Axiomas de probabilidad

1. 1. $P(\Omega)=1$

Si $a>0$ y $b>0$, $a+b=1$ → Porque $\in [0,1]$

$P_1(s)=1 \quad P_2(s)=1 \Rightarrow aP_1(s)+bP_2(s)=1$

Por lo que $P(\Omega)=1$

2. $\forall A \in \mathcal{F}, P(A)\geq 0$

→ Se sabe que P_1 y $P_2 \geq 0$ al ser espacios de probabilidad. Por lo que una suma entre sus componentes daría un número positivo

3. $P(\cup_i^{\infty} A_i)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)$, si $A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$

$$\Rightarrow P_1\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i),\ P_2\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty} Q(A_i)$$

Para que sea un espacio medible $(\Omega, \mathcal{F})$, entonces P_1 y P_2=

$$\forall A \in \mathcal{F}: \alpha P_1(A)+\beta P_2(A) \in (0,1),\ \alpha P_1(\Omega)+\beta P_2(\Omega)=1$$

$$\Rightarrow \alpha P_1\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)+\beta P_2\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty} \alpha P_1(A_i)+\beta P_2(A_i)$$

α y β en este caso, a y b son $a+b=1$.

$$aP_1(\ldots)+bP_2(\ldots)=\sum_i aP_1(A_i)+bP_2(A_i)$$

Por lo que, P es una medida de probabilidad por comprobar los axiomas de Kolmogorov.

Scribe

3. a). $P(\emptyset)=0$ $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$

Por $P(S)=1$ y $P(E_1 \cup E_2)=P(E_1)+P(E_2)$

$\Rightarrow E_1 \cap E_2 = \emptyset$. Evento excluyentes

Si S es un espacio muestral $\Rightarrow S = S \cup \emptyset$

$\Rightarrow P(S) = P(S) + P(\emptyset)$

$1 = 1 + P(\emptyset) \Rightarrow P(\emptyset) = 0$

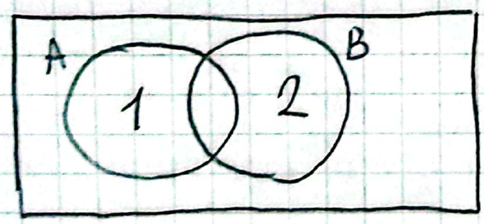
b. $P(A^c) = 1 - P(A)$

$S = A \cup A^c$

$\Rightarrow P(S) = P(A) + P(A^c)$

$1 = P(A) + P(A^c) \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A)$

f. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



$A \cup B = 1 \cup 2$

$P(A \cup B) = \underbrace{P(1)}_{P(A)} + \underbrace{P(2)}_{P(B \cap A^c)}$

$\Rightarrow P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$

$B = (B \cap A^c) \cup (A \cap B)$

$P(B) = P(B \cap A^c) + P(A \cap B) \rightarrow P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + [P(B) - P(A \cap B)]$