```
In [1]: def cost_function(X, y, theta):
    m = len(y)
    J = np.sum((X.dot(theta) - y) ** 2) / (2 * m)
    return J
 def gradient_descent(X, y, theta, alpha, iterations):
    J_history = np.zeros(iterations)
    for i in range(iterations):
        h = X.dot(theta)#y predicted
        theta = theta - alpha * (1 / m) * (X.T.dot(h - y))
        J_history[i] = cost_function(X, y, theta)
    return theta, J_history
 import numpy as np
 # generate sample data
X = np.random.rand(100, 3)
y = X.dot(np.array([1, 2, 3])) + np.random.randn(100) * 0.5
# add a column of ones to X for the bias term
X = np.hstack((np.ones((100, 1)), X))
# initialize theta to zeros
 theta = np.zeros(4)
alpha = 0.01
iterations = 1000
theta, J_history = gradient_descent(X, y, theta, alpha, iterations)
print(theta)
print(J_history)
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(range(iterations), J_history)
plt.xlabel('Iterations')
plt.ylabel('Cost Function')
plt.show()
 [1.11620276 0.70529414 1.51030557 1.67437117]
 [5.05786541 4.89106898 4.73016824 4.57495451 4.4252265 4.28079005
 4.14145785 4.00704924 3.87738996 3.75231191 3.63165294 3.51525663
 3.40297211 3.29465385 3.19016147 3.08935955 2.99211747 2.89830924
 2.80781332 2.72051247 2.63629361 2.55504767 2.47666941 2.40105734
 2.32811355 2.25774362 2.18985643 2.12436413 2.06118195 2.00022813
 1.9414238 1.88469289 1.82996202 1.7771604 1.72621976 1.67707422
 1.62966026 1.58391661 1.53978413 1.49720582 1.45612667 1.41649363
 1.37825551 1.34136296 1.30576835 1.27142576 1.23829086 1.20632094
 1.17547475 1.14571253 1.11699593 1.08928794 1.06255287 1.03675629
 1.01186499 0.98784694 0.96467124 0.94230808 0.92072871 0.89990539
 0.87981138 0.86042087 0.84170896 0.82365165 0.80622577 0.78940899
 0.77317975 0.75751727 0.74240149 0.72781307 0.71373336 0.70014436
 0.68702871 0.67436966 0.66215106 0.65035733 0.63897344 0.6279849
 0.61737771 0.60713839 0.59725393 0.58771178 0.57849982 0.56960638
 0.51537314 0.5086541 0.50216543 0.49589897 0.48984688 0.48400157
 0.47835573 0.47290232 0.46763453 0.4625458 0.4576298 0.45288043
  0.44829179 0.44385821 0.43957421 0.4354345 0.43143398 0.42756774
  0.42383104 0.42021929 0.41672808 0.41335316 0.41009041 0.40693588
  0.40388575 0.40093632 0.39808405 0.3953255 0.39265737 0.39007646
  0.38757969 0.3851641 0.38282683 0.38056509 0.37837625 0.37625771
  0.37420701 0.37222175 0.37029962 0.36843839 0.36663593 0.36489016
  0.36319907 0.36156076 0.35997334 0.35843504 0.35694412 0.35549892
  0.35409782 0.35273928 0.35142178 0.3501439 0.34890424 0.34770145
  0.34653424 0.34540135 0.34430159 0.34323378 0.3421968 0.34118958
  0.34021106 0.33926024 0.33833615 0.33743785 0.33656444 0.33571504
  0.33488881 0.33408494 0.33330265 0.33254118 0.3317998 0.33107782
  0.33037455 \ 0.32968934 \ 0.32902156 \ 0.3283706 \ \ 0.32773587 \ 0.32711681
 0.32651287 0.32592352 0.32534826 0.3247866 0.32423806 0.32370218
 0.32317854 0.32266669 0.32216624 0.32167679 0.32119796 0.32072937
 0.32027068 0.31982155 0.31938164 0.31895063 0.31852822 0.31811412
 0.31770803 0.31730968 0.31691881 0.31653516 0.31615848 0.31578853
 0.31542508 0.31506792 0.31471682 0.31437159 0.31403201 0.31369791
 0.31336908 0.31304537 0.31272658 0.31241256 0.31210314 0.31179818
 0.31149751 0.311201 0.31090851 0.3106199 0.31033505 0.31005382
 0.30977611 0.30950178 0.30923073 0.30896286 0.30869806 0.30843622
 0.30817725 0.30792106 0.30766755 0.30741664 0.30716825 0.30692229
  0.30667869 0.30643736 0.30619824 0.30596126 0.30572635 0.30549344
  0.30526248 0.30503339 0.30480612 0.30458062 0.30435682 0.30413469
 0.30391416 0.30369518 0.30347772 0.30326172 0.30304713 0.30283393
 0.30262206 0.30241149 0.30220217 0.30199408 0.30178717 0.30158142
 0.30137678 0.30117323 0.30097073 0.30076926 0.30056879 0.30036929
  0.30017072 0.29997308 0.29977633 0.29958044 0.2993854 0.29919118
 0.29899777 0.29880513 0.29861325 0.29842211 0.2982317 0.29804199
 0.29785296 0.2976646 0.2974769 0.29728983 0.29710339 0.29691755
 0.29673231 0.29654764 0.29636355 0.29618 0.295997 0.29581453
 0.29563258 0.29545113 0.29527018 0.29508972 0.29490974 0.29473022
 0.29455116 0.29437255 0.29419437 0.29401663 0.29383932 0.29366242
 0.29348593 0.29330984 0.29313414 0.29295883 0.29278391 0.29260935
 0.29243517 0.29226135 0.29208789 0.29191477 0.29174201 0.29156958
 0.29139749 0.29122573 0.2910543 0.29088319 0.2907124 0.29054193
 0.29037176 0.2902019 0.29003234 0.28986308 0.28969411 0.28952543
 0.28935705 0.28918894 0.28902112 0.28885358 0.28868631 0.28851932
  0.28735779 0.28719289 0.28702824 0.28686384 0.28669969 0.28653578
 0.28637212 0.2862087 0.28604552 0.28588257 0.28571987 0.2855574
 0.28539516 0.28523316 0.28507138 0.28490984 0.28474852 0.28458743
 0.28442656 0.28426592 0.2841055 0.28394531 0.28378533 0.28362557
  0.28346604 0.28330671 0.28314761 0.28298872 0.28283004 0.28267158
 0.28251333 0.28235529 0.28219747 0.28203985 0.28188244 0.28172524
 0.28156824 0.28141146 0.28125487 0.2810985 0.28094232 0.28078636
 0.28063059 0.28047503 0.28031966 0.2801645 0.28000954 0.27985478
 0.27970022 0.27954586 0.27939169 0.27923772 0.27908395 0.27893038
 0.27786081 0.27770879 0.27755696 0.27740532 0.27725387 0.27710261
 0.27695154 0.27680067 0.27664998 0.27649948 0.27634917 0.27619905
 0.27604911 0.27589936 0.2757498 0.27560043 0.27545124 0.27530224
 0.27515343 0.27500479 0.27485635 0.27470809 0.27456001 0.27441212
 0.27426441 0.27411688 0.27396954 0.27382237 0.2736754 0.2735286
 0.27338198 0.27323555 0.27308929 0.27294322 0.27279733 0.27265162
 0.27250608 0.27236073 0.27221556 0.27207056 0.27192575 0.27178111
 0.27163665 0.27149237 0.27134826 0.27120433 0.27106058 0.27091701
 0.27077361 0.27063039 0.27048735 0.27034448 0.27020178 0.27005926
```

0.26991692 0.26977475 0.26963275 0.26949093 0.26934928 0.26920781 0.26906651 0.26892538 0.26878443 0.26864364 0.26850303 0.2683626 0.26822233 0.26808224 0.26794231 0.26780256 0.26766298 0.26752357 0.26738433 0.26724526 0.26710636 0.26696763 0.26682907 0.26669068 0.26655246 0.2664144 0.26627652 0.2661388 0.26600125 0.26586387 0.26572666 0.26558961 0.26545274 0.26531602 0.26517948 0.2650431 0.26490689 0.26477084 0.26463496 0.26449925 0.2643637 0.26422832 0.26328523 0.26315116 0.26301725 0.26288351 0.26274993 0.26261651 0.26248325 0.26235016 0.26221722 0.26208445 0.26195184 0.26181939 0.26168711 0.26155498 0.26142301 0.26129121 0.26115956 0.26102808 0.26089675 0.26076559 0.26063458 0.26050373 0.26037304 0.26024252 0.26011214 0.25998193 0.25985188 0.25972198 0.25959224 0.25946266 0.25933324 0.25920397 0.25907486 0.2589459 0.25881711 0.25868847 0.25855998 0.25843165 0.25830348 0.25817546 0.2580476 0.25791989 0.25779234 0.25766494 0.2575377 0.25741061 0.25728368 0.25715689 0.25703027 0.25690379 0.25677747 0.25665131 0.25652529 0.25639943 0.25627372 0.25614816 0.25602276 0.2558975 0.2557724 0.25564745 0.25552265 0.25539801 0.25527351 0.25514916 0.25502497 0.25490092 0.25477703 0.25465328 0.25452969 0.25440624 0.25428295 0.2541598 0.25330193 0.25317997 0.25305816 0.25293649 0.25281497 0.2526936 0.25257237 0.2524513 0.25233036 0.25220958 0.25208894 0.25196844 0.25184809 0.25172789 0.25160783 0.25148792 0.25136815 0.25124853 0.25112905 0.25100971 0.25089052 0.25077147 0.25065257 0.25053381 0.25041519 0.25029672 0.25017839 0.2500602 0.24994216 0.24982425 0.24970649 0.24958888 0.2494714 0.24935406 0.24923687 0.24911982 0.24900291 0.24888614 0.24876951 0.24865302 0.24853667 0.24842047 0.24761093 0.24749583 0.24738088 0.24726607 0.24715139 0.24703685 0.24692245 0.24680819 0.24669406 0.24658007 0.24646622 0.24635251 0.24623893 0.24612549 0.24601219 0.24589902 0.24578599 0.2456731 0.24556034 0.24544772 0.24533523 0.24522288 0.24511066 0.24499858 0.24488663 0.24477482 0.24466314 0.24455159 0.24444018 0.24432891 0.24421777 0.24410676 0.24399588 0.24388514 0.24377453 0.24366406 0.24355371 0.2434435 0.24333342 0.24322348 0.24311366 0.24300398 0.24289443 0.24278501 0.24267573 0.24256657 0.24245754 0.24234865 0.24223989 0.24213125 0.24202275 0.24191438 0.24180614 0.24169803 0.24159004 0.24148219 0.24137447 0.24126687 0.24115941 0.24105207 0.24094486 0.24083779 0.24073084 0.24062401 0.24051732 0.24041075 0.23966836 0.23956281 0.23945739 0.23935209 0.23924692 0.23914188 0.23903696 0.23893217 0.23882751 0.23872296 0.23861855 0.23851426 0.23841009 0.23830605 0.23820213 0.23809834 0.23799467 0.23789113 0.23778771 0.23768441 0.23758124 0.23747819 0.23737527 0.23727246 0.23716978 0.23706723 0.23696479 0.23686248 0.23676029 0.23665823 0.23655628 0.23645446 0.23635276 0.23625118 0.23614972 0.23604838 0.23594717 0.23584607 0.2357451 0.23564424 0.23554351 0.2354429 0.23534241 0.23524204 0.23514178 0.23504165 0.23494164 0.23484174 0.23474197 0.23464232 0.23454278 0.23444336 0.23434406 0.23424488 0.23414582 0.23404688 0.23394806 0.23384935 0.23375076 0.23365229 0.23355393 0.2334557 0.23335758 0.23325957 0.23316169 0.23306392 0.23296627 0.23286873 0.23277131 0.23267401 0.23257682 0.23247975 0.23180349 0.23170734 0.2316113 0.23151538 0.23141957 0.23132388 0.23065722 0.23056244 0.23046777 0.23037321 0.23027876 0.23018443 0.23009021 0.2299961 0.2299021 0.22980822 0.22971444 0.22962078 0.22952723 0.22943379 0.22934046 0.22924725 0.22915414 0.22906115 0.22896826 0.22887549 0.22878282 0.22869027 0.22859783 0.22850549 0.22841327 0.22832115 0.22822915 0.22813725 0.22804547 0.22795379 0.22786222 0.22777076 0.22767941 0.22758817 0.22749703 0.22740601 0.22731509 0.22722428 0.22713358 0.22704298 0.2269525 0.22686212 0.22677185 0.22668168 0.22659162 0.22650167 0.22641183 0.22632209 0.22623246 0.22614294 0.22605352 0.22596421 0.225875 0.2257859 0.22569691 0.22560802 0.22551923 0.22543056 0.22534198 0.22525351 0.22516515 0.22507689 0.22498874 0.22490069 0.22481274 0.2247249 0.22463717 0.22454954 0.22446201 0.22437458 0.22428726 0.22420004 0.22411293 0.22402592 0.22393901 0.2238522 0.2237655 0.2236789 0.22307557 0.22298978 0.2229041 0.22281852 0.22273304 0.22264767 0.22256239 0.22247721 0.22239214 0.22230717 0.22222229 0.22213752 0.22205285 0.22196827 0.2218838 0.22179943 0.22171515 0.22163098 0.22154691 0.22146293 0.22137906 0.22129528 0.2212116 0.22112803 0.22104455 0.22096117 0.22087788 0.2207947 0.22071161 0.22062863 0.22054574 0.22046295 0.22038025 0.22029766 0.22021516 0.22013276 0.22005045 0.21996825 0.21988614 0.21980412 0.21972221 0.21964039 0.21955867 0.21947704 0.21939551 0.21931408 0.21923274 0.2191515 0.21907036 0.21898931 0.21890835 0.21882749 0.21874673 0.21866606 0.21858549 0.21850501 0.21842463 0.21834434 0.21826415 0.21818405 0.21810404 0.21802413 0.21794432 0.2178646 0.21778497 0.21770544 0.21715132 0.21707253 0.21699383 0.21691523 0.21683672 0.21675831 0.21667998 0.21660175 0.21652361 0.21644556 0.21636761 0.21628974 0.21621197 0.21613429 0.2160567 0.2159792 0.21590179 0.21582448 0.21574725 0.21567012 0.21559307 0.21551612 0.21543926 0.21536248 0.21437262 0.2142971 0.21422168 0.21414633 0.21407108 0.21399592 0.21392084 0.21384586 0.21377096 0.21369615 0.21362142 0.21354679 0.21347224 0.21339778 0.2133234 0.21324912 0.21317492 0.21310081  $0.21302678 \ 0.21295285 \ 0.212879 \qquad 0.21280523 \ 0.21273155 \ 0.21265796$ 0.21258446 0.21251104 0.21243771 0.21236446 0.2122913 0.21221823

0.21214524 0.21207233 0.21199952 0.21192678]