СПЕКТР КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ:
побочные составляющие и фазовые шумы

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- $\mathcal{L}(F) = \frac{S_\varphi(F)}{2}$
- Приведение СПМ ФШ на частоте колебания $f_\text{А}$ к СПМ ФШ на частоте колебания $f_\text{Б}$:

$$S_{\varphi\text{А}} \to S_{\varphi\text{А}} + 20\lg\frac{f_\text{Б}}{f_\text{А}}$$

СОКРАЩЕНИЯ

- АМ – амплитудно-модулированный
- АШ – **а**мплитудный **ш**ум
- ГУН – (авто)**Г**енератор, **У**правляемый (по частоте) **Н**апряжением
- ДБС – двойной балансный смеситель
- дБ**н** – относительный уровень мощности в децибелах относительно **н**есущей
- ПС – побочная составляющая (в спектре); в ГОСТе: *побочное* колебание
- ПЧ – промежуточная частота
- РЧ – радиочастота
- СПМ – **с**пектральная **п**лотность **м**ощности
- ФАПЧ – фазовая автоподстройка частоты
- ФД – фазовый детектор
- ФМ – фазово-модулированный
- ФШ – **ф**азовый **ш**ум

ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $f_\textbf{вх}$ – частота входного колебания
- $f_\textbf{ПЧ}$ – промежуточная частота
- $f_\textbf{РЧ}$ – радиочастота
- $f_\text{Г}$ – частота гетеродина
- F или $F_\text{отс}$ – частота отстройки от несущей (или отстройка)
- $\{n; m\}$ – побочная составляющая с частотой $|nf_\text{Г} + mf_\text{вх}|$ $(n, m \in \mathbb{Z}, n \geqslant 0)$
- $\alpha \| \beta = \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$
- $S_\varphi(F)$ – СПМ ФШ
- $\mathcal{L}(F)$ – СПМ ФШ

1 Двойной балансный смеситель. Побочные составляющие

1.1 Спектр выходного колебания

В общем случае в спектре на выходе двойного балансного смесителя (ДБС) содержатся колебания с *комбинационными частотами* $|nf_{\Gamma} + mf_{\text{вх}}|$ $(n, m \in \mathbb{Z}, n \geqslant 0)$ (такие колебания будем обозначать парой чисел $\{n; m\}$). $f_{\text{вх}}$ может быть $f_{\text{РЧ}}$ либо $f_{\text{ПЧ}}$ в зависимости от схемы включения ДБС (Рисунок 1).

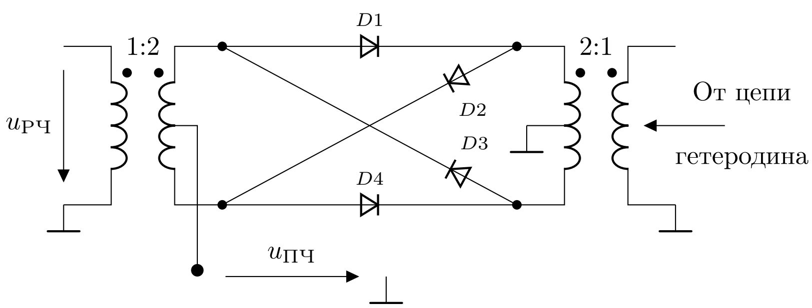

Рисунок 1 – Двойной балансный смеситель

В практике ДБС разрабатывают и применяют, стремясь удовлетворить следующим требованиям:

- симметричные половины вторичных обмоток трансформаторов;
- одинаковые диоды;
- отсутствие потерь в трансформаторах и диодах;
- мгновенное переключение диодов током гетеродина из короткозамкнутого состояния в разомкнутое и обратно;
- частотно независимые действительные импедансы генераторов и нагрузок.

Выходное напряжение $u_{\text{вых}}(t)$ такого устройства получается произведением входного напряжения $u_{\text{вх}}(t)$ на функцию переключения $\Pi(t)$:

$$u_{\text{вых}}(t) = u_{\text{вх}}(t)\,\Pi(t), \tag{1.1}$$

где

$$\Pi(t) = \operatorname{sgn}(\cos\omega_{\Gamma}t) = \sum_{\substack{n=1 \\ (n-\text{нечет})}}^{\infty} A_n \cos n\omega_{\Gamma}t, \tag{1.2}$$

где $A_n = \frac{4}{n\pi}(-1)^{\frac{n-1}{2}}$.

При $u_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}}\cos\omega_{\text{вх}}t$ в спектре $u_{\text{вых}}(t)$ содержатся колебания **не всех** комбинационных частот $\{n; m\}$, а только $\{n; \pm1\}$, где n – нечётное:

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{2}{\pi}U_{\text{вх}}\left(\cos(\omega_{\Gamma} - \omega_{\text{вх}})t + \cos(\omega_{\Gamma} + \omega_{\text{вх}})t\right) - \frac{2}{3\pi}U_{\text{вх}}\left(\cos(3\omega_{\Gamma} - \omega_{\text{вх}})t + \cos(3\omega_{\Gamma} + \omega_{\text{вх}})t\right) + ...$$

1.2 Относительный уровень составляющих спектра

Одно из колебаний в спектре считают полезным (чаще всего колебание, у которого $n = |m| = 1$) и называют **несущей** (carrier). Остальные колебания называют *побочными* колебаниями или побочными составляющими (ПС). ПС характеризуют уровнем её мощности $P_{\text{пбч}}$ относительно мощности несущей $P_{\text{нес}}$. Практически всегда относительный уровень мощности выражается в децибелах

$$10\lg\left(\frac{P_{\text{пбч}}}{P_{\text{нес}}}\right) \tag{1.3}$$

Отсюда наименование единицы измерения такой величины: дБн (децибелы относительно несущей; dBc в англоязычной литературе).

Для модели из п. 1.1 уровни побочных колебаний $\{n; \pm 1\}$ равны

$$-10 \lg n^2 = -20 \lg n \tag{1.4}$$

2 Двойной балансный смеситель: уточнённая модель

2.1 Влияние входного напряжения на переключение диодов

Одно из допущений п. 1.1 предполагало мгновенное переключение диодов током гетеродина из короткозамкнутого состояния в разомкнутое и наоборот. Такие переключения происходили, когда напряжение гетеродина меняло знак. Но наличие ненулевого $u_{\text{вх}}(t)$ приведёт к отклонению от такого закона переключения, и, следовательно, к изменению вида $\Pi(t)$. При этом для обсуждения удобно переписать (1.2) в виде

$$\Pi(t) = \Pi_+(t) + \Pi_-(t), \tag{2.1}$$

где $\Pi_+(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sgn}(\cos\omega_\Gamma t)$, $\Pi_-(t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sgn}(\cos\omega_\Gamma t)$.

Рассмотрим эффект от влияния $u_{\text{вх}}(t)$ на примере преобразования частоты вверх, то есть когда $u_{\text{вх}}(t)$=$u_{\Pi\text{Ч}}(t)$, считая, что $u_{\Pi\text{Ч}}(t)$ мало по сравнению с амплитудой напряжения гетеродина U_Γ. Наличие $u_{\Pi\text{Ч}}(t) \neq 0$ приводит к тому, что при каждом переключении один диод из каждой пары на время $\Delta t \approx \frac{|u_{\Pi\text{Ч}}(t)|}{2\pi f_\Gamma U_\Gamma}$ будет закрыт до и на Δt после момента изменения знака напряжения гетеродина. Это приведёт к тому, что в окрестности точки переключения напряжение $u_{\text{вых}}(t)$ будет оставаться равным нулю в течение $2\Delta t$. Тогда если, например, для $\Pi_+(t)$ это равносильно фазовому сдвигу на $\varphi(t) = \frac{|u_{\Pi\text{Ч}}(t)|}{U_\Gamma}$, то для $\Pi_-(t)$ – наоборот, сдвигу на $-\varphi(t)$. То есть $\Pi_+(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sgn}(\cos(\omega_\Gamma t + \varphi(t)))$, а $\Pi_-(t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sgn}(\cos(\omega_\Gamma t - \varphi(t)))$. Эти функции описываются с помощью рядов вида (1.2) с заменой $\omega_\Gamma t$ на $\omega_\Gamma t \pm \varphi(t)$. Эти ряды содержат члены вида $A_n \cos(n(\omega_\Gamma t \pm \varphi(t)))$. Каждый такой член разлагается на два слагаемых:

$$A_n \cos(n(\omega_\Gamma t \pm \varphi(t))) = A_n \cos(n\omega_\Gamma t)\cos(\pm n\varphi(t)) - A_n \sin(n\omega_\Gamma t)\sin(\pm n\varphi(t)).$$

Первое слагаемое содержит сомножитель $\cos(\pm n\varphi(t))$, который можно переписать в виде $\cos\left(n\frac{u_{\Pi\text{Ч}}(t)}{U_\Gamma}\right)$, поскольку косинус – чётная функция, её значение не зависит от знака аргумента. Второе слагаемое содержит сомножитель $\sin(\pm n\varphi(t))$, который можно записать в виде $\pm\sin(n\varphi(t))$, поскольку синус – нечётная функция. Следовательно, при почленном суммировании рядов, представляющих $\Pi_+(t)$ и $\Pi_-(t)$, слагаемые первого вида просуммируются, а второго вида – исчезнут, то есть

$$\Pi(t) = \Pi_+(t) + \Pi_-(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ (n-\text{нечет})}}^{\infty} A_n \cos(n\omega_\Gamma t)\cos\left(n\frac{u_{\Pi\text{Ч}}(t)}{U_\Gamma}\right). \tag{2.2}$$

Само уравнение для $u_{\text{вых}}(t)$ остаётся тем же по форме: $u_{\text{вых}}(t) = u_{\Pi\text{Ч}}(t)\,\Pi(t)$.

2.2 Функции Бесселя

При рассмотрении воздействия на ДБС входных синусоидальных колебаний вида $\varepsilon\sin x$ удобно пользоваться соотношением

$$\cos(\varepsilon\sin x) = J_0(\varepsilon) + 2\sum_{\substack{k=2 \\ (k-\text{чет})}}^{\infty} J_k(\varepsilon)\cos kx, \tag{2.3}$$

где $J_k(\varepsilon) = \sum\limits_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{l!(k+l)!}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{k+2l}$ – функция Бесселя 1-го рода k-го порядка.

Поскольку в задачах, связанных с ДБС, часто $\varepsilon < 1$, на практике часто достаточно пользоваться только первыми членами ряда Тейлора:

$$J_0(\varepsilon) \approx 1$$
$$J_1(\varepsilon) \approx \tfrac{\varepsilon}{2}$$
$$J_2(\varepsilon) \approx \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\varepsilon}{2}\right)^2$$
$$\ldots$$
$$J_k(\varepsilon) = \tfrac{1}{k!}\left(\tfrac{\varepsilon}{2}\right)^k.$$

Из этих соотношений также видно, что значения этих функций быстро убывают с ростом k.

2.3 Спектр при преобразовании вверх: $u_{\text{вх}}(t) = u_{\text{ПЧ}}(t)$

Пусть $u_{\text{ПЧ}}(t) = U_{\text{ПЧ}} \sin \omega_{\text{ПЧ}} t$, а $\varepsilon = \frac{U_{\text{ПЧ}}}{U_{\Gamma}}$ (если колебания ПЧ и гетеродина поступают от генераторов с одинаковыми внутренними сопротивлениями, то отношение их мощностей ε^2). Тогда

$$\Pi(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ (n-\text{нечет})}}^{\infty} A_n \cos(n\omega_{\Gamma} t) \cos(n\varepsilon \sin \omega_{\text{ПЧ}} t) . \tag{2.4}$$

Пользуясь (2.3), рассмотрим сначала спектральные составляющие, порождаемые первым членом этой суммы $A_1 \cos(\omega_{\Gamma} t) \cos(\varepsilon \sin \omega_{\text{ПЧ}} t)$:

$$J_0(\varepsilon) A_1 \cos(\omega_{\Gamma} t) + \sum_{\substack{k=2 \\ (k-\text{чет})}}^{\infty} J_k(\varepsilon) A_1 \cos((\omega_{\Gamma} - k\omega_{\text{ПЧ}}) t) + \sum_{\substack{k=2 \\ (k-\text{чет})}}^{\infty} J_k(\varepsilon) A_1 \cos((\omega_{\Gamma} + k\omega_{\text{ПЧ}}) t) .$$

Каждый член этой суммы умножим на $U_{\text{ПЧ}} \sin \omega_{\text{ПЧ}} t$ и выпишем только получившиеся составляющие и их амплитуды:

$$\begin{array}{lllll}
k = 0: & \{1, \pm 1\} & \frac{J_0(\varepsilon)|A_1|}{2} U_{\text{ПЧ}} & & \\
k = 2: & \{1, \pm 3\} & \frac{J_2(\varepsilon)|A_1|}{2} U_{\text{ПЧ}}; & \{1, \pm 1\} & \frac{J_2(\varepsilon)|A_1|}{2} U_{\text{ПЧ}} \\
k = 4: & \{1, \pm 5\} & \frac{J_4(\varepsilon)|A_1|}{2} U_{\text{ПЧ}}; & \{1, \pm 3\} & \frac{J_4(\varepsilon)|A_1|}{2} U_{\text{ПЧ}} \\
k = ...: & ... & ...; & ... & ...
\end{array}$$

Как видно, в каждой последующей строке есть та же составляющая, что и в предыдущей, но с амплитудой в $\frac{J_{k+2}(\varepsilon)}{J_k(\varepsilon)}$ раз меньше. Точное вычисление результирующей амплитуды каждой составляющей потребовало бы учёта обоих слагаемых, но поскольку функции Бесселя имеют значения резко убывающие с ростом k, то достаточно учесть только слагаемое, соответствующее наименьшему k. Также поскольку в первую очередь интересны относительные уровни составляющих, пронормируем все амплитуды к общему сомножителю $\frac{|A_1|}{2} U_{\text{ПЧ}}$:

$$\begin{array}{lll}
k = 0: & \{1, \pm 1\} & J_0(\varepsilon) \\
k = 2: & \{1, \pm 3\} & J_2(\varepsilon) \\
k = 4: & \{1, \pm 5\} & J_4(\varepsilon) \\
k = ...: & ... & ....
\end{array}$$

Распространив рассуждения, применённые к первому члену ряда (2.4), на остальные члены, получим, что при преобразовании частоты вверх относительные уровни *амплитуд* составляющих $\{n, \pm m\}$ равны $\frac{1}{n} \frac{J_{|m|-1}(n\varepsilon)}{J_0(n\varepsilon)}$ для нечётных $n, |m|$, и нулю – для чётных. Если аппроксимировать функции Бесселя первыми членами ряда Тейлора, то относительные уровни *амплитуд* составляющих $\{n, \pm 3\}$ для нечётных n будут приблизительно равны

$$\frac{n}{8} \varepsilon^2 .$$

2.4 Спектр в других случаях

Выражение для записи фазового сдвига $\frac{|u_{\text{ПЧ}}(t)|}{U_{\Gamma}}$ было при произвольном допущении $u_{\text{вх}}(t) = u_{\text{ПЧ}}(t)$. Но полученные выше результаты могут быть распространены на случай, когда $u_{\text{вх}}(t)$ – колебание произвольной частоты $f_{\text{вх}}$. Тогда модуляция фазы будет происходить не с частотой $f_{\text{ПЧ}}$, а с частотой $|kf_{\Gamma} - f_{\text{вх}}|$, причём $k \in \mathbb{Z}, k \geqslant 0$ таково, что $|kf_{\Gamma} - f_{\text{вх}}| < \frac{f_{\Gamma}}{2}$.

3 Фазовый шум

3.1 Квазигармоническое колебание

Для описания спектра источника колебаний вблизи частоты колебаний вводится понятие квазигармонического колнбания, описываемого выражением

$$u(t) = U_0 (1 + a(t)) \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)), \tag{3.1}$$

гдеU_0 – среднее значение амплитуды колебания, f_0 – среднее значение частоты колебания, $\varphi(t)$ – флуктуации фазы (фазовый шум (ФШ), phase noise), $a(t)$ – относительные флуктуации амплитуды (амплитудный шум (АШ), amplitude noise).

3.2 Описание фазовых и амплитудных шумов

ФШ и АШ характеризуются своими спектральными плотностями мощности (СПМ) (power spectrum density (PSD)): S_φ и S_a. Частотным параметром этих СПМ является частота отстройки (от несущей) $F_{\text{отс}}$ (offset frequency) или просто F. Эти СПМ в большинстве случаев выражают в логарифмических единицах, то есть (на примере S_φ) вычисляют и используют значение $10\lg S_\varphi$, сохраняя при этом то же самое обозначение величины.

Для ФШ используют ещё одну СПМ ФШ $\mathcal{L}(F_{\text{отс}})$, которая по определению (стандарт IEEE Std 1139™-2008 , стр. 4...8)

$$\mathcal{L}(F_{\text{отс}}) = \frac{S_\varphi(F_{\text{отс}})}{2}. \tag{3.2}$$

Отличие при записи значений этих двух СПМ ФШ в их размерности:

- размерность S_φ: $\left[\text{дБ}\frac{\text{рад}^2}{\text{Гц}}\right]$
- размерность $\mathcal{L}$: $\left[\frac{\text{дБн}}{\text{Гц}}\right]$.

3.3 Форма СПМ ФШ автогенераторов

Простейшими источниками незатухающих колебаний являются автогенераторы. В большинстве случаев их СПМ ФШ описывается суммой степенных функций от F

$$S_\varphi(F) = \sum_{n=0}^{3} b_{-n} F^{-n}. \tag{3.3}$$

При изображении в логарифмическом масштабе график степенной функции F^{-n} имеет вид прямой с наклоном $-10n$ дБ на декаду.

3.4 Синфазная и квадратурная составляющие

Когда $\varphi(t)$ и $a(t)$ – малы, квазигармонического колебание (3.1) можно приближённо рассматривать как сумму трёх колебаний

$$u(t) \approx U_0 \cos 2\pi f_0 t + U_c(t) \cos 2\pi f_0 t - U_s(t) \sin 2\pi f_0 t \tag{3.4}$$

- $U_c(t) \cos 2\pi f_0 t = u_c(t)$ – синфазное колебание
- $-U_s(t) \sin 2\pi f_0 t = u_s(t)$ – квадратурное колебание
- $U_c(t) = a(t) U_0$ – амплитуда синфазного колебания
- $U_s(t) = \varphi(t) U_0$ – амплитуда квадратурного колебания

Об этой теме подробнее можно узнать в:

1. Бунимович В.И. Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, 1951, с.177-186.

2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники, 1966, кн.1, с.203-207 («Широкополосные и узкополосные процессы»), с.669-681 («Угловая модуляция»). Можно найти те же разделы в других изданиях.

3. Жалуд В, Кулешов В.Н. Шумы в полупроводниковых устройствах, 1977, с.50-64.

4 Синтез частот: прямой синтез

На практике часто требуется из заданного опорного колебания с частотой $f_{\text{оп}}$ получить выходное колебание с частотой $f_{\text{вых}}$. Возможные решения этой задачи описываются термином *синтез частоты*. Существуют два вида синтеза: прямой и косвенный. (См. Ченакин А.В., Горевой А.В. Практическое построение синтезаторов частот СВЧ-диапазона, 2021, с.18-30.)

4.1 Преобразование частоты: арифметические операции

- Умножение частоты. Устройства, производящие эту операцию, используют нелинейное преобразование колебаний входной частоты $f_{\text{вх}}$ с последующим выделением её N-ой гармоники на выходе: $u_{\text{вых}}(t) = U_0 \cos(N 2\pi f_{\text{вх}} t + N\varphi_{\text{вх}}(t))$. Флуктуации фазы выходного колебания $\varphi_{\text{вых}}(t)$ увеличены в N раз: $\varphi_{\text{вых}}(t) = N\varphi_{\text{вх}}(t)$. Поэтому СПМ ФШ увеличивается в N^2 раз:

  $S_{\varphi\text{вых}} = N^2 S_{\varphi\text{вх}} \Longleftrightarrow S_{\varphi\text{вых}} = S_{\varphi\text{вх}} + 20\lg N$ (в дБ).

- Деление частоты. При делении частоты на N верно соотношение

  $S_{\varphi\text{вых}} = N^{-2} S_{\varphi\text{вх}} \Longleftrightarrow S_{\varphi\text{вых}} = S_{\varphi\text{вх}} - 20\lg N$ (в дБ)

- Сложение и вычитание частот. Для этих операций используется смеситель, на входы которого поступают колебания, полученные из опорного и с частотами, пропорциональными $f_{\text{оп}}$: $f_{\text{вх}1} = q_1 f_{\text{оп}}$ и $f_{\text{вх}2} = q_2 f_{\text{оп}}$. Выходное колебание получается выделением либо суммарной, либо разностной частоты $f_{\text{вых}} = |q_1 \pm q_2| f_{\text{оп}}$. Поэтому СПМ ФШ изменяется в $(q_1 \pm q_2)^2$ раз:

  $S_{\varphi\text{вых}} = (q_1 \pm q_2)^2 S_{\varphi\text{оп}} \Longleftrightarrow S_{\varphi\text{вых}} = S_{\varphi\text{оп}} - 20\lg|q_1 \pm q_2|$ (в дБ)

На этих операциях основано одно из решений задачи синтеза частоты (*прямой* синтез): получить $f_{\text{вых}}$ из $f_{\text{оп}}$ с помощью операций сложения, вычитания, умножения на рациональное число, деления на рациональное число.

4.2 Приведение фазовых шумов к требуемой частоте

Из сказанного выше следует, что прямой синтез, выполненный с помощью любого набора *нешумящих* устройств имеет на выходе СПМ ФШ $S_{\varphi\text{вых}}$, зависящую только от СПМ ФШ опорного колебания $S_{\varphi\text{оп}}$ и отношения выходной и опорной частот:

$$S_{\varphi\text{вых}} = S_{\varphi\text{оп}} + 20\lg\frac{f_{\text{вых}}}{f_{\text{оп}}}. \tag{4.1}$$

Эта формула позволяет сравнивать опорные генераторы с различными частотами $f_{\text{А}}$ и $f_{\text{Б}}$ по такому критерию: использование какого генератора выгоднее при прямом синтезе одной и той же $f_{\text{вых}}$? Для генератора А: $S^{\text{А}}_{\varphi\text{вых}} = S_{\varphi\text{А}} + 20\lg\frac{f_{\text{вых}}}{f_{\text{А}}}$. Аналогично для Б: $S^{\text{Б}}_{\varphi\text{вых}} = S_{\varphi\text{Б}} + 20\lg\frac{f_{\text{вых}}}{f_{\text{Б}}}$. Разница между $S^{\text{А}}_{\varphi\text{вых}}$ и $S^{\text{Б}}_{\varphi\text{вых}}$ не зависит от $f_{\text{вых}}$. Поэтому для сравнения достаточно исследования неравенства

$$S_{\varphi\text{Б}} \lesseqgtr S_{\varphi\text{А}} + 20\lg\frac{f_{\text{Б}}}{f_{\text{А}}}.$$

В правой части неравенства стоит значение СПМ ФШ, которое получилось бы при прямом синтезе частоты $f_{\text{Б}}$ из частоты $f_{\text{А}}$:

$$S_{\varphi\text{А}} + 20\lg\frac{f_{\text{Б}}}{f_{\text{А}}}.$$

Это значение СПМ ФШ $S_{\varphi\text{А}}$, *приведённого* к частоте колебаний $f_{\text{Б}}$. То есть для сравнения потенциальных возможностей генераторов при синтезе малошумящего колебания достаточно сравнить СПМ их ФШ, приведённых к одной частоте.

5 Синтез частот: косвенный синтез

(О косвенном синтезе: Ченакин А.В., Горевой А.В. Практическое построение синтезаторов частот СВЧ-диапазона, 2021, с.30-35.)

Другим видом синтеза частоты является *косвенный* синтез, то есть синтез с применением системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Ниже этот вид синтеза проиллюстрирован примером, имеющим широкое распространение. В этом случае система ФАПЧ, состоит из фазового детектора (ФД), делителя частоты на N ($\frac{1}{N}$), генератора, управляемого по частоте напряжением (ГУН), и цепи обратной связи (ОС) (Рисунок 2).

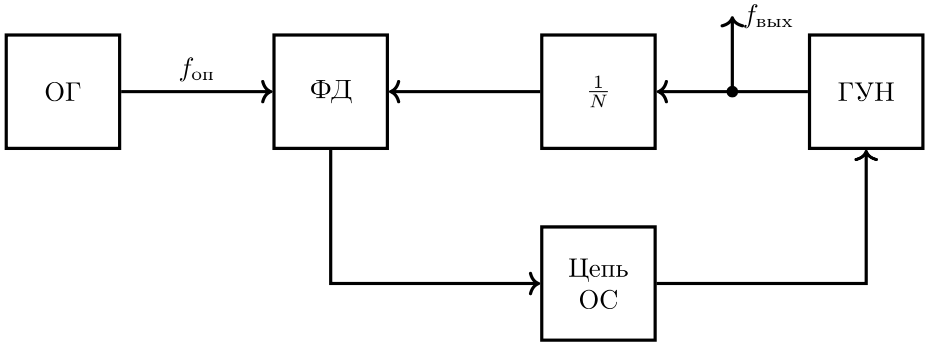

Рисунок 2 – Блок-схема кольца ФАПЧ с делителем частоты

В такой системе возможны следующие режимы синхронизма:

$$f_{вых} = N f_{оп}.$$

Если использовать делитель частоты с переменным коэффициентом деления, то получится *синтезатор сетки частот* с шагом $f_{оп}$.

5.1 Общие формулы

По линеаризованной структурной схеме кольца ФАПЧ (Рисунок 3) записываются основные соотношения, описывающие флуктуационные характеристики:

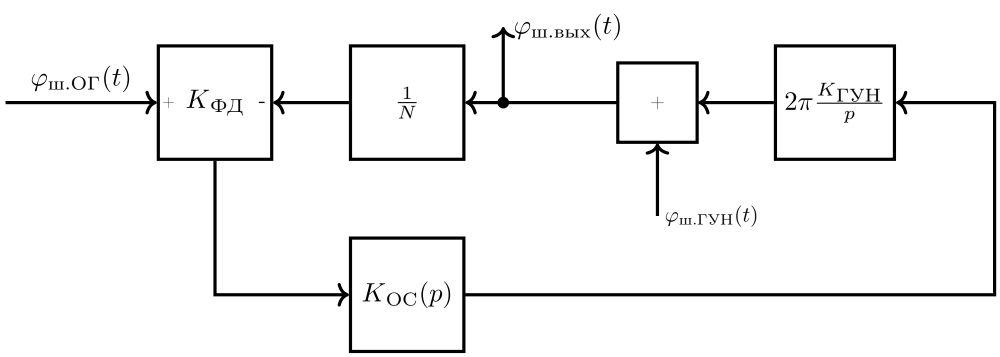

Рисунок 3 – Линеаризованная структурная схема кольца ФАПЧ с делителем частоты

$$\varphi_{ш.вых}(t) = K_{ш.ОГ}(p)\,\varphi_{ш.ОГ}(t) + K_{ш.ГУН}(p)\,\varphi_{ш.ГУН}(t),$$

где

- $K_{ш.ОГ}(p) = N\frac{K_{\circlearrowleft}(p)}{1+K_{\circlearrowleft}(p)}$ – коэффициент передачи флуктуаций фазы ОГ к выходу;
- $K_{ш.ГУН}(p) = \frac{1}{1+K_{\circlearrowleft}(p)}$ – коэффициент передачи флуктуаций фазы ГУН к выходу;

- $K_{\circlearrowleft}(p) = 2\pi \frac{K_{\text{ОС}}(p) K_{\text{ФД}} K_{\text{ГУН}}}{Np}$ – коэффициент передачи разомкнутого кольца ФАПЧ ($K_{\text{ФД}}\left[\frac{\text{В}}{\text{рад}}\right]$, $K_{\text{ГУН}}\left[\frac{\text{Гц}}{\text{В}}\right]$).

Заменяя $p = j\Omega = j2\pi F$ и переходя к квадратам модулей коэффициентов передачи, получаем СПМ ФШ выходного колебания $S_{\varphi\text{вых}}$:

$$S_{\varphi\text{вых}} = \left|K_{\text{ш.ОГ}}(j\Omega)\right|^2 S_{\varphi\text{ОГ}} + \left|K_{\text{ш.ГУН}}(j\Omega)\right|^2 S_{\varphi\text{ГУН}}.$$

Правая часть этого выражения содержит в виде отдельных слагаемых:

- вклад ОГ в $S_{\varphi\text{вых}}$: $\left|K_{\text{ш.ОГ}}(j\Omega)\right|^2 S_{\varphi\text{ОГ}}$;
- вклад ГУН в $S_{\varphi\text{вых}}$: $\left|K_{\text{ш.ГУН}}(j\Omega)\right|^2 S_{\varphi\text{ГУН}}$.

5.2 Кольцо ФАПЧ 1-го порядка ($K_{\text{ОС}}(p) = A_0$)

Кольцо ФАПЧ 1-го порядка имеет частотно-независимый $K_{\text{ОС}}(p) = A_0$. Отсюда:

- $K_{\text{ш.ОГ}}(j\Omega) = N\frac{\frac{\Omega_1}{j\Omega}}{1+\frac{\Omega_1}{j\Omega}} = N\frac{1}{1+\frac{j\Omega}{\Omega_1}}$
- $K_{\text{ш.ГУН}}(j\Omega) = \frac{1}{1+\frac{\Omega_1}{j\Omega}} = \frac{\frac{j\Omega}{\Omega_1}}{1+\frac{j\Omega}{\Omega_1}}$

где $\Omega_1 = 2\pi F_1 = 2\pi\frac{A_0 K_{\text{ФД}} K_{\text{ГУН}}}{N}$.

Эти выражения показывают, что $\left|K_{\text{ш.ОГ}}\right|^2$ имеет свойства ФНЧ, а $\left|K_{\text{ш.ГУН}}\right|^2$ – ФВЧ. Последний имеет подавление нижних частот отстроек, пропорциональное F^2. Чтобы увеличить это подавление на этих отстройках, переходят к ФАПЧ с интегратором в обратной связи.

5.3 Кольцо ФАПЧ 2-го порядка ($K_{\text{ОС}}(p) = A_0\left(1 + \frac{\Omega_{\text{и}}}{p}\right)$)

При введении *интегратора* в цепь ОС ($K_{\text{ОС}}(p) = A_0\left(1 + \frac{\Omega_{\text{и}}}{p}\right)$, $\Omega_{\text{и}} = 2\pi F_{\text{и}}$) получается система ФАПЧ 2-го порядка с коэффициентами передачи

- $K_{\text{ш.ОГ}}(j\Omega) = N\frac{\frac{\Omega_1}{j\Omega} + \left(\frac{\Omega_2}{j\Omega}\right)^2}{1+\frac{\Omega_1}{j\Omega} + \left(\frac{\Omega_2}{j\Omega}\right)^2}$
- $K_{\text{ш.ГУН}}(j\Omega) = \frac{1}{1+\frac{\Omega_1}{j\Omega} + \left(\frac{\Omega_2}{j\Omega}\right)^2}$,

где $\Omega_2 = 2\pi F_2 = 2\pi\sqrt{F_1 F_{\text{и}}}$.

Теперь $\left|K_{\text{ш.ГУН}}\right|^2$ пропорционален F^4 на малых отстройках.