UNIVERSIDAD DE GRANADA

DECSAI

Técnicas de los Sistemas Inteligentes

Grado en Ingeniería Informática

Curso 2019-20. Seminario 2
Satisfacción de Restricciones

Jesús Giráldez Crú, Pablo Mesejo Santiago y José Ángel Segura Muros
{jgiraldez,pmesejo,josesegmur}@decsai.ugr.es

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
http://decsai.ugr.es

En la práctica anterior hemos trabajado "implícitamente" con restricciones. Por ejemplo:

- No pasar cerca de un enemigo
- Si gemas < 10 → Buscar gema
- Si gemas >= 10 → Ir al portal
- No pasar por debajo de una roca (*)
- etc.

(*) En el juego original, para desplazarse por el mapa hay que cavar túneles. Cuando se realiza una excavación bajo una roca, ésta cae sobre el avatar y lo mata, terminando así el juego. Por tanto, en el juego original hay que evitar este tipo de movimientos.

La **satisfacción de restricciones** es una de las **áreas clásicas de IA**

Otras áreas clásicas de IA podrían ser los problemas de *búsqueda*, los problemas de *planificación* o los problemas con *incertidumbre*, entre otros

Es común encontrar estos problemas en **numerosas aplicaciones de IA**, a menudo como parte de otros problemas más complejos: razonamiento espacial-temporal, controladores de sensores, concurrencia y sincronización, coherencia geométrica (visión por computador), consistencia de bases de datos, alineación de secuencias (bioinformática), planificación de producción, asignación de recursos (*scheduling*), diseño y verificación de circuitos electrónicos, seguridad criptográfica, etc.

Por ello, **resolverlos eficientemente** es una parte crucial en todas estas aplicaciones.

Un **problema de satisfacción de restricciones** (del inglés, **CSP**, constraint satisfaction problem) se suele expresar como una **tupla** con tres elementos:

- X es un conjunto de **variables**
- D es un conjunto de **dominios** para X
- C es un conjunto de **restricciones** sobre X

Ejemplo: tenemos dos números enteros positivos de forma que uno es mayor que el otro. ¿Cómo se podría expresar este problema como un CSP?

Un **problema de satisfacción de restricciones** (del inglés, **CSP**, constraint satisfaction problem) se suele expresar como una **tupla** con tres elementos:

- X es un conjunto de **variables**
- D es un conjunto de **dominios** para X
- C es un conjunto de **restricciones** sobre X

Ejemplo: tenemos dos números enteros positivos de forma que uno es mayor que el otro. ¿Cómo se podría expresar este problema como un CSP?

Solución 1:
- $X = \{ x , y \}$
- $D = \{ \mathbb{Z} , \mathbb{Z} \}$
- $C = \{ x > 0 , y > 0 , x > y\}$

Es un AND !

Solución 2:
- $X = \{ x , y \}$
- $D = \{ [1,\infty) , [1,\infty) \}$
- $C = \{ x > y\}$

Dominios y restricciones son conceptos relacionados; los dominios se pueden acotar con restricciones

Un **problema de optimización de restricciones** (del inglés, **COP**) se suele expresar como una **tupla** con cuatro elementos:

- < X, D, C > como en los CSP
- f es una **función de coste** sobre X a **minimizar/maximizar**

Ejemplo: tenemos dos números enteros positivos de forma que uno es mayor que el otro, y la suma de ambos es **mínima**. ¿Cómo se podría expresar este problema como un COP?

Solución:
- $X = \{ x , y \}$
- $D = \{ \mathbb{Z} , \mathbb{Z} \}$
- $C = \{ x > 0 , y > 0 , x > y\}$
- $f = x+y$ (minimizar)

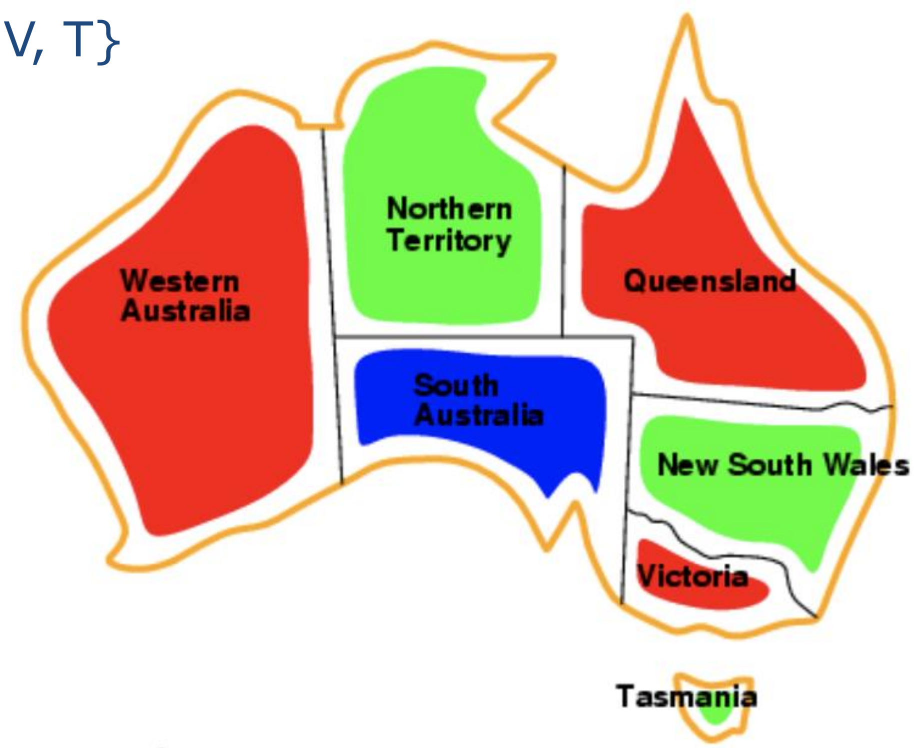
El **problema de coloreado de mapas** es otro ejemplo de problema de satisfacción de restricciones:

- **Variables**: las regiones del mapa
- **Dominios**: los posibles colores (comunes para todas las regiones)
- **Restricciones**: dos regiones limítrofes no pueden tener el mismo color

X = {WA, NT, SA, Q, NSW, V, T}

D = {rojo, verde, azul}

C1: WA != NT
C2: WA != SA
C3: NT != SA
C4: NT != Q
C5: SA != Q
C6: SA != NSW
C7: SA != V
C8: Q != NSW
C9: NSW != V



Dada una ruta y un conjunto de casillas prohibidas, ¿cómo se podría definir este problema como un CSP?

Pregunta: ¿La ruta y las casillas prohibidas son variables? ¿Por qué?

Dada una ruta y un conjunto de casillas prohibidas, ¿cómo se podría definir este problema como un CSP?

Pregunta: ¿La ruta y las casillas prohibidas son variables? ¿Por qué?

INPUT

R: conjunto de casillas de la ruta
P: conjunto de casillas prohibidas
NOTA: R y P no son variables, sino "constantes" (vienen dadas y son fijas para un time-step concreto)

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

X: casillas del grid
D: $\{0,1\}$
C1: $x = 1, \forall x \in X \cap R$
C2: $x = 0, \forall x \in X \cap P$

Asigna el valor 1 a las casillas de la ruta

Asigna el valor 0 a las casillas prohibidas

SOLUCIÓN

- Si la ruta no pasa por ninguna casilla prohibida, se satisfacen todas las restricciones (todas las casillas con un único valor)
- Si la ruta pasa por alguna casilla prohibida, esa casilla tendrá tanto valor "0" como valor "1" (lo cual viola alguna de las restricciones anteriores)

Existen muchas técnicas para resolver problemas de satisfacción de restricciones:

- **Constraint Programming** (**CP**): **Paradigma general** para resolver (cualquier) CSP. Las técnicas de resolución se basan principalmente en *búsqueda y propagación de restricciones* y/o técnicas de *búsqueda local* (estocástica).

- **Satisfacción Booleana** (**SAT**): Caso particular de CSP donde todas las variables tienen un **dominio binario** (true/false). SAT es el primer problema **NP-completo**. Se usan técnicas de resolución similares a las de CP, pero adaptadas a estos dominios específicos, que suelen ser más eficientes que esas técnicas "generales" de CP cuando el problema admite una codificación eficiente en dominios binarios (es decir, el problema de forma natural tiene variables Booleanas)

- **Linear Programming** (**LP**): Sistema de inecuaciones lineales:

  $$a*x1 + b*x2 + c*x3 + ... + k*xn >= C$$

  Existe una interpretación geométrica del sistema que permite conocer si éste tiene solución.

  → Algoritmo **SIMPLEX**

Existen muchas técnicas para resolver problemas de satisfacción de restricciones:

- **Pseudo-Boolean Constraints** (**PB**): Caso particular de LP donde las variables tienen dominio binario. Es un área muy estudiada teóricamente (complejidad computacional) pero no existen implementaciones competitivas para este modelo

- **SAT-Modulo Theory** (**SMT**): Llamadas iterativas a un SAT solver para problemas que requieren mayor expresividad que la lógica proposicional (=SAT). Ejemplo: lógica de primer orden.

- **Answer Set Programming** (**ASP**): Método de programación declarativa basado en búsqueda, que garantiza terminación (planteado como alternativa a Prolog, que no la garantiza). Muy usado en problemas de representación de conocimiento (*knowledge representation*)

Hay tres grandes diferencias entre todas estas técnicas:

- **Codificación** del problema:
    - Dado un problema, ¿**cómo lo represento**?
        - ¿Qué variables hacen falta? ¿Qué restricciones se necesitan?
    - Una **representación correcta** es aquella capaz de encontrar TODAS las soluciones y rechazar TODO lo que no es solución

- Algoritmos para **resolver el problema**
    - Dada una instancia, ¿cómo se resuelve?
    - En general todos aplican (alguna variante de algún método de) **búsqueda**, pero existen muchos métodos (búsqueda en profundidad, búsqueda local, etc.)

- **Heurística** usada por el algoritmo de búsqueda
    - ¿Por dónde buscar?

→ La heurística es normalmente considerada como uno de los componentes de cada algoritmo de resolución

Resolver CSP es **NP-completo** …

… ¿y eso qué significa?

Si tengo un problema con "n" variables, **cualquier algoritmo** requiere **en el peor caso** "exp(n)" pasos para resolverlo. Es decir, el algoritmo tiene una **complejidad O(exp(n))**

Pero no siempre estamos *en el peor caso*

Por eso, la **codificación**, los **algoritmos de resolución** (y las **heurísticas**) usadas para resolver un determinado problema pueden **afectar considerablemente su resolución**. Veamos un ejemplo.

Pigeon-Hole Principle: PHP(n,k)

n pigeons:

k holes:

1	2	3	...	k

Asignar cada paloma a un palomar de forma que todo palomar tiene como máximo una paloma asignada

Es fácil ver que si n <= k, entonces se puede satisfacer el problema (da igual con qué asignación). En cambio si n > k, entonces el problema es insatisfactible

Veamos dos **CODIFICACIONES** de PHP(n,k) para cualquier n,k>0

Variables (en ambas codificaciones):

- n*k variables Booleanas:
- x(i,j) representa que la paloma "i" está en el palomar "j"

Codificación SAT:

- Toda paloma está en al menos un palomar:
  $x(i,1) \lor x(i,2) \lor \ldots \lor x(i,k)$. para toda paloma "i"
- Toda paloma está como máximo en un palomar, es decir, si una paloma está en un palomar, no está en otro
  x(i,j) -> !x(i,j'). para toda paloma "i" y palomares " j != j' "

Codificación PB:

- Toda paloma está en al menos un palomar:
  $x(i,1) + x(i,2) + \ldots + x(i,k) >= 1$. para toda paloma "i"
- Todo palomar tiene como máximo una paloma:
  $x(1,j) + x(2,j) + \ldots + x(n,j) <= 1$. para todo palomar "j"

¿Cuánto se tarda en resolver estas dos fórmulas?

	PHP (n+1 , n)	
n	**SAT**	**PB**
6	0.005277 s	0.004187 s
7	0.055557 s	0.005532 s
8	1.088930 s	0.006287 s
9	6.283010 s	0.007432 s
10	**99.242400 s**	0.008916 s
	…	
100	?	0.128000 s
200	?	1.052000 s
300	?	3.760000 s
400	?	9.160000 s
500	?	**18.468000 s**

Se sabe que la codificación **SAT** es **O(exp(n))** mientras que la codificación **PB** es **O(n)**

¿Y **cómo elegir** la codificación y el algoritmo de resolución adecuados para un determinado problema?

No existe una respuesta "universal", cada problema es un mundo…

Actualmente, existe una amplia comunidad científica trabajando en problemas de satisfacción de restricciones, tanto para mejorar la eficiencia de los algoritmos de resolución, incluyendo las heurísticas, así como para mejorar las codificaciones de los problemas

Sin embargo, existen **técnicas generales** con las que podemos resolver razonablemente bien un gran número de CSP…

¿Qué veremos en esta práctica?

Codificar problemas usando un lenguaje de CP

→ Los resolveremos usando CP solvers (y sus correspondientes heurísticas) como "caja negra" (*black box*)
→ Una de las claves está en encontrar una **buena representación del problema** (variables) que nos permitan fácilmente expresar las restricciones
→ Además, una buena representación nos permitirá que el CP solver sea capaz de resolver el problema **más eficientemente**

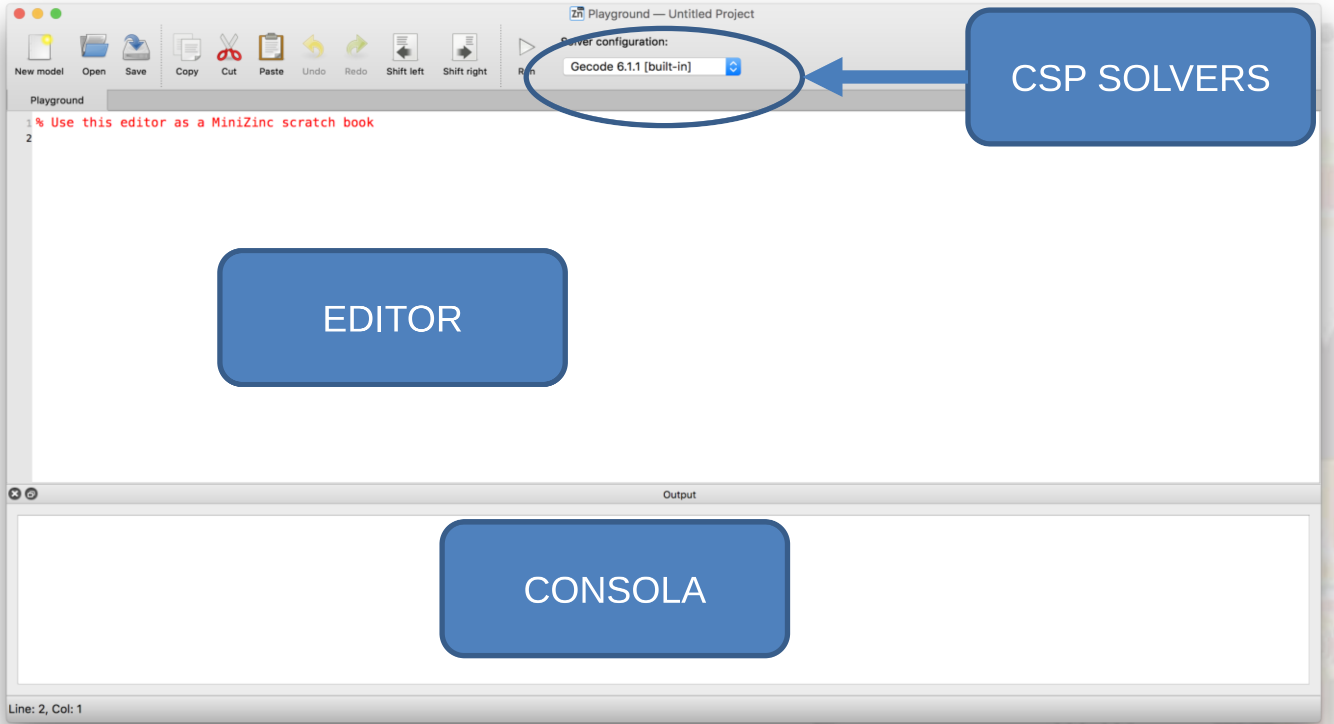
¿Qué **NO** veremos en esta práctica?

Algoritmos de resolución (búsqueda) y **heurísticas** como "caja blanca" (*white box*)

→ En CSP/COP **complejos**, estos conocimientos ayudan a elegir la codificación y algoritmos de resolución más eficientes

En esta práctica usaremos **MiniZinc**: https://www.minizinc.org/

MiniZinc es un **lenguaje de modelado de restricciones** gratuito y open-source. Su distribución es multiplataforma (Win, Linux, OSX) e incluye un IDE con un editor de CSP y una batería de CSP solvers (ampliable) para resolverlos



Tutorial de MiniZinc en https://www.minizinc.org/doc-2.4.3/en/index.html

La distribución de MiniZinc se puede encontrar en:
https://www.minizinc.org/software.html

Instalaremos la distribución apropiada a nuestro SO (se recomienda instalar el "Bundled Binary Package")

Crearemos nuestro **primer problema CSP**:

```
% Definición de variables:
var int: x;
var int: y;
% Definición de restricciones:
constraint x > 0;
constraint y > 0;
constraint x > y;
% Indica que es un CSP (podría ser un COP)
solve satisfy;
```

p.ej. solve minimize x + y;

Ejecutamos con el botón "**Run**" (podemos usar el CSP solver por defecto, normalmente Gecode), y ver el resultado en la **Consola**

Playground — Untitled Project

New model | Open | Save | Copy | Cut | Paste | Undo | Redo | Shift left | Shift right | Run

Solver configuration: Gecode 6.1.1 [built-

Playground *

```
% Definición de variables:
var int: x;
var int: y;
% Definición de restricciones:
constraint x > 0;
constraint y > 0;
constraint x > y;
% Indica que es un CSP (podría ser un COP)
solve satisfy;


```

Output

```
Compiling untitled_model.mzn
Running untitled_model.mzn
x = 2;
y = 1;
----------
Finished in 307msec
```

Line: 10, Col: 1 307msec

```
% ESTRUCTURA GENERAL DE UN CSP EN MINIZINC

% 1. Definición de variables y constantes:
var int : x;
var -1..1 : y;
int : z = 6;

% 2. Definición de restricciones:
constraint x > 0 /\ y > 0;
constraint x > y;
constraint x > z;

% 3. Definición del problema. Para CSP usar:
solve satisfy;

% 4. Definición del output (opcional)
output ["x=\(x)\n y=\(y)"];
```

Enteros en [-1, 1]

Playground — Untitled Project

New model | Open | Save | Copy | Cut | Paste | Undo | Redo | Shift left | Shift right | Run

Solver configuration: Gecode 6.1.1 [built-

Playground *

```
% 1. Definición de variables y constantes:
var int : x;
var -1..1 : y;
int : z = 6;
% 2. Definición de restricciones:
constraint x > 0 /\ y > 0;
constraint x > y;
constraint x > z;
% 3. Definición del problema. Para CSP usar:
solve satisfy;
% 4. Definición del output (opcional)
output ["x=\(x)\ny=\(y)"];
```

Output

```
Compiling untitled_model.mzn
Running untitled_model.mzn
x=7
y=1
----------
Finished in 91msec
```

Line: 1, Col: 1 | 91msec

% Las variables son aquellas para las que el CSP solver va a buscar valores dentro de sus dominios y respetando las restricciones

```
% La definición de toda variable comienza por "var"
% seguida por su dominio y su nombre o identificador:
var int : x;
var -1..1 : y;
% Un dominio puede ser:
%     * Un tipo primitivo (int, float o bool)
%     * Un intervalo (para int: "a .. b"; para float: "a.x .. b.y", p.ej. 0.0 .. 10.0)
%     * Un conjunto previamente definido ("set of"):
set of int: values1 = -1..1;
var values1: y2;

set of int: values2 = {-1,0,1};
var values2: y3;
```

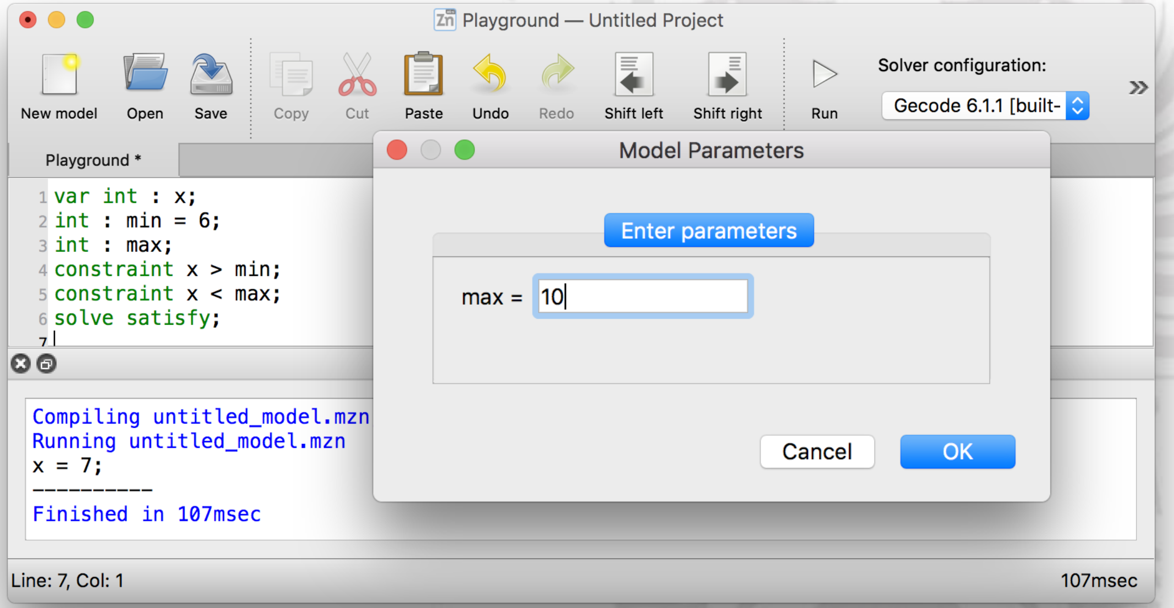
% Las constantes son datos del problema que participan en las restricciones del problema pero cuyos valores son fijos

% Se definen igual que las variables pero sin la palabra reservada "var". También se puede declarar su valor:

```
int : z1;
int : z2 = 6;
```

% Si no se define su valor, éste será preguntado antes de comenzar la ejecución. Ejemplo:

```
var int : x;
int : min = 6;
int : max;
constraint x > min;
constraint x < max;
solve satisfy;
```

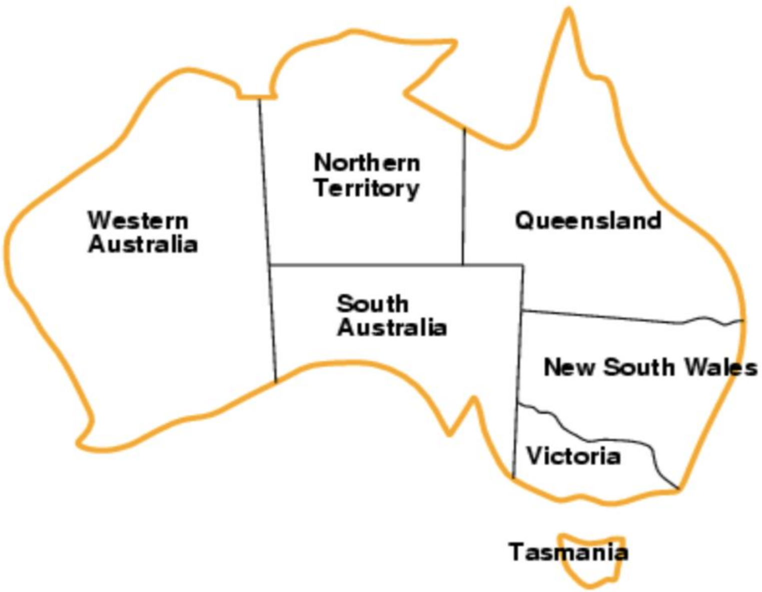


```
% La definición de una restricción comienza por “constraint”
% Se pueden usar los operadores lógicos/aritméticos habituales:
%  <= , < , == , != , > , >=
%  +   ,  -  ,  * . División entera “a div b”. Resto “a mod b”
%  AND: “/\”    OR: “\/”     IF: “->”     IFF: “<->”

% Ejemplo:
var 1..3: WA; var 1..3: NT; var 1..3: SA; var 1..3: Q;
var 1..3: NSW; var 1..3: V; var 1..3: T;

constraint WA != NT /\ WA != SA ;
constraint NT != SA /\ NT != Q ;
constraint Q != NSW ;
constraint NSW != V ;
constraint SA != Q ;
constraint SA != NSW /\ SA != V ;

solve satisfy;
```



Playground — Untitled Project

New model | Open | Save | Copy | Cut | Paste | Undo | Redo | Shift left | Shift right | Run

Solver configuration: Gecode 6.1.1 [built-

Playground *

```
var 1..3: WA; var 1..3: NT; var 1..3: SA; var 1..3: Q;
var 1..3: NSW; var 1..3: V; var 1..3: T;

constraint WA != NT /\ WA != SA ;
constraint NT != SA /\ NT != Q ;
constraint Q != NSW ;
constraint NSW != V ;
constraint SA != Q /\ SA != NSW /\ SA != V ;

solve satisfy;
```

Output

```
Compiling untitled_model.mzn
Running untitled_model.mzn
WA = 3;
NT = 2;
SA = 1;
Q = 3;
NSW = 2;
V = 3;
T = 1;
----------
Finished in 99msec
```

Line: 11, Col: 1 99msec

% Una forma muy útil de definir variables es mediante *arrays*, los cuales son a menudo el input de algunas restricciones globales

% Un vector (unidimensional) se define como:

```
array [<set-of-int>] of var <type>: <identifier>;
```

% donde <set-of-int> identifica las posiciones del *array* y puede ser cualquier conjunto de enteros (también negativos). Ejemplo:

```
array [1..7] of var 1..3: regiones;

constraint regiones[1] != regiones[2] /\ regiones[1] != regiones[3];
constraint regiones[2] != regiones[3] /\ regiones[2] != regiones[4];
constraint regiones[4] != regiones[5];
constraint regiones[5] != regiones[6] ;
constraint regiones[3] != regiones[4] /\ regiones[3] != regiones[5]
/\ regiones[3] != regiones[6] ;

solve satisfy;
output ["region \(i) = \(regiones[i]) \n" | i in 1..7];
```

% El conjunto de posiciones puede ser cualquier (pero cuidado cuando se accede a él!):

```
array [1..7] of var 1..3: regiones;
        output ["\(regiones[i]) " | i in 1..7];
array [10..16] of var 1..3: regiones;
        output ["\(regiones[i]) " | i in 10..16];
array [-10..-4] of var 1..3: regiones;
        output ["\(regiones[i]) " | i in -10..-4];
```

% Para evitarlo se pueden definir "sets"

```
set of int: POS = 1..7;
set of int: VALUES = 1..3;
array [POS] of var VALUES: regiones;
output ["\(regiones[i]) " | i in POS];
```

```
% También se pueden definir arrays de constantes
%     (sin la palabra "var"):
set of int: POS = 1..7;
set of int: VALUES = 1..3;
array [POS] of var VALUES: regiones;
array[POS] of string: strRegiones =
        ["WA","NT", "SA", "Q", "NSW", "V", "T"];
constraint regiones[1] != regiones[2] /\ regiones[1] != regiones[3] ;
constraint regiones[2] != regiones[3] /\ regiones[2] != regiones[4] ;
constraint regiones[4] != regiones[5] ;
constraint regiones[5] != regiones[6] ;
constraint regiones[3] != regiones[4] ;
constraint regiones[3] != regiones[5] /\ regiones[3] != regiones[6] ;
output ["\(strRegiones[i]) = \(regiones[i])\n" | i in POS];
```

% Para definir un array multidimensional únicamente tenemos que
% definir los tamaños de cada dimension:

```
set of int: XPOS = 1..5;
set of int: YPOS = 1..3;
array [XPOS,YPOS] of var 0..9: grid;
% Grid de 5 filas, 3 columnas, con valores del 0 al 9:
```

grid	y=1	y=2	y=3
x=1	var 0..9	var 0..9	var 0..9
x=2	var 0..9	var 0..9	var 0..9
x=3	var 0..9	var 0..9	var 0..9
x=4	var 0..9	var 0..9	var 0..9
x=5	var 0..9	var 0..9	var 0..9

% A menudo, es común usar restricciones globales, definidas por el usuario o predefinidas en librerías. Las más comunes son:

```
include "globals.mzn";
constraint all_different(<array>); % array unidimensional !
constraint forall(<set>)(<restricción>);
```

$a \rightarrow b \equiv \neg a \vee b$

i != j → digitos[i] != digitos[j]

% Por ejemplo:

```
array[0..9] of var 0..9: digitos;
constraint all_different(digitos);
constraint forall(i,j in 0..9)(i==j \/ digitos[i] != digitos[j]);
```

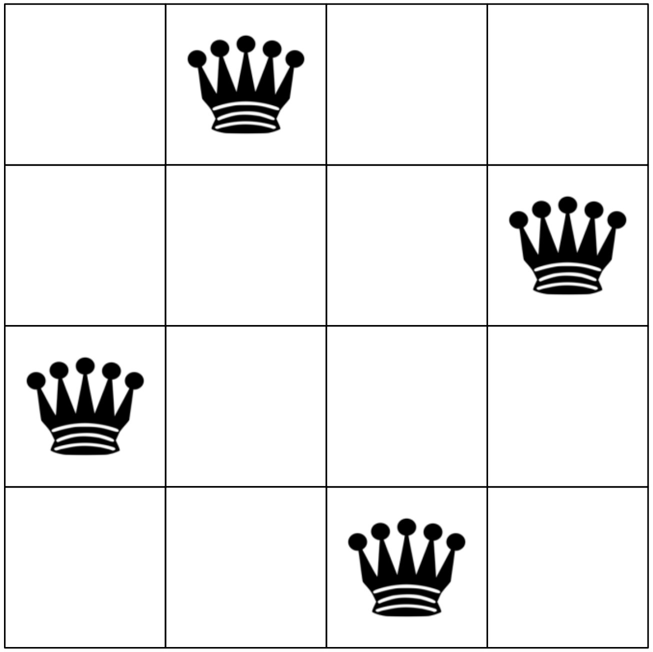
% Los array multidimensionales se tienen que transformar en unidimensionales:

```
array[1..3,1..3] of var 1..9: grid;
constraint all_different( [ grid[i,j] | i,j in 1..3 ] );
```

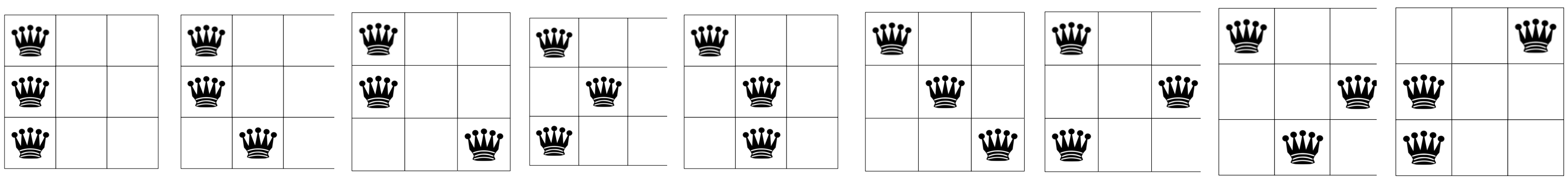
Problema de las N-Reinas

Problema: Posicionar N reinas en un tablero NxN de forma que ningún par de reinas se ataque mutuamente.

Ejemplo: 4-reinas



Problema de las N-Reinas

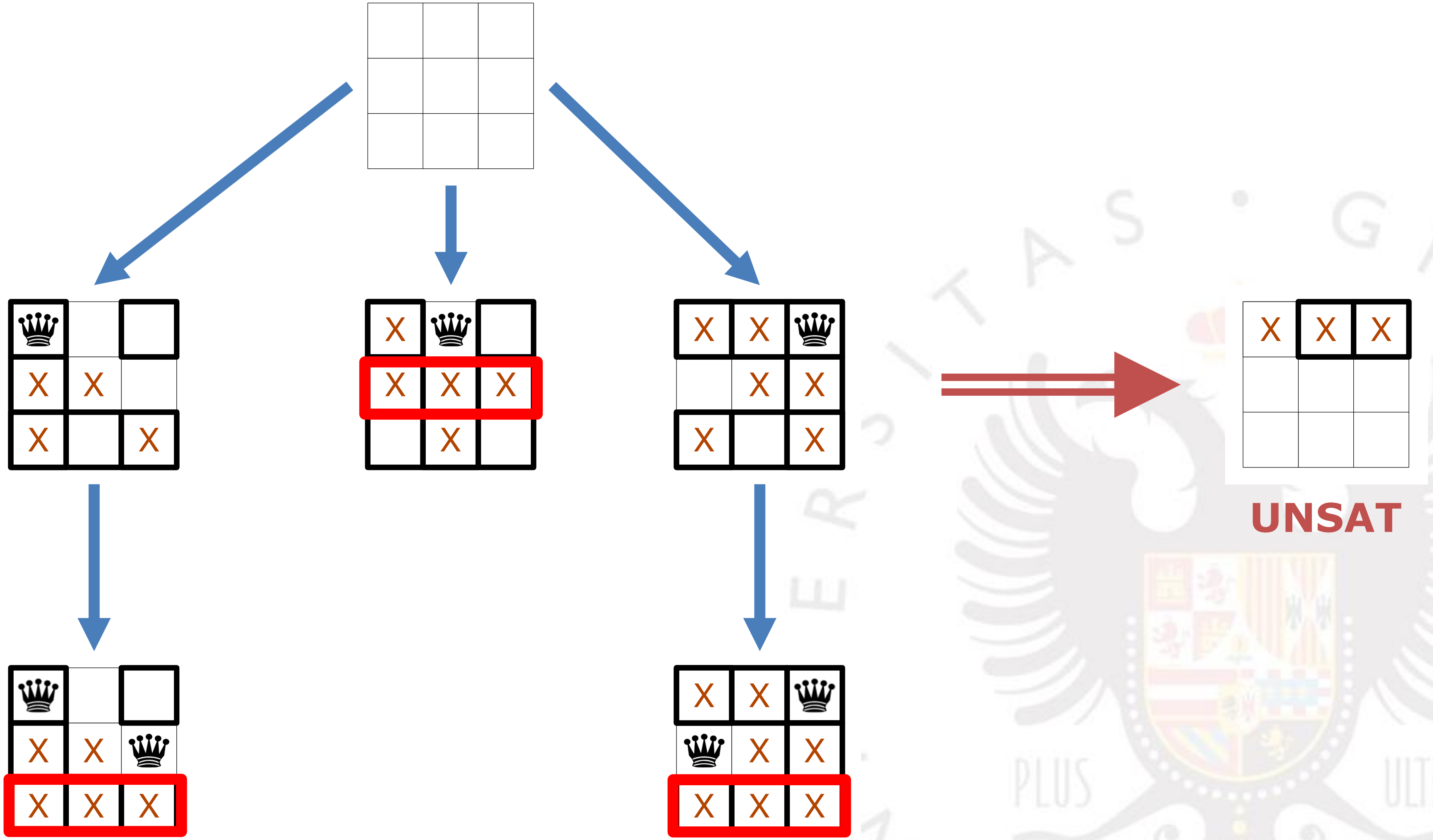


…

N	#configuraciones
3	27
4	256
8	16.777.216
16	18.446.744.073.709.551.616
…	…

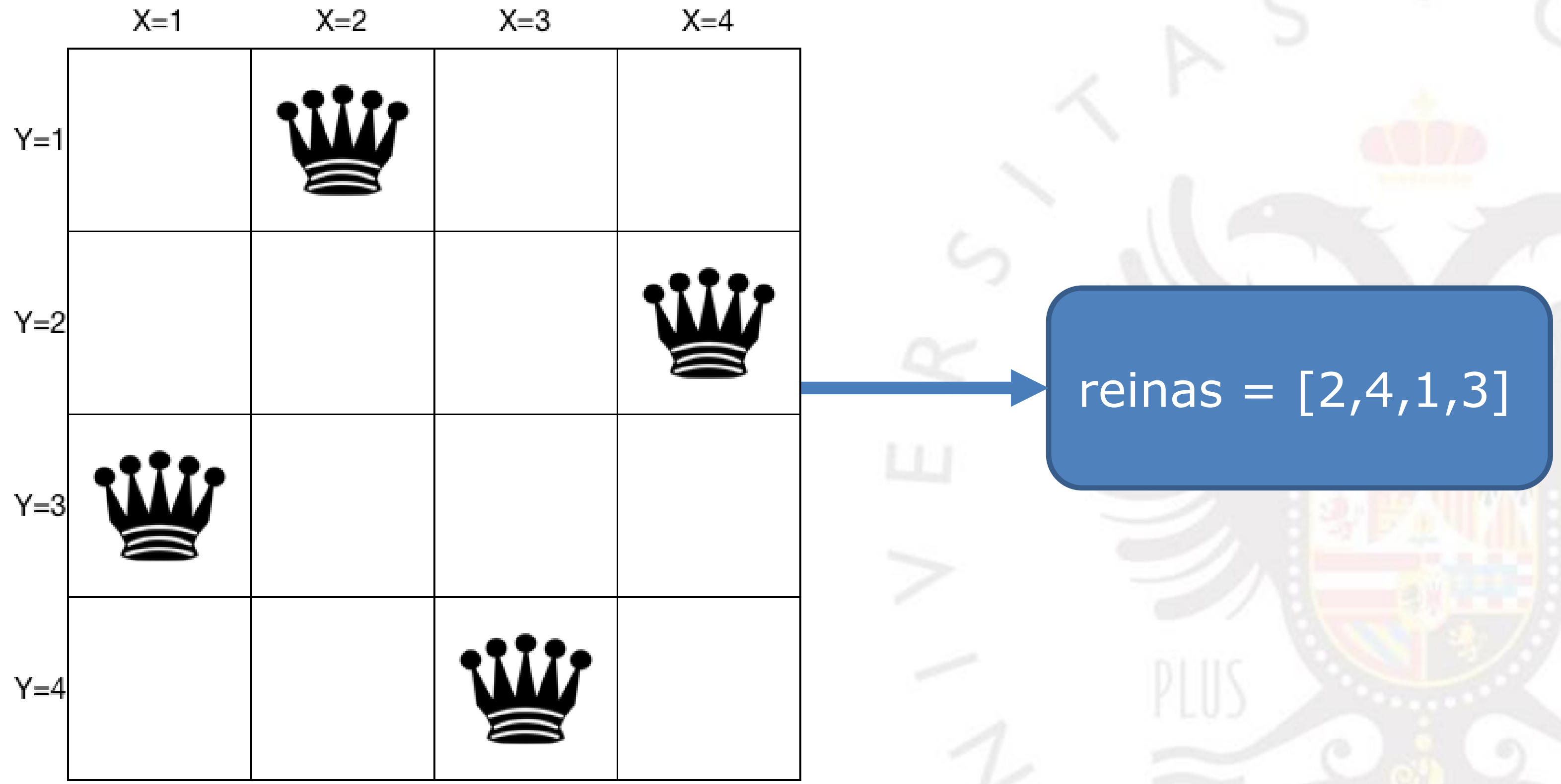
No se pueden explorar todas ellas por fuerza bruta.
Hace falta **búsqueda**!

Problema de las N-Reinas



```
% Ejemplo: N-Reinas:
include “globals.mzn”;

int: n;
array [1..n] of var 1..n: reinas;
```

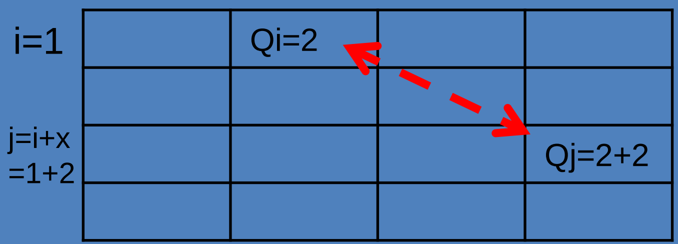


```
% Ataques en misma fila: no hay (cada reina ya está en filas
%      distintas gracias al modelado del problema)
constraint alldifferent(reinas);                     % Ataques en columnas
constraint alldifferent([reinas[i] + i | i in 1..n]); % Ataques en diag. princ.
constraint alldifferent([reinas[i]  - i | i in 1..n]); % Ataques en diag. sec.

solve satisfy;
output [ if fix(reinas[j]) == i then "Q" else "." endif ++
          if j == n then "\n" else "" endif | i,j in 1..n];
```

Para las **diagonales**:

Si una reina en la fila i está en la posición Qi, entonces en la fila j=i+x la reina NO puede estar en la posición Qi+x. Generalizando tenemos:
| Qj – Qi | != | i – j | (para cualquier par i,j)



Eliminando los valores absolutos tenemos:
Qj – j != Qi – i   (diagonal principal)
Qj + j != Qi + i   (diagonal secundaria)

4-3 != 2-1 ✗ diagonal principal
4+3 != 2+1 ✓ diagonal secundaria

```
% Estas restricciones globales se pueden combinar con otras
% funciones típicas (suma, contar, etc…):
sum(<POS>) ( <array> )
count(<array>,<value>)
…

% Ejemplo:
include "globals.mzn";
% Array con 10 posiciones con números del 0 al 20
array[0..9] of var 0..20: myarray;
% All different:
constraint forall(i in 0..20)(count(myarray,i)<=1);
% La suma de la primera mitad igual a la suma de la segunda mitad
constraint sum(i in 0..4)(myarray[i]) ==
               sum(i in 5..9)(myarray[i]);
solve satisfy;
```

Problema del cuadrado mágico

Problema: Dado un tablero NxN, posicionar los números entre 1 y N^2 de forma que todos ellos sean distintos y que todas las sumas por filas, columnas y diagonales principales sean iguales (esta suma se conoce como "suma mágica").

Ejemplo: Cuadrado mágico de tamaño 4
(suma mágica = 34)

9	6	11	8
5	10	7	12
4	3	14	13
16	15	2	1

```
include ”globals.mzn”;
int: n;
set of int: S = 1..n; % size
set of int : N = 1 .. n*n; % numbers
array[S, S] of var N: magic;
var int: ms; % magic sum

% Todos los números distintos
constraint alldifferent( [ magic[fila,col] | fila,col in S ] );
% Suma mágica en filas y columnas
constraint forall(fila in S)(sum(col in S) (magic[fila,col]) == ms);
constraint forall(col in S) (sum(fila in S) (magic[fila,col]) == ms);
% Suma mágica en diagonales
constraint sum(fila in S)(magic[fila,fila]) == ms;
constraint sum(fila in S) (magic[fila, n-fila+1]) == ms;

solve satisfy;
```

```
% Ejemplo: Sudoku
include "globals.mzn";
int: S = 3; int: N = S * S;
set of int: RangoPuzzle = 1..N; set of int: RangoCuadrado = 1..S;
array[RangoPuzzle, RangoPuzzle] of var RangoPuzzle: puzzle;
% Todos diferentes por filas
constraint forall (i in RangoPuzzle)
        ( alldifferent( [ puzzle[i,j] | j in RangoPuzzle ]) );
% Todos diferents por columnas
constraint forall (j in RangoPuzzle)
        ( alldifferent( [ puzzle[i,j] | i in RangoPuzzle ]) );
%  (continua)
```

```
% int: S = 3; int: N = S * S;
% set of int: RangoPuzzle = 1..N; set of int: RangoCuadrado = 1..S;

%Todos diferentes en cada cuadrado
constraint forall (a, o in RangoCuadrado)
        ( alldifferent( [ puzzle[S*(a-1)+x , S*(o-1)+y]
                  | x, y in RangoCuadrado ] ) );
```

Cada cuadrado 3x3 se puede ver como una “celda” con coordenadas a,o en un grid 3x3 (con a,o en 1..3)

Las 9 celdas de ese cuadrado son:
Filas: S*(a-1)+x
Columnas: S*(o-1)+y
(con x,y en 1..3)

```
solve satisfy;
output [ "\(puzzle[i,j]) " ++
          if i == N then "\n" else "" endif | j,i in 1..N];
```

- La práctica consiste en realizar la codificación de 10 problemas de satisfacción de restricciones (ver enunciado de la práctica)
- Cada problema tiene una puntuación máxima de un punto:
  - **0.5 puntos** si la solución es **correcta y completa** (las soluciones que da son correctas y no da ninguna solución incorrecta)
  - **0.5 puntos** referente a la **documentación** del ejercicio, donde se explique y justifique la solución elegida, se comenten las variables y restricciones usadas, y cualquier otro aspecto referente a la presentación
- La entrega consistirá en un **fichero ZIP** que contenga una **memoria** de la práctica y 10 ficheros correspondientes al **código MiniZinc** de cada ejercicio
- Los ejercicios que tengan **errores sintácticos en MiniZinc automáticamente califican con 0 (cero) puntos**, independientemente de la documentación entregada para ese ejercicio

Fecha de entrega: 3 de mayo de 2020 14:00

UNIVERSIDAD DE GRANADA

DECSAI

Técnicas de los Sistemas Inteligentes

Grado en Ingeniería Informática

Curso 2019-20. Seminario 2
Satisfacción de Restricciones

Jesús Giráldez Crú, Pablo Mesejo Santiago y José Ángel Segura Muros
{jgiraldez,pmesejo,josesegmur}@decsai.ugr.es

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
http://decsai.ugr.es