

## תכנון ונתוח אלגוריתמים - מטלה מס' 2

### תרגיל 1 – מציאת חציון של מיזוג שתי סדרות

נתונות שתי סדרות **ממויינות** בגדלים  $M$  ו-  $N$ . אפשר להניח שכל האיברים הם שונים. יש לבנות אלגוריתם למציאת חציון עבור **איחוד** (מיזוג) של שתי הסדרות. על האלגוריתם לרוץ עם סיבוכיות  $O(\min(\log N, \log M))$ .

דוגמאות:

א. החציון של שני מערכים הבאים:

-5 , 3, 6, 12, 15

-12, -10, -6, -3, 4, 10

-12, -10, -6, -5 , -3, **3**, 4, 6, 10, 12, 15

הוא **3**

ב. עבור מערכים הבאים:

2,3,5,8

10,12,14,16,18,20

2,3,5,8,**10,12**,14,16,18,20

הוא **10**

תזכורת:

**החציון – הוא האבר ה-  $(n+1)/2$  הקטן ביותר.** כלומר, האיבר האמצעי בסדרה ממויינת (שיש מספר שווה של איברים גדולים וקטנים ממנו), במקרה שיש שני איברים אמצעיים אז הקטן מביניהם.

רמז לרעיון האלגוריתם:

1. בכל שלב לבדוק אילו איברים אפשר לזרוק כך שהחציון של איחוד המערכים תשאר ללא שינוי. (החלק הזה דורש הוכחה מפורטת).
2. להתייחס לכמה מקרים בסיסיים.

ההגשה צריכה לכלול:

1. הסבר לאלגוריתם + הוכחת נכונות + חישוב סיבוכיות (בקובץ word) – 20 נקודות.
2. תוכנית המממשת את האלגוריתם – 30 נקודות.

## תרגיל 2.

אליס פותחת שירות הולכת כלבים ע"י מוליכי כלבים (דוגווקר). יש לה K אנשים שמוכנים לטייל עם הכלבים ו- N כלבים. כל דוגווקר יכול לטייל עם מספר כלבים בו זמנית, כך ש- N כלבים יהיו מסודרים ל- K קבוצות לא ריקות, וכל קבוצה תטופל ע"י דוגווקר אחד. עם זאת, כלבים קטנים לא מסתדרים טוב עם כלבים גדולים יותר, מה שמקשה לטייל איתם יחד.

באופן פורמלי יותר, אם הכלב הקטן ביותר בקבוצה הוא בגודל A, ולכלב הגדול ביותר בקבוצה יש גודל B, אזי טווח הקבוצה מוגדר כ-  $B - A$ .

טווח של קבוצה המורכבת מכלב אחד הוא 0. ככל שהטווח קטן יותר, כך קל יותר לדוגווקר לטייל עם קבוצת הכלבים הזאת. אליס רוצה לפזר את הכלבים בין כל מוליכי כלבים (כלומר שאין דוגווקר ללא כלב), כך שסכום טווחי כל הקבוצות מינימאלי.

בהנתן N, K וגודל הכלבים, מצאו מהו הסכום המינימלי של טווחים כאשר N כלבים מסודרים בצורה אופטימלית בין K קבוצות.

לדוגמא: יש ארבעה כלבים: אחד בגודל 3, אחד בגודל 5, ושניים בגודל 1, ויש שני מוליכי כלבים.

אחת הדרכים האופטימליות היא לתת לדוגווקר אחד ללכת עם כלבים בגודל 3 ו-5, ולשני - לתת שני כלבים בגודל 1. אז לקבוצה הראשונה יש טווח  $5 - 3 = 2$ , ואילו לקבוצה השנייה יש טווח  $1 - 1 = 0$ , שנותן סכום הטווחים  $2 + 0 = 2$ .

אופציה השנייה – לתת לדוגווקר אחד שלושה כלבים בגודל 1, 1 ו-3, ולדוגווקר השני לתת כלב הכי גדול. גם במקרה זה סכום הטווחים יהיה 2.

ההגשה צריכה לכלול:

- אלגוריתם יעיל למציאת סכום הטווחים המינימאלי - (בקובץ word) – 10 נקודות.
- הוכחת נכונות האלגוריתם + חישוב סיבוכיות שלו - (בקובץ word) – 10 נקודות.
- תוכנית המממשת את האלגוריתם – 30 נקודות.

כללי הגשה:

- המטלה תבוצע בזוגות.
- הגשת המטלה ע"י סטודנט אחד (מהזוג), כאשר הסטודנט השני מגיש רק קובץ טקסט עם שני השמות ושני מספרי ת"ז של הזוג.
- העבודה תכתב ותקומפל על Visual Studio 2015**
- תנאי הכרחי לבדיקת המטלה הוא שהתוכנית עוברת קומפילציה (לפי סעיף 3). אחרת, המטלה לא תיבדק ותקבל ציון 0.

קבצי ההגשה צריכים לכלול:

- קובץ ZIP יחיד!
  - שם הZIP כשם תעודת הזהות של המגישים מופרדים ב"קו תחתון" ומספר המטלה. לדוגמא: 123456789\_987654321\_2
  - קובצי התוכנית - problem1.c/cpp, problem2.c/cpp - ללא קבצי h.**
  - קובץ נוסף: \*.docx.**
- קובץ WORD המכיל הסברים לאלגוריתמים וחישוב סיבוכיות לפי הדרישות הכתובות בשאלות.

**בהצלחה!**