Trabajo Final

Diana Sofía Carrillo Nelson Alejandro Mosquera
Camilo José Narvaez

Pontificia Universidad Javeriana
{ds-carrillog, nelson.mosquera, camilonarvaez}@javeriana.edu.co
November 4, 2021

Contents

List of Figures

1 Punto 1.d

La regla de Simpson es un método de integración numérica. En otras palabras, es la aproximación numérica de integrales definidas.

Para la regla de simpson se utilizan los siguientes elementos:

- $f(x) =$ Sera nuestro integrand
- $a =$ Sera nuestro limite inferior de integración
- $b =$ Sera nuestro limite superior de integración

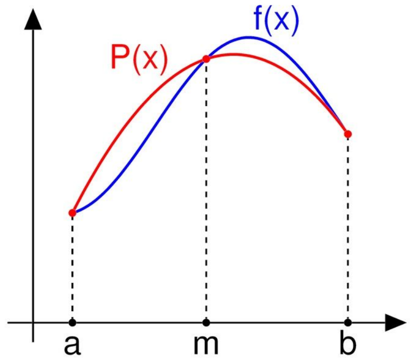

Figure 1: Grafica de simpson

Como se muestra en el diagrama anterior, el integrando f(x) es aproximado por un polinomio de segundo orden, el interpolante cuadrático es P(x).

Sigue la aproximación,

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} f(a) + 4f\frac{a+b}{2} + f(b)$$

Reemplazando (b-a)/2 como h, obtenemos,

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} f(a) + 4f\frac{a+b}{2} + f(b)$$

Si una función es altamente oscilatorio o carece de derivados en ciertos puntos, entonces la regla anterior puede no producir resultados precisos.

Una forma común de manejar esto es usando el enfoque de la regla compuesta de Simpson. Para ello, dividir $[a, b]$ en pequeños subintervalos, y luego aplicar la regla de Simpson a cada subintervalo. Luego, sumar los resultados de cada cálculo para producir una aproximación sobre la integral completa.

Si el intervalo $[a, b]$ se divide en n subintervalo, y n es un número par, la regla compuesta de Simpson se calcula con la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2j-2}) + 4f(x2j-1) + f(x_{2j})$$

donde $x_j = a + jh$ para j = 0,1,...,n-1,n con $h = \frac{(b-a)}{n}$; en particular, $x_0 = ayx_n = b$

1.1 Ejercicio

1.1.1 Enunciado

Con la fórmula de Simpson integrar iterativamente $\int_0^2 \sqrt{1 + cos^2 x} dx$ que el error de truncamiento sea menor de 0.00001

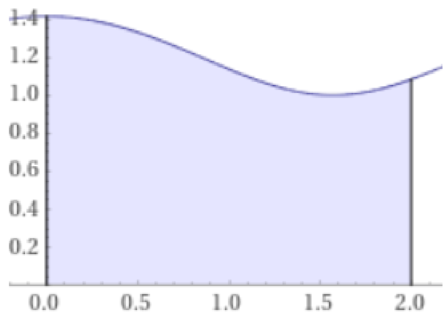

Figure 2: Integral $\sqrt{1 + cos^2 x} dx$

1.1.2 Solución

A través de un programa en python, se implementó la fórmula de Simpson descrita en la sección 1. Las respuestas obtenidas se muestran en la siguiente tabla junto con el número de parábolas usado y el error de truncamiento calculado.

Respuesta	**Número de Parábolas**	**Error de Truncamiento**
2.3504136916156644	2	N/A
2.351646207253357	4	0.001
2.3516805638227076	6	0.00004
2.3516862293406477	8	0.000005
2.351687757135521	10	0.000001

Table 1: Respuestas

Debido a que la fórmula de Simpson converge, podemos calcular el error de truncamiento restándole a la iteración x_{i+1} la iteración anterior x_i.

La respuesta entonces al ejercicio vendría siendo la última en la tabla: 2.351687757135521, la cual necesitó de 10 parábolas y tuvo un error de 0.000001.