

5) Sustitución hacia atrás

Tenemos un sistema $Ax = b$, donde A es una matriz triangular de cualquier tamaño.

Ej:
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

- $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = b_1$
- $a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = b_2$
- $a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = b_3$
- $a_{44}x_4 = b_4$

Al resolver el sistema:

- $x_4 = \frac{b_4}{a_{44}}$

- $x_3 = \frac{b_3 - a_{34}x_4}{a_{33}}$

- $x_2 = \frac{b_2 - (a_{23}x_3 + a_{24}x_4)}{a_{22}}$

- $x_1 = \frac{b_1 - (a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4)}{a_{11}}$

Entonces podemos deducir que de forma general:

$$x_i = \frac{\left(b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j \right)}{a_{ii}}$$