešení (1 parametr)}$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k \quad \Rightarrow \underline{\text{průnikem je přímka}}$$

$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$



rovnoběžné totožné  
(průnikem je rovina)



různoběžné  
(průnikem je přímka)



# Dvě roviny

**Příklad 2.4:** Určete kvalitativně průnik rovin

$$\rho: X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

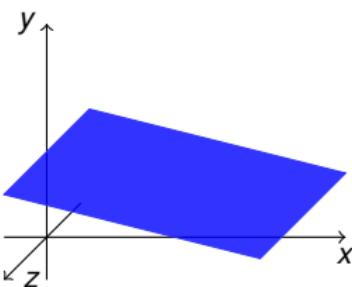
$$\sigma: X = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2), \quad r, k \in \mathbb{R}.$$

$$X \in \rho \cap \sigma \iff [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1) = [3, 4, 6] + r(3, 2, -1) + k(-2, -2, 2)$$

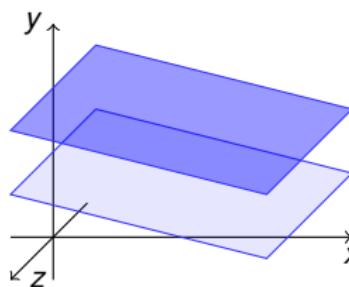
$$1 + t + 2s = 3 + 3r - 2k \quad \dots \exists \text{ nekonečně mnoho řešení (1 parametr)}$$

$$2 + 2s = 4 + 2r - 2k \quad \Rightarrow \underline{\text{průnikem je přímka}}$$

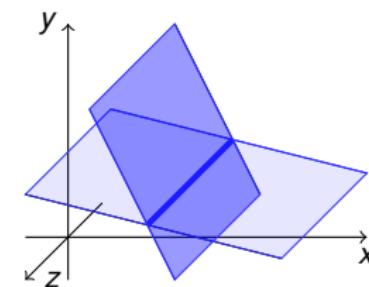
$$5 + t + s = 6 - r + 2k$$



rovnoběžné totožné  
(průnikem je rovina)



rovnoběžné různé  
(průnikem je ∅)



různoběžné  
(průnikem je přímka)



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
●○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

•  
 $D$

•  
 $A$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
●○○

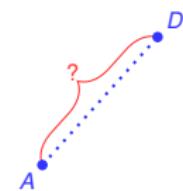
Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
●○○

Odchylinky  
○○○○○

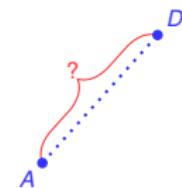
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdáenosť bodů  $A, D$

$$d(A, D)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
●○○

Odchylinky  
○○○○○

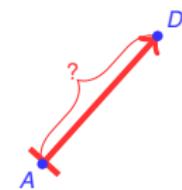
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdáenosť bodů  $A, D$

$$d(A, D)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
●○○

Odhylky  
○○○○○

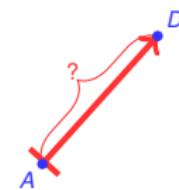
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdáenosť bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A|$$



Velikost vektoru

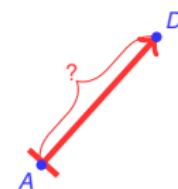


## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A|$$



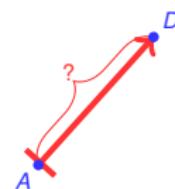
Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)|$$



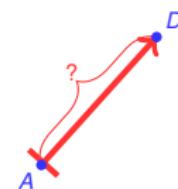
Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2}$$



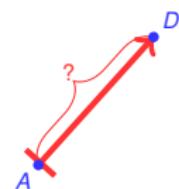
Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

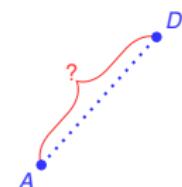
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$



$\bullet^D$

$p$

Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

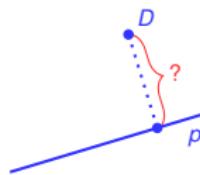
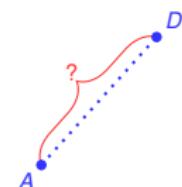
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

## Dva body; bod a přímka

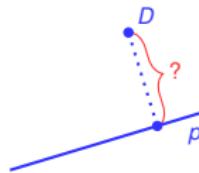
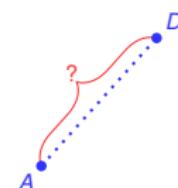
**Příklad 3.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$

$$d(D, p)$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

## Dva body; bod a přímka

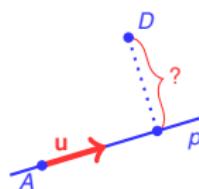
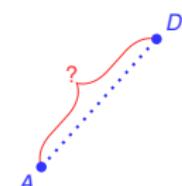
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$

## Dva body; bod a přímka

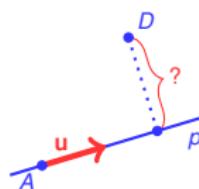
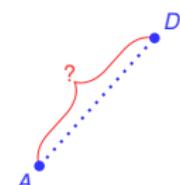
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1)|}{| | |}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$

## Dva body; bod a přímka

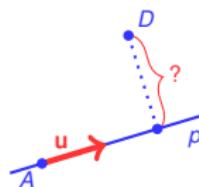
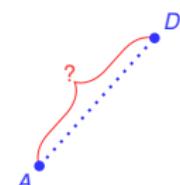
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{| |}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$

## Dva body; bod a přímka

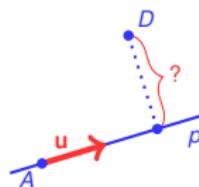
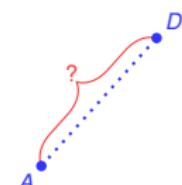
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty) !$

## Dva body; bod a přímka

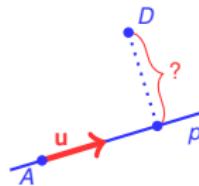
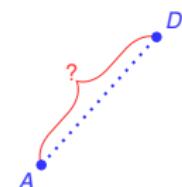
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$d(D, p) = \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1)$

## Dva body; bod a přímka

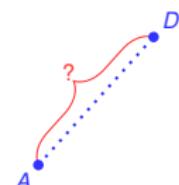
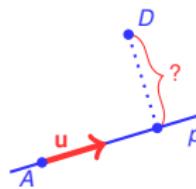
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|( , , )}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in \langle 0, \infty \rangle !$

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3 !$

## Dva body; bod a přímka

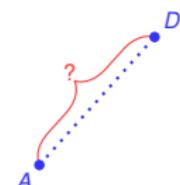
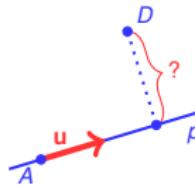
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1, 1 \cdot 1, 0 \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

## Dva body; bod a přímka

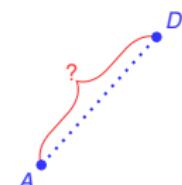
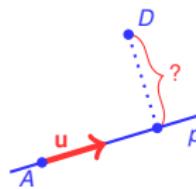
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, \quad , \quad )|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

## Dva body; bod a přímka

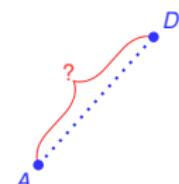
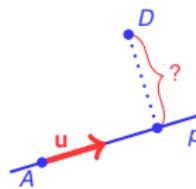
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1, \dots)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

## Dva body; bod a přímka

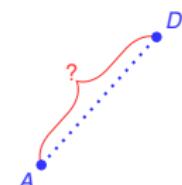
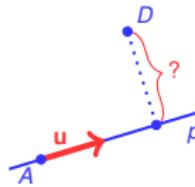
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

## Dva body; bod a přímka

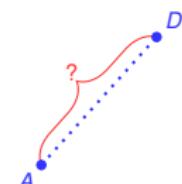
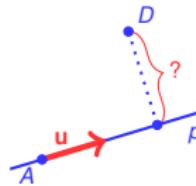
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

## Dva body; bod a přímka

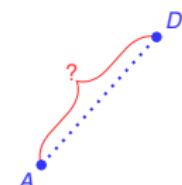
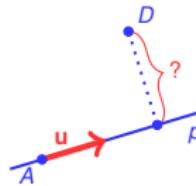
**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$



Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

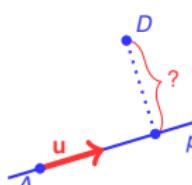
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|( , , )|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$


Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !



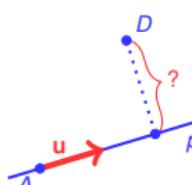
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, , )|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$


Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$ !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$ !



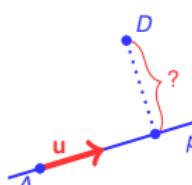
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, )|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$


Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !



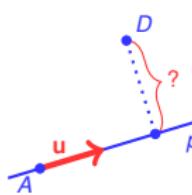
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$


Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$ !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$ !



## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{|(1, 0, 1)|} \end{aligned}$$

Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !



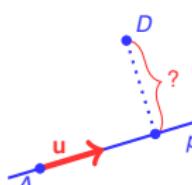
## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} \end{aligned}$$


Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$ !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$ !



## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !

## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !



## Dva body; bod a přímka

**Příklad 3.1:** Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

a) vzdálenost bodů  $A, D$

$$d(A, D) = |D - A| = |(0, -2, 1)| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

b) vzdálenost bodu  $D$  a přímky  $p$ :  $X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, p) &= \frac{|(D - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = \frac{|(0, -2, 1) \times (1, 0, 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2 \cdot 1 - 1 \cdot 0, 1 \cdot 1 - 0 \cdot 1, 0 \cdot 0 - (-2) \cdot 1)|}{|(1, 0, 1)|} \\ &= \frac{|(-2, 1, 2)|}{|(1, 0, 1)|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}}} \end{aligned}$$

Velikost vektoru:  $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \in (0, \infty)$  !

Vektorový součin:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1) \in \mathbb{R}^3$  !



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○●○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$

•<sup>D</sup>



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○●○

Odchylinky  
○○○○○

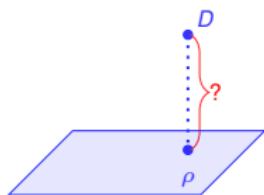
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$



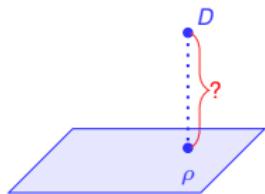
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$

$$d(D, \rho)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○●○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

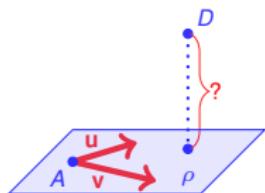
## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}$$



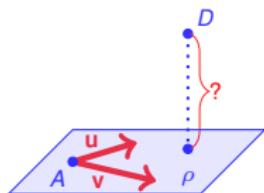
## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{| \quad \cdot \quad |}{| \quad | \quad |}$$



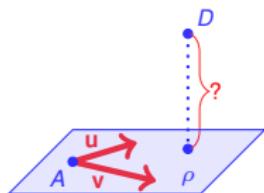
## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot |}{| |}$$



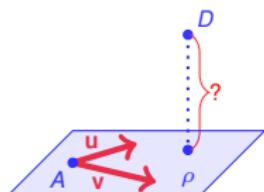
## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○●○

Odchylky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

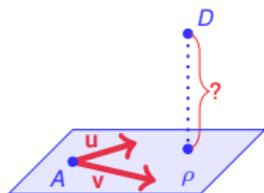
## Bod a rovina

### Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$



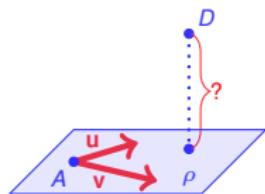
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

# Bod a rovina

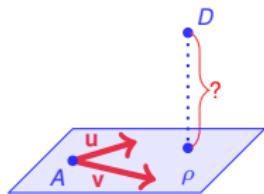
## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$

$$= \underline{\quad + \quad + \quad}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

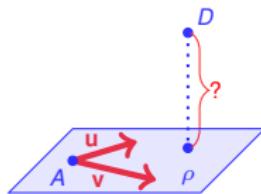
## Bod a rovina

**Příklad 3.1:** (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $D=[1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$  určete

c) vzdáenosť bodu  $D$  a roviny  $\rho: X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

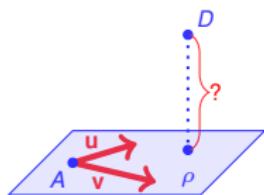
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} = \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + |}{|(-2, 1, 2)|}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

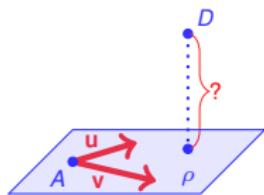
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} = \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{|(-2, 1, 2)|}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

# Bod a rovina

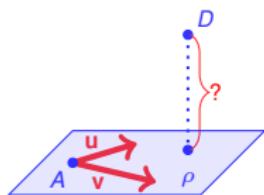
## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$d(D, \rho) = \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|}$$

$$= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

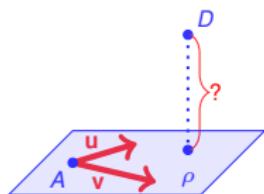
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= |0| \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R} !$

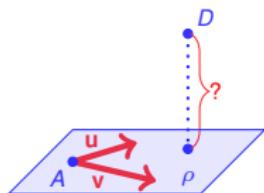
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R}!$

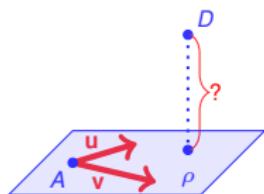
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} = \frac{0}{3} = 0 \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R}!$

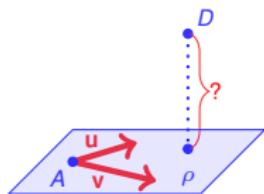
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|0|}{3} = \frac{0}{3} = 0 \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R}!$

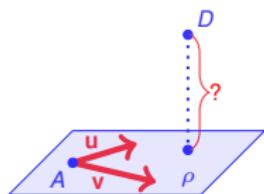
# Bod a rovina

## Příklad 3.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $D = [1, 0, 6]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$  určete

c) vzdálenost bodu  $D$  a roviny  $\rho$ :  $X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
 d(D, \rho) &= \frac{|(D - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} = \frac{|(0, -2, 1) \cdot (-2, 1, 2)|}{|(-2, 1, 2)|} \\
 &= \frac{|0 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} \\
 &= \frac{|0|}{3} = \frac{0}{3} = 0 \quad \dots \text{vzpomeňme, že } D \in \rho
 \end{aligned}$$



Skalární součin:  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 \in \mathbb{R}!$

Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○●

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

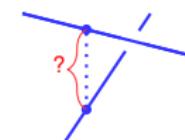
Vzdálenosti  
○○●

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○●

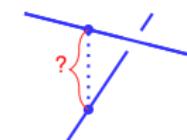
Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

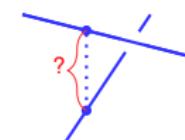
$$d(p, q) =$$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

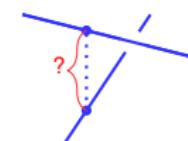
$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ & \dots \end{cases}$$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

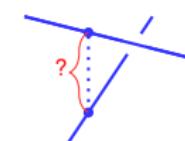
$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



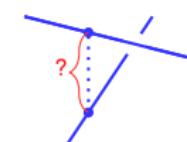
- e) vzdálenost přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$



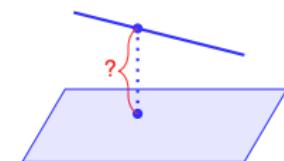
## Další případy

- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



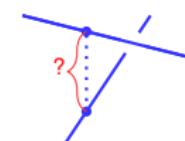
- e) vzdálenost přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$



## Další případy

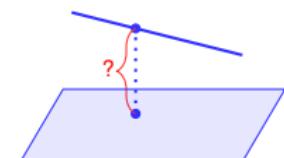
- d) **vzdálenost přímek**  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) **vzdálenost přímky**  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

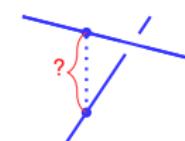
$$d(p, \sigma) \quad , \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



## Další případy

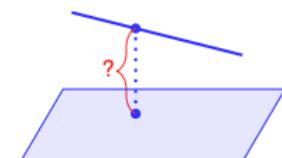
- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) vzdálenost přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

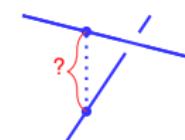
$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



## Další případy

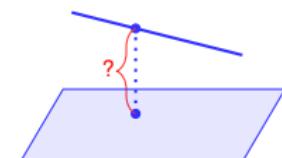
- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



- e) vzdálenost přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



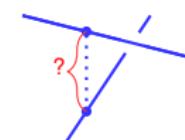
- e) vzdálenost rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$



## Další případy

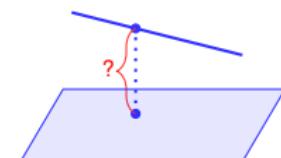
- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$

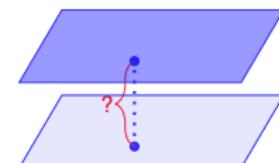


- e) vzdálenost přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



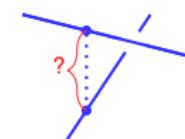
- e) vzdálenost rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$



## Další případy

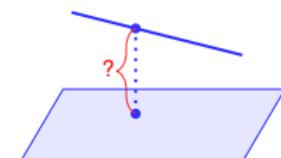
- d) vzdálenost přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



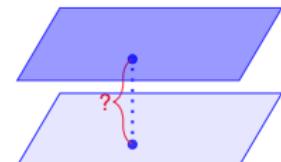
- e) vzdálenost přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



- e) vzdálenost rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

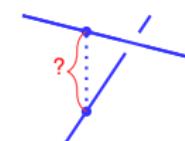
$$d(\rho, \sigma), \text{ jsou-li rovnoběžné různé}$$



## Další případy

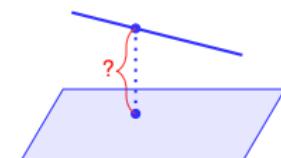
- d) **vzdálenost přímek**  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$

$$d(p, q) = \begin{cases} \frac{|(C - A) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, & \text{jsou-li rovnoběžné,} \\ \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|}, & \text{jsou-li mimoběžné.} \end{cases}$$



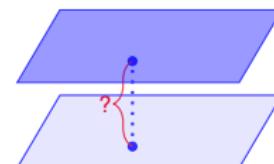
- e) **vzdálenost přímky**  $p : X = A + t\mathbf{u}, \quad t \in \mathbb{R}$   
**a roviny**  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(p, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li ryze rovnoběžné}$$



- e) **vzdálenost rovin**  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$   
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$d(\rho, \sigma) = \frac{|(C - A) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}, \text{ jsou-li rovnoběžné různé}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

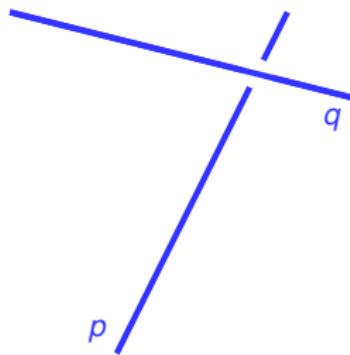
Odchylky  
●○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

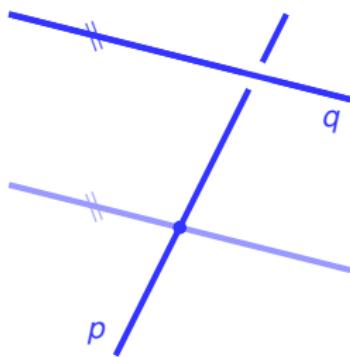
Odchylky  
●○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
●○○○○

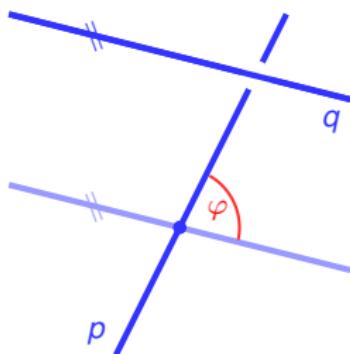
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
●○○○○

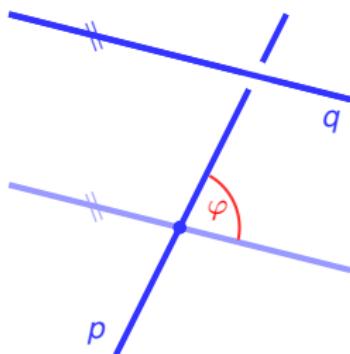
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p, q$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
●○○○○

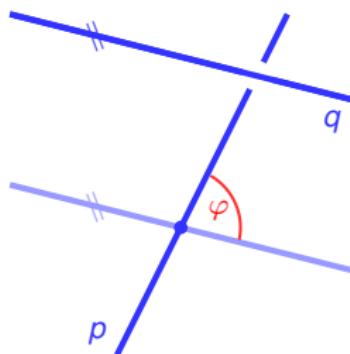
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
●○○○○

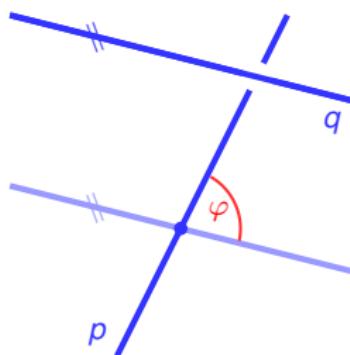
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{| \quad \cdot \quad |}{| \quad | \quad |}$$

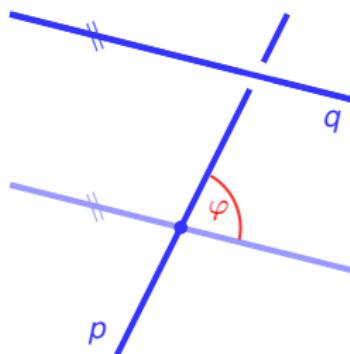


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot |}{|| || |}$$

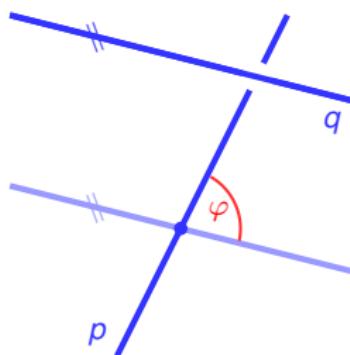


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{\sqrt{1+0+1} \sqrt{4+4+1}}$$

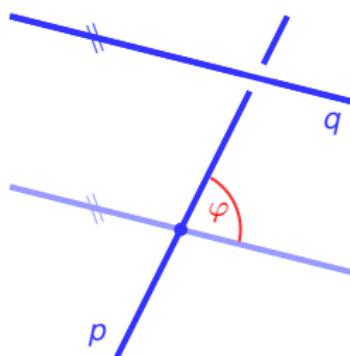


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|}$$

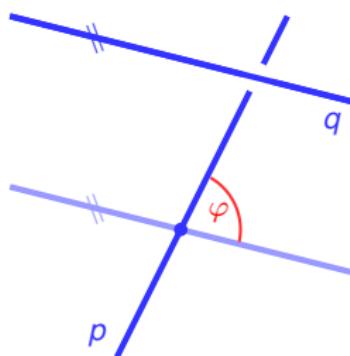


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|}$$

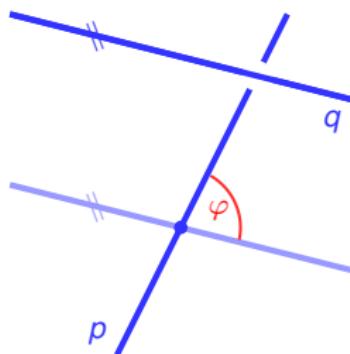


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|+ + +|}{|+ + +|}$$

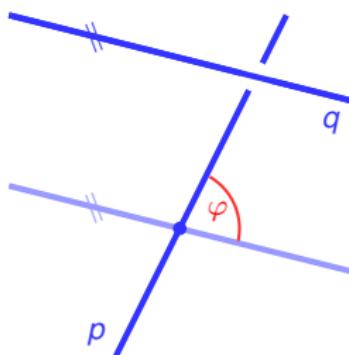


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + + |}{|1 + + |}$$

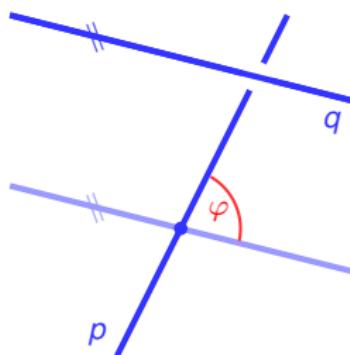


# Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2} \sqrt{9}} = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

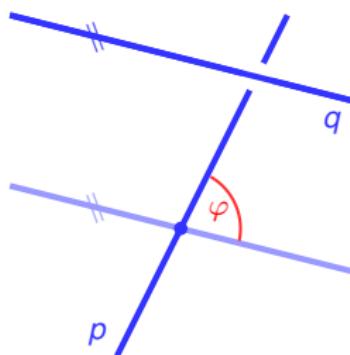


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2} \sqrt{9}} = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
●○○○○

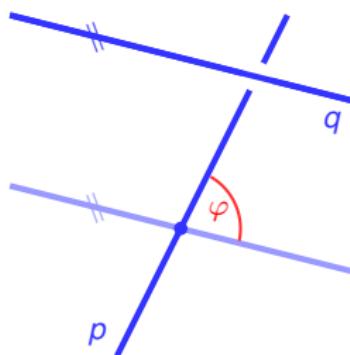
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}}$$



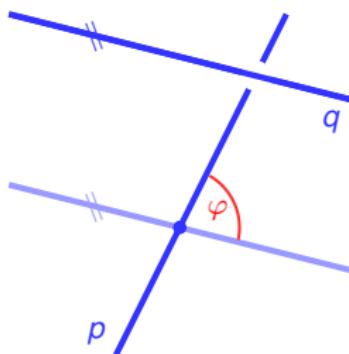
## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2} \sqrt{9}}$$

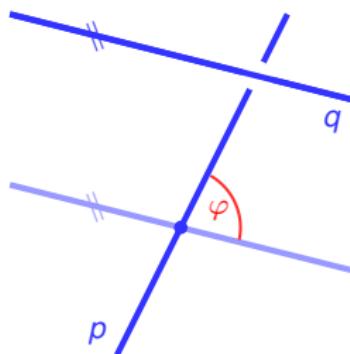


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

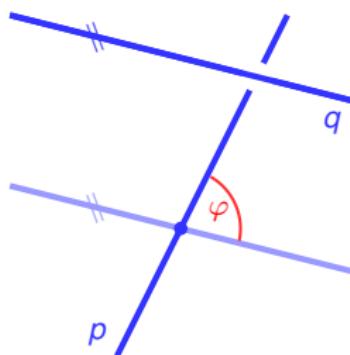


## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



## Dvě přímky

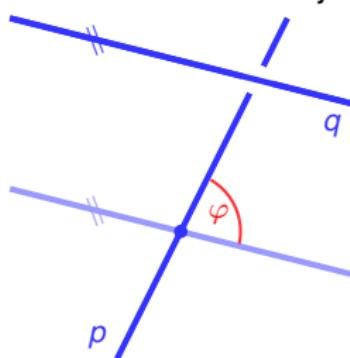
**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

$$q : X = C + s\mathbf{v}, \quad s \in \mathbb{R}$$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$



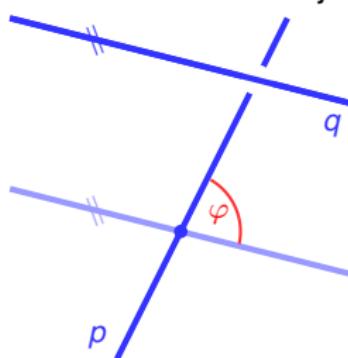
## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$



## Dvě přímky

**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

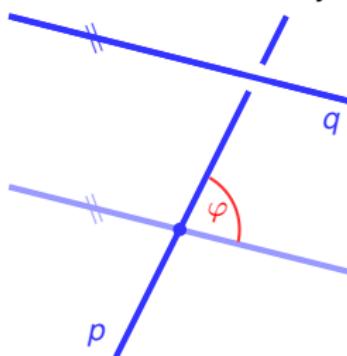
- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$\varphi = \frac{\pi}{4}$$


---



## Dvě přímky

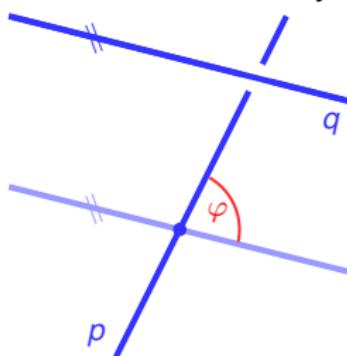
**Příklad 4.1:** Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- a) odchylku přímek  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 $q : X = C + s\mathbf{v}$ ,  $s \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, 2, 1)|}{|(1, 0, 1)| |(2, 2, 1)|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{2}\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

tj. řešení rovnice  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \sim 45^\circ$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
○●○○○

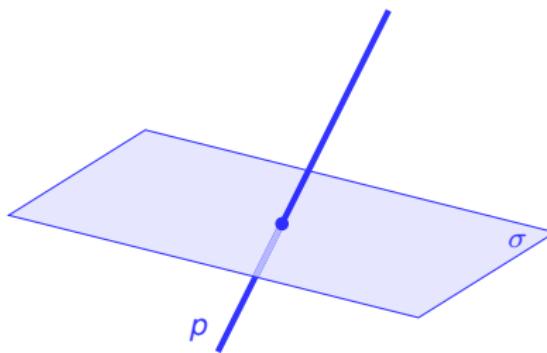
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka a rovina

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
○●○○○

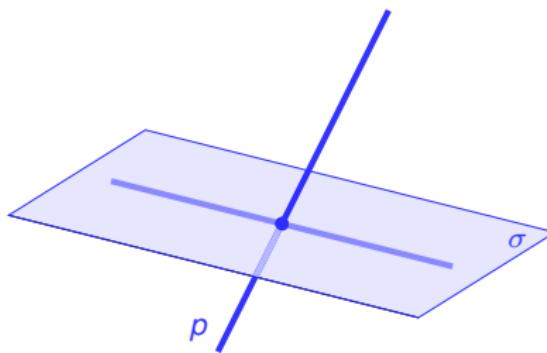
Lineární (ne)závislost  
○○○

## Přímka a rovina

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$



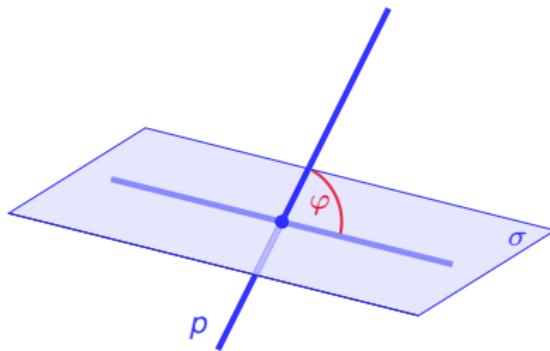
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle :$$



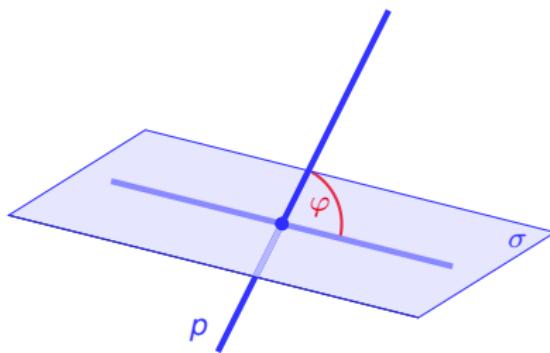
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p$   
a roviny  $\sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}$$



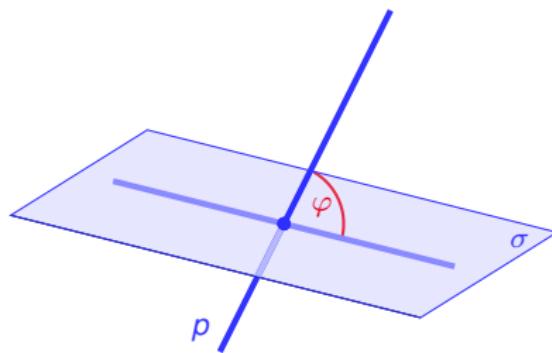
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|}$$



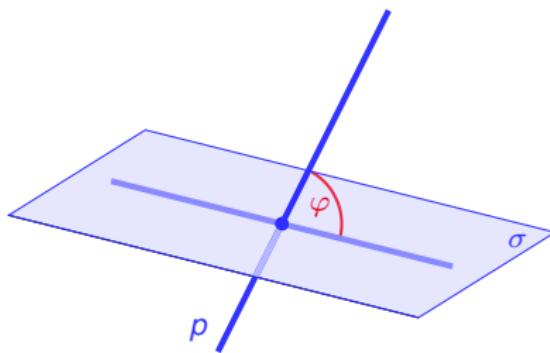
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{| \cdot |}{|| \cdot ||}$$



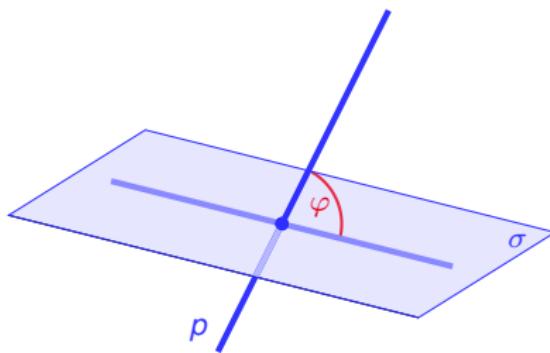
# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
 a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot |}{|| ||}$$



# Přímka a rovina

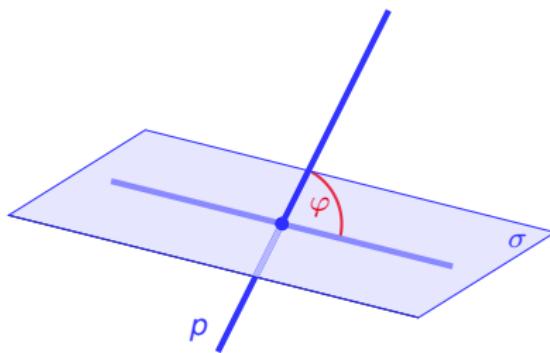
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{\sqrt{1+0+1} \sqrt{4+25+4}} = \frac{10}{\sqrt{2} \sqrt{31}}$$



# Přímka a rovina

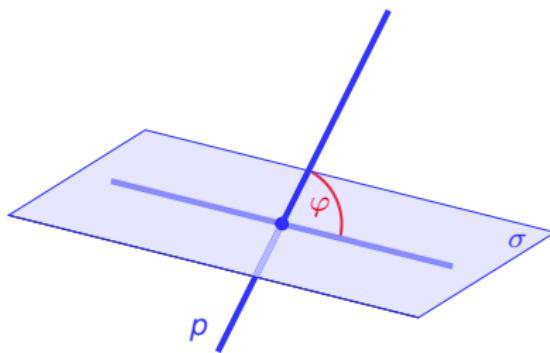
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|}$$



# Přímka a rovina

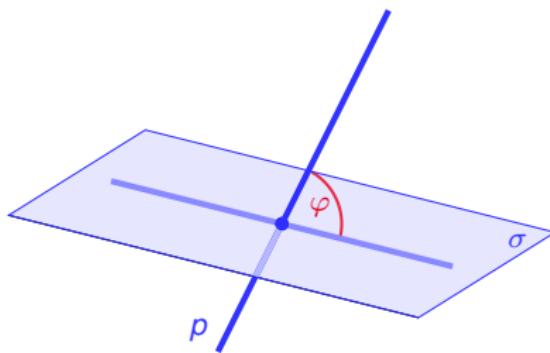
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|}$$



# Přímka a rovina

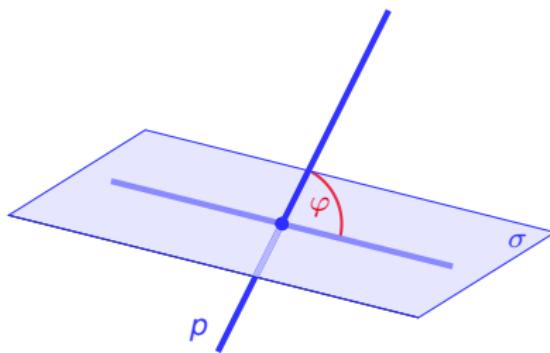
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{| }{| }$$



# Přímka a rovina

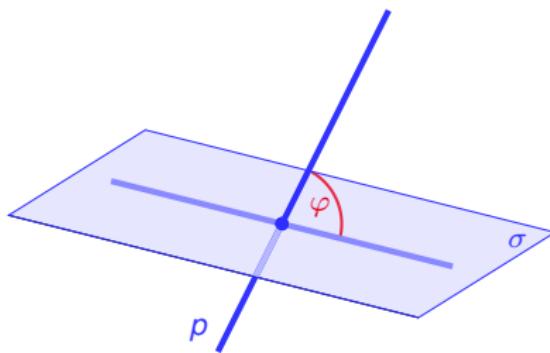
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{30}} = \frac{0}{\sqrt{60}} = 0$$



# Přímka a rovina

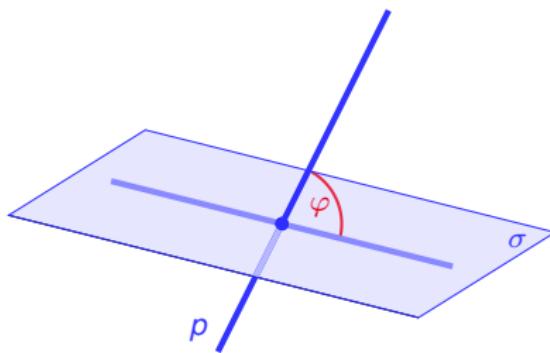
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2}}$$



# Přímka a rovina

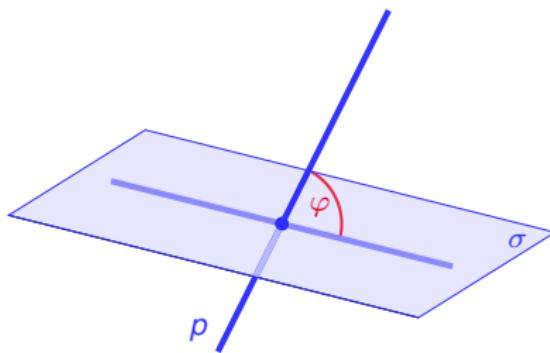
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{33}}$$



# Přímka a rovina

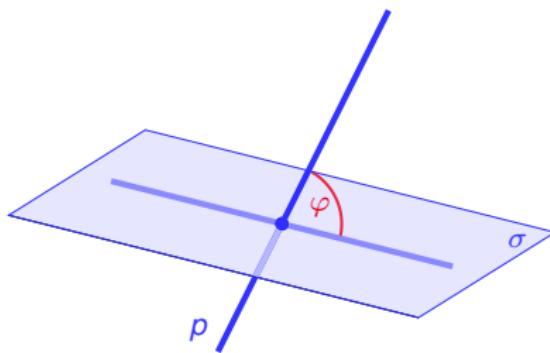
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{33}} = 0$$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

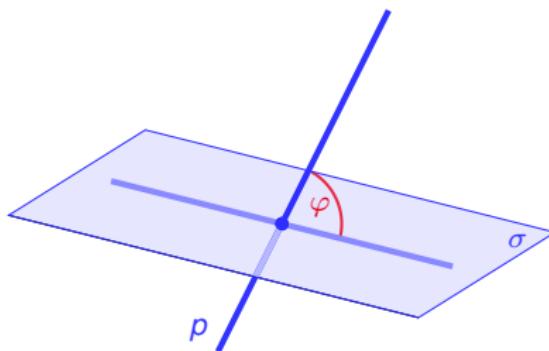
Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

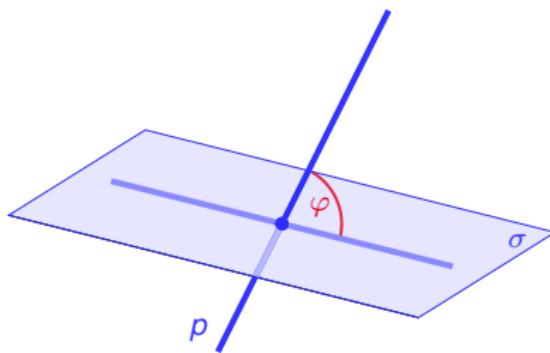
Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

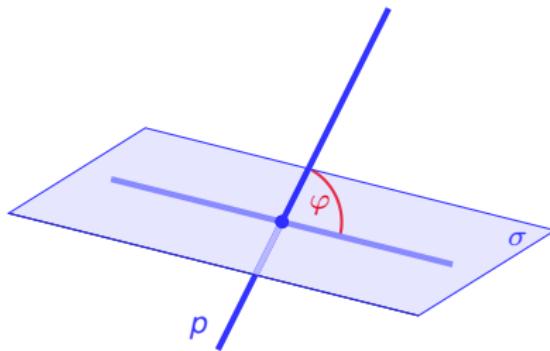
b) odchylku přímky  $p: X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma: X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$\underline{\underline{\varphi = 0}}$$



# Přímka a rovina

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

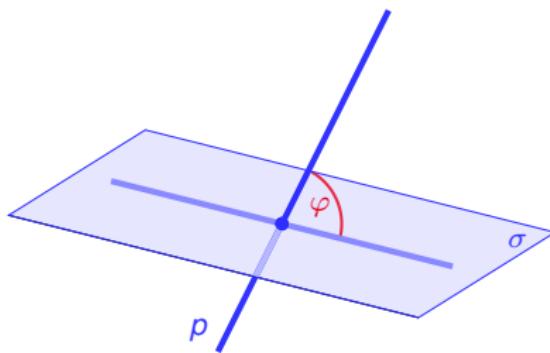
b) odchylku přímky  $p : X = A + t\mathbf{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

a roviny  $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \sin \varphi = \frac{|\mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w} \times \mathbf{x}|} = \frac{|(1, 0, 1) \cdot (2, -5, -2)|}{|(1, 0, 1)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|2 + 0 - 2|}{\sqrt{2} \sqrt{33}} = 0$$

tj. řešení rovnice  $\sin \varphi = 0$  z intervalu  $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$\varphi = 0$  ... vzpomeňme, že  $p \parallel \sigma$

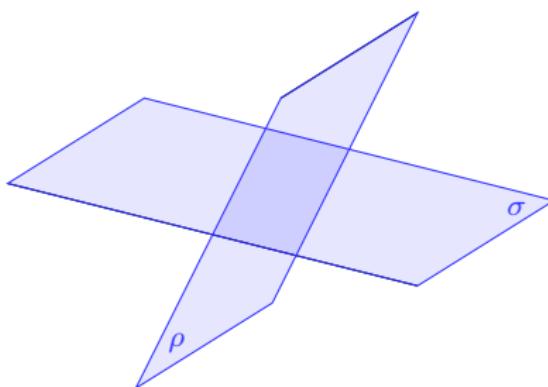


## Dvě roviny

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$

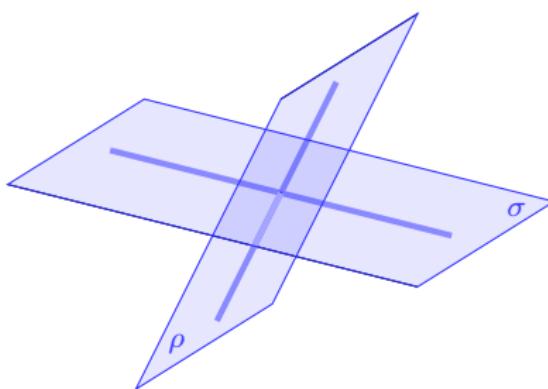


## Dvě roviny

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$



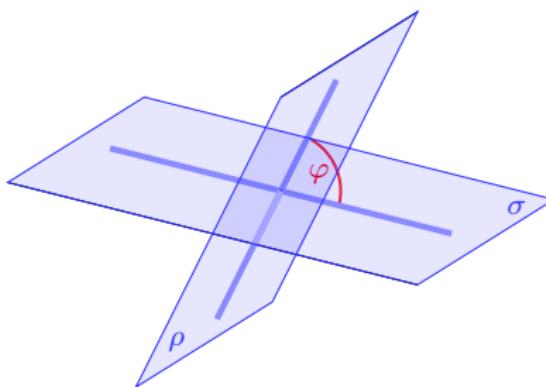
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
○○●○○

Lineární (ne)závislost  
○○○

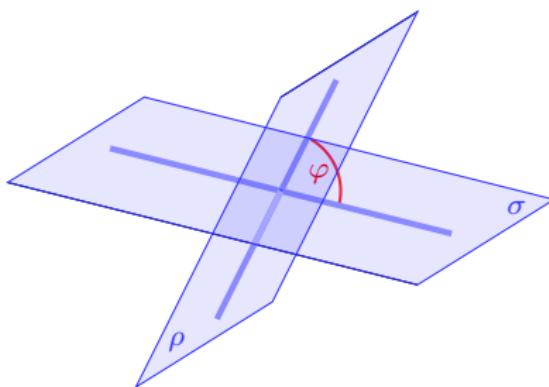
## Dvě roviny

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho, \sigma$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}$$



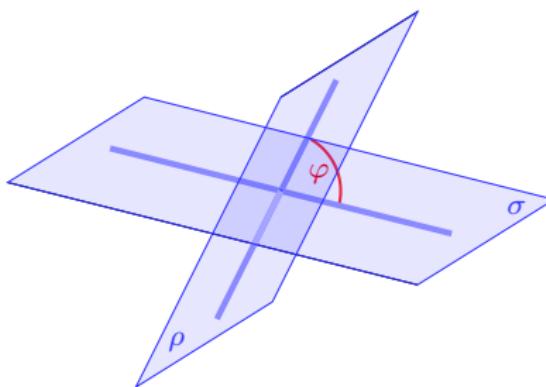
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}$$



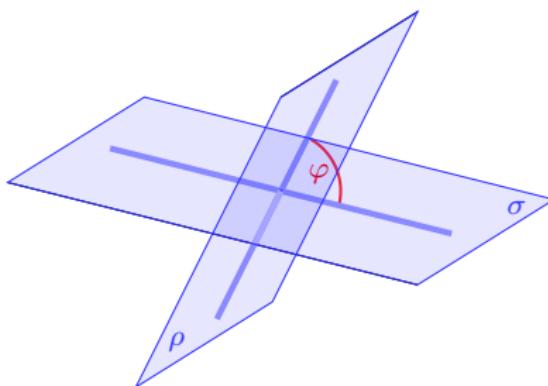
## Dvě roviny

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{| \quad \cdot \quad |}{| \quad | \quad | \quad |}$$



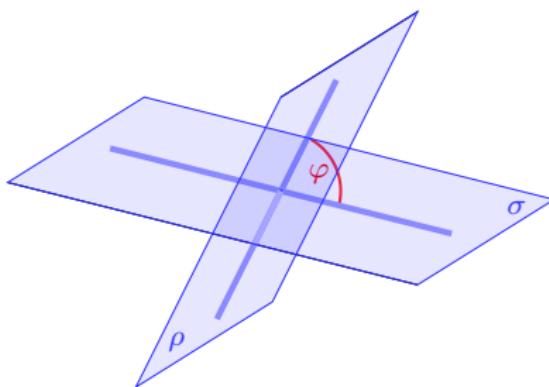
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot |}{|| \quad || \quad ||}$$



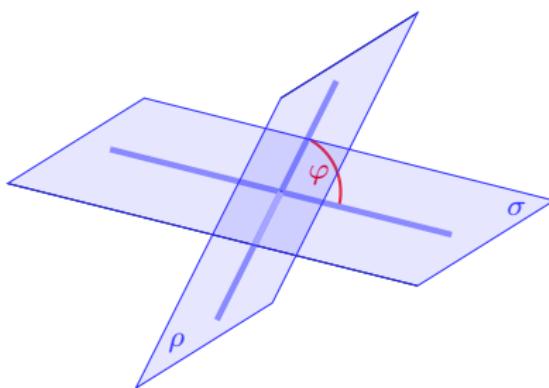
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|| \quad || \quad || \quad ||}$$



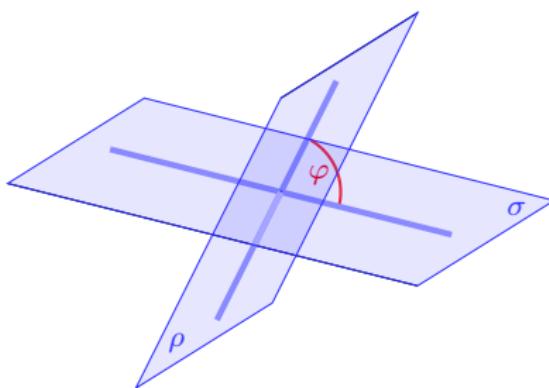
## Dvě roviny

### Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$



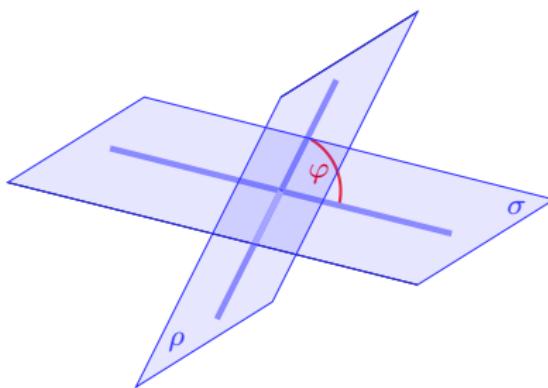
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$



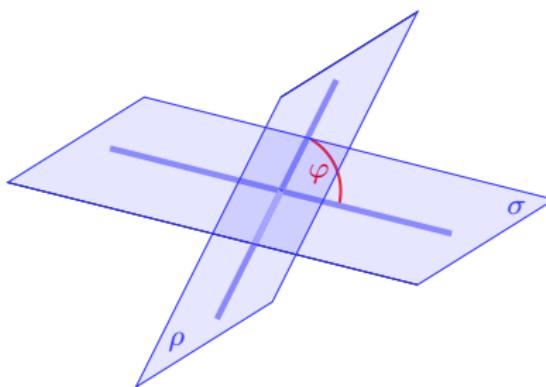
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|} = \boxed{\frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}}$$



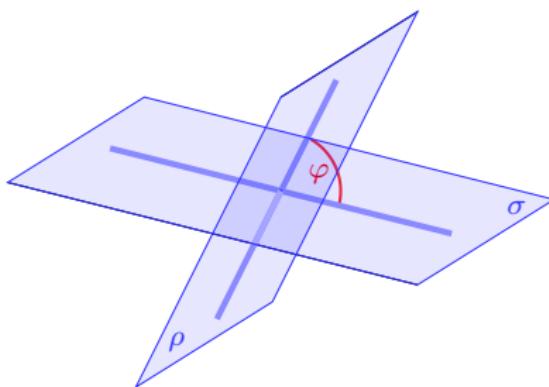
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|-4 - 5 - 4|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$



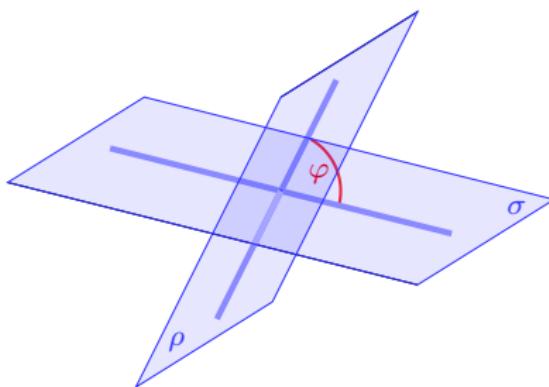
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|-4 - 5 - 4|}{3}$$



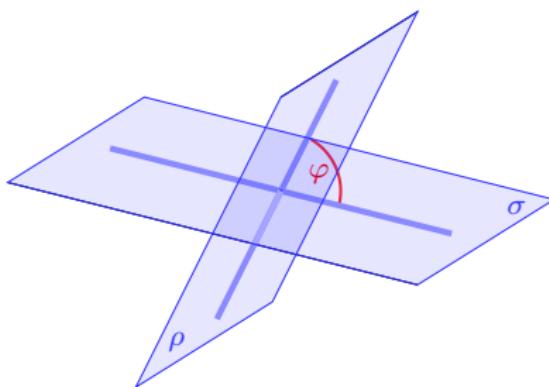
# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}, \quad t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}, \quad k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|} = \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}}$$



# Dvě roviny

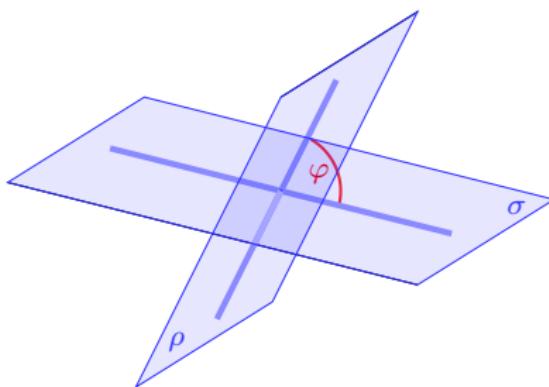
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

$$= \frac{| -4 - 5 - 4 |}{3\sqrt{33}} = \frac{| -13 |}{3\sqrt{33}}$$



# Dvě roviny

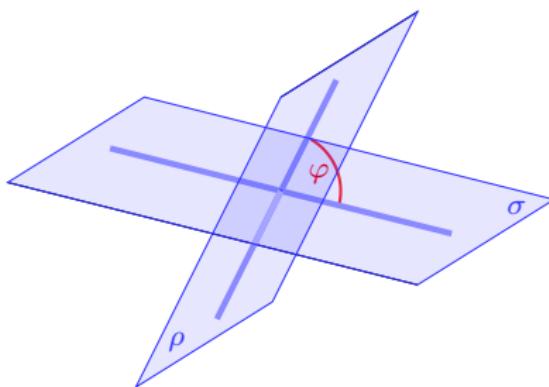
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

$$= \frac{| -4 - 5 - 4 |}{3\sqrt{33}} = \frac{| -13 |}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}}$$



# Dvě roviny

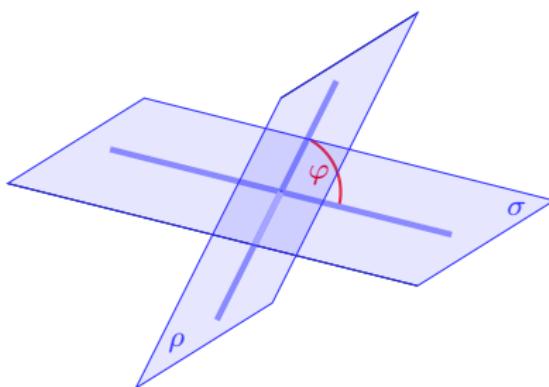
## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

- c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

$$= \frac{| -4 - 5 - 4 |}{3\sqrt{33}} = \frac{| -13 |}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$



# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

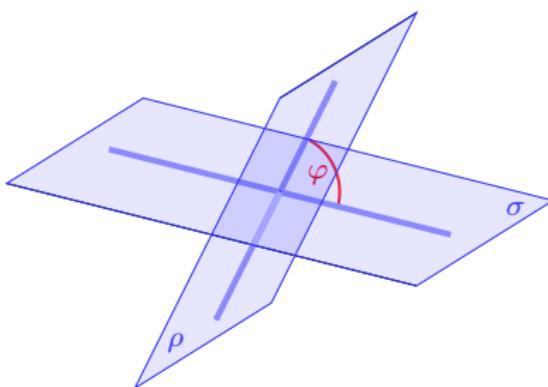
Pro  $A=[1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u}=(1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}=(2, 2, 1)$   
 $C=[3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w}=(3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x}=(-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

$$= \frac{| -4 - 5 - 4 |}{3\sqrt{33}} = \frac{| -13 |}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$

tj. řešení rovnice  
 $\cos \varphi = 0.75$



# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

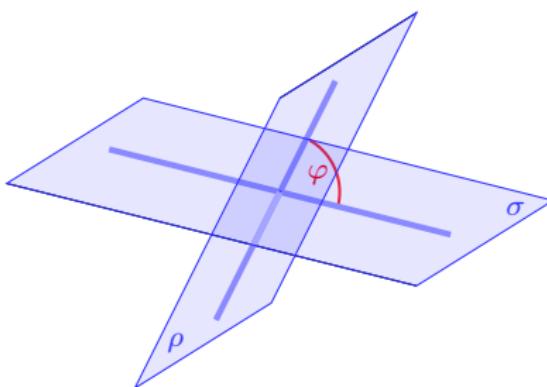
c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$

tj. řešení rovnice

$$\cos \varphi = 0.75 \quad \text{z intervalu } \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$



# Dvě roviny

## Příklad 4.1: (pokračování)

Pro  $A = [1, 2, 5]$ ,  $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (2, 2, 1)$   
 $C = [3, 4, 6]$ ,  $\mathbf{w} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{x} = (-2, -2, 2)$  určete

c) odchylku rovin  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,  
 $\sigma : X = C + k\mathbf{w} + r\mathbf{x}$ ,  $k, r \in \mathbb{R}$

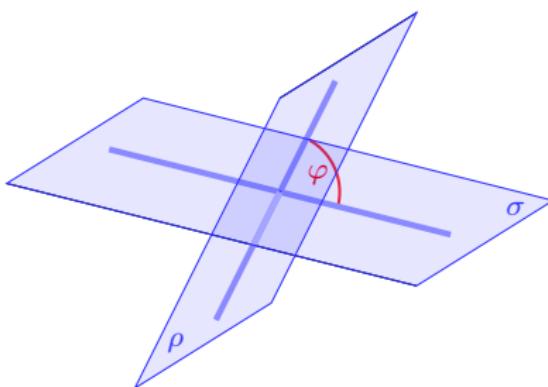
$$\varphi \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle : \cos \varphi = \frac{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{x})|}{|(\mathbf{u} \times \mathbf{v})| |(\mathbf{w} \times \mathbf{x})|} = \frac{|(-2, 1, 2) \cdot (2, -5, -2)|}{|(-2, 1, 2)| |(2, -5, -2)|}$$

$$= \frac{|-4 - 5 - 4|}{3\sqrt{33}} = \frac{|-13|}{3\sqrt{33}} = \frac{13}{3\sqrt{33}} \doteq 0.75$$

tj. řešení rovnice

$$\cos \varphi = 0.75 \quad \text{z intervalu } \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

$$\underline{\underline{\varphi \doteq 0.72 \sim 41^\circ}}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylky  
○○○●○

Lineární (ne)závislost  
○○○

## ● Odchylka vektorů $\mathbf{u}$ , $\mathbf{v}$



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$$



- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$

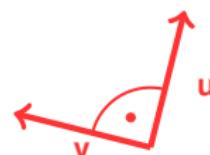


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,

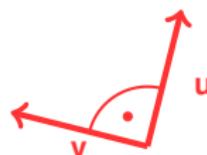


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých

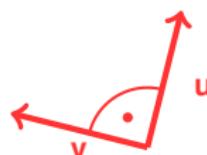


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )

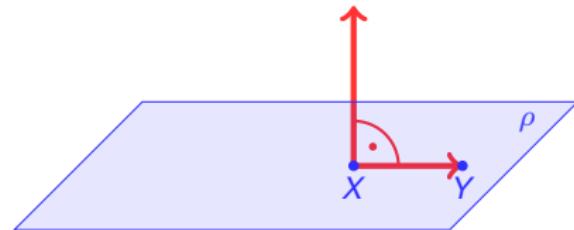
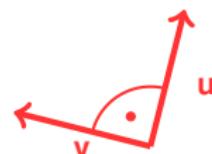


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )
- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ ,

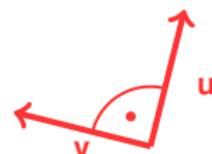


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

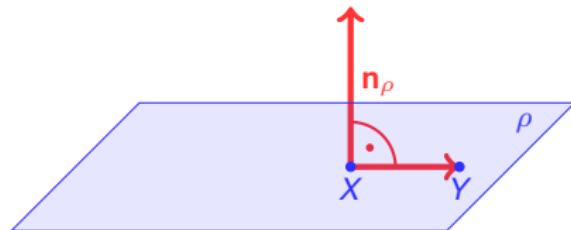
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$

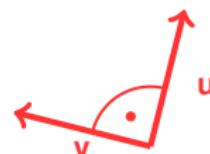


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

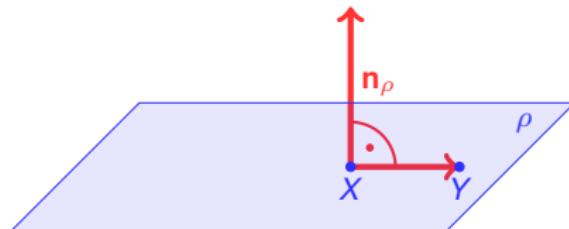
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .

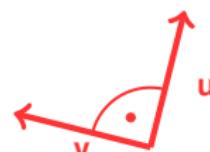


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

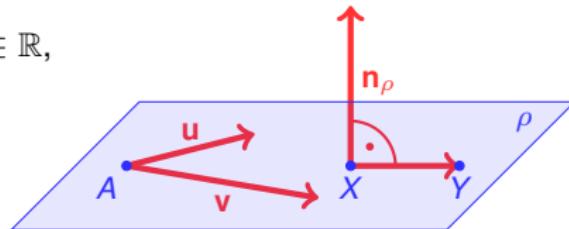
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .
- Je-li  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ ,

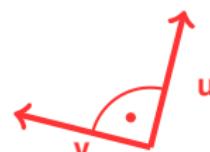


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

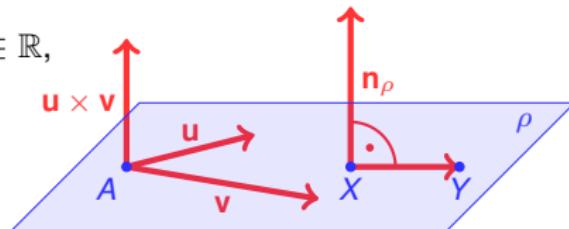
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .
- Je-li  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ , lze volit např.  $n_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$

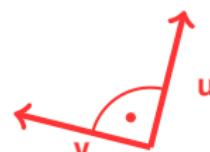


- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

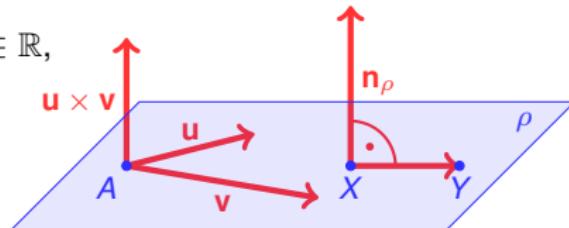
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .
- Je-li  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ , lze volit např.  $n_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



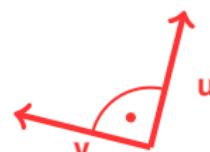
$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho$$

- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

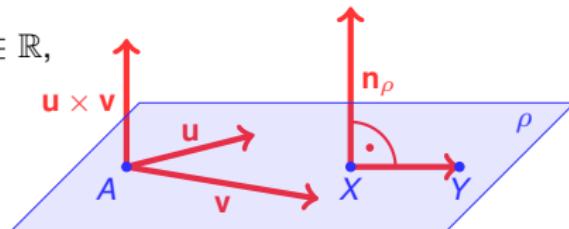
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .
- Je-li  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ , lze volit např.  $n_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



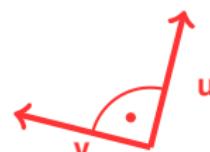
$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho \iff n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + d = 0$$

- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

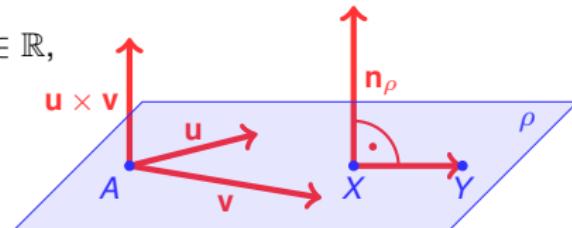
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .
- Je-li  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ , lze volit např.  $n_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



$$n_\rho = (n_1, n_2, n_3), d \in \mathbb{R}:$$

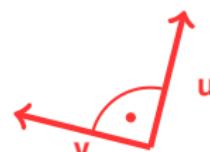
$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho \iff n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + d = 0$$

- Odchylka vektorů  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$

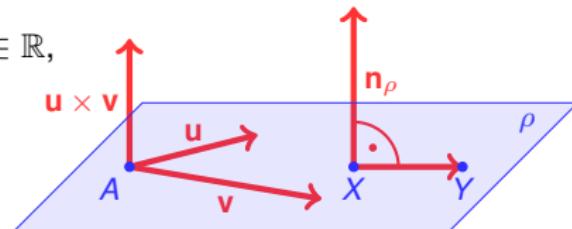
$$\varphi \in \langle 0, \pi \rangle : \cos \varphi = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|}$$



- Je-li  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , hovoříme o vektorech navzájem kolmých (platí  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ )



- Vektor, který je kolmý ke každému vektoru  $Y - X$ , kde  $X, Y \in \rho$ , značíme  $n_\rho$ ; jde o tzv. normálový vektor roviny  $\rho$ .
- Je-li  $\rho : X = A + t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$ , lze volit např.  $n_\rho := \mathbf{u} \times \mathbf{v}$



- Obecná rovnice roviny s normálovým vektorem  $n_\rho = (n_1, n_2, n_3)$ ,  $d \in \mathbb{R}$ :

$$[x_1, x_2, x_3] \in \rho \iff n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + d = 0$$

Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○●

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Příklad 4.2: Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○●

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Příklad 4.2: Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○●

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Příklad 4.2: Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○●

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Příklad 4.2: Určete

- a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$
- 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t,$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s,$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{-2}$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○●

Lineární (ne)závislost  
○○○

## Příklad 4.2: Určete

a) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1)$ ,  $t, s \in \mathbb{R}$

---

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

---

---

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$

---

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2}$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$


---

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

$$x_1 = t$$

$$\sigma : x_2 = s$$

$$x_3 = 3 + 2t - 4s$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$


---

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

$$\sigma : \left. \begin{array}{l} x_1 = t \\ x_2 = s \\ x_3 = 3 + 2t - 4s \end{array} \right\} t, s \in \mathbb{R}$$



**Příklad 4.2:** Určetea) obecnou rovnici roviny  $\rho : X = [1, 2, 5] + t(1, 0, 1) + s(2, 2, 1), \quad t, s \in \mathbb{R}$ 

$$\mathbf{n}_\rho := (1, 0, 1) \times (2, 2, 1) = (-2, 1, 2)$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 + d = 0$$

$$[1, 2, 5] \in \rho \iff -2 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 5 + d = 0 \iff d = -10$$

$$\rho : -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 10 = 0$$

b) parametrickou rovnici roviny  $\sigma : 4x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 6 = 0$ 

$$x_1 = t, \quad x_2 = s, \quad x_3 = \frac{4x_1 - 8x_2 + 6}{2} = \frac{4t - 8s + 6}{2} = 2t - 4s + 3$$

$$\sigma : \left. \begin{array}{l} x_1 = t \\ x_2 = s \\ x_3 = 3 + 2t - 4s \end{array} \right\} t, s \in \mathbb{R}$$

$$\sigma : X = [0, 0, 3] + t(1, 0, 2) + s(0, 1, -4), \quad t, s \in \mathbb{R}.$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
●○○

vektor:



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
●○○

vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
●○○

vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
●○○

- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

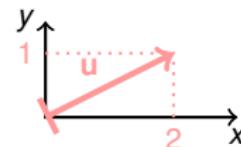
Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
●○○

- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

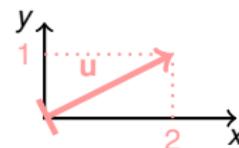
Vzdálenosti  
○○○

Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
●○○

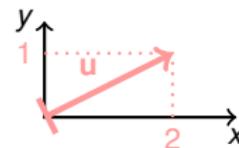
- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



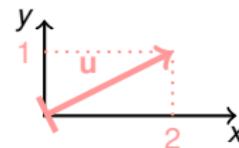
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



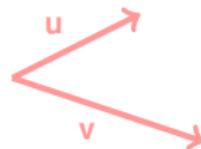
- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



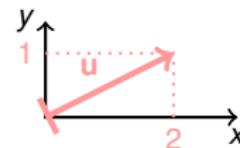
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



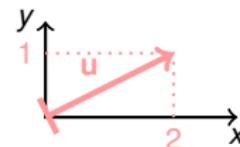
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



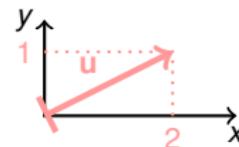
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



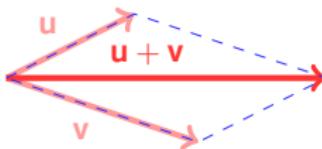
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



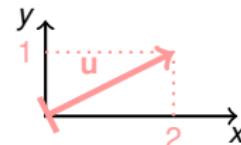
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



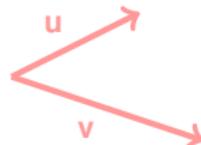
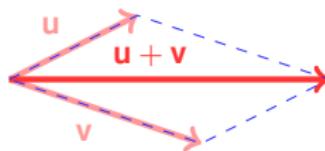
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



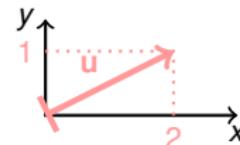
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



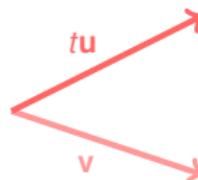
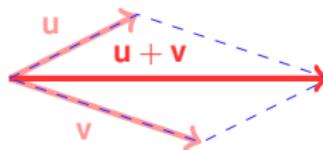
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



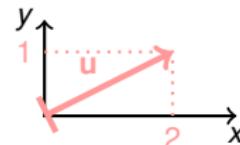
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



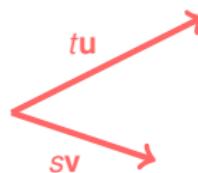
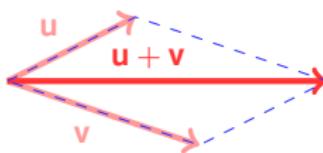
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



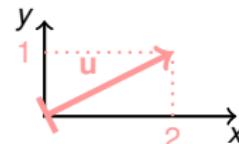
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



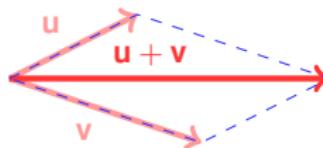
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



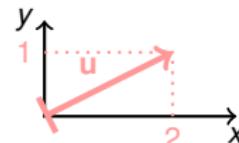
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



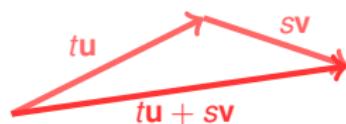
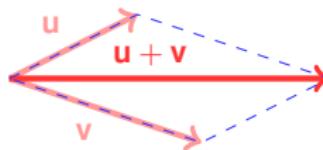
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



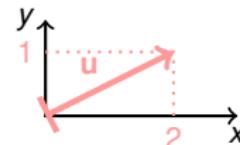
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



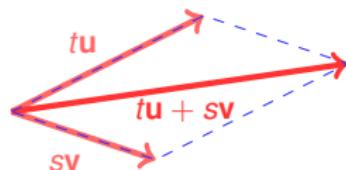
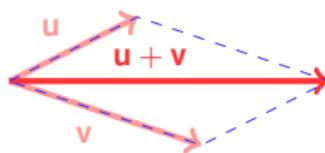
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



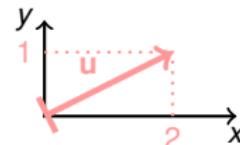
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



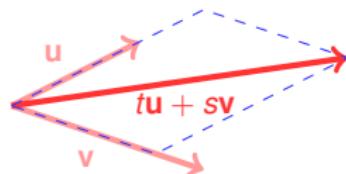
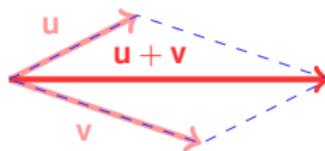
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



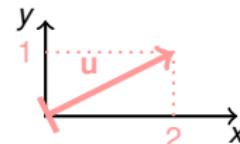
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- Aritmetický vektor:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$



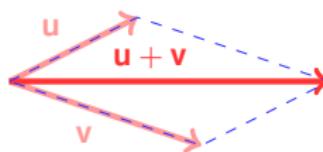
- násobek vektoru

$$t\mathbf{u}$$



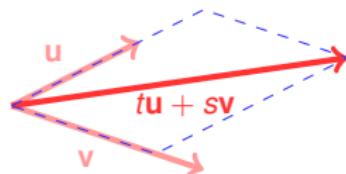
- součet vektorů

$$\mathbf{u} + \mathbf{v}$$



- lineární kombinace vektorů

$$t\mathbf{u} + s\mathbf{v}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

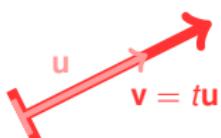
Odchylyky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○●○

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :

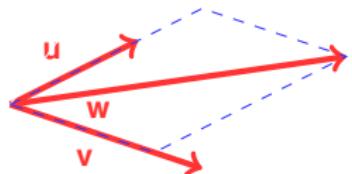
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



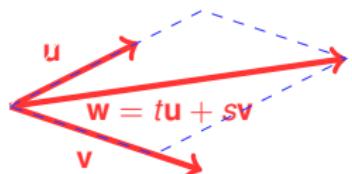
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



... jeden je lineární kombinací  
ostatních

## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :

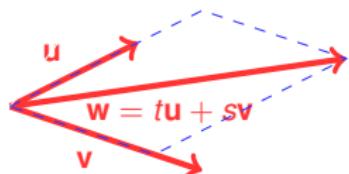


... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



... jeden je lineární kombinací ostatních

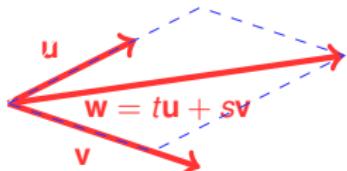
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



... jeden je lineární kombinací ostatních

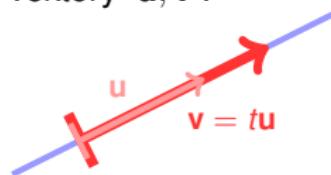
## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



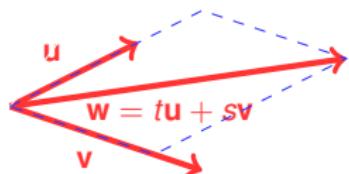
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

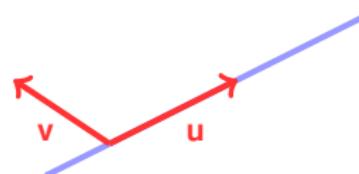
- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



... jeden je lineární kombinací  
ostatních

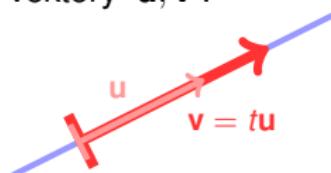
## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



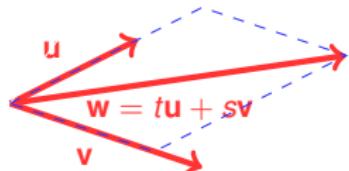
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



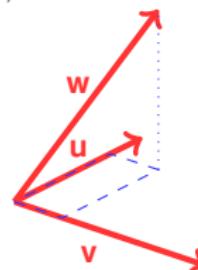
... jeden je lineární kombinací ostatních

## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :

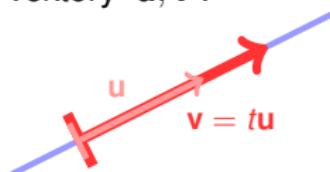


- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



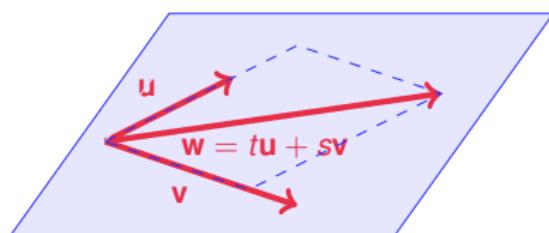
## Lineárně závislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



... jeden je násobkem druhého

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



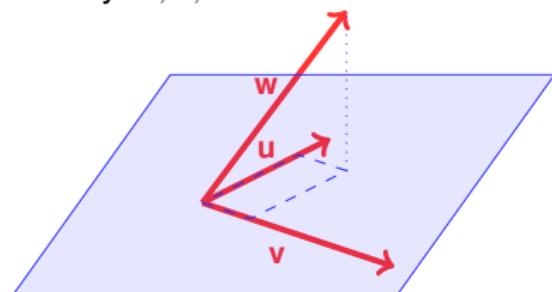
... jeden je lineární kombinací ostatních

## Lineárně nezávislé

- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ :



- vektory  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ :



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○●

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

- a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○●

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1)$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○●

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$

$$\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\text{ne}}$$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○●

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

- a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\text{ne}}$
- b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

- a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\text{ne}}$
- b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$



Tři základní objekty v prostoru  
○○○

Vzájemné polohy  
○○○○

Vzdálenosti  
○○○

Odchylinky  
○○○○○

Lineární (ne)závislost  
○○●

Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

- a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \implies \underline{\text{ne}}$
- b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\left[ \begin{array}{c} \cdot(2) \\ \cdot(-3) \end{array} \right]} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\left[ \begin{array}{c} \\ \cdot(-3) \\ \cdot(-1) \end{array} \right]} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad h(A)=3$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\left[ \begin{array}{c} \cdot(2) \\ \cdot(-3) \end{array} \right]} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\left[ \begin{array}{c} \\ \cdot(-3) \\ \cdot(-1) \end{array} \right]} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$h(A)=3$        $m=3$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad\quad\quad \cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad\quad\quad \cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A)=2$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} h(A)=2 \\ m=3 \end{array} \right.$$



Je-li hodnota matice rovna počtu jejích řádků, potom její řádky reprezentují lineárně nezávislé vektory.

**Příklad 5.1:** Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

a)  $(1, 0, 1), (5, 0, 5)$   $\dots (5, 0, 5) = 5 \cdot (1, 0, 1) \Rightarrow \underline{\text{ne}}$

b)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 1)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} h(A)=3 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ano}}$$

c)  $(2, 1, 2), (-2, 1, 0), (-4, 4, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\cdot(2)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot(-3)} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} h(A)=2 \\ m=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{ne}}$$



**Konec**  
(Referát)