$$(A + C^T B C)^{-1} = A^{-1} - A^{-1} C^T (B^{-1} + C A^{-1} C^T)^{-1} C A^{-1}$$