Билет 44.

1. Сформулировать определение начальных и центральных выборочных моментов порядка k, выборочного среднего и выборочной дисперсии. Являются ли эти статистики несмещенными оценками своих теоретических аналогов?

2. Пусть X – случайная величина, для которой $MX = -4$, $DX = 2$. С использованием второго неравенства Чебышева оценить вероятности событий $\{X \geqslant 1\}$ и $\{-10 < X < 0\}$.

3. Для определения кучности стрельбы из некоторого оружия было проведено $n = 50$ выстрелов по плоской мишени. Построить γ-доверительный интервал для среднеквадратичного отклонения расстояния от места попадания пули до центра мишени, если $\overline{x} = 4$ см. Принять $\gamma = 0.9$, распределение контролирумого признака считать экспоненциальным.

№ вопроса	1	2	3	Σ max	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 74

Задача 1

Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение эффективной оценки. Показать, что выборочное среднее является эффективной оценкой математического ожидания нормальной случайной величины при известной дисперсии.

Задача 2

Случайна величина X является средним арфиметическим независимых одинаково распределенных случайных величин, дисперсия которых равна 5. Сколько необходимо взять таких величин, чтобы с вероятность 0.9973 можно было утверждать, что случайная величина X отклонится от своего математического ожидания не более чем на 0.01.

Задача 3

Непрерывная случайная величина имеет функцию плотности f(x) = theta^{2-x} ln(theta), x >= 2. Построить для параметра theta оценку максимального правдоподобия.

Билет 129.

1. Сформулировать и доказать второе неравенство Чебышева.

2. ГОСТ 29322-2014 устанавливает, что сетевое напряжение в электических системах в странах-членах МЭК должно составлять 230В $\pm$ 10%. Считая, что закон распределения напряжения одинаков для всех источников и имеет среднеквадратичное отклонение 15 В, найти вероятность того, что после проверки величины напряжения в 100 независимых источниках на территории России его наблюденное среднее значение окажется в допустимых границах.

3. Непрерывная случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = Cx^{7\theta}$, $x \in [0, 1]$, где $C = 7\theta + 1$. С использованием метода моментов построить точечную оценку параметра θ.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 130.

1. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение несмещенной точечной оценки. Показать, что выборочная дисперсия является смещенной оценкой дисперсии. Записать формулу для исправленной выборочной дисперсии.

2. Пусть X – случайная величина, для которой $MX = 11$, $DX = 5$. С использованием второго неравенства Чебышева оценить вероятности событий $\{X < 15\}$ и $\{5 < X < 20\}$.

3. Для определения среднего времени полета по некоторому маршруту на данном типе воздушных судов было проведено $n = 10$ измерений, в результате которых получено $\overline{x}_n = 13.5$ ч, $S^2(\vec{x}_n) = 1.21$ ч^2. Построить доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$ для среднего времени полета, если контролируемый показатель имеет нормальное распределение.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

ИУ7, 6-й сем., Математическая статистика, РК1 (модуль 1, теория и задачи), 2021-2022уч. год

Билет 132.

1. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Описать метод максимального правдоподобия построения точечной оценки. Привести пример.

2. Известно, что частота зубочелюстных аномалий у детей с гипотиреозом в возрасте от 4 до 15 лет составляет 61.1%. Какое число детей указанной группы с такой аномалией можно ожидать с вероятностью 0.95 после проверки 1000 пациентов?

3. Для определения давления, создаваемого ядерным взрывом определенной мощности на расстоянии R от эпицентра, в эпоху, предшествовавшую появлению ламповых ЭВМ в СССР, советские физики использовали следующий прием. На окружности радиуса R, описанной около эпицентра взрыва, расставлялись кирпичи, а после взрыва по дальности их отлета рассчитывалось искомое давление. Сколько нужно взять кирпичей для эксперимента, чтобы с вероятностью $\gamma = 0.95$ вычисленное среднее расстояние отлета отличалось от теоретического не более, чем на 0.1σ, если σ – среднеквадратичное отклонение этого расстояния? Распределение контролируемого признака считать нормальным.

№ вопроса	1	2	3	Σ = max	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 133.

1. Для последовательности случайных величин сформулировать определения сходимости по вероятности и слабой сходимости. Сформулировать закон больших чисел.

2. Вероятность того, что случайно выбранный студент факультета сдаст сессию без "троек", равна 0.1. Оценить вероятность того, что среди $n = 100$ наудачу выбранных студентов этого факультета доля хорошистов будет заключена в интервале $(0.05, 0.2)$.

3. Непрерывная случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = Cx^{3\theta}$, $x \in [0, 3]$, где $C = (3\theta + 1)/(3^{3\theta+1})$. С использованием метода моментов построить точечную оценку параметра θ.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$
Баллы	12	11	11	34

Билет 134.

1. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Определение точечной оценки. Определение эффективной оценки. Показать, что выборочное среднее является эффективной оценкой математического ожидания в классе линейных оценок.

2. Проверить, удовлетворяет ли последовательность X_n, $n \in \mathbb{N}$, независимых случайных величин закону больших чисел в форме Чебышева (возможно, с ослабленным условием), если функция плотности распределения вероятностей случайной величины X_n этой последовательности имеет вид $f_{X_n}(x) = \sqrt{n}e^{-\sqrt{n}x}, \quad x > 0.$

3. Для определения напряжения в электросети поселка N было проведено $n = 50$ измерений, в результате которых получено $\overline{x}_n = 192$ В, $S^2(\vec{x}_n) = 400$ В^2. Считая распределение контролируемого признака нормальным, построить доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$ для среднего значения напряжения в сети.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 136.

1. Сформулировать и доказать первое неравенство Чебышева.

2. Согласно стандарту в 100г цельного коровьего молока должно содержаться 88г воды. Считая, что среднеквадратичное отклонение содержания воды в молоке составляет 5г, найти вероятность того, что после проверки 225 образцов среднее содержание воды будет отличаться от номинального не более чем на 2г.

3. Для определения глубины озера в данном месте было проведено $n = 10$ измерений с использованием эхолота, в результате чего получено $\overline{x}_n = 7.12$ м. Принимая распределение контролируемого признака нормальным, построить доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$ для глубины озера в данном месте, если известно, что среднеквадратичное отклонение показаний эхолота составляет $\sigma = 10$ см.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

ИУ7, 6-й сем., Математическая статистика, РК1 (модуль 1, теория и задачи), 2021-2022уч. го

Билет 139.

1. Сформулировать определение случайной выборки и выборки, вариационного ряда. Записать выражения для функций распределения случайной выборки и крайних членов вариационного ряда.

2. Пусть X – случайная величина, для которой $MX = 3$, $DX = 4$. С использованием второго неравенства Чебышева оценить вероятности событий $\{X \geqslant 7\}$ и $\{0 < X < 9\}$.

3. Непрерывная случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = \theta^{2-x} \ln \theta$, $x \geqslant 2$. С использованием метода моментов построить точечную оценку параметра θ.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 141.

1. Сформулировать закон больших чисел в форме Чебышева. Доказать следствие этого закона для одинаково распределенных случайных величин и закон больших чисел в форме Бернулли.

2. Пусть X – случайная величина, для которой $MX = 10$, $DX = 2$. С использованием второго неравенства Чебышева оценить вероятности событий $\{X \geqslant 15\}$ и $\{7 < X < 15\}$.

3. Непрерывная случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = \theta^{5-x} \ln \theta$, $x \geqslant 5$. С использованием метода моментов построить точечную оценку параметра θ.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 148.

1. Постановка задачи идентификации неизвестных параметров закона распределения случайной величины. Сформулировать определение γ-доверительного интервала. Сформулировать определение центральной статистики и изложить общий алгоритм построения γ-доверительного интервала для скалярного параметра.

2. Средняя насыпная плотность картофеля при температуре 20°C составляет 670 кг/м^3 при среднеквадратичном отклонении 4 кг/м^3, а объем багажника седана Volkswagen Polo (модельного ряда 2014 года) равен 460 л. В каких пределах с вероятностью 0.9 заключена масса картофеля, который можно загрузить в 100 таких седанов?

3. Непрерывная случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = \theta^{5-x} \ln \theta$, $x \geqslant 5$. Построить для параметра θ оценку максимального правдоподобия.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20

Билет 156.

1. Сформулировать определения эмпирической функции распределения и выборочной функции распределения. Сформулировать и доказать теорему о сходимости выборочной функции распределения.

2. Вероятность p того, что при одном выстреле боец попадет в "десятку", равна 0.7. Оценить вероятность того, что в серии из $n = 30$ выстрелов частота попадания этим бойцом в "десятку" отклонится от p не более чем на $\varepsilon = 0.15$.

3. Непрерывная случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = Cx^{7\theta}$, $x \in [0, 1]$, где $C = 7\theta + 1$. Построить для параметра θ оценку максимального правдоподобия.

№ вопроса	1	2	3	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	11	11	34	20