UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Cinemática de Robots

Alumno:

Garcia Barajas Raul Israel

Maestro:

Morán Garabito Carlos Enrique

Herramientas matemáticas para la localización espacial.

Herramientas matemáticas para la localización espacial.

La manipulación de piezas llevada a cabo por un robot implica el movimiento espacial de su extremo. Para que un robot pueda recoger una pieza, es necesario conocer la posición y orientación de esta con respecto a la base del robot. Es necesario contar con herramientas matemáticas que nos permitan especificar la posición y orientación en el espacio de cualquier objeto.

- Representación de la posición: La forma más intuitiva y utilizada de especificar la posición de un punto, son coordenadas cartesianas. Además, existen otros dos métodos igualmente válidos: coordenadas polares para 2D y cilíndricas para espacios 3D.
- Sistema cartesiano de referencia: Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí, con un origen definido. Estos se denominan sistemas cartesianos, y en el caso de trabajar en el plano 2D, el sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre si y un punto de

intersección en común “O”. Si se trabaja en 3D, el sistema cartesiano OXYZ está compuesto por una terna orto normal de vectores coordenados OX, OY, OZ.

- Coordenadas cartesianas: Si se trabaja en un plano con un sistema coordenado OXY, un punto a vendrá expresado por las componentes (x,y) correspondientes. Este punto tiene asociado un vector p(x,y) que va desde el origen O del sistema hasta el punto a. P estará caracterizado por (x,y) denominadas “coordenadas cartesianas” del vector y son las proyecciones del vector p sobre ejes OX y OY. Si se trabaja en 3D OXYZ, p estará definido por (x,y,z)
- Coordenadas polares y cilíndricas: En el plano se puede localizar un punto o vector p respecto un sistema de ejes OXY utilizando –Coordenadas polares- p(r,ϴ), r representa la distancia desde el origen O hasta el extremo del vector p y ϴ es el ángulo que forma el vector p con el eje. Si se trabaja en 3D, el vector p se puede definir con –Coordenadas cilíndricas- p(r,ϴ,z)
- Coordenadas esféricas: Este tipo de coordenadas también se puede utilizar para localizar un vector en un espacio 3D. Utilizando OXYZ, p, tendrá como referencia (r,ϴ,ɸ), donde r= distancia de

origen a extremo de vector p, ϴ=ángulo formado por la proyección de p sobre OXY con eje OX; y ϕ= ángulo formado por p con eje OZ.

- Representación de la orientación: Un punto se puede definir en el espacio a través de los datos de su posición. Para el caso de un sólido, se debe definir su orientación con respecto a un sistema de referencia. Una orientación en el espacio 3D viene definida por tres grados de libertad.
- Matrices de rotación: Son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido a la comodidad de las matrices. Suponiendo tener 2 sistemas en el plano OXY y OUV con mismo origen O, siendo OXY el de referencia fijo y OUV el móvil solidario al objeto. Los vectores unitarios de los ejes coordenados de OXY on ix,jy, mientras de OUV son iu, jv.
- Ángulos de Euler: Para representar la orientación en un espacio 3D mediante matriz de rotación, es necesario definir 9 elementos. A pesar de las ventajas de las matrices, utilizar los angulos de Euler es mas viable ya que solo son 3 componentes. Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante

3 angulos: ϕ,Θ,Ψ, denominados Angulos de Euler.

- Par de rotación: La orientación de un sistema OUVW con respecto a OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector k(kx,ky,kz) y un angulo de giro, tal que OUVW corresponde a OXYZ girado un angulo sobre el eje k. El eje k ha de pasar por el origen O de ambos sitemas. Al par (k,Θ) se le denomina par de rotación y se puede demostrar que es único. Se deben definir 4 parametros: kx ky kz y Θ. Se representa como Rot(k,Θ).
- Cuaternios: Constituido por 4 componentes (q0,q1,q2,q3), que presentan las coordenadas del cuaternio en una base (e,i,j.k) Q=[q0,q1,q2,q3]=s,v. s= escalar, v= parte vectorial que asocia el giro de un angulo Θ sobre el vector k.
- Matrices de transformación homogénea: Para la representación conjunta de la posición y orientación se introdujeron las coordenadas homogéneas.
- Coordenadas y matrices homogéneas: Esta representación se realiza a través de coordenadas de un espacio (n+1)-dimensional. De tal forma que un vector p(x,y,z), vendrá representado

p(wx,wy,wz,w) donde w tiene un valor arbitrario y representa un factor de escala. De forma general, un vector p=ai+bj+ck, donde i,j,k son los vectores unitarios de ejes OX, OY, OZ, del sistema OXYS, se representa en coordenadas homogéneas mediante el vector columna.