Técnicas de conteo

20. $C^n_r = \binom{n+r-1}{r}$

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_n$ → Se pueden repetir

$\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{r \text{ espacios}}$ → No importa el orden

Es decir en cada r espacio, puedo poner n elementos

→ Si los pusieremos en grupos separados por líneas, se verá así

$\underline{a_i} \mid \underline{a_i} \mid a_j \ldots a_n$ → El último no es necesario, pues es sólo la separación

→ Las barras significan los subgrupos de elementos iguales que se pueden hacer.

Si todos los elementos son diferentes tendremos

r espacios + $\underbrace{n-1 \text{ subgrupos}}$ → Diferentes combinaciones

Un ejemplo:

→ $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ Si elegimos 5

$\underbrace{r}_{} + (n-1) = 5 + (4-1) = \underline{8}$ → Es decir, tenemos 8 espacios

→ objetos que elegimos

→ objetos diferentes

→ $n-1 = \underline{3}$ → 3 subgrupos cuando elegimos diferentes X

→ un espacio que representa x_2

$\underline{x_1}\ \underline{|}\ \underline{|}\ \underline{x_3}\ \underline{x_3}\ \underline{x_3}\ \underline{x_3}\ \underline{|}$

Scribe

Powered by CamScanner

Scribe

$\Rightarrow$ Es decir, para colocar las barras que lo dividen,

es $\begin{pmatrix} r+(n-1) \\ \underline{(n-1)} \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ Por coeficiente binomial (simetría)

Se reescribe $\begin{pmatrix} r+n-1 \\ r \end{pmatrix}$

Que prueba

$$C_r^n = \begin{pmatrix} n+r-1 \\ r \end{pmatrix}$$

22. ¿Cuántas sumas de 3 enteros no negativos dan 10?

Hay 10 números enteros (contando el 0) que son positivos y se necesita grupos de 3 que su valor sean 10

$\underbrace{10}_{\downarrow}+\underbrace{3-1}_{\downarrow} \; C_{(3-1)}$ $\rightarrow r$

Para que se cumpla la condición

$$\Rightarrow {}^{12}C_2 = \frac{12!}{2!\,10!} = \frac{11 \cdot 12}{2} = \frac{132}{2} = \boxed{66}$$

Powered by CamScanner