

ШИРОКОПОЛОСНЫЕ УСТРОЙСТВА

Содержание

1 Децибелы	3
1.1 Определение	3
1.2 Абсолютные и относительные величины	3
1.3 Важные соотношения	3
2 Коэффициент отражения	4
2.1 Коэффициент отражения от импеданса на конце длинной линии	4
2.2 Передача мощности от генератора в нагрузку	4
2.3 Коэффициент отражения: обобщение	5
2.4 Коэффициент отражения: математические сведения	5
2.5 Простейшее согласование двухполюсников	7
3 Обратимые четырёхполюсники	9
3.1 Нагруженный четырёхполюсник	9
3.2 Собственные параметры обратимых четырёхполюсников	9
3.3 Согласованное включение обратимых четырёхполюсников	9
3.4 Примеры	9
4 s-параметры четырёхполюсников	12
4.1 s-параметры – элементы матрицы рассеяния	12
4.2 Структура файла s-параметров (.s2p)	12
4.3 Каскадное соединение четырёхполюсников	13
5 Коррекция частотной характеристики	15
5.1 Введение	15
5.2 Коррекция частотной характеристики с отражением	15
5.3 Коррекция частотной характеристики с поглощением	17
6 Устойчивость четырёхполюсника	19
6.1 Инвариант устойчивости четырёхполюсника по Роллетту (Rollett)	19
6.2 Параметры μ и μ'	19
7 Микрополосковые цепи. Отрезки линий передачи	20
7.1 Расчёт параметров микрополосковой линии и её отрезков	20
7.2 Основная формула для отрезка линии передачи (трансформация импеданса)	20
7.3 Замена цепей с сосредоточенными параметрами отрезками линий	21
8 Аппроксимация частотных характеристик сосредоточенных цепей отрезками длинных линий	22
8.1 Последовательное включение отрезка длинной линии	22
8.2 S-матрица отрезка линии передачи	25

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- Неравномерность модуля коэффициента передачи s_{21} (или неравномерность усиления) в полосе частот $[f_h; f_b]$:

$$20 \lg \left(\frac{\max (|s_{21}(f)|)}{\min (|s_{21}(f)|)} \right), f \in [f_h; f_b]$$

СОКРАЩЕНИЯ

- АЭ – активный элемент
- ЦК – цепь коррекции
- ЦС – цепь связи
- ШПУ – широкополосный усилитель

ОБОЗНАЧЕНИЯ

- f_h – нижняя частота полосы пропускания
- f_b – верхняя частота полосы пропускания
- $\alpha \parallel \beta = \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$
- Δ – детерминант матрицы рассеяния четырёхполюсника
- θ – угловая электрическая длина
- a – падающая волна
- b – отражённая волна
- K – инвариант устойчивости четырёхполюсника (по Роллетту)
- s – коэффициент отражения от двухполюсника ($s \in \mathbb{C}$)
- s_{ij} – элемент i -ой строки j -ого столбца матрицы рассеяния ($s_{ij} \in \mathbb{C}$)
- $z = r + jx$ – нормированный импеданс ($z \in \mathbb{C}$)
- W – волновое сопротивление длинной линии

1 Децибелы

1.1 Определение

Про значения двух мощностей P_1 и P_2 говорят, что они отличаются на

$$10 \lg \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad (1.1)$$

декибел.

1.2 Абсолютные и относительные величины

Когда нужно выразить *абсолютное* значение мощности P_2 по децибелевой шкале, после сокращения “дБ” даётся указание на мощность P_1 , от которой децибелы отсчитываются. Если $P_1 = 1$ мВт, то результат записывают в дБм или дБмВт (dBm), если $P_1 = 1$ Вт, то дБВт (dBW). Например, $P_2 = 10$ мВт. По децибелевой шкале это либо $10 \lg \left(\frac{10\text{мВт}}{1\text{мВт}} \right) = 10\text{дБм}$, либо $10 \lg \left(\frac{0,01\text{Вт}}{1\text{Вт}} \right) = -20\text{дБВт}$.

При описании некоторых устройств (например, смесителей) бывает заведомо известно, что обсуждаемых P_1 и P_2 выполняется $\frac{P_2}{P_1} < 1$, и, следовательно, величина в (1.1) всегда отрицательна. В этих случаях принято брать $-10 \lg \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$ и называть эту величину *потерями* (мощности).

1.3 Важные соотношения

При вычислениях с децибелами полезно помнить некоторые часто встречающиеся соотношения (см. таблицу 1).

Таблица 1: Децибелы – важные соотношения

$\frac{P_2}{P_1}$	$10 \lg \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$
2	3 дБ
4	6 дБ
5	7 дБ
10	10 дБ

2 Коэффициент отражения

2.1 Коэффициент отражения от импеданса на конце длинной линии

Коэффициент отражения s от импеданса Z для длинной линии с волновым сопротивлением W описывается формулой

$$s = \frac{Z - W}{Z + W} \quad (2.1)$$

Отношение справа в (2.1) зависит только от отношения $\frac{Z}{W}$, которое называется *нормированным импедансом* и обозначается $z = \frac{Z}{W}$. Тогда (2.1) переходит в

$$s = \frac{z - 1}{z + 1} \quad (2.2)$$

Зная s , нормированный импеданс находят по формуле

$$z = \frac{1 + s}{1 - s} \quad (2.3)$$

Физический смысл имеют величины, использующие квадрат модуля s . Так $|s|^2$ – это отношение мощности волны, отражённой от Z , к мощности падающей волны, а $1 - |s|^2$ показывает отношение мощности, выделяемой в Z , к мощности падающей волны. Последняя величина не превышает единицу для пассивного Z , и логарифм её всегда отрицателен. Поэтому в децибелльной шкале её берут с обратным знаком и называют *потерями согласования*:

$$-10 \lg (1 - |s|^2) \quad (2.4)$$

2.2 Передача мощности от генератора в нагрузку

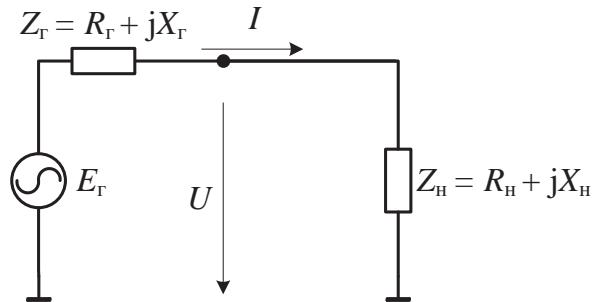


Рисунок 1 – Передача мощности от генератора в нагрузку

$$\begin{aligned} \text{Мощность (выделяемая) в нагрузке } P_h &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(U^* I \right) = \\ P_h &= \frac{1}{2} \frac{|E_g|^2}{4R_g + \frac{(R_h - R_g)^2}{R_h} + \frac{(X_h + X_g)^2}{R_h}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Доступная мощность P_g (наибольшая достижимая мощность в нагрузке)

$$P_g = \frac{|E_g|^2}{8R_g} \quad (2.6)$$

Доступная мощность выделяется в режиме согласования: $Z_h = Z_g^*$.

Используя (2.5), (2.6) можно переписать так: $P_{\Gamma} \frac{4R_p R_h}{(R_h + R_p)^2 + (X_h + X_p)^2}$. Отсюда легко видеть, что доля доступной мощности, теряемой из-за рассогласования

$$\frac{P_{\Gamma} - P_h}{P_{\Gamma}} = \frac{(R_h - R_p)^2 + (X_h + X_p)^2}{(R_h + R_p)^2 + (X_h + X_p)^2} \quad (2.7)$$

Выражение в правой части (2.7) – это $\left| \frac{Z_h - Z_p^*}{Z_h + Z_p} \right|^2$. Введём понятие коэффициента отражения от нагрузки s_h по аналогии с (2.1):

$$s_h = \frac{Z_h - Z_p^*}{Z_h + Z_p} \quad (2.8)$$

Если $Z_p = R_p + j0$, то (2.8) численно совпадает с (2.1) при замене Z_h на Z , а Z_p на W . Значит можно воспользоваться и (2.2), если принять $z = \frac{Z_h}{R_p}$. Следовательно, $\frac{P_h}{P_{\Gamma}} = 1 - |s|^2$.

Иногда удобнее рассмотреть коэффициент отражения от генератора $s_p = \frac{Z_p - Z_h^*}{Z_p + Z_h}$. Для него верно

$$1 - |s_p|^2 = \frac{(R_p - R_h)^2 + (X_p + X_h)^2}{(R_p + R_h)^2 + (X_p + X_h)^2} \quad (2.9)$$

Это выражение численно совпадает с (2.7). То есть оба коэффициента отражения сообщают одинаковую информацию о передаче мощности от генератора в нагрузку, поскольку квадраты их модулей равны. Следовательно, если $Z_h = R_h + j0$, то, принимая $z = \frac{Z_h}{R_p}$, можем воспользоваться (2.2), и снова получим $\frac{P_h}{P_{\Gamma}} = 1 - |s|^2$.

2.3 Коэффициент отражения: обобщение

Обобщив пп.2.1 и 2.2, можно сделать следующий вывод: в задачах, связанных с передачей мощности, удобно пользоваться величиной s , вычисляемой по формуле (2.2). При этом неважно, идёт ли речь о цепях с сосредоточенными или распределёнными параметрами. Соответственно, в обоих случаях потери рассогласования описываются формулой (2.4).

Строгое определение коэффициента отражения таково:

$$s = \frac{b}{a},$$

где

$a = \frac{U+IR_p}{\sqrt{8R_p}}$ – амплитуда падающей волны мощности (падающая волна);

$b = \frac{U-IR_p}{\sqrt{8R_p}}$ – амплитуда отражённой волны мощности (отражённая волна).

Стоит отметить, что в англоязычной литературе величины W или R_p обозначаются как Z_0 .

2.4 Коэффициент отражения: математические сведения

Формула (2.2) осуществляет *дробно-линейное преобразование* (см. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного, 1958, с. 120-131 или любую другую книгу по теории функций комплексного переменного, где есть глава «Конформные отображения») полной комплексной плоскости переменного $z = r + jx$ (z -плоскости) в полную комплексную плоскость переменного s (s -плоскость). (*Полная комплексная плоскость* содержит бесконечно удалённую точку, например, $z = \infty$ для z -плоскости). Пример отображения точки $z = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$ показан на рисунке 2.

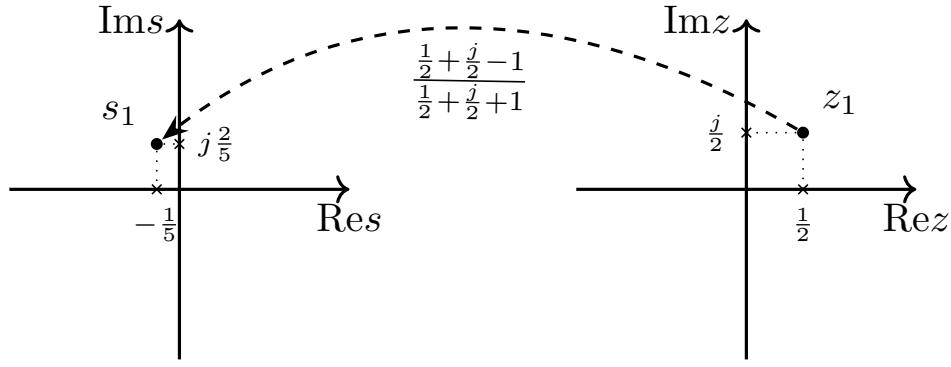


Рисунок 2 – Отображение точки $z = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$ в s -плоскость

Любое дробно-линейное преобразование обладает следующим свойством: оно отображает окружности одной плоскости в окружности другой плоскости. При этом нужно помнить, что прямые в комплексной плоскости являются окружностями, проходящими через бесконечно удалённую точку. Поэтому, например, образом прямой $\text{Re } z = 0$ является окружность в s -плоскости (Рисунок 3).

Для того, чтобы построить окружность достаточно знать произвольные *три* точки, принадлежащие ей. Поэтому для построения образа окружности достаточно найти три точки этого образа, что и сделано на рисунке 3).

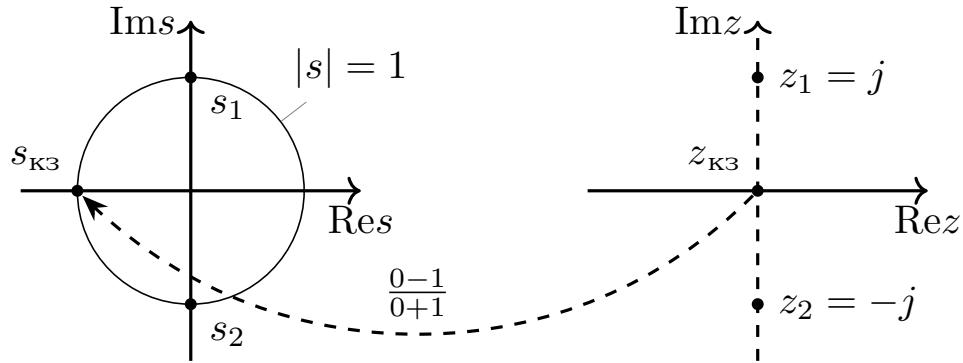


Рисунок 3 – Отображение мнимой z -оси в s -плоскость, построенное по трём точкам: $z_{\text{кз}} = 0 + j0$, $z_1 = 0 + j$, $z_2 = 0 - j$

Образом мнимой оси $\text{Re } z = 0$ является окружность $|s| = 1$. Она служит границей между областями коэффициентов отражения от пассивных и активных 2Π . Внутри окружности находятся точки, соответствующие 2Π , поглощающим энергию.

У преобразования (2.2) есть следующее свойство: $\text{sgn}(\text{Im } z) = \text{sgn}(\text{Im } s)$. Поэтому если окружность в z -плоскости расположена симметрично относительно действительной оси, её образ также будет симметричен относительно действительной оси s -плоскости. Поэтому для построения образа такой окружностей достаточно найти образы двух точек, лежащих на действительной оси (Рисунок 4).

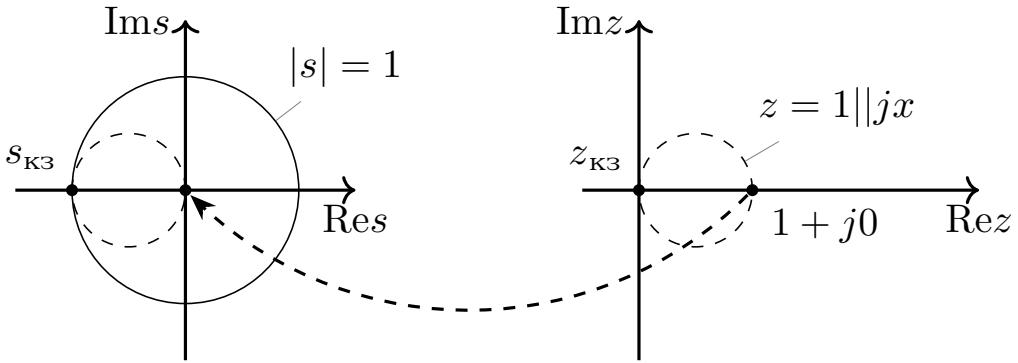


Рисунок 4 – Отображение окружности $z = 1||jx$ в s -плоскость, построенное по двум точкам: $z_{k3} = 0 + j0$, $z = 1 + j0$

Окружность в s -плоскости на рисунке 4 является образом импедансов, обладающих единичной проводимостью.

Упомянутое выше свойство позволяет по образу в s -плоскости определить характер реактивности импеданса: если образ лежит в верхней плоскости, то характер – индуктивный, если в нижней – ёмкостный (Рисунок 5).

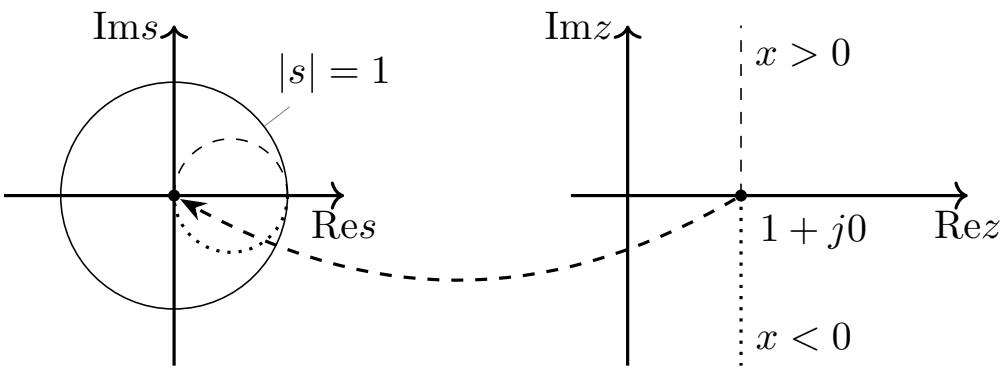


Рисунок 5 – Отображение прямой $z = 1 + jx$ в s -плоскость с выделением частей образов, лежащих в разных полуплоскостях

2.5 Простейшее согласование двухполюсников

Свойства отображения (2.2), описанные выше, позволяют легко сформулировать правила составления простейших цепей, обеспечивающих, режим согласования между произвольными генератором и нагрузкой. Постановка задачи сводится к следующему набору условий:

- активный и пассивный 2П, описываемые импедансами $Z_g = R_g + jX_g$ и $Z_h = R_h + jX_h$, не соотносящиеся дегенеративно, то есть: $Z_h \neq \frac{*}{Z_g}$;
- нужно подключить к каждому 2П простейший реактивный 2П так, чтобы обеспечить согласование в каком-либо сечении между двумя исходными 2П.

Выполнение условия согласования в каком-либо сечении каскадно соединённых 4П эквивалентно выполнению условия $s_A^* = s_B$, где s_A и s_B – коэффициенты отражения в левом и правом направлении от плоскости сечения соответственно.

Очевидно, что наличие реактивной части в одном из импедансов не влияет принципиально в Z_g на решение задачи. Поэтому положим $Z_g = R_g + j0$, пронормируем Z_h к R_g , то есть $z_h = \frac{Z_h}{R_g}$. Слева на рисунке окажется импеданс $1 + j0$. Подключение последовательного или параллельного импедансов может привести только к движению точки s_A по одной из двух окружностей, обсуждённых ранее (Рисунок 6).

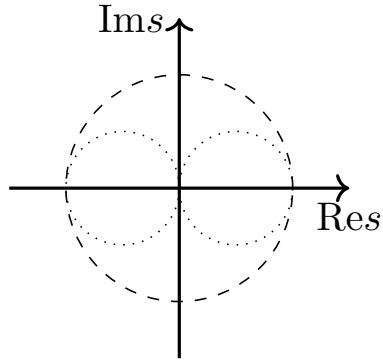


Рисунок 6 – Разбиение s -плоскости на области, соответствующие качественно отличающимся случаям согласования с s_{Π}

Следовательно, каждое решение задачи эквивалентно нахождению таких включений реактивных 2П справа, которые переведут точку s_n в точку s_{Π} , принадлежащую одной из этих окружностей. Тогда левый 4П trivialно строится с помощью реактивного 2П, перемещающего s_r в точку s_{Π}^* , получающуюся зеркальным отражением вдоль оси $\text{Re } s = 0$.

Можно выделить лишь четыре качественно различные случая:

- s_n лежит внутри окружности γ (соответствующей, проводимостям больше 1);
- s_n лежит внутри окружности ρ (соответствующей, сопротивлениям больше 1);
- s_n лежит вне окружностей γ и ρ , и при этом $\text{Im } s > 0$;
- s_n лежит вне окружностей γ и ρ , и при этом $\text{Im } s < 0$.

Решения в этих случаях могут быть получены лишь включением последовательного, параллельного, ёмкостного или индуктивного 2П справа соответственно. Для первых двух случаев соответствующий 2П слева должен быть разноимённого включения и противоположной реактивности.

3 Обратимые четырёхполюсники

3.1 Нагруженный четырёхполюсник

Если к 4П подключён 2П, как показано на рисунке 7, то говорят, что он нагружен этим 2П со стороны плеча 2. При этом со стороны плеча 1 измеряется входной импеданс Z_{bx_1} . Аналогично вводится определение Z_{bx_2} .

Входные импедансы со стороны i -го плеча при условии, что другое плечо нагружено КЗ или ХХ обозначаются $Z_{\text{bx}_i}^{\text{K3}}$ и $Z_{\text{bx}_i}^{\text{XX}}$ соответственно.

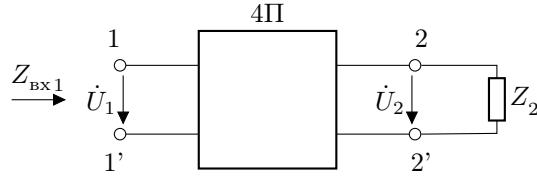


Рисунок 7 – Четырёхполюсник, нагруженный двухполюсником с импедансом Z_2 на плече 2

3.2 Собственные параметры обратимых четырёхполюсников

Записать любую матрицу обратимого 4П можно, зная лишь три параметра, которые называются характеристическими. Эти параметры – постоянная (или мера) передачи g и два характеристических импеданса Z_{W_1} и Z_{W_2} .

Характеристические импедансы (сопротивления) описываются выражением

$$Z_{W_i} = \sqrt{Z_{\text{bx}_i}^{\text{K3}} Z_{\text{bx}_i}^{\text{XX}}}. \quad (3.1)$$

а постоянная передачи связана с $Z_{\text{bx}_i}^{\text{K3}}$ и $Z_{\text{bx}_i}^{\text{XX}}$ простыми соотношениями:

$$\frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1} = \sqrt{\frac{Z_{\text{bx}_1}^{\text{K3}}}{Z_{\text{bx}_1}^{\text{XX}}}} = \sqrt{\frac{Z_{\text{bx}_2}^{\text{K3}}}{Z_{\text{bx}_2}^{\text{XX}}}}, \quad (3.2)$$

3.3 Согласованное включение обратимых четырёхполюсников

Если нагрузить плечо 2 импедансом $Z_2 = Z_{W_2}$ (см. рисунок 7), то $Z_{\text{bx}_1} = Z_{W_1}$. При этом, будет выполнено равенство $\frac{U_1}{\sqrt{Z_{W_1}}} = e^g \frac{U_2}{\sqrt{Z_{W_2}}}$. Из него следует, что мощность, поступившая через плечо 1, в $|e^{2g}|$ раз больше, чем мощность, выделившаяся в нагрузке $Z_2 = Z_{W_2}$. Следовательно, величина e^{-g} аналогична s_{21} .

Если включить согласованно несколько обратимых 4П постоянная передачи составного 4П g_Σ будет суммой постоянных передач отдельных 4П g_i :

$$g_\Sigma = \sum g_i$$

3.4 Примеры

3.4.1 Г-образный четырёхполюсник

Г-образный 4П состоит из двух импедансов (Рисунок 8). Очевидно, что:

$$\begin{cases} Z_{\text{bx}_1}^{\text{XX}} = Z_\Pi; & Z_{\text{bx}_2}^{\text{XX}} = Z_T + Z_\Pi; \\ Z_{\text{bx}_1}^{\text{K3}} = Z_T \| Z_\Pi; & Z_{\text{bx}_2}^{\text{K3}} = Z_T. \end{cases} \quad (3.3)$$

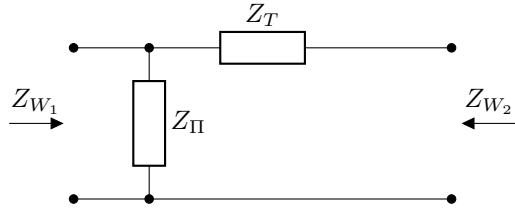


Рисунок 8 – Г-образный четырёхполюсник

Пользуясь (3.1) и (3.3), легко показать, что для Г-образного 4П

$$Z_{W_1} Z_{W_2} = Z_T Z_{\Pi}. \quad (3.4)$$

Пользуясь (3.2) и (3.3), получаем

$$\frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1} = \sqrt{\frac{Z_T}{Z_T + Z_{\Pi}}}. \quad (3.5)$$

Тогда, очевидно, что

$$\begin{cases} Z_{W_1} = Z_{\Pi} \frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1}; \\ Z_{W_2} = Z_T \frac{e^{2g} + 1}{e^{2g} - 1}. \end{cases} \quad (3.6)$$

3.4.2 Г-образный аттенюатор 1,5 дБ

Рассчитать резистивный Г-образный аттенюатор с $Z_{W_1} = 50$ Ом и затуханием 1,5 дБ (Рисунок 9).

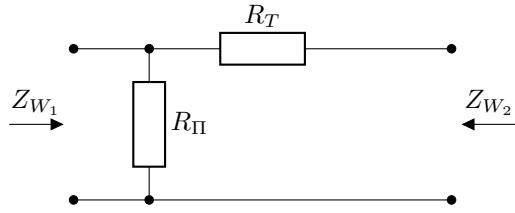


Рисунок 9 – Г-образный аттенюатор

Поскольку аттенюатор не содержит реактивных элементов, e^g будет действительной величиной.

1. Потеря 1,5 дБ соответствует $e^{2g} = 10^{\frac{1.5}{10}} = 1,41$.

2. Следовательно, $\frac{e^{2g} - 1}{e^{2g} + 1} = 0,17$.

3. Пользуясь (3.6), получаем:

$$R_{\Pi} = \frac{50}{0,17} = 292 \text{ Ом};$$

4. Пользуясь тем, что $\frac{e^{2g} + 1}{e^{2g} - 1} = \sqrt{1 + \frac{R_{\Pi}}{R_T}}$, получаем :

$$R_T = \frac{292}{1 - (0,17)^2} = 8,7 \text{ Ом.}$$

3.4.3 П-образный аттенюатор 3 дБ

Рассчитать П-образный аттенюатор с $Z_{W_1} = Z_{W_2} = 50$ Ом и затуханием 3 дБ.

1. Включим последовательно два Г-образных аттенюатора, рассчитанных в 3.4.2, так, чтобы они соединились плечами, соответствующими Z_{W_2} .
2. Тогда при работе с 50-омными генератором и нагрузкой затухание получившегося 4П будет суммой затуханий двух Г-образных аттенюаторов, то есть $1,5+1,5=3$ дБ.
3. Следовательно, решением задачи является П-образный 4П, состоящий из двух параллельных сопротивлений 292 Ом и последовательного сопротивления $2 \cdot 8,7 = 17,4$ Ом.

3.4.4 Т-образный аттенюатор 6 дБ

Из рассмотрения предыдущих примеров очевидно, что расчёт Т-образного аттенюатора 6 дБ $Z_{W_1} = Z_{W_2} = 50$ Ом легко провести в два шага. Сначала рассчитать Г-образный аттенюатор 3 дБ с $Z_{W_2} = 50$ Ом. Затем соединить два таких аттенюатора плечами соответствующими Z_{W_1} .

Результат первого шага: $R_T = 16,7$ Ом, $R_\Pi = 133,3$ Ом.

Результат второго шага: $R_T = 16,7$ Ом, $R_\Pi = 66,7$ Ом.

3.4.5 Г-образная цепь согласования

Согласовать с помощью Г-образного 4П генератор с внутренним импедансом $50 + j0$ с нагрузкой $25 + j0$. Иначе говоря, нужно построить Г-образный 4П с $|e^{2g}| = 1$, $Z_{W_1} = 50$ Ом и $Z_{W_2} = 25$ Ом.

Сначала заметим, что $Z_{W_2} = \sqrt{Z_{\text{bx2}}^{\text{kz}} Z_{\text{bx2}}^{\text{xx}}} = \sqrt{Z_T^2 + Z_\Pi Z_T}$. Здесь уместно применить (3.4). Тогда

$$Z_T = \sqrt{Z_{W_2}(Z_{W_2} - Z_{W_1})} = \pm j\sqrt{Z_{W_2}(Z_{W_1} - Z_{W_2})} = \pm j25 \text{ Ом.}$$

Ещё раз использовав (3.4), получим

$$Z_\Pi = \frac{Z_{W_1}Z_{W_2}}{Z_T} = \mp jZ_{W_1}\sqrt{\frac{Z_{W_2}}{Z_{W_1} - Z_{W_2}}} = \pm j50 \text{ Ом.}$$

Подставив полученные значения Z_T и Z_Π в (3.5) можно убедиться, что $|e^{2g}| = 1$.

Здесь уместно обсудить физический смысл полученного результата. Из приведённых выше выкладок следует, что

- элементы Z_T и Z_Π должны быть реактивностями противоположных знаков;
- должно выполняться неравенство $Z_{W_1} > Z_{W_2}$.

4 s-параметры четырёхполюсников

4.1 s-параметры – элементы матрицы рассеяния

По аналогии с коэффициентом отражения для 2П вводятся величины s_{ij} , описывающие поведение линейных многополюсников, в том числе четырёхполюсников (4П). Эти величины являются элементами матрицы, которая называется матрицей рассеяния или S -матрицей. Также s_{ij} часто называют *s-параметрами*.

Для децибелльного представления модулей s-параметров усилителей есть устоявшиеся названия:

- $-20 \lg |s_{11}|$ – обратные потери по входу (input return loss);
- $-20 \lg |s_{11}|$ – обратные потери по выходу (output return loss);
- $-20 \lg |s_{12}|$ – развязка (isolation);
- $20 \lg |s_{21}|$ – усиление (gain).

Обсуждаемые параметры дают возможность моделировать характеристики описываемых ими устройств. Информацию об S -матрицах на различных частотах сводят в специальные файлы.

4.2 Структура файла s-параметров (.s2p)

Файл s-параметров четырёхполюсника имеет расширение .s2p и содержит 9 столбцов данных. Каждая строка содержит значение частоты и соответствующие этой частоте модули и аргументы элементов s-матрицы в следующем порядке:

Частота	$ s_{11} $	$\arg(s_{11})$	$ s_{21} $	$\arg(s_{21})$	$ s_{12} $	$\arg(s_{12})$	$ s_{22} $	$\arg(s_{22})$

$|s_{ij}|$ может быть указан как в относительных единицах, так и в децибелах ($20 \lg |s_{ij}|$).

Обычно таблице с данными предпосылается несколько строк комментария. Каждая строка комментария начинается с символа “!”. В некоторых строках комментария можно найти указание на условия измерения и формат данных.

Также есть строка начинающаяся с символа “#” (строка 15 в нижеследующем примере), в которой указаны

- единицы измерения частоты;
- тип данных (s-параметры);
- формат записи комплексного числа (МА – амплитуда в относительных единицах и аргумент, DB – амплитуда в децибелах и аргумент, RI – действительная и мнимая части);
- сопротивление нормировки (волновое сопротивление) в Омах.

Пример файла .s2p дан на рисунке 10.

```

1 ! Filename P\Prog\Test\Noise\ATS_data\Testdata_Net\03_Spar\BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_0
2 ! Date/Time Wed 24/Apr/2013
3 ! BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_1to20mA_SP_CM01_Bias8_R.s2p
4 ! MDIF S-parameter v. bias file
5 ! BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_1to20mA_SP_CM01
6 !
7 ! VAR V_out= 8.0000
8 ! VAR I_out= 19.9950
9 ! VAR V_in= 0.8266
10 ! VAR I_in= 0.2168
11 ! Device data file deembeded for feedlines and parallel
12 ! Original file: \03_Spar\BFU520A_APG2013_30_A05_08p0V_020mA_SP_CM01_R.s2p
13 ! Feed-files: PR017V01_150413_Feed1.s2p, PR017V01_150413_Feed2.s2p
14 ! Parallel-file PR017V01_150413_Par.s2p
15 #MHz S MA R 50
16 ! Freq MHz S11-mag S11-arg S21-mag S21-arg S12-mag S12-arg S22-mag S22-arg
17 40 0.54458 -17.08 34.721 163.79 0.0061906 83.61 0.95882 -8.99
18 50 0.53201 -21.34 33.925 160.18 0.0076653 81.71 0.94296 -11.16
19 60 0.51988 -25.13 33.138 156.42 0.0091139 80.46 0.92721 -13.05
20 70 0.508 -28.93 32.369 153.25 0.010463 79.18 0.90935 -14.82
21 80 0.4938 -32.66 31.541 149.89 0.011749 78.09 0.89039 -16.50
22 90 0.47802 -35.94 30.539 146.77 0.012952 77.13 0.86993 -17.96
23 100 0.46432 -39.11 29.622 143.98 0.014147 76.38 0.84999 -19.28
24 120 0.43422 -45.32 27.849 138.70 0.016364 75.01 0.81112 -21.50
25 140 0.40699 -50.68 26.032 134.14 0.018431 74.11 0.77403 -23.20
26 160 0.37988 -55.64 24.294 130.05 0.020442 73.33 0.74027 -24.52
27 180 0.35564 -60.14 22.743 126.48 0.022312 72.90 0.70885 -25.51
28 200 0.3329 -64.13 21.304 123.27 0.024116 72.69 0.68171 -26.19

```

Рисунок 10 – Пример структуры файла s-параметров

4.3 Каскадное соединение четырёхполюсников

4.3.1 Общий подход: использование t-параметров

Даны N четырёхполюсников с S -матрицами S_I , S_{II} , ..., и требуется найти S -матрицу устройства, полученного путём их каскадного соединения S_Σ . Эта задача решается в три шага:

1. матрицы S_I , S_{II} , ... пересчитываются в T -матрицы T_I , T_{II} , ... (см. п. 4.3.2);
2. рассчитывается T -матрица каскадного соединения T_Σ :

$$T_\Sigma = \underbrace{T_I T_{II} \dots}_N \quad (4.1)$$

3. по матрице T_Σ получают искомую матрицу S_Σ .

Примечание. Предполагается, что все матрицы измерены с использованием генераторов и нагрузок с одинаковыми импедансами $Z = R + j0$.

4.3.2 Перевод s-параметров в t-параметры и обратно

$$T = \frac{1}{s_{21}} \begin{pmatrix} 1 & -s_{22} \\ s_{11} & s_{12}s_{21} - s_{11}s_{22} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$S = \frac{1}{t_{11}} \begin{pmatrix} t_{21} & t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} \\ 1 & -t_{12} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

4.3.3 Матрицы элементарных четырёхполюсников с сосредоточенными элементами

Для построения простейших цепей связи достаточно использовать только два элементарных четырёхполюсника:

- Четырёхполюсник, образованный включённым последовательно двухполюсником с импедансом Z :

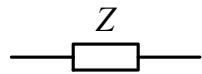


Рисунок 11 – Четырёхполюсник, состоящий из последовательно включённого двухполюсника

S-матрицу такого четырёхполюсника удобно записать с использованием нормированного импеданса $z = \frac{Z}{R}$ (см. примечание к п. 4.3.1):

$$S = \frac{1}{z+2} \begin{pmatrix} z & 2 \\ 2 & z \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

- Четырёхполюсник, образованный включённым *параллельно* двухполюсником с импедансом Z :

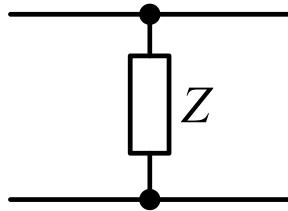


Рисунок 12 – Четырёхполюсник, состоящий из параллельно включённого двухполюсника

S-матрицу такого четырёхполюсника удобно записать с использованием нормированного адmittанца (комплексной проводимости) $y = (\frac{Z}{R})^{-1} = \frac{1}{z}$ (см. примечание к п. 4.3.1):

$$S = \frac{1}{y+2} \begin{pmatrix} -y & 2 \\ 2 & -y \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

5 Коррекция частотной характеристики

5.1 Введение

При построении широкополосного усилителя (ШПУ), чтобы компенсировать неравномерность частотной характеристики усиления активного элемента (АЭ) каскадно с ним включают цепи коррекции (ЦК). Это пассивные цепи, вносящие потери на частотах с избыточным усилением АЭ, так чтобы снизить неравномерность модуля коэффициента передачи ШПУ $|s_{21}^{\text{ШПУ}}|$.

ЦК бывают двух типов: ЦК с отражением (реактивные) и ЦК с поглощением (диссипативные). Ниже каждый тип будет проиллюстрирован одним примером. Про них и про другие цепи коррекции можно прочитать в следующей литературе:

1. Проектирование радиопередающих устройств СВЧ: учебное пособие для радиотехнических специальностей вузов / Г. М. Уткин, и др. – М. : Советское радио, 1979. – 320 с. (гл. 6, с. 81-92)
2. Линейные транзисторные усилители СВЧ / Н. З. Шварц. – М.: Советское радио, 1980. – 368 с. (гл. 8-9, с. 183-232)
3. Широкополосные радиопередающие устройства / О. В. Алексеев, А. А. Головков, В. В. Полевой, А. А. Соловьев; под ред. О. В. Алексеева. — М. : Связь, 1978. — 304 с. (с. 40-45, с. 221-233)

5.2 Коррекция частотной характеристики с отражением

5.2.1 Коррекция частотной характеристики с помощью малодобротного контура

Между генератором и нагрузкой последовательно включены L и C элементы (Рисунок 13).

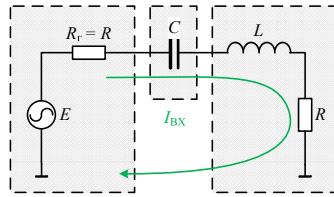


Рисунок 13 – Включение последовательного контура между генератором и нагрузкой

Эта цепь представляет собой последовательный колебательный контур с импедансом

$$Z = 2R(1 + j\xi), \quad (5.1)$$

где $\xi(f) = Q_{\text{кк}} \left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f} \right)$, $Q_{\text{кк}} = \frac{\sqrt{L/C}}{2R}$ – добротность контура и f_p – резонансная частота контура. Далее, $I_{\text{вх}}(f) = \frac{I_{\max}}{\sqrt{1+\xi^2(f)}}$, где $I_{\max} = I_{\text{вх}}(f_p)$ – максимальная амплитуда тока в контуре. Достигение I_{\max} соответствует условию $\xi(f_p) = 0$. Настройкой контура можно добиться $I_{\text{вх}} = I_{\max}$ на любой частоте внутри $[f_h, f_b]$ (Рисунок 14).

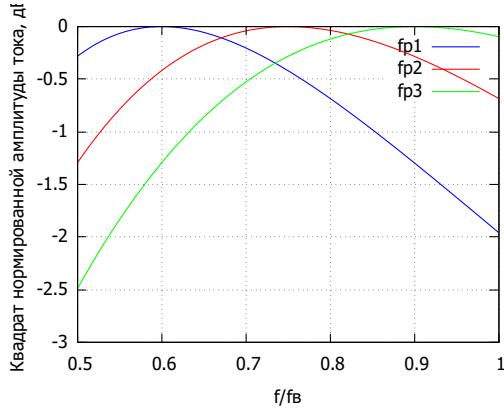


Рисунок 14 – Частотная характеристика $20 \lg \left| \frac{I_{bx}}{I_{max}} \right| (f_{p1} < f_{p2} < f_{p3})$

Поскольку обсуждаемая цепь является частью ШПУ, в котором используется транзистор с убывающим обратно пропорционально частоте коэффициентом передачи тока, то стоит выбрать $f_p = f_B$, тем самым добившись максимального тока на входе АЭ. А затем подобрать Q_{kk} так, чтобы скомпенсировать избыточное усиление на нижнем краю полосы пропускания.

Результирующий коэффициент передачи пропорционален произведению двух сомножителей:

- Множитель 1: $\left(\frac{f_B}{f} \right)^2$ описывает поведение частотной характеристики транзистора
- Множитель 2: $\frac{1}{1+\xi^2(f)}$ описывает поведение частотной характеристики ЦК (Рисунок 15)

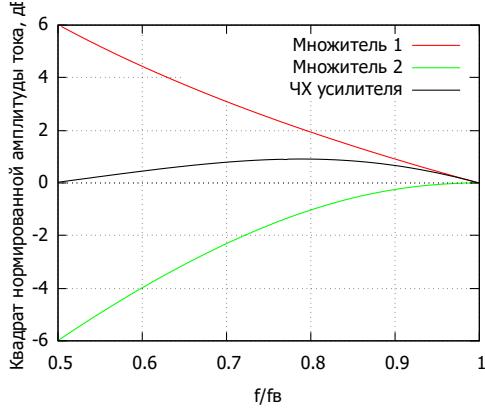


Рисунок 15 – Частотные характеристики нормированных коэффициентов передачи

При $f = f_B$ произведение сомножителей равно 1. Нужно найти Q_{kk} , которая обеспечит выполнение того же равенства при $f = f_H$: $\left(\frac{f_B}{f_H} \right)^2 \frac{1}{1+\xi^2(f_H)} = 1$. Используя (5.1) получим: $\left(\frac{f_B}{f_H} \right)^2 = 1 + Q_{kk}^2 \left(\frac{f_H}{f_B} - \frac{f_B}{f_H} \right)^2$. Откуда следует искомое выражение

$$Q_{kk} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_B}{f_H} \right)^{-2}}} \quad (5.2)$$

Например, для октавного ШПУ ($f_B = 2f_H$) $Q_{kk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15$. Добротности, отклоняющиеся от этого значения, приводят к большей неравномерности частотной характеристики в октавной полосе частот (Рисунок 16).

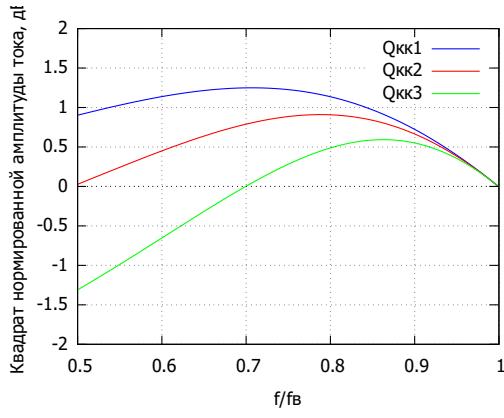


Рисунок 16 – Влияние величины добротности на выравнивание частотной характеристики: $Q_{kk1} < Q_{kk2} < Q_{kk3}$ ($Q_{kk2} = 1,15$)

5.3 Коррекция частотной характеристики с поглощением

5.3.1 Коррекция частотной характеристики с помощью цепи постоянного входного сопротивления

Цепь, рассмотренная в п.5.2.1, может быть дополнена таким образом, чтобы (а) её импеданс Z_1 со стороны генератора был частотно независимым и действительным (причём $Z_1 = R + j0$), и чтобы (б) $I_b(\omega_b) = I_1$ (Рисунок 17).

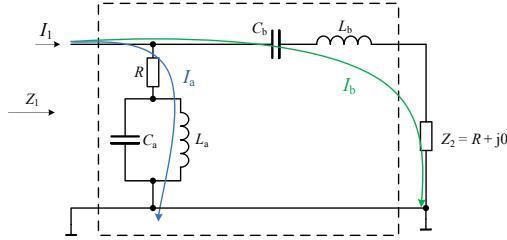


Рисунок 17 – Цепь постоянного входного сопротивления

Для этого требуется выполнение следующих двух условий

$$\omega_b = \frac{1}{\sqrt{L_a C_a}} = \frac{1}{\sqrt{L_b C_b}} \quad (5.3)$$

$$\sqrt{\frac{L_a}{C_a}} = \frac{R}{Q_b} \quad (5.4)$$

где $Q_b = \frac{\omega_b L_b}{R} = \frac{1}{R \omega_b C_b}$ – добротность контура, состоящего из элементов L_b , C_b и R .

Из (5.3), (5.4) можно получить формулы для расчёта элементов такой ЦК:

$$\begin{cases} L_a = \frac{R}{Q_b \omega_b} \\ C_a = \frac{Q_b}{R \omega_b} \\ L_b = \frac{Q_b R}{\omega_b} \\ C_b = \frac{1}{Q_b R \omega_b} \end{cases} \quad (5.5)$$

При подключении на входе такой ЦК генератора с $Z_g = R + j0$ будет обеспечена минимальная неравномерность частотной характеристики $|s_{21}^{\text{ШПУ}}|$ в полосе $[f_h; f_v]$ при условии, что $|s_{21}^{\text{ШПУ}}(f_v)| = |s_{21}^{\text{ШПУ}}(f_h)|$. Для выполнения этого условия Q_b должна быть

$$Q_b = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_v}{f_h}\right)^{-2}}} \quad (5.6)$$

Рассчитанная ЦК – это четырёхполюсник, включаемый каскадно с другими цепями усилителя (Рисунок 18).

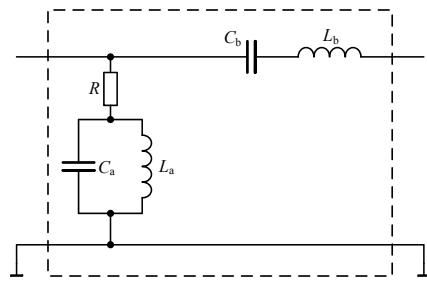


Рисунок 18 – Диссипативная цепь коррекции представляет собой четырёхполюсник, подключаемый каскадно с другими цепями усилителя

6 Устойчивость четырёхполюсника

При подключении ко входу и выходу четырёхполюсника некоторых импедансов с неотрицательными действительными частями могут возникнуть незатухающие колебания. То есть система из двух двухполюсников и одного четырёхполюсника *потеряет устойчивость* и образует *автогенератор*.

На *каждой* рассматриваемой частоте четырёхполюсник может быть либо *безусловно устойчивым*, либо *условно устойчивым*. В первом случае не существует пары импедансов, дополняющих четырёхполюсник до автогенератора. Во втором случае такие импедансы можно подобрать.

Подробнее об устойчивости четырёхполюсников, например, в:

Линейные транзисторные усилители СВЧ / Н. З. Шварц. – М.: Советское радио, 1980. – 368 с. (с.92-99)

6.1 Инвариант устойчивости четырёхполюсника по Роллетту (Rollett)

При исследовании характера устойчивости четырёхполюсника важную роль играет *инвариант устойчивости* четырёхполюсника K (часто называемый коэффициентом устойчивости четырёхполюсника):

$$K = \frac{1 + |\Delta|^2 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2}{2|s_{12}||s_{21}|}, \quad (6.1)$$

где $\Delta = s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}$ – детерминант матрицы рассеяния.

Для *безусловной* устойчивости четырёхполюсника на какой-либо *одной* частоте, необходимо и достаточно, чтобы на *этой* частоте выполнялись два условия:

$$\begin{cases} K > 1 \\ |\Delta| < 1 \end{cases} \quad (6.2)$$

Для безусловной устойчивости четырёхполюсника в полосе частот соотношения (6.2) должны быть выполнены во всей полосе.

Этот критерий впервые был введён в

J. Rollett, "Stability and Power-Gain Invariants of Linear Twoports," in IRE Transactions on Circuit Theory, vol. 9, no. 1, pp. 29-32, March 1962. Величина K была названа *инвариантом*, потому что остаётся неизменной при каскадном подключении к данному 4П произвольного 4П без потерь, то есть такого 4П, для которого верно

$$1 = |s_{11}|^2 + |s_{21}|^2,$$

$$1 = |s_{22}|^2 + |s_{12}|^2.$$

6.2 Параметры μ и μ'

Позже (см. M. L. Edwards and J. H. Sinsky, "A new criterion for linear 2-port stability using a single geometrically derived parameter," in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 40, no. 12, pp. 2303-2311, Dec. 1992) было подмечено, что можно характеризовать устойчивость 4П, используя лишь одно неравенство. Для этого вводятся два комплементарные параметра μ и μ' :

$$\mu = \frac{1 - |s_{11}|^2}{|s_{22} - s_{11}^* \Delta| + |s_{12}||s_{21}|},$$

$$\mu' = \frac{1 - |s_{22}|^2}{|s_{11} - s_{22}^* \Delta| + |s_{12}||s_{21}|}.$$

С помощью их условие безусловной устойчивости 4П выражается так:

$$\mu > 1,$$

или так

$$\mu' > 1.$$

Нужно подчеркнуть, что для безусловной устойчивости достаточно выполнения *любого* из этих неравенств.

7 Микрополосковые цепи. Отрезки линий передачи

7.1 Расчёт параметров микрополосковой линии и её отрезков

Для параметров микрополосковой линии не существует точных формул. Рассчитывать их следует по приближённым формулам, приведенным в литературе или используя компьютерные вычислительные средства.

7.1.1 Литература

1. Виноградов, А. Ю. Устройства СВЧ и малогабаритные антенны : учебное пособие / А. Ю. Виноградов, Р. В. Кабетов, А. М. Сомов; под редакцией А. М. Сомова. — Москва : Горячая линия-Телеком, 2016. — 444 с. (с. 235-251)
2. Справочник по расчету и проектированию СВЧ полосковых устройств/ Под ред. В.И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1982 г. — 328 с. (с. 62-66)

7.1.2 Компьютерные средства: “microstrip line calculator”

1. <https://chemandy.com/calculators/microstrip-transmission-line-calculator-hartley27.htm>
2. <https://www.pasternack.com/t-calculator-microstrip.aspx>
3. <https://www.emtalk.com/mscalc.php>

Такие калькуляторы также встроены в САПР (например, в QucsStudio: Tools/Line Calculation).

7.2 Основная формула для отрезка линии передачи (трансформация импеданса)

В основе построения цепей с распределёнными параметрами, лежат свойства отрезка линии передачи с волновым сопротивлением W , к одному концу которого подключён импеданс Z :

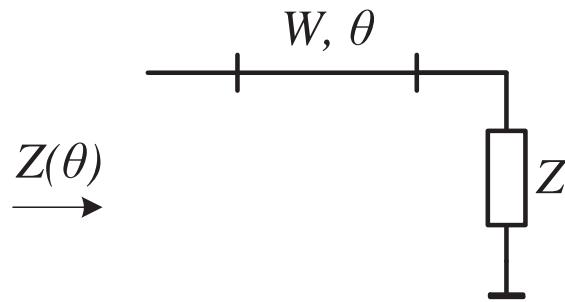


Рисунок 19 – Отрезок длиной линии (волновода)

У такого отрезка угловой электрической длины θ импеданс, измеренный со стороны другого конца, $Z(\theta)$ определяется по формуле $\mathrm{Re}\{z\}$

$$Z(\theta) = W \frac{Z + W j \operatorname{tg} \theta}{W + Z j \operatorname{tg} \theta} \quad (7.1)$$

Угловая электрическая длина находится по формуле

$$\theta = 2\pi \frac{l}{\lambda}, \quad (7.2)$$

где l – длина отрезка линии передачи, λ – длина волны в линии передачи.

Для построения частотных характеристик цепей с распределёнными параметрами удобно пользоваться следующими соотношениями

$$\theta = \theta_0 \frac{f}{f_0}, \quad (7.3)$$

где θ_0 – это угловая электрическая длина, соответствующая частоте f_0 .

7.3 Замена цепей с сосредоточенными параметрами отрезками линий

С помощью микрополосковой линии легко осуществить параллельно включённый импеданс. Поэтому на *одной частоте* параллельно включённую цепь с сосредоточенными параметрами можно заменить отрезком линии передачи. Но такая замена в *полосе частот* всегда приводит к неидентичным частотным характеристикам.

7.3.1 Замена параллельно включённой катушки индуктивности

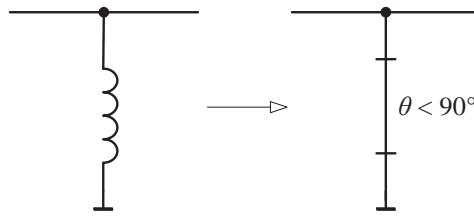


Рисунок 20 – Замена параллельно включённой индуктивности с помощью отрезка длинной линии

$$Z(\theta) = W j \operatorname{tg} \theta \quad (7.4)$$

7.3.2 Замена параллельно включённого конденсатора

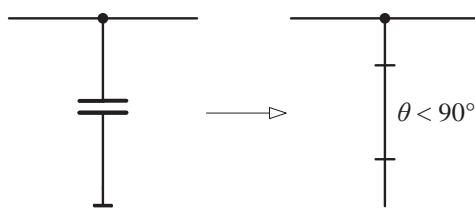


Рисунок 21 – Замена параллельно включённой индуктивности с помощью отрезка длинной линии

$$Z(\theta) = \frac{W}{j \operatorname{tg} \theta} \quad (7.5)$$

8 Аппроксимация частотных характеристик сосредоточенных цепей отрезками длинных линий

8.1 Последовательное включение отрезка длинной линии

В общем случае последовательное включение некоторого произвольного импеданса не может быть реализовано с помощью отрезков длинных линий. Поэтому замена последовательно включённых сосредоточенных элементов должна осуществляться с учётом особенностей той схемы, в которой эти элементы используются.

Такую замену следует осуществлять, используя трансформирующие свойства последовательно включённого отрезка длинной линии. Для описания этих свойств вводятся следующие обозначения:

$$\psi = \frac{W}{R_r} \quad (8.1)$$

$$\eta = \operatorname{tg}\theta \quad (8.2)$$

с учётом которых (7.1) примет новый вид. Если к одному концу отрезка длинной линии подключён импеданс $z_2 = \frac{Z_2}{R_r}$, то с другого его конца будет измеряться импеданс

$$z_\psi(\eta) = \frac{z_2 + \psi j\eta}{1 + z_2 \frac{j\eta}{\psi}} \quad (8.3)$$

При изменении η (а следовательно, и θ) точка в s -плоскости, соответствующая $z_\psi(\eta)$, будет описывать окружность C_ψ , центр которой лежит на действительной оси. При изменении ψ как радиус, так и положение центра этой окружности будут меняться (но центр остаётся на действительной оси). Все окружности этого семейства пересекаются в точке $s_2 = \frac{z_2 - 1}{z_2 + 1}$. Возрастанию θ соответствует движение по часовой стрелке в s -плоскости.

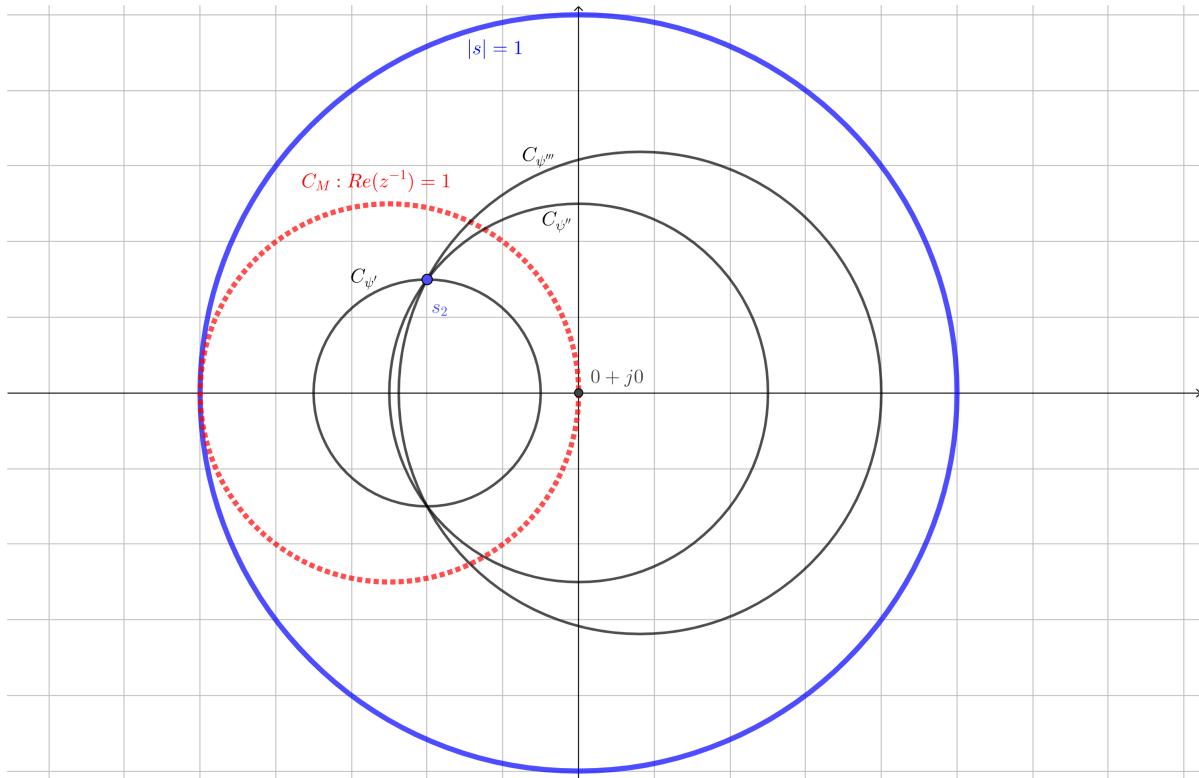


Рисунок 22 – Трансформация импеданса отрезками длинных линий с разными волновыми сопротивлениями: $\psi' < \psi'' < \psi'''$

8.1.1 Замена Г-образного четырёхполюсника (для схемы на рисунке 8)

Замена последовательного элемента Г-образного четырёхполюсника отрезком длинной линии должна осуществлять решение уравнения

$$Re\left(\frac{1}{z_\psi(\eta)}\right) = 1 \quad (8.4)$$

Графически решениям (8.4) соответствуют точки пересечения C_ψ с окружностью C_M , являющейся образом окружности импедансов, для которых $Re(z^{-1}) = 1$. В зависимости от значения ψ уравнение (8.4) может иметь разное число корней η_i : один, два или ни одного.

Если ограничиться значениями $\theta < 180^\circ$ (такой выбор способствует расширению полосы частот согласования), то в случае одного корня последовательный элемент Г-образного четырёхполюсника можно заменить всего лишь одним отрезком длинной линии. При этом подключение параллельного элемента не требуется (поскольку окружности касаются друг друга в точке $0 + j0$).

Два корня соответствуют двум возможным заменам последовательного элемента (например, реактивности jX_b на рисунке 8). Они отличаются электрической длиной. В этом случае необходимо добавить параллельный элемент, чтобы добиться согласования (см. подраздел 7.3).

Отсутствие корней говорит о том, что Г-образный четырёхполюсник нельзя заменить одним или двумя отрезками длинной линии, так чтобы обеспечить согласование.

В случае двух корней нужно иметь в виду, что необходимый импеданс параллельного элемента **никогда** не совпадает с импедансом, рассчитанным для Г-образного четырёхполюсника на сосредоточенных элементах, что видно на рисунке 23.

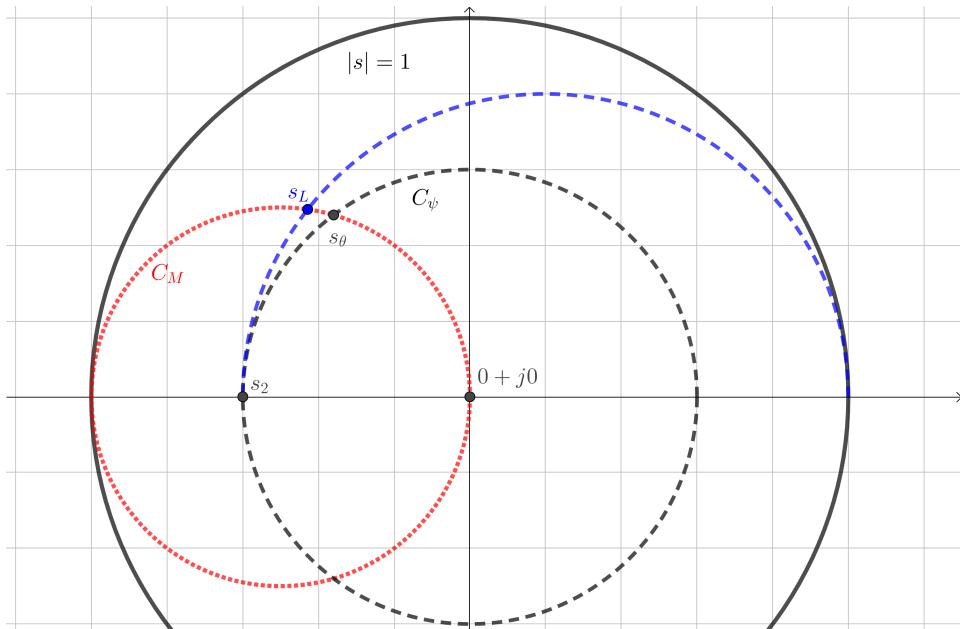


Рисунок 23 – Трансформация импеданса с помощью отрезка длинной линии

Действительно, если последовательная сосредоточенная индуктивность трансформирует s_2 в s_L , то отрезок длинной линии переводит s_2 в s_θ , всегда отличную от s_L . Следовательно, и импеданс параллельного элемента Г-звена, выполненного в виде отрезка линии примет новое значение.

8.1.2 Замена последовательного контура (для ЦК на рисунке 13)

Полуволновый отрезок линии ($\theta_B = 180^\circ$) эквивалентен последовательному колебательному контуру в одной точке независимо от значения ψ . На s -плоскости это точка касания окружностей C_ψ и C_{LC} , где C_{LC} – окружность коэффициентов отражения от последовательного соединения L, C и $R = R_g$ (Рисунок 24).

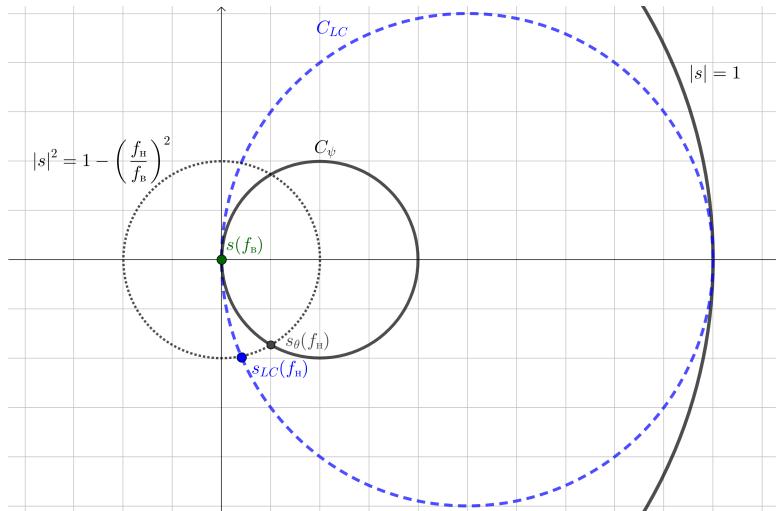


Рисунок 24 – ЦК с отражением: рассогласование на f_h с помощью полуволнового отрезка длиной линии

Второе условие накладывается на частоте f_h :

$$1 - \left(\frac{f_h}{f_b} \right)^2 = \left| \frac{z_\psi(\eta_h) - 1}{z_\psi(\eta_h) + 1} \right|^2, \quad (8.5)$$

где $\eta_h = \operatorname{tg} \left(\pi \frac{f_h}{f_b} \right)$. Корень этого уравнения ψ обеспечит потери рассогласования на f_h распределённой ЦК также, что и у сосредоточенной цепи.

8.1.3 Замена диссипативной цепи коррекции (для ЦК на рисунке 18)

Если, пользуясь результатом предыдущего пункта, взять полуволновый отрезок в качестве замены последовательного контура диссипативной ЦК (Рисунок 18), то его нормированное волновое сопротивление ψ_b находится из уравнения

$$\left(\frac{f_h}{f_b} \right)^2 = \frac{r_{\psi_b}}{r_{\psi_b}^2 + x_{\psi_b}^2}, \quad (8.6)$$

где $r_{\psi_b} + jx_{\psi_b} = z_{\psi_b}(\eta_h)$.

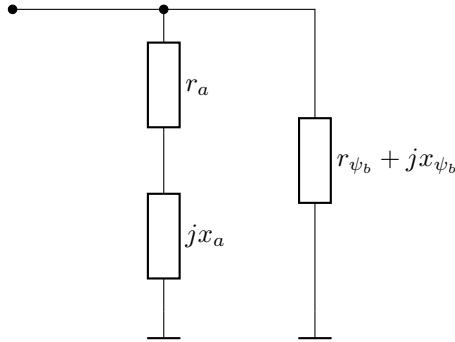


Рисунок 25 – ЦК с поглощением, нагруженная на $R = R_t$:

Чтобы цепь коррекции представляла собой цепь постоянного входного сопротивления, реактивный элемент jx_a заменяются разомкнутым полуволновым отрезком с нормированным волновым сопротивлением ψ_a , причём

$$\psi_a = \frac{1}{\psi_b - \psi_b^{-1}}. \quad (8.7)$$

Омическое сопротивление r_a получает новое значение по сравнению с цепью на сосредоточенных элементах:

$$r_a = \frac{1}{1 - \psi_b^{-2}}. \quad (8.8)$$

Замена jx_a полуволновым отрезком имеет два недостатка по сравнению с параллельным контуром на рисунке 18. Во-первых, при убывании частоты, начиная со значения $\frac{f_b}{2}$, $|s_{21}^{\text{ПК}}|$ начинает расти, то есть вне основной полосы пропускания каскад будет иметь значительное усиление. Во-вторых, в этом случае значительно снижается положительный эффект оказываемый r_a на устойчивость усилителя вне полосы $[f_n, f_b]$.

Чтобы в какой-то мере компенсировать эти недостатки, можно отказаться от строгого постоянства входного сопротивления во всей полосе частот и заменить jx_a параллельным соединением двух отрезков линий, короткозамкнутым и разомкнутым, имитирующими соответственно индуктивность и ёмкость параллельного контура.

8.2 S-матрица отрезка линии передачи

Матрица рассеяния отрезка линии угловой электрической длины θ , согласованного с генератором и нагрузкой ($\psi = 1$), имеет очень простой вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{-j\theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (8.9)$$

Для случая $\psi \neq 1$ удобно ввести следующие обозначения:

$$h = e^{-j\theta} \quad (8.10)$$

$$\sigma = \frac{\psi - 1}{\psi + 1} \quad (8.11)$$

Этот приём способствует компактной записи матрицы рассеяния:

$$S = \frac{1}{1 - h^2\sigma^2} \begin{pmatrix} \sigma(1 - h^2) & h(1 - \sigma^2) \\ h(1 - \sigma^2) & \sigma(1 - h^2) \end{pmatrix} \quad (8.12)$$