

Taller 8 - Probabilidad

Ejercicios generales de probabilidad

- 9) Hay 4 monedas, como en el ejercicio anterior, de las cuales 2 están truncadas.
La probabilidad de obtener cara es p_i y de obtener sello es $1 - p_i$

Probabilidad de las monedas truncadas 1 y 2:

$$p_1 \in (0.1, 0.9)$$

$$p_2 \in (0.1, 0.5)$$

Posibilidades para obtener 2 caras y 2 sellos con dos [monedas justas] y dos truncadas:

$$[2C \ 0S] \cdot S \cdot S$$

$$[1C \ 1S] \cdot C \cdot S$$

$$[1C \ 1S] \cdot S \cdot C$$

$$[0C \ 2S] \cdot C \cdot C$$

Aplicamos la distribución binomial para obtener la las monedas justas:

$$P(x | n) = \frac{n!}{(n-x)! \cdot x!} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$$

$$P(x | n) = \frac{n!}{(n-x)! \cdot x!} \cdot \frac{1}{2}^n$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad P(2 | 2) &= \frac{2!}{(2-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4} \\ \bullet \quad P(1 | 2) &= \frac{2!}{(2-1)! \cdot 1!} \cdot \frac{1}{2}^2 = \frac{1}{2} \\ \bullet \quad P(0 | 2) &= \frac{2!}{(2-0)! \cdot 0!} \cdot \frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

La expresión completa de la probabilidad de obtener 2 caras y 2 sellos con dos monedas justas y dos monedas trucadas:

$$P = \frac{1}{4} \cdot (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) + \frac{1}{2} \cdot p_1 \cdot (1 - p_2) + \frac{1}{2} \cdot (1 - p_1) \cdot p_2 + \frac{1}{4} \cdot p_1 \cdot p_2$$

Para graficar la superficie de probabilidad, expresamos la probabilidad P en función de p_1 y p_2 . Podemos escribir esa función como $Z(x, y)$, donde Z es la probabilidad P , y tomamos p_1 y p_2 como ' x ' y ' y ':

$$Z(x, y) = \frac{1}{4} (1 - x)(1 - y) + \frac{1}{2} \cdot x(1 - y) + \frac{1}{2} (1 - x)y + \frac{1}{4} \cdot xy$$

Operando nos queda la expresión:

$$Z(x, y) = \frac{x + y - 2xy + 1}{4}, \quad \text{donde } Z \text{ es la probabilidad } P, \text{ y } p_1 \text{ y } p_2 \text{ son 'x' y 'y'.$$

Es decir:

$$P = \frac{p_1 + p_2 - 2p_1 p_2 + 1}{4}$$