Algorytmy Optymalizacji Dyskretnej
GNU-MathProg GLPK

Arkadiusz Lewandowski 208836

17 kwietnia 2016

"GLPSOL: GLPK LP/MIP Solver, v4.57"

1 Przedsiębiorstwo lotnicze i zasoby

1.1 Opis problemu

Pewne przedsiębiorstwo lotnicze musi podjąć decyzję o zakupie paliwa do samolotów odrzutowych mając do wyboru trzech dostawców. Samoloty tankują paliwo regularnie na czterech lotniskach, które obsługują.

1.2 Dane

Możliwości dostawców:
Firma1 - 275k, Firma2 - 550k, Firma3 - 660k
Wymagania przedsiębiorstw:
Lotnisko1 - 110k, Lotnisko2 - 220k, Lotnisko3 - 330k, Lotnisko4 - 440k

1.3 Rozwiązanie zadania

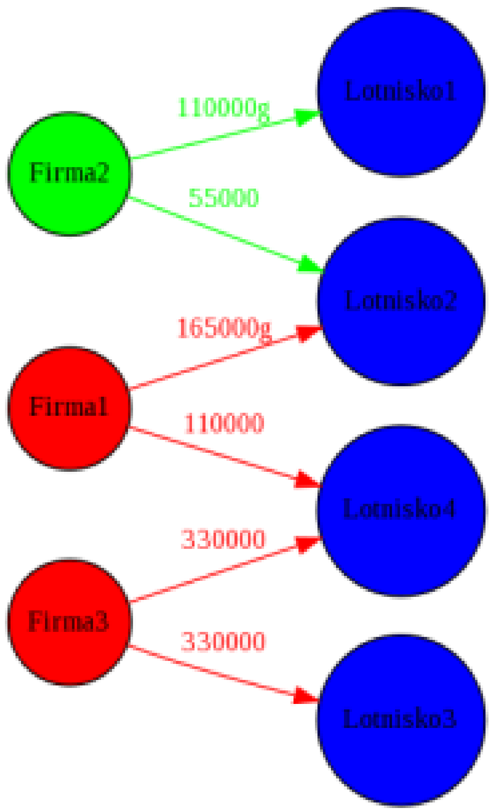
Interpretacja zadania jako zagadnienia transportowego.

1.4 Model

Zbiór F - Firmy
Zbiór L - Lotniska
Funkcja a() dla zbioru F wskazuje możliwości firm.
Funkcja w() dla zbioru L wskazuje wymagania lotnisk.
Funkcja d() przyjmuje argument z L i argument z F - koszt za galon dla podanego lotniska i firmy.
Funkcja x() też przyjmuje dwa argumenty, ale służy do operowania ilością galonów paliwa.

Minimalizowany jest koszt dzięki funkcji celu:
$\sum_{i,j}^{L,F} x_{i,j} * d_{i,j} \rightarrow_{min}$ I pilnując tego, że firma nie może dać więcej niż ma $\forall_i \sum_j^F x_{i,j} <= a_j$, a także wymagając by każde lotnisko dostało co najmniej tyle ile wskazano $\forall_j \sum_i^L x_{i,j} >= w_i$.

1.5 Wyniki



Minimalny koszt wynosi 8525000.00[galonów]
Lotnisko1 $\leftarrow Firma2 =$ 110000[galonów]
Lotnisko2 $\leftarrow Firma1 =$ 165000[galonów]
Lotnisko2 $\leftarrow Firma2 =$ 55000[galonów]
Lotnisko3 $\leftarrow Firma3 =$ 330000[galonów]
Lotnisko4 $\leftarrow Firma1 =$ 110000[galonów]
Lotnisko4 $\leftarrow Firma3 =$ 330000[galonów]

1.6 Wnioski

Wszystkie firmy dostarczają paliwo. Firma1 wyczerpała swój cały zapas, Firma2 ma jeszcze 385k galonów paliwa, Firma3 także wyczerpała cały swój zapas.

2 Najkrótsza trasa między miastami

2.1 Opis problemu

Znaleźć połączenie (ścieżkę) między zadanymi dwoma miastami, którego całkowity koszt jest najmniejszy i całkowity czas przejazdu nie przekracza z góry zadanego czasu przejazdu T.

2.2 Dane

Dana jest sieć połączeń między n miastami reprezentowana, za pomocą skierowanego grafu.
Dwa miasta.
Maksymalny dopuszczalny czas przejazdu między tymi miastami.

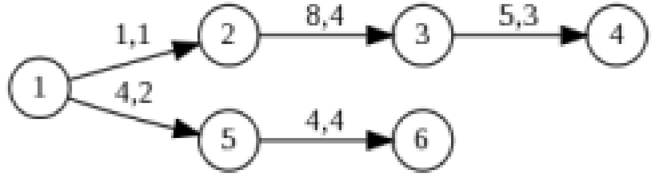
2.3 Rozwiązanie zadania

Zadanie zinterpretowane jako problem najkrótszej ścieżki w grafie skierowanym z górnym ograniczeniem kosztu przejazdu.

2.4 Model

Zbiór V - wszystkie wierzchołki grafu.
Zbiór A - zbiór par wierzchołków V x V.
maxtime - zmienna wskazująca maksymalny dopuszczalny czas. Funkcja c() wskazująca koszt przejścia po krawędzi między danymi dwoma wierzchołkami A.
Zmienna s $\in V$- wskazuje wierzchołek, z którego szukana jest ścieżka. (domyślnie 1.)
Zmienna t $\in V$- wskazuje wierzchołek, do którego szukana jest ścieżka. (domyślnie ostatni)
Funkcja x() - pomocniczne dla solvera, by rozstrzygać, czy brać daną ścieżkę jako najkrótszą między danymi wierzchołkami i oraz j.
Funkcja celu: Minimalizacja $\sum_{i,j}^{A} c_{i,j} * x_{i,j}$. Obserwując czy suma czasów na danej ścieżce jest krótsza niż wskazany maksymalny czas.

2.5 Wyniki



Minimalny koszt przejazdu = 8
Minimalny czas przejazdu = 6

2.6 Wnioski

W zadaniu niezbędne jest ograniczenie całkowitoliczbowości ze względu na to, że solver zakłada, że nie musi brać całego kanału i bierze tylko tyle ile jest mu potrzebne do zminimalizowania wartości funkcji celu.
Koszt bez ograniczenia całkowitoliczbowości powoduje, że nie wiadomo, czy dana krawędź ma należeć do najkrótszej ścieżki.

3 Dzielnice i patrole

3.1 Opis problemu

Policja w miasteczku ma w swoim zasięgu trzy dzielnice. Każda dzielnica ma przypisaną pewną liczbę radiowozów. Policja pracuje w trzech zmianach. Zminimalizować ilość zasobów i pokryć dzielnice w trzech zmianach patrolami.

3.2 Dane

Minimalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielnicy:

$_{dzielnica}\backslash^{zmiana}$	z_1	z_2	z_3
p_1	1	2	3
p_2	4	5	6
p_3	7	8	9

Maksymalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielnicy:

$_{dzielnica}\backslash^{zmiana}$	z_1	z_2	z_3
p_1	3	7	5
p_2	5	7	10
p_3	8	12	10

Dla każdej zmiany i dzielnicy trzeba przypisać minimalną liczbę radiowozów.

$$p_{1min} \leftarrow 10, \quad z_{1min} \leftarrow 10,$$
$$p_{2min} \leftarrow 20, \quad z_{2min} \leftarrow 20,$$
$$p_{3min} \leftarrow 13, \quad z_{3min} \leftarrow 18,$$

3.3 Rozwiązanie zadania

Interpretacja zadania jako problemu cyrkulacji. Dla powyższych danych zakładamy, że każda dzielnica i każda zmiana chcą zminimalizować między sobą liczbę wspólnych radiowozów.

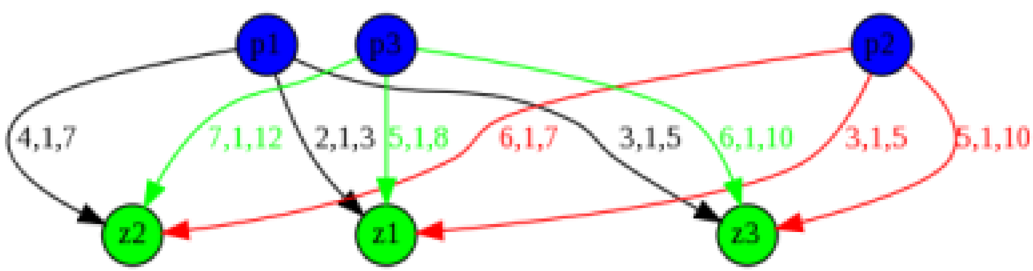
3.4 Model

Zbiór V - wierzchołki grafu przedstawiającego problem.
Zbiór V_1 - wierzchołki będące dzielnicami.
Zbiór V_3 - wierzchołki będące zmianami.
Zbiór V_2 - wierzchołki transportujące między $V_1 i V_3$.

$ZbirA$ - zbiór krawędzi V x V.
Funkcja a() - dla zbioru V_1 wskazuje ile minimalnie trzeba dzielnicom radiowozów.
Funkcja b() - dla zbioru V_3 wskazuje ile minimalnie trzeba zmianom radiowozów.
Funkcja c() - koszt (domyślnie 1) użyczenia radiowozu.
Funkcja u() - maksymalna ilość radiowozów, które dzielnica lub zmiana może posiadać.
Funkcja l() - minimalna ilość radiowozów, które dzielnica lub zmiana może posiadać.
Funkcja x() - ilość branych radiowozów, musi być między wartościami u() i l(), dla tych samych krawędzi.

Funkcja celu: Minimalizacja kosztu: $\sum_{i,j}^{A} c_{i,j} * x_{i,j}$. Zwracając uwagę na to by nie wziąć mniej niż pozwala a(), ani więcej niż pozwala b().

3.5 Wyniki



Minimalny koszt wynosi 49.

x[1,4].val ← 2	$p_1 \rightarrow z_4$	2	radiowozy
x[1,5].val ← 6	$p_1 \rightarrow z_5$	6	radiowozów
x[1,6].val ← 3	$p_1 \rightarrow z_6$	3	radiowozy
x[2,4].val ← 4	$p_2 \rightarrow z_4$	4	radiowozy
x[2,5].val ← 7	$p_2 \rightarrow z_5$	7	radiowozów
x[2,6].val ← 9	$p_2 \rightarrow z_6$	9	radiowozów
x[3,4].val ← 5	$p_3 \rightarrow z_4$	5	radiowozów
x[3,5].val ← 7	$p_3 \rightarrow z_5$	7	radiowozów
x[3,6].val ← 6	$p_3 \rightarrow z_6$	6	radiowozów

Interpretacja wyników:
x[i,j] jest kanałem między wierzchołkiem i oraz j.
x[i,j].val jest optymalną wartością na kanale między wierzchołkiem i oraz j.
W zadaniu podane były 3 zmiany i 3 dzielnice, więc zbiór wierzchołków wynosi 6. Pierwsze trzy (1,2,3) są dzielnicami, a kolejne trzy (4,5,6) zmianami. Zatem jeśli patrzymy w wyniku na wartość i,j to jest to przepływ ze *zbioru dzielnic* w *zbiór zmian*.