

## Pràctica sessió 5 de MATD

L'objectiu d'aquesta sessió de pràctiques és la realització de diferents exercicis amb SAGE per tal que et familiaritzis amb la terminologia bàsica de la Combinatòria enumerativa.

### Exercici 1

Per indicar un conjunt de cardinal  $n$  escriurem  $n$ -conjunt i  $k$ -paraula per indicar una paraula de longitud  $k$ .

Tenint en compte aquest criteri, fes els càlculs següents amb SAGE, indicant quin tipus de eina de combinatòria has fet servir.

**1.1** Calcula el nombre de 8-paules que es poden construir amb un 8-conjunt de lletres diferents. I representa totes les 4-paules que es poden construir amb les lletres del conjunt  $\{R, O, M, A\}$ .

In [ ]:

**1.2** Calcula el nombre de 7-paules que es poden construir amb lletres diferents d'un 12-conjunt.

In [ ]:

**1.3** Calcula el nombre de 7-paules que es poden construir amb lletres no necessàriament diferents d'un 12-conjunt.

In [ ]:

**1.4** Calcula el nombre de 7-paules que es poden formar usant només dues lletres diferents triades d'un 12-conjunt.

In [ ]:

**1.5** Calcula el nombre de 12-paules binàries que es poden construir amb 4 zeros i 8 uns.

In [ ]:

**1.6** Calcula el nombre de paraules que es poden formar permutant les lletres de la paraula COMBINATORIA.

In [ ]:

## Exercici 2

**2.1** Defineix una funció que, donat un enter positiu  $n$ , mostri tots els subconjunts del conjunt  $\{1, 2, \dots, n\}$ , ordenats segons el seu cardinal (primer el conjunt buit, després els subconjunts amb un sol element, després els subcojunts de cardinal 2...). Prova la funció per a  $n = 5$ .

In [ ]:

**2.2** Defineix una funció que, donat un enter positiu  $n$ , calculi el nombre de subconjunts de cardinal parell del conjunt  $\{1, \dots, n\}$ . Prova la funció per a  $n = 5$  i per a  $n = 200$ .

In [ ]:

**2.3** Defineix una funció que, donat un enter positiu  $n$ , construeixi les  $n$  files inicials del triangle de Pascal. Prova la funció per a  $n = 4$  i  $n = 14$ . Calcula a mà la suma dels nombres de cada fila fins que reconeguis els resultats que obtens.

In [ ]:

**2.4** Calcula el valor de l'expressió següent, analíticament i amb SAGE.

$$\sum_{k=0}^{24} \binom{25}{k} 2^{k+1}$$

In [ ]:

**2.5** Determina el nombre de solucions enteres de l'equació

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 500$$

que satisfan  $x_1 \geq 100$ ,  $x_2 \geq 80$ ,  $x_3 \geq 70$  i  $x_4 \geq 50$ .

In [ ]: