

# ШИРОКОПОЛОСНЫЕ УСТРОЙСТВА

## Содержание

<b>1</b>	<b>Децибелы</b>	<b>3</b>
1.1	Определение . . . . .	3
1.2	Абсолютные и относительные величины . . . . .	3
1.3	Важные соотношения . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Коэффициент отражения</b>	<b>4</b>
2.1	Коэффициент отражения от импеданса на конце длинной линии . . . . .	4
2.2	Передача мощности от генератора в нагрузку . . . . .	4
2.3	Коэффициент отражения: обобщение . . . . .	5
2.4	Коэффициент отражения: математические сведения . . . . .	5
2.5	Простейшее согласование двухполюсников . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Обратимые четырёхполюсники</b>	<b>9</b>
3.1	Нагруженный четырёхполюсник . . . . .	9
3.2	Собственные параметры обратимых четырёхполюсников . . . . .	9
3.3	Согласованное включение обратимых четырёхполюсников . . . . .	9
3.4	Примеры . . . . .	9
<b>4</b>	<b>s-параметры четырёхполюсников</b>	<b>12</b>
4.1	s-параметры – элементы матрицы рассеяния . . . . .	12
4.2	Структура файла s-параметров (.s2p) . . . . .	12
4.3	Каскадное соединение четырёхполюсников . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Коррекция частотной характеристики</b>	<b>15</b>
5.1	Введение . . . . .	15
5.2	Коррекция частотной характеристики с отражением . . . . .	15
5.3	Коррекция частотной характеристики с поглощением . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Устойчивость четырёхполюсника</b>	<b>19</b>
6.1	Инвариант устойчивости четырёхполюсника по Роллетту (Rollett) . . . . .	19
6.2	Параметры $\mu$ и $\mu'$ . . . . .	19
<b>7</b>	<b>Микрополосковые цепи. Отрезки линий передачи</b>	<b>20</b>
7.1	Расчёт параметров микрополосковой линии и её отрезков . . . . .	20
7.2	Основная формула для отрезка линии передачи (трансформация импеданса) . . . . .	20
7.3	Замена цепей с сосредоточенными параметрами отрезками линий . . . . .	21
<b>8</b>	<b>Аппроксимация частотных характеристик сосредоточенных цепей отрезками длинных линий</b>	<b>22</b>
8.1	Последовательное включение отрезка длинной линии . . . . .	22
8.2	S-матрица отрезка линии передачи . . . . .	25

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- Неравномерность модуля коэффициента передачи  $s_{21}$   
(или неравномерность усиления) в полосе частот  $[f_{\text{н}}; f_{\text{в}}]$  :

$$20 \lg \left( \frac{\max(|s_{21}(f)|)}{\min(|s_{21}(f)|)} \right), f \in [f_{\text{н}}; f_{\text{в}}]$$

## СОКРАЩЕНИЯ

- АЭ – активный элемент
- ЦК – цепь коррекции
- ЦС – цепь связи
- ШПУ – широкополосный усилитель

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $f_{\text{н}}$  – нижняя частота полосы пропускания
- $f_{\text{в}}$  – верхняя частота полосы пропускания
- $\alpha || \beta = \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta}$
- $\Delta$  – детерминант матрицы рассеяния четырёхполюсника
- $\theta$  – угловая электрическая длина
- $a$  – падающая волна
- $b$  – отражённая волна
- $K$  – инвариант устойчивости четырёхполюсника (по Роллетту)
- $s$  – коэффициент отражения от двухполюсника ( $s \in \mathbb{C}$ )
- $s_{ij}$  – элемент  $i$ -ой строки  $j$ -ого столбца матрицы рассеяния ( $s_{ij} \in \mathbb{C}$ )
- $z = r + jx$  – нормированный импеданс ( $z \in \mathbb{C}$ )
- $W$  – волновое сопротивление длинной линии

# 1 Децибелы

## 1.1 Определение

Про значения двух мощностей  $P_1$  и  $P_2$  говорят, что они отличаются на

$$10 \lg \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (1.1)$$

децибел.

## 1.2 Абсолютные и относительные величины

Когда нужно выразить *абсолютное* значение мощности  $P_2$  по децибельной шкале, после сокращения “дБ” даётся указание на мощность  $P_1$ , от которой децибелы отсчитываются. Если  $P_1 = 1$  мВт, то результат записывают в дБм или дБмВт (dBm), если  $P_1 = 1$  Вт, то дБВт (dBW). Например,  $P_2 = 10$  мВт. По децибельной шкале это либо  $10 \lg \left( \frac{10 \text{ мВт}}{1 \text{ мВт}} \right) = 10 \text{ дБм}$ , либо  $10 \lg \left( \frac{0,01 \text{ Вт}}{1 \text{ Вт}} \right) = -20 \text{ дБВт}$ .

При описании некоторых устройств (например, смесителей) бывает заведомо известно, что обсуждаемых  $P_1$  и  $P_2$  выполняется  $\frac{P_2}{P_1} < 1$ , и, следовательно, величина в (1.1) всегда отрицательна. В этих случаях принято брать  $-10 \lg \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$  и называть эту величину *потерями* (мощности).

## 1.3 Важные соотношения

При вычислениях с децибелами полезно помнить некоторые часто встречающиеся соотношения (см. таблицу 1).

Таблица 1: Децибелы – важные соотношения

$\frac{P_2}{P_1}$	$10 \lg \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$
2	3 дБ
4	6 дБ
5	7 дБ
10	10 дБ

## 2 Коэффициент отражения

### 2.1 Коэффициент отражения от импеданса на конце длинной линии

Коэффициент отражения  $s$  от импеданса  $Z$  для длинной линии с волновым сопротивлением  $W$  описывается формулой

$$s = \frac{Z - W}{Z + W} \quad (2.1)$$

Отношение справа в (2.1) зависит только от отношения  $\frac{Z}{W}$ , которое называется *нормированным импедансом* и обозначается  $z = \frac{Z}{W}$ . Тогда (2.1) переходит в

$$s = \frac{z - 1}{z + 1} \quad (2.2)$$

Зная  $s$ , нормированный импеданс находят по формуле

$$z = \frac{1 + s}{1 - s} \quad (2.3)$$

Физический смысл имеют величины, использующие квадрат модуля  $s$ . Так  $|s|^2$  – это отношение мощности волны, отражённой от  $Z$ , к мощности падающей волны, а  $1 - |s|^2$  показывает отношение мощности, выделяемой в  $Z$ , к мощности падающей волны. Последняя величина не превышает единицу для пассивного  $Z$ , и логарифм её всегда отрицателен. Поэтому в децибельной шкале её берут с обратным знаком и называют *потерями рассогласования*:

$$-10 \lg(1 - |s|^2) \quad (2.4)$$

### 2.2 Передача мощности от генератора в нагрузку

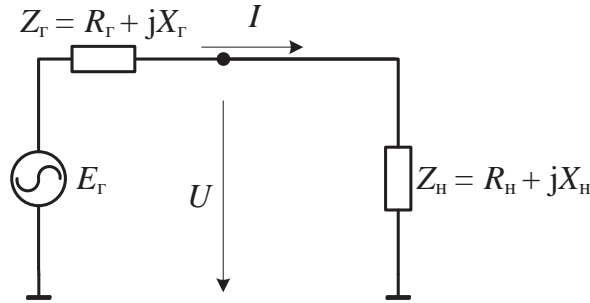


Рисунок 1 – Передача мощности от генератора в нагрузку

Мощность (, выделяемая) в нагрузке  $P_{\text{н}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left( U I^* \right) =$

$$P_{\text{н}} = \frac{1}{2} \frac{|E_{\Gamma}|^2}{4R_{\Gamma} + \frac{(R_{\text{н}} - R_{\Gamma})^2}{R_{\text{н}}} + \frac{(X_{\text{н}} + X_{\Gamma})^2}{R_{\text{н}}}} \quad (2.5)$$

Доступная мощность  $P_{\Gamma}$  (наибольшая достижимая мощность в нагрузке)

$$P_{\Gamma} = \frac{|E_{\Gamma}|^2}{8R_{\Gamma}} \quad (2.6)$$

Доступная мощность выделяется в режиме согласования:  $Z_{\text{н}} = Z_{\Gamma}^*$ .

Используя (2.5), (2.6) можно переписать так:  $P_{\Gamma} \frac{4R_{\Gamma}R_{\text{н}}}{(R_{\text{н}}+R_{\Gamma})^2+(X_{\text{н}}+X_{\Gamma})^2}$ . Отсюда легко видеть, что доля доступной мощности, теряемой из-за рассогласования

$$\frac{P_{\Gamma} - P_{\text{н}}}{P_{\Gamma}} = \frac{(R_{\text{н}} - R_{\Gamma})^2 + (X_{\text{н}} + X_{\Gamma})^2}{(R_{\text{н}} + R_{\Gamma})^2 + (X_{\text{н}} + X_{\Gamma})^2} \quad (2.7)$$

Выражение в правой части (2.7) – это  $\left| \frac{Z_{\text{н}} - Z_{\Gamma}^*}{Z_{\text{н}} + Z_{\Gamma}} \right|^2$ . Введём понятие коэффициента отражения от нагрузки  $s_{\text{н}}$  по аналогии с (2.1):

$$s_{\text{н}} = \frac{Z_{\text{н}} - Z_{\Gamma}^*}{Z_{\text{н}} + Z_{\Gamma}} \quad (2.8)$$

Если  $Z_{\Gamma} = R_{\Gamma} + j0$ , то (2.8) численно совпадает с (2.1) при замене  $Z_{\text{н}}$  на  $Z$ , а  $Z_{\Gamma}$  на  $W$ . Значит можно воспользоваться и (2.2), если принять  $z = \frac{Z_{\text{н}}}{R_{\Gamma}}$ . Следовательно,  $\frac{P_{\text{н}}}{P_{\Gamma}} = 1 - |s|^2$ .

Иногда удобнее рассмотреть коэффициент отражения от генератора  $s_{\Gamma} = \frac{Z_{\Gamma} - Z_{\text{н}}^*}{Z_{\Gamma} + Z_{\text{н}}}$ . Для него верно

$$1 - |s_{\Gamma}|^2 = \frac{(R_{\Gamma} - R_{\text{н}})^2 + (X_{\Gamma} + X_{\text{н}})^2}{(R_{\Gamma} + R_{\text{н}})^2 + (X_{\Gamma} + X_{\text{н}})^2} \quad (2.9)$$

Это выражение численно совпадает с (2.7). То есть оба коэффициента отражения сообщают одинаковую информацию о передаче мощности от генератора в нагрузку, поскольку квадраты их модулей равны. Следовательно, если  $Z_{\text{н}} = R_{\text{н}} + j0$ , то, принимая  $z = \frac{Z_{\Gamma}}{R_{\text{н}}}$ , можем воспользоваться (2.2), и снова получим  $\frac{P_{\text{н}}}{P_{\Gamma}} = 1 - |s|^2$ .

### 2.3 Коэффициент отражения: обобщение

Обобщив пп.2.1 и 2.2, можно сделать следующий вывод: в задачах, связанных с передачей мощности, удобно пользоваться величиной  $s$ , вычисляемой по формуле (2.2). При этом неважно, идёт ли речь о цепях с сосредоточенными или распределёнными параметрами. Соответственно, в обоих случаях потери рассогласования описываются формулой (2.4).

Строгое определение коэффициента отражения таково:

$$s = \frac{b}{a},$$

где

$a = \frac{U + IR_{\Gamma}}{\sqrt{8R_{\Gamma}}}$  – амплитуда падающей волны мощности (падающая волна);

$b = \frac{U - IR_{\Gamma}}{\sqrt{8R_{\Gamma}}}$  – амплитуда отражённой волны мощности (отражённая волна).

Стоит отметить, что в англоязычной литературе величины  $W$  или  $R_{\Gamma}$  обозначаются как  $Z_0$ .

### 2.4 Коэффициент отражения: математические сведения

Формула (2.2) осуществляет *дробно-линейное преобразование* (см. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного, 1958, с. 120-131 или любую другую книгу по теории функций комплексного переменного, где есть глава «Конформные отображения») полной комплексной плоскости переменного  $z = r + jx$  ( $z$ -плоскости) в полную комплексную плоскость переменного  $s$  ( $s$ -плоскость). (Полная комплексная плоскость содержит бесконечно удалённую точку, например,  $z = \infty$  для  $z$ -плоскости). Пример отображения точки  $z = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$  показан на рисунке 2.

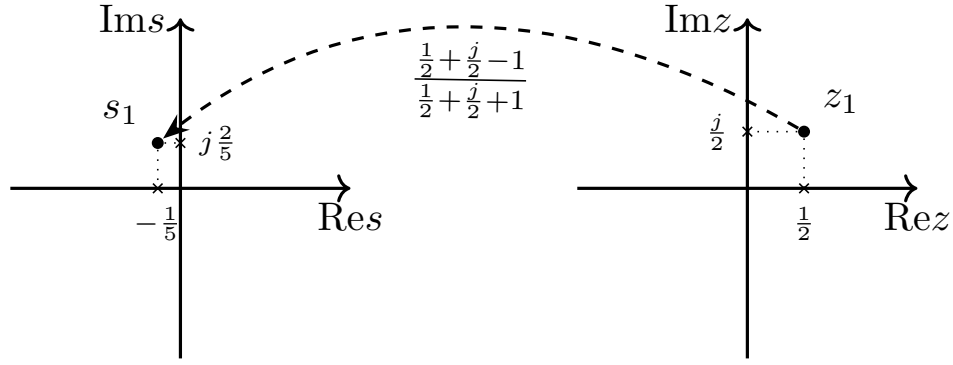


Рисунок 2 – Отображение точки  $z = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$  в  $s$ -плоскость

Любое дробно-линейное преобразование обладает следующим свойством: оно отображает окружности одной плоскости в окружности другой плоскости. При этом нужно помнить, что *прямые в комплексной плоскости являются окружностями, проходящими через бесконечно удалённую точку*. Поэтому, например, образом прямой  $\text{Re } z = 0$  является окружность в  $s$ -плоскости (Рисунок 3).

Для того, чтобы построить окружность *достаточно* знать произвольные *три* точки, принадлежащие ей. Поэтому для построения образа окружности достаточно найти три точки этого образа, что и сделано на рисунке 3).

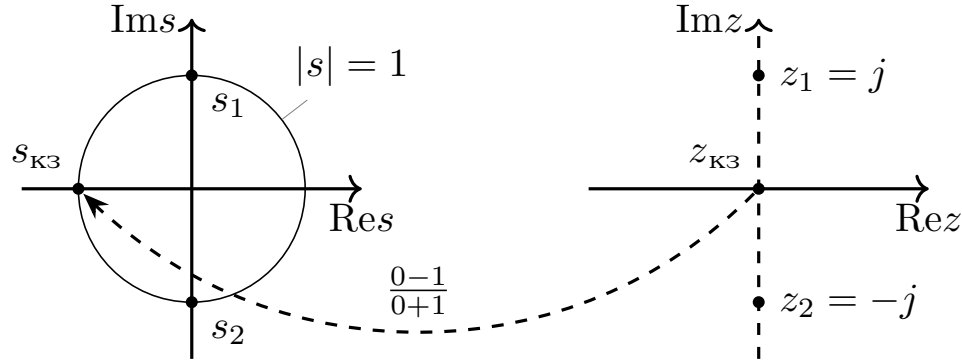


Рисунок 3 – Отображение мнимой  $z$ -оси в  $s$ -плоскость, построенное по трём точкам:  $z_{кз} = 0 + j0$ ,  $z_1 = 0 + j$ ,  $z_2 = 0 - j$

Образом мнимой оси  $\text{Re } z = 0$  является окружность  $|s| = 1$ . Она служит границей между областями коэффициентов отражения от пассивных и активных 2П. Внутри окружности находятся точки, соответствующие 2П, поглощающим энергию.

У преобразования (2.2) есть следующее свойство:  $\text{sgn}(\text{Im } z) = \text{sgn}(\text{Im } s)$ . Поэтому если окружность в  $z$ -плоскости расположена симметрично относительно действительной оси, её образ также будет симметричен относительно действительной оси  $s$ -плоскости. Поэтому для построения образа такой окружностей достаточно найти образы двух точек, лежащих на действительной оси (Рисунок 4).

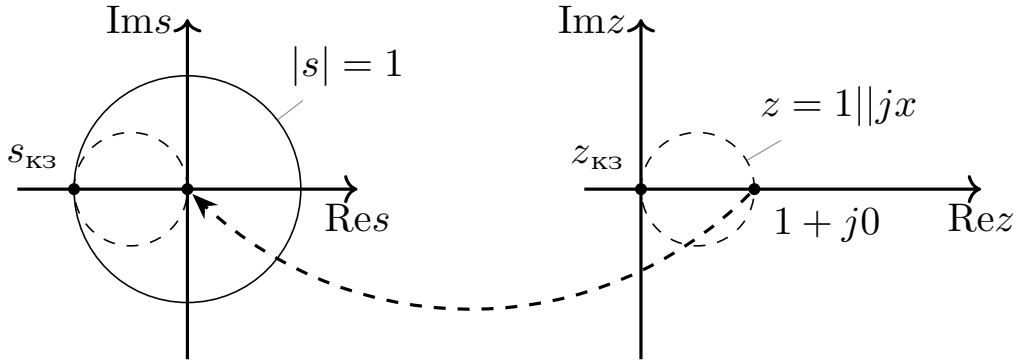


Рисунок 4 – Отображение окружности  $z = 1||jx$  в  $s$ -плоскость, построенное по двум точкам:  $z_{K3} = 0 + j0$ ,  $z = 1 + j0$

Окружность в  $s$ -плоскости на рисунке 4 является образом импедансов, обладающих единичной проводимостью.

Упомянутое выше свойство позволяет по образу в  $s$ -плоскости определить характер реактивности импеданса: если образ лежит в верхней плоскости, то характер – индуктивный, если в нижней – ёмкостный (Рисунок 5).

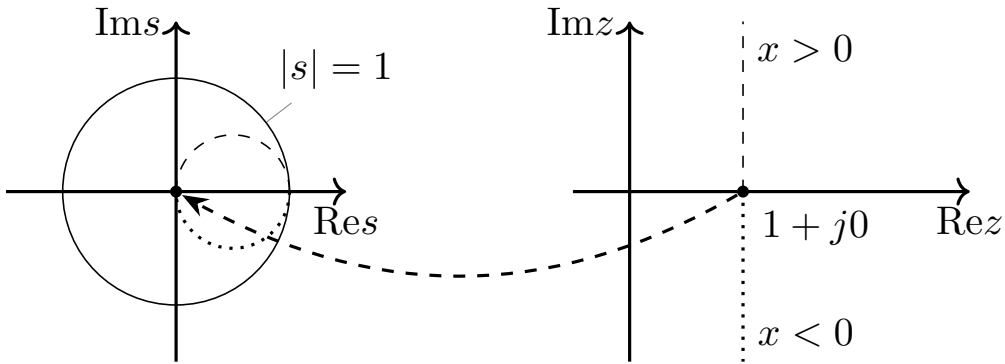


Рисунок 5 – Отображение прямой  $z = 1 + jx$  в  $s$ -плоскость с выделением частей образов, лежащих в разных полуплоскостях

## 2.5 Простейшее согласование двухполюсников

Свойства отображения (2.2), описанные выше, позволяют легко сформулировать правила составления простейших цепей, обеспечивающих, режим согласования между произвольными генератором и нагрузкой. Постановка задачи сводится к следующему набору условий:

- активный и пассивный 2П, описываемые импедансами  $Z_{\Gamma} = R_{\Gamma} + jX_{\Gamma}$  и  $Z_{\text{н}} = R_{\text{н}} + jX_{\text{н}}$ , не соотносящиеся дегенеративно, то есть:  $Z_{\text{н}} \neq Z_{\Gamma}^*$ ;
- нужно подключить к каждому 2П простейший реактивный 2П так, чтобы обеспечить согласование в каком-либо сечении между двумя исходными 2П.

Выполнение условия согласования в каком-либо сечении каскадно соединённых 4П эквивалентно выполнению условия  $s_{\Lambda}^* = s_{\Pi}$ , где  $s_{\Lambda}$  и  $s_{\Pi}$  – коэффициенты отражения в левом и правом направлении от плоскости сечения соответственно.

Очевидно, что наличие реактивной части в одном из импедансов не влияет принципиально в  $Z_{\Gamma}$  на решение задачи. Поэтому положим  $Z_{\Gamma} = R_{\Gamma} + j0$ , пронормируем  $Z_{\text{н}}$  к  $R_{\Gamma}$ , то есть  $z_{\text{н}} = \frac{Z_{\text{н}}}{R_{\Gamma}}$ . Слева на рисунке окажется импеданс  $1 + j0$ . Подключение последовательного или параллельного импедансов может привести только к движению точки  $s_{\Lambda}$  по одной из двух окружностей, обсуждённых ранее (Рисунок 6 ).

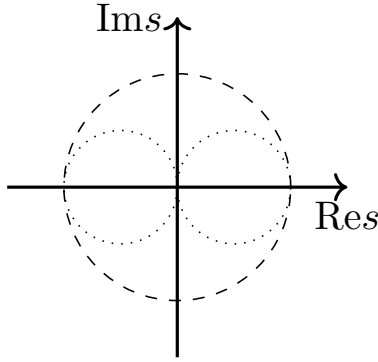


Рисунок 6 – Разбиение  $s$ -плоскости на области, соответствующие качественно отличающимся случаям согласования с  $s_{\Pi}$

Следовательно, каждое решение задачи эквивалентно нахождению таких включений реактивных 2П справа, которые переведут точку  $s_{\Pi}$  в точку  $s_{\Pi}$ , принадлежащую одной из этих окружностей. Тогда левый 4П тривиально строится с помощью реактивного 2П, перемещающего  $s_{\Gamma}$  в точку  $s_{\Pi}^*$ , получающуюся зеркальным отражением вдоль оси  $\text{Res} = 0$ .

Можно выделить лишь четыре качественно различных случая:

- $s_{\Pi}$  лежит внутри окружности  $\gamma$  (соответствующей, проводимостям больше 1);
- $s_{\Pi}$  лежит внутри окружности  $\rho$  (соответствующей, сопротивлениям больше 1);
- $s_{\Pi}$  лежит вне окружностей  $\gamma$  и  $\rho$ , и при этом  $\text{Im } s > 0$ ;
- $s_{\Pi}$  лежит вне окружностей  $\gamma$  и  $\rho$ , и при этом  $\text{Im } s < 0$ .

Решения в этих случаях могут быть получены лишь включением последовательного, параллельного, ёмкостного или индуктивного 2П справа соответственно. Для первых двух случаев соответствующий 2П слева должен быть разноимённого включения и противоположной реактивности.



## 3 Обратимые четырёхполюсники

### 3.1 Нагруженный четырёхполюсник

Если к 4П подключён 2П, как показано на рисунке 7, то говорят, что он нагружен этим 2П со стороны плеча 2. При этом со стороны плеча 1 измеряется входной импеданс  $Z_{\text{вх}1}$ . Аналогично вводится определение  $Z_{\text{вх}2}$ .

Входные импедансы со стороны  $i$ -го плеча при условии, что другое плечо нагружено КЗ или ХХ обозначаются  $Z_{\text{вх}i}^{\text{КЗ}}$  и  $Z_{\text{вх}i}^{\text{ХХ}}$  соответственно.

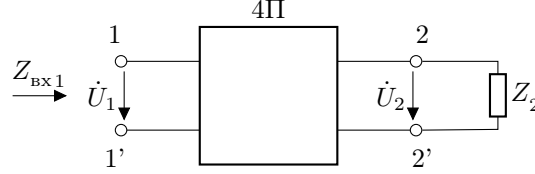


Рисунок 7 – Четырёхполюсник, нагруженный двухполюсником с импедансом  $Z_2$  на плече 2

### 3.2 Собственные параметры обратимых четырёхполюсников

Записать любую матрицу обратимого 4П можно, зная лишь три параметра, которые называются характеристическими. Эти параметры – постоянная (или мера) передачи  $g$  и два характеристических импеданса  $Z_{W1}$  и  $Z_{W2}$ .

Характеристические импедансы (сопротивления) описываются выражением

$$Z_{W_i} = \sqrt{Z_{\text{вх}i}^{\text{КЗ}} Z_{\text{вх}i}^{\text{ХХ}}}. \quad (3.1)$$

а постоянная передачи связана с  $Z_{\text{вх}i}^{\text{КЗ}}$  и  $Z_{\text{вх}i}^{\text{ХХ}}$  простыми соотношением:

$$\frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1} = \sqrt{\frac{Z_{\text{вх}1}^{\text{КЗ}}}{Z_{\text{вх}1}^{\text{ХХ}}}} = \sqrt{\frac{Z_{\text{вх}2}^{\text{КЗ}}}{Z_{\text{вх}2}^{\text{ХХ}}}}, \quad (3.2)$$

### 3.3 Согласованное включение обратимых четырёхполюсников

Если нагрузить плечо 2 импедансом  $Z_2 = Z_{W2}$  (см. рисунок 7), то  $Z_{\text{вх}1} = Z_{W1}$ . При этом, будет выполнено равенство  $\frac{\dot{U}_1}{\sqrt{Z_{W1}}} = e^g \frac{\dot{U}_2}{\sqrt{Z_{W2}}}$ . Из него следует, что мощность, поступившая через плечо 1, в  $|e^{2g}|$  раз больше, чем мощность, выделившаяся в нагрузке  $Z_2 = Z_{W2}$ . Следовательно, величина  $e^{-g}$  аналогична  $s_{21}$ .

Если включить согласованно несколько обратимых 4П постоянная передачи составного 4П  $g_\Sigma$  будет суммой постоянных передачи отдельных 4П  $g_i$ :

$$g_\Sigma = \sum g_i$$

### 3.4 Примеры

#### 3.4.1 Г-образный четырёхполюсник

Г-образный 4П состоит из двух импедансов (Рисунок 8). Очевидно, что:

$$\begin{cases} Z_{\text{вх}1}^{\text{ХХ}} = Z_\Pi; & Z_{\text{вх}2}^{\text{ХХ}} = Z_T + Z_\Pi; \\ Z_{\text{вх}1}^{\text{КЗ}} = Z_T \parallel Z_\Pi; & Z_{\text{вх}2}^{\text{КЗ}} = Z_T. \end{cases} \quad (3.3)$$

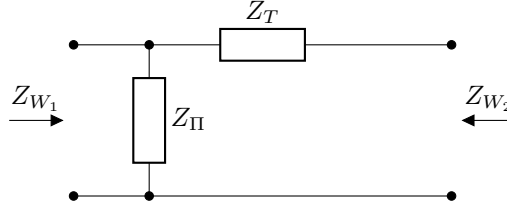


Рисунок 8 – Г-образный четырёхполюсник

Пользуясь (3.1) и (3.3), легко показать, что для Г-образного 4П

$$Z_{W_1} Z_{W_2} = Z_T Z_{\Pi}. \quad (3.4)$$

Пользуясь (3.2) и (3.3), получаем

$$\frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1} = \sqrt{\frac{Z_T}{Z_T + Z_{\Pi}}}. \quad (3.5)$$

Тогда, очевидно, что

$$\begin{cases} Z_{W_1} = Z_{\Pi} \frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1}; \\ Z_{W_2} = Z_T \frac{e^{2g} + 1}{e^{2g} - 1}. \end{cases} \quad (3.6)$$

### 3.4.2 Г-образный аттенуатор 1,5 дБ

Рассчитать резистивный Г-образный аттенуатор с  $Z_{W_1} = 50$  Ом и затуханием 1,5 дБ (Рисунок 9).

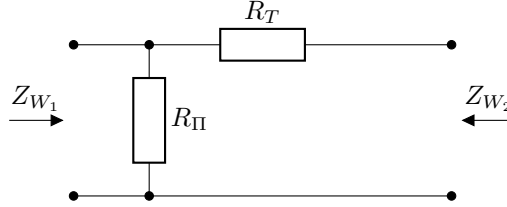


Рисунок 9 – Г-образный аттенуатор

Поскольку аттенуатор не содержит реактивных элементов,  $e^g$  будет действительной величиной.

1. Потерям 1,5 дБ соответствует  $e^{2g} = 10^{\frac{1.5}{10}} = 1,41$ .

2. Следовательно,  $\frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1} = 0,17$ .

3. Пользуясь (3.6), получаем:

$$R_{\Pi} = \frac{50}{0,17} = 292 \text{ Ом};$$

4. Пользуясь тем, что  $\frac{e^{2g} + 1}{e^{2g} - 1} = \sqrt{1 + \frac{R_{\Pi}}{R_T}}$ , получаем :

$$R_T = \frac{292}{1 - (0,17)^2} = 8,7 \text{ Ом}.$$

### 3.4.3 П-образный аттенуатор 3 дБ

Рассчитать П-образный аттенуатор с  $Z_{W_1} = Z_{W_2} = 50$  Ом и затуханием 3 дБ.

1. Включим последовательно два Г-образных аттенуатора, рассчитанных в 3.4.2, так, чтобы они соединились плечами, соответствующими  $Z_{W_2}$ .
2. Тогда при работе с 50-омными генератором и нагрузкой затухание получившегося 4П будет суммой затуханий двух Г-образных аттенуаторов, то есть  $1,5 + 1,5 = 3$  дБ.
3. Следовательно, решением задачи является П-образный 4П, состоящий из двух параллельных сопротивлений 292 Ом и последовательного сопротивления  $2 \cdot 8,7 = 17,4$  Ом.

### 3.4.4 Т-образный аттенюатор 6 дБ

Из рассмотрения предыдущих примеров очевидно, что расчёт Т-образного аттенюатора 6 дБ  $Z_{W_1} = Z_{W_2} = 50$  Ом легко провести в два шага. Сначала рассчитать Г-образный аттенюатор 3 дБ с  $Z_{W_2} = 50$  Ом. Затем соединить два таких аттенюатора плечами соответствующими  $Z_{W_1}$ .

Результат первого шага:  $R_T = 16,7$  Ом,  $R_{\Pi} = 133,3$  Ом.

Результат второго шага:  $R_T = 16,7$  Ом,  $R_{\Pi} = 66,7$  Ом.

### 3.4.5 Г-образная цепь согласования

Согласовать с помощью Г-образного 4П генератор с внутренним импедансом  $50 + j0$  с нагрузкой  $25 + j0$ . Иначе говоря, нужно построить Г-образный 4П с  $|e^{2g}| = 1$ ,  $Z_{W_1} = 50$  Ом и  $Z_{W_2} = 25$  Ом.

Сначала заметим, что  $Z_{W_2} = \sqrt{\frac{Z_{\text{кз}}}{Z_{\text{вх2}}} \frac{Z_{\text{хх}}}{Z_{\text{вх2}}}} = \sqrt{Z_T^2 + Z_{\Pi} Z_T}$ . Здесь уместно применить (3.4). Тогда

$$Z_T = \sqrt{Z_{W_2} (Z_{W_2} - Z_{W_1})} = \pm j \sqrt{Z_{W_2} (Z_{W_1} - Z_{W_2})} = \pm j 25 \text{ Ом.}$$

Ещё раз используя (3.4), получим

$$Z_{\Pi} = \frac{Z_{W_1} Z_{W_2}}{Z_T} = \mp j Z_{W_1} \sqrt{\frac{Z_{W_2}}{Z_{W_1} - Z_{W_2}}} = \pm j 50 \text{ Ом.}$$

Подставив полученные значения  $Z_T$  и  $Z_{\Pi}$  в (3.5) можно убедиться, что  $|e^{2g}| = 1$ .

Здесь уместно обсудить физический смысл полученного результата. Из приведённых выше выкладок следует, что

- элементы  $Z_T$  и  $Z_{\Pi}$  должны быть должны быть реактивностями противоположных знаков;
- должно выполняться неравенство  $Z_{W_1} > Z_{W_2}$ .

## 4 s-параметры четырёхполюсников

### 4.1 s-параметры – элементы матрицы рассеяния

По аналогии с коэффициентом отражения для 2П вводятся величины  $s_{ij}$ , описывающие поведение линейных многополюсников, в том числе четырёхполюсников (4П). Эти величины являются элементами матрицы, которая называется матрицей рассеяния или  $S$ -матрицей. Также  $s_{ij}$  часто называют *s-параметрами*.

Для децибельного представления модулей  $s$ -параметров усилителей есть устоявшиеся названия:

- $-20 \lg |s_{11}|$  – обратные потери по входу (input return loss);
- $-20 \lg |s_{11}|$  – обратные потери по входу (input return loss);
- $-20 \lg |s_{12}|$  – развязка (isolation);
- $20 \lg |s_{21}|$  – усиление (gain).

Обсуждаемые параметры дают возможность моделировать характеристики описываемых ими устройств. Информацию об  $S$ -матрицах на различных частотах сводят в специальные файлы.

### 4.2 Структура файла s-параметров (.s2p)

Файл  $s$ -параметров четырёхполюсника имеет расширение .s2p и содержит 9 столбцов данных. Каждая строка содержит значение частоты и соответствующие этой частоте модули и аргументы элементов  $s$ -матрицы в следующем порядке:

Частота	$ s_{11} $	$\arg(s_{11})$	$ s_{21} $	$\arg(s_{21})$	$ s_{12} $	$\arg(s_{12})$	$ s_{22} $	$\arg(s_{22})$

$|s_{ij}|$  может быть указан как в относительных единицах, так и в децибелах ( $20 \lg |s_{ij}|$ ).

Обычно таблице с данными предпосылается несколько строк комментария. Каждая строка комментария начинается с символа “!”. В некоторых строках комментария можно найти указание на условия измерения и формат данных.

Также есть строка начинающаяся с символа “#” (строка 15 в нижеследующем примере), в которой указаны

- единицы измерения частоты;
- тип данных ( $s$ -параметры);
- формат записи комплексного числа (MA – амплитуда в относительных единицах и аргумент, DB – амплитуда в децибелах и аргумент, RI – действительная и мнимая части);
- сопротивление нормировки (волновое сопротивление) в Омах.

Пример файла .s2p дан на рисунке 10.

```

1 ! Filename P\Prog\Test\Noise\ATS_data\Testdata_Net\03 Spar\BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_0
2 ! Date/Time Wed 24/Apr/2013
3 ! BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_1to20mA_SP_CM01_Bias8_R.s2p
4 ! MDIF S-parameter v. bias file
5 ! BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_1to20mA_SP_CM01
6 !
7 ! VAR V_out= 8.0000
8 ! VAR I_out= 19.9950
9 ! VAR V_in= 0.8266
10 ! VAR I_in= 0.2168
11 ! Device data file deembedded for feedlines and parallel
12 ! Original file: \03 Spar\BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_020mA_SP_CM01_R.s2p
13 ! Feed-files: PR017V01_150413_Feed1.s2p, PR017V01_150413_Feed2.s2p
14 ! Parallel-file PR017V01_150413_Par.s2p
15 #MHz S MA R 50
16 ! Freq-MHz S11-mag S11-arg S21-mag S21-arg S12-mag S12-arg S22-mag S22-arg
17 40 0.54458 -17.08 34.721 163.79 0.0061906 83.61 0.95882 -8.99
18 50 0.53201 -21.34 33.925 160.18 0.0076653 81.71 0.94296 -11.16
19 60 0.51988 -25.13 33.138 156.42 0.0091139 80.46 0.92721 -13.05
20 70 0.508 -28.93 32.369 153.25 0.010463 79.18 0.90935 -14.82
21 80 0.4938 -32.66 31.541 149.89 0.011749 78.09 0.89039 -16.50
22 90 0.47802 -35.94 30.539 146.77 0.012952 77.13 0.86993 -17.96
23 100 0.46432 -39.11 29.622 143.98 0.014147 76.38 0.84999 -19.28
24 120 0.43422 -45.32 27.849 138.70 0.016364 75.01 0.81112 -21.50
25 140 0.40699 -50.68 26.032 134.14 0.018431 74.11 0.77403 -23.20
26 160 0.37988 -55.64 24.294 130.05 0.020442 73.33 0.74027 -24.52
27 180 0.35564 -60.14 22.743 126.48 0.022312 72.90 0.70885 -25.51
28 200 0.3329 -64.13 21.304 123.27 0.024116 72.69 0.68171 -26.19

```

Рисунок 10 – Пример структуры файла s-параметров

## 4.3 Каскадное соединение четырёхполюсников

### 4.3.1 Общий подход: использование t-параметров

Даны  $N$  четырёхполюсников с  $S$ -матрицами  $S_I, S_{II}, \dots$ , и требуется найти  $S$ -матрицу устройства, полученного путём их каскадного соединения  $S_\Sigma$ . Эта задача решается в три шага:

1. матрицы  $S_I, S_{II}, \dots$  пересчитываются в  $T$ -матрицы  $T_I, T_{II}, \dots$  (см. п. 4.3.2);
2. рассчитывается  $T$ -матрица каскадного соединения  $T_\Sigma$ :

$$T_\Sigma = \underbrace{T_I T_{II} \dots}_N \quad (4.1)$$

3. по матрице  $T_\Sigma$  получают искомую матрицу  $S_\Sigma$ .

**Примечание.** Предполагается, что все матрицы измерены с использованием генераторов и нагрузок с одинаковыми импедансами  $Z = R + j0$ .

### 4.3.2 Перевод s-параметров в t-параметры и обратно

$$T = \frac{1}{s_{21}} \begin{pmatrix} 1 & -s_{22} \\ s_{11} & s_{12}s_{21} - s_{11}s_{22} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$S = \frac{1}{t_{11}} \begin{pmatrix} t_{21} & t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} \\ 1 & -t_{12} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

### 4.3.3 Матрицы элементарных четырёхполюсников с сосредоточенными элементами

Для построения простейших цепей связи достаточно использовать только два элементарных четырёхполюсника:

- Четырёхполюсник, образованный включённым последовательно двухполюсником с импедансом  $Z$ :

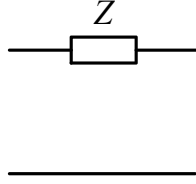


Рисунок 11 – Четырёхполосник, состоящий из последовательно включённого двухполосника

S-матрицу такого черырёхполосника удобно записать с использованием нормированного импеданса  $z = \frac{Z}{R}$  (см. примечание к п. 4.3.1):

$$S = \frac{1}{z + 2} \begin{pmatrix} z & 2 \\ 2 & z \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

- Четырёхполосник, образованный включённым *параллельно* двухполосником с импедансом  $Z$ :

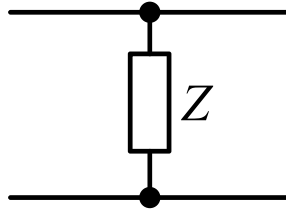


Рисунок 12 – Четырёхполосник, состоящий из параллельно включённого двухполосника

S-матрицу такого черырёхполосника удобно записать с использованием нормированного адмитанца (комплексной проводимости)  $y = \left(\frac{Z}{R}\right)^{-1} = \frac{1}{z}$  (см. примечание к п. 4.3.1):

$$S = \frac{1}{y + 2} \begin{pmatrix} -y & 2 \\ 2 & -y \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

## 5 Коррекция частотной характеристики

### 5.1 Введение

При построении широкополосного усилителя (ШПУ), чтобы компенсировать неравномерность частотной характеристики усиления активного элемента (АЭ) каскадно с ним включают цепи коррекции (ЦК). Это пассивные цепи, вносящие потери на частотах с избыточным усилением АЭ, так чтобы снизить неравномерность модуля коэффициента передачи ШПУ  $|s_{21}^{\text{ШПУ}}|$ .

ЦК бывают двух типов: ЦК с отражением (реактивные) и ЦК с поглощением (диссипативные). Ниже каждый тип будет проиллюстрирован одним примером. Про них и про другие цепи коррекции можно прочитать в следующей литературе:

1. Проектирование радиопередающих устройств СВЧ: учебное пособие для радиотехнических специальностей вузов / Г. М. Уткин, и др. – М. : Советское радио, 1979. – 320 с. (гл. 6, с. 81-92)
2. Линейные транзисторные усилители СВЧ / Н. З. Шварц. – М.: Советское радио, 1980. – 368 с. (гл. 8-9, с. 183-232)
3. Широкополосные радиопередающие устройства / О. В. Алексеев, А. А. Головков, В. В. Полевой, А. А. Соловьев; под ред. О. В. Алексеева. — М. : Связь, 1978. — 304 с. (с. 40-45, с. 221-233)

### 5.2 Коррекция частотной характеристики с отражением

#### 5.2.1 Коррекция частотной характеристики с помощью малодобротного контура

Между генератором и нагрузкой последовательно включены L и C элементы (Рисунок 13).

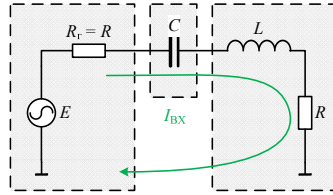


Рисунок 13 – Включение последовательного контура между генератором и нагрузкой

Эта цепь представляет собой последовательный колебательный контур с импедансом

$$Z = 2R(1 + j\xi), \quad (5.1)$$

где  $\xi(f) = Q_{\text{кк}} \left( \frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f} \right)$ ,  $Q_{\text{кк}} = \frac{\sqrt{L/C}}{2R}$  – добротность контура и  $f_p$  – резонансная частота контура. Далее,  $I_{\text{вх}}(f) = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{1+\xi^2(f)}}$ , где  $I_{\text{max}} = I_{\text{вх}}(f_p)$  – максимальная амплитуда тока в контуре. Достижение  $I_{\text{max}}$  соответствует условию  $\xi(f_p) = 0$ . Настройкой контура можно добиться  $I_{\text{вх}} = I_{\text{max}}$  на любой частоте внутри  $[f_n, f_v]$  (Рисунок 14).

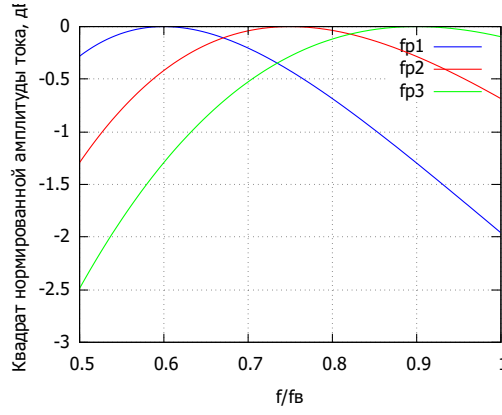


Рисунок 14 – Частотная характеристика  $20 \lg \left| \frac{I_{вх}}{I_{max}} \right| (f_{p1} < f_{p2} < f_{p3})$

Поскольку обсуждаемая цепь является частью ШПУ, в котором используется транзистор с убывающим обратно пропорционально частоте коэффициентом передачи тока, то стоит выбрать  $f_p = f_v$ , тем самым добившись максимального тока на входе АЭ. А затем подобрать  $Q_{кк}$  так, чтобы скомпенсировать избыточное усиление на нижнем краю полосы пропускания.

Результирующий коэффициент передачи пропорционален произведению двух сомножителей:

- Множитель 1:  $\left(\frac{f_v}{f}\right)^2$  описывает поведение частотной характеристики транзистора
- Множитель 2:  $\frac{1}{1+\xi^2(f)}$  описывает поведение частотной характеристики ЦК (Рисунок 15)

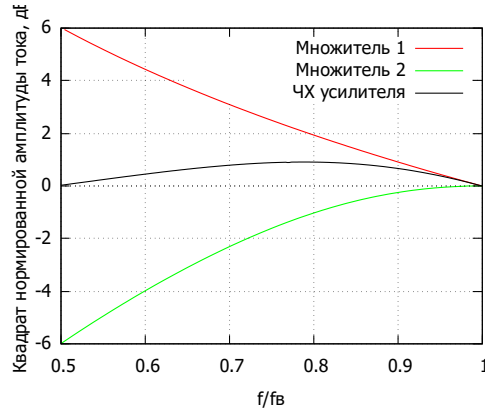


Рисунок 15 – Частотные характеристики нормированных коэффициентов передачи

При  $f = f_v$  произведение сомножителей равно 1. Нужно найти  $Q_{кк}$ , которая обеспечит выполнение того же равенства при  $f = f_n$ :  $\left(\frac{f_v}{f_n}\right)^2 \frac{1}{1+\xi^2(f_n)} = 1$ . Используя (5.1) получим:  $\left(\frac{f_v}{f_n}\right)^2 = 1 + Q_{кк}^2 \left(\frac{f_n}{f_v} - \frac{f_v}{f_n}\right)^2$ . Откуда следует искомое выражение

$$Q_{кк} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_v}{f_n}\right)^{-2}}} \quad (5.2)$$

Например, для октавного ШПУ ( $f_v = 2f_n$ )  $Q_{кк} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15$ . Добротности, отклоняющиеся от этого значения, приводят к большей неравномерности частотной характеристики в октавной полосе частот (Рисунок 16).



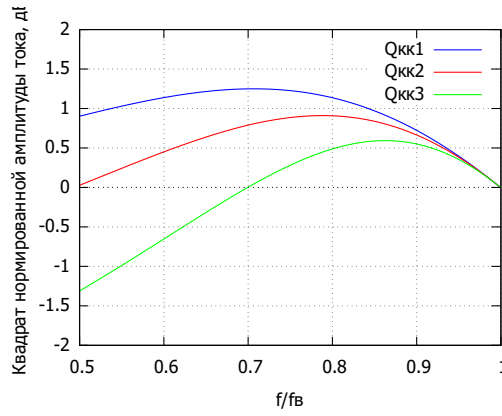


Рисунок 16 – Влияние величины добротности на выравнивание частотной характеристики:  $Q_{кк1} < Q_{кк2} < Q_{кк3}$  ( $Q_{кк2} = 1, 15$ )

### 5.3 Коррекция частотной характеристики с поглощением

#### 5.3.1 Коррекция частотной характеристики с помощью цепи постоянного входного сопротивления

Цепь, рассмотренная в п.5.2.1, может быть дополнена таким образом, чтобы (а) её импеданс  $Z_1$  со стороны генератора был частотно независимым и действительным (причём  $Z_1 = R + j0$ ), и чтобы (б)  $I_b(\omega_B) = I_1$  (Рисунок 17).

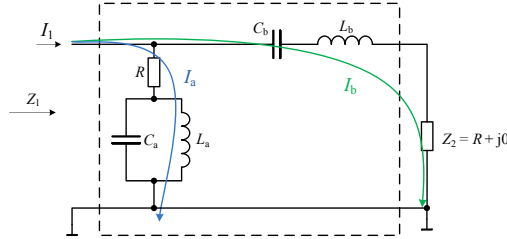


Рисунок 17 – Цепь постоянного входного сопротивления

Для этого требуется выполнение следующих двух условий

$$\omega_B = \frac{1}{\sqrt{L_a C_a}} = \frac{1}{\sqrt{L_b C_b}} \quad (5.3)$$

$$\sqrt{\frac{L_a}{C_a}} = \frac{R}{Q_b} \quad (5.4)$$

где  $Q_b = \frac{\omega_B L_b}{R} = \frac{1}{R \omega_B C_b}$  — добротность контура, состоящего из элементов  $L_b$ ,  $C_b$  и  $R$ .

Из (5.3), (5.4) можно получить формулы для расчёта элементов такой ЦК:

$$\begin{cases} L_a = \frac{R}{Q_b \omega_B} \\ C_a = \frac{Q_b}{R \omega_B} \\ L_b = \frac{Q_b R}{\omega_B} \\ C_b = \frac{1}{Q_b R \omega_B} \end{cases} \quad (5.5)$$

При подключении на входе такой ЦК генератора с  $Z_r = R + j0$  будет обеспечена минимальная неравномерность частотной характеристики  $|s_{21}^{\text{ППУ}}|$  в полосе  $[f_n; f_v]$  при условии, что  $|s_{21}^{\text{ППУ}}(f_v)| = |s_{21}^{\text{ППУ}}(f_n)|$ . Для выполнения этого условия  $Q_b$  должна быть

$$Q_b = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_v}{f_n}\right)^{-2}}} \quad (5.6)$$

Рассчитанная ЦК – это четырёхполюсник, включаемый каскадно с другими цепями усилителя (Рисунок 18).

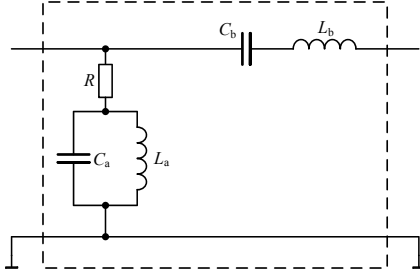


Рисунок 18 – Диссипативная цепь коррекции представляет собой четырёхполюсник, подключаемый каскадно с другими цепями усилителя

## 6 Устойчивость четырёхполюсника

При подключении ко входу и выходу четырёхполюсника некоторых импедансов с неотрицательными действительными частями могут возникнуть незатухающие колебания. То есть система из двух двухполюсников и одного четырёхполюсника *потеряет устойчивость* и образует автогенератор.

На *каждой* рассматриваемой частоте четырёхполюсник может быть либо *безусловно* устойчивым, либо *условно* устойчивым. В первом случае не существует пара импедансов, дополняющих четырёхполюсник до автогенератора. Во втором случае такие импедансы можно подобрать.

Подробнее об устойчивости четырёхполюсников, например, в:

Линейные транзисторные усилители СВЧ / Н. З. Шварц. – М.: Советское радио, 1980. – 368 с. (с.92-99)

### 6.1 Инвариант устойчивости четырёхполюсника по Роллетту (Rollett)

При исследовании характера устойчивости четырёхполюсника важную роль играет *инвариант* устойчивости четырёхполюсника  $K$  (часто называемый коэффициентом устойчивости четырёхполюсника):

$$K = \frac{1 + |\Delta|^2 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2}{2 |s_{12}| |s_{21}|}, \quad (6.1)$$

где  $\Delta = s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}$  – детерминант матрицы рассеяния.

Для *безусловной* устойчивости четырёхполюсника на какой-либо *одной* частоте, необходимо и достаточно, чтобы на *этой* частоте выполнялись два условия:

$$\begin{cases} K > 1 \\ |\Delta| < 1 \end{cases} \quad (6.2)$$

Для безусловной устойчивости четырёхполюсника в полосе частот соотношения (6.2) должны быть выполнены во всей полосе.

Этот критерий впервые был введён в

J. Rollett, "Stability and Power-Gain Invariants of Linear Twoports," in IRE Transactions on Circuit Theory, vol. 9, no. 1, pp. 29-32, March 1962. Величина  $K$  была названа *инвариантом*, потому что остаётся неизменной при каскадном подключении к данному 4П произвольного 4П без потерь, то есть такого 4П, для которого верно

$$1 = |s_{11}|^2 + |s_{21}|^2,$$

$$1 = |s_{22}|^2 + |s_{12}|^2.$$

### 6.2 Параметры $\mu$ и $\mu'$

Позже (см. M. L. Edwards and J. H. Sinsky, "A new criterion for linear 2-port stability using a single geometrically derived parameter," in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 40, no. 12, pp. 2303-2311, Dec. 1992) было подмечено, что можно характеризовать устойчивость 4П, используя лишь одно неравенство. Для этого вводятся два комплементарные параметра  $\mu$  и  $\mu'$ :

$$\mu = \frac{1 - |s_{11}|^2}{|s_{22} - s_{11}^* \Delta| + |s_{12}| |s_{21}|},$$

$$\mu' = \frac{1 - |s_{22}|^2}{|s_{11} - s_{22}^* \Delta| + |s_{12}| |s_{21}|}.$$

С помощью их условие безусловной устойчивости 4П выражается так:

$$\mu > 1,$$

или так

$$\mu' > 1.$$

Нужно подчеркнуть, что для безусловной устойчивости достаточно выполнения *любого* из этих неравенств.

## 7 Микрополосковые цепи. Отрезки линий передачи

### 7.1 Расчёт параметров микрополосковой линии и её отрезков

Для параметров микрополосковой линии не существует точных формул. Рассчитывать их следует по приближённым формулам, приведенным в литературе или используя компьютерные вычислительные средства.

#### 7.1.1 Литература

1. Виноградов, А. Ю. Устройства СВЧ и малогабаритные антенны : учебное пособие / А. Ю. Виноградов, Р. В. Кабетов, А. М. Сомов; под редакцией А. М. Сомова. — Москва : Горячая линия-Телеком, 2016. — 444 с. (с. 235-251)
2. Справочник по расчету и проектированию СВЧ полосковых устройств/ Под ред. В.И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1982 г. — 328 с. (с. 62-66)

#### 7.1.2 Компьютерные средства: “microstrip line calculator”

1. <https://chemandy.com/calculators/microstrip-transmission-line-calculator-hartley27.htm>
2. <https://www.pasternack.com/t-calculator-microstrip.aspx>
3. <https://www.emtalk.com/mscalc.php>

Такие калькуляторы также встроены в САПР (например, в QucsStudio: Tools/Line Calculation).

### 7.2 Основная формула для отрезка линии передачи (трансформация импеданса)

В основе построения цепей с распределёнными параметрами, лежат свойства отрезка линии передачи с волновым сопротивлением  $W$ , к одному концу которого подключён импеданс  $Z$ :

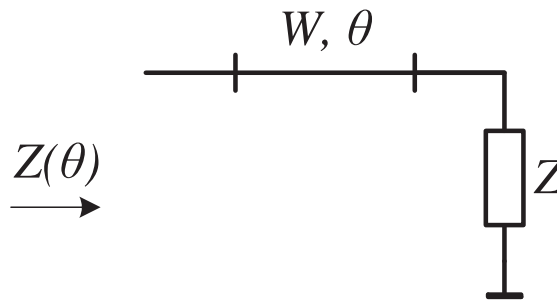


Рисунок 19 – Отрезок длинной линии (волновода)

У такого отрезка угловой электрической длины  $\theta$  импеданс, измеренный со стороны другого конца,  $Z(\theta)$  определяется по формуле  $\mathrm{Re}z$

$$Z(\theta) = W \frac{Z + Wj\mathrm{tg}\theta}{W + Zj\mathrm{tg}\theta} \quad (7.1)$$

Угловая электрическая длина находится по формуле

$$\theta = 2\pi \frac{l}{\lambda}, \quad (7.2)$$

где  $l$  – длина отрезка линии передачи,  $\lambda$  – длина волны в линии передачи.

Для построения частотных характеристик цепей с распределёнными параметрами удобно пользоваться следующими соотношением

$$\theta = \theta_0 \frac{f}{f_0}, \quad (7.3)$$

где  $\theta_0$  – это угловая электрическая длина, соответствующая частоте  $f_0$ .

### 7.3 Замена цепей с сосредоточенными параметрами отрезками линий

С помощью микрополосковой линии легко осуществить параллельно включённый импеданс. Поэтому на *одной частоте* параллельно включённую цепь с сосредоточенными параметрами можно заменить отрезком линии передачи. Но такая замена в *полосе частот* всегда приводит к неидентичным частотным характеристикам.

#### 7.3.1 Замена параллельно включённой катушки индуктивности

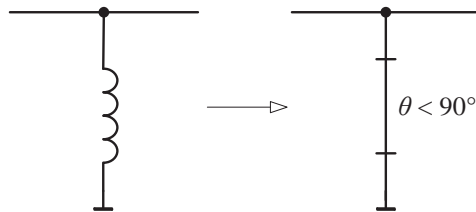


Рисунок 20 – Замена параллельно включённой индуктивности с помощью отрезка длинной линии

$$Z(\theta) = W j \operatorname{tg} \theta \quad (7.4)$$

#### 7.3.2 Замена параллельно включённого конденсатора

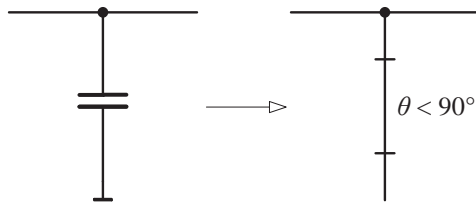


Рисунок 21 – Замена параллельно включённой индуктивности с помощью отрезка длинной линии

$$Z(\theta) = \frac{W}{j \operatorname{tg} \theta} \quad (7.5)$$

## 8 Аппроксимация частотных характеристик сосредоточенных цепей отрезками длинных линий

### 8.1 Последовательное включение отрезка длинной линии

В общем случае последовательное включение некоторого произвольного импеданса не может быть реализовано с помощью отрезков длинных линий. Поэтому замена последовательно включённых сосредоточенных элементов должна осуществляться с учётом особенностей той схемы, в которой эти элементы используются.

Такую замену следует осуществлять, используя трансформирующие свойства последовательно включённого отрезка длинной линии. Для описания этих свойств вводятся следующие обозначения:

$$\psi = \frac{W}{R_r} \quad (8.1)$$

$$\eta = \operatorname{tg} \theta \quad (8.2)$$

с учётом которых (7.1) примет новый вид. Если к одному концу отрезка длинной линии подключён импеданс  $z_2 = \frac{Z_2}{R_r}$ , то с другого его конца будет измеряться импеданс

$$z_\psi(\eta) = \frac{z_2 + \psi j \eta}{1 + z_2 \frac{j \eta}{\psi}} \quad (8.3)$$

При изменении  $\eta$  (а следовательно, и  $\theta$ ) точка в  $s$ -плоскости, соответствующая  $z_\psi(\eta)$ , будет описывать окружность  $C_\psi$ , центр которой лежит на действительной оси. При изменении  $\psi$  как радиус, так и положение центра этой окружности будут меняться (но центр остаётся на действительной оси). Все окружности этого семейства пересекаются в точке  $s_2 = \frac{z_2 - 1}{z_2 + 1}$ . Возрастающему  $\theta$  соответствует движение по часовой стрелке в  $s$ -плоскости.

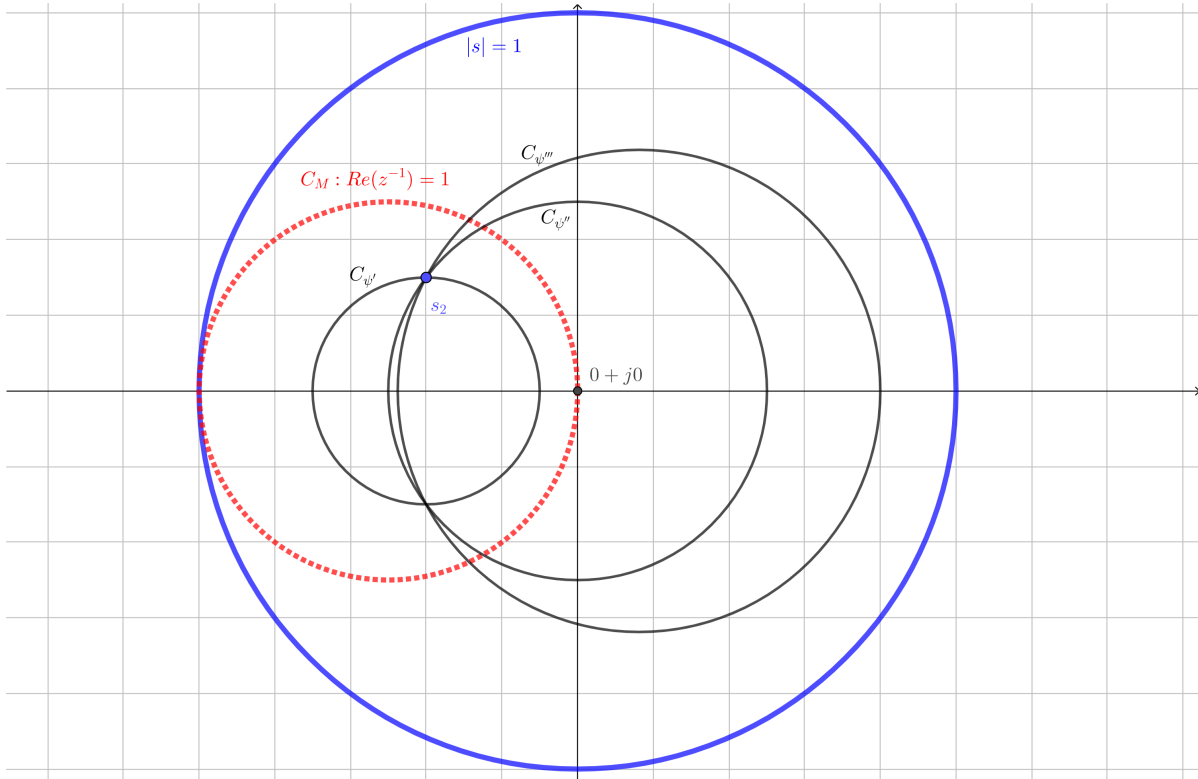


Рисунок 22 – Трансформация импеданса отрезками длинных линий с разными волновыми сопротивлениями:  $\psi' < \psi'' < \psi'''$

### 8.1.1 Замена Г-образного четырёхполюсника (для схемы на рисунке 8)

Замена последовательного элемента Г-образного четырёхполюсника отрезком длинной линии должна осуществлять решение уравнения

$$\operatorname{Re} \left( \frac{1}{z_\psi(\eta)} \right) = 1 \quad (8.4)$$

Графически решениям (8.4) соответствуют точки пересечения  $C_\psi$  с окружностью  $C_M$ , являющейся образом окружности импедансов, для которых  $\operatorname{Re}(z^{-1}) = 1$ . В зависимости от значения  $\psi$  уравнение (8.4) может иметь разное число корней  $\eta_i$ : один, два или ни одного.

Если ограничиться значениями  $\theta < 180^\circ$  (такой выбор способствует расширению полосы частот согласования), то в случае одного корня последовательный элемент Г-образного четырёхполюсника можно заменить всего лишь одним отрезком длинной линии. При этом подключение параллельного элемента не требуется (поскольку окружности касаются друг друга в точке  $0 + j0$ ).

Два корня соответствуют двум возможным заменам последовательного элемента (например, реактивности  $jX_b$  на рисунке 8). Они отличаются электрической длиной. В этом случае необходимо добавить параллельный элемент, чтобы добиться согласования (см. подраздел 7.3).

Отсутствие корней говорит о том, что Г-образный четырёхполюсник нельзя заменить одним или двумя отрезками длинной линии, так чтобы обеспечить согласование.

В случае двух корней нужно иметь в виду, что необходимый импеданс параллельного элемента **никогда** не совпадает с импедансом, рассчитанным для Г-образного четырёхполюсника на сосредоточенных элементах, что видно на рисунке 23.

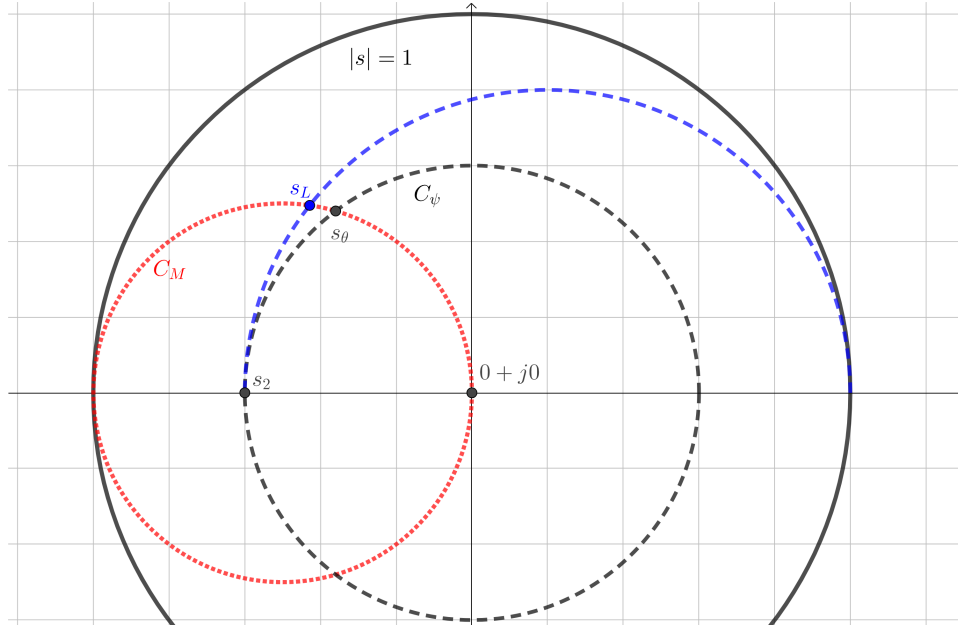


Рисунок 23 – Трансформация импеданса с помощью отрезка длинной линии

Действительно, если последовательная сосредоточенная индуктивность трансформирует  $s_2$  в  $s_L$ , то отрезок длинной линии переводит  $s_2$  в  $s_\theta$ , всегда отличную от  $s_L$ . Следовательно, и импеданс параллельного элемента Г-звена, выполненного в виде отрезка линии примет новое значение.

### 8.1.2 Замена последовательного контура (для ЦК на рисунке 13)

Полуволновый отрезок линии ( $\theta_b = 180^\circ$ ) эквивалентен последовательному колебательному контуру в одной точке независимо от значения  $\psi$ . На  $s$ -плоскости это точка касания окружностей  $C_\psi$  и  $C_{LC}$ , где  $C_{LC}$  – окружность коэффициентов отражения от последовательного соединения L, C и  $R = R_r$  (Рисунок 24).

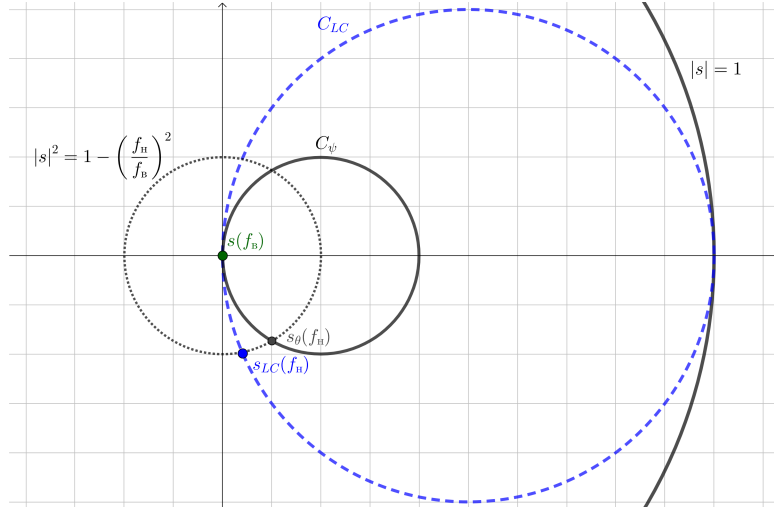


Рисунок 24 – ЦК с отражением: рассогласование на  $f_n$  с помощью полуволнового отрезка длиной линии

Второе условие накладывается на частоте  $f_n$ :

$$1 - \left(\frac{f_n}{f_b}\right)^2 = \left| \frac{z_\psi(\eta_n) - 1}{z_\psi(\eta_n) + 1} \right|^2, \quad (8.5)$$

где  $\eta_n = \text{tg} \left( \pi \frac{f_n}{f_b} \right)$ . Корень этого уравнения  $\psi$  обеспечит потери рассогласования на  $f_n$  распределённой ЦК те же, что и у сосредоточенной цепи.

### 8.1.3 Замена диссипативной цепи коррекции (для ЦК на рисунке 18)

Если, пользуясь результатом предыдущего пункта, взять полуволновый отрезок в качестве замены последовательного контура диссипативной ЦК (Рисунок 18), то его нормированное волновое сопротивление  $\psi_b$  находится из уравнения

$$\left(\frac{f_n}{f_b}\right)^2 = \frac{r_{\psi_b}}{r_{\psi_b}^2 + x_{\psi_b}^2}, \quad (8.6)$$

где  $r_{\psi_b} + jx_{\psi_b} = z_{\psi_b}(\eta_n)$ .

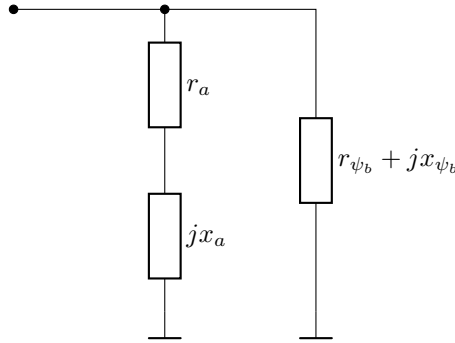


Рисунок 25 – ЦК с поглощением, нагруженная на  $R = R_r$ :

Чтобы цепь коррекции представляла собой цепь постоянного входного сопротивления, реактивный элемент  $jx_a$  заменяются разомкнутым полуволновым отрезком с нормированным волновым сопротивлением  $\psi_a$ , причём

$$\psi_a = \frac{1}{\psi_b - \psi_b^{-1}}. \quad (8.7)$$



Омическое сопротивление  $r_a$  получает новое значение по сравнению с цепью на сосредоточенных элементах:

$$r_a = \frac{1}{1 - \psi_b^{-2}}. \quad (8.8)$$

Замена  $jx_a$  полуволновым отрезком имеет два недостатка по сравнению с параллельным контуром на рисунке 18. Во-первых, при убывании частоты, начиная со значения  $\frac{f_b}{2}$ ,  $|s_{21}^{\text{ПК}}|$  начинает расти, то есть вне основной полосы пропускания каскад будет иметь значительное усиление. Во-вторых, в этом случае значительно снижается положительный эффект оказываемый  $r_a$  на устойчивость усилителя вне полосы  $[f_n, f_b]$ .

Чтобы в какой-то мере компенсировать эти недостатки, можно отказаться от строгого постоянства входного сопротивления во всей полосе частот и заменить  $jx_a$  параллельным соединением двух отрезков линий, короткозамкнутым и разомкнутым, имитирующими соответственно индуктивность и ёмкость параллельного контура.

## 8.2 S-матрица отрезка линии передачи

Матрица рассеяния отрезка линии угловой электрической длины  $\theta$ , согласованного с генератором и нагрузкой ( $\psi = 1$ ), имеет очень простой вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{-j\theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (8.9)$$

Для случая  $\psi \neq 1$  удобно ввести следующие обозначения:

$$h = e^{-j\theta} \quad (8.10)$$

$$\sigma = \frac{\psi - 1}{\psi + 1} \quad (8.11)$$

Этот приём способствует компактной записи матрицы рассеяния:

$$S = \frac{1}{1 - h^2 \sigma^2} \begin{pmatrix} \sigma(1 - h^2) & h(1 - \sigma^2) \\ h(1 - \sigma^2) & \sigma(1 - h^2) \end{pmatrix} \quad (8.12)$$