

PROGRAMACIÓN CON RESTRICCIONES

TAREA 1

Daniel San Martín

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

7 de junio de 2017



EJERCICIO 1

ENUNCIADO

¿Qué valores entre 0 y 9 todos distintos satisfacen la ecuación?

$$\begin{array}{rcccccc} & & S & E & N & D & \\ + & & M & O & R & E & \\ \hline M & O & N & E & Y & & \end{array} \quad (1)$$



EJERCICIO 1

El ejercicio define para $S, E, N, D, M, O, R, Y \in [0, \dots, 9]$, $S, M \neq 0$ y se puede restringir con dos modelos.

- Utilizando la suma lineal:

$$\begin{array}{rcccccc} & & 1000 \cdot S & 100 \cdot E & 10 \cdot N & 1 \cdot D & \\ + & & 1000 \cdot M & 100 \cdot O & 10 \cdot R & 1 \cdot E & \\ \hline 10000 \cdot M & 1000 \cdot O & 100 \cdot N & 10 \cdot E & 1 \cdot Y & & \end{array} \quad (2)$$



- Utilizando el acarreo de la suma:

$$\begin{aligned}D + E &= Y + 10 \cdot R_0 \\R_0 + N + R &= E + 10 \cdot R_1 \\R_1 + E + O &= N + 10 \cdot R_2 \\R_2 + S + M &= O + 10 \cdot R_3 \\R_3 &= M\end{aligned}\tag{3}$$

con $R_i \in [0, 1]$ para $i = 0, \dots, 3$.



EJERCICIO 1: DESARROLLO

Para analizar el ejercicio se disponen las siguientes opciones:

- Utilizar la ecuación 2 o 3.
- Utilizar la restricción de desigualdad para cada variable (R1) o utilizar la restricción *alldifferent* (R2).
- Enumerar primero a la variable de menor (E1) o mayor dominio (E2).
- Asignar el menor (A1) o mayor (A2) valor a la primera variable seleccionada.



EJERCICIO 1: DESARROLLO

		R1-E1-A1	R1-E1-A2	R1-E2-A1	R1-E2-A2
Initial	Propagators:	57	57	57	57
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.299 ms	0.27 ms	0.413 ms	0.274 ms
	Solutions:	1	1	1	1
	Propagations:	103	100	545	81
	Nodes:	7	7	67	7
	Failures:	3	3	33	3
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	1	1	9	2

CUADRO: Estadísticas utilizando ecuación 2 (parte 1)



EJERCICIO 1: DESARROLLO

		R2-E1-A1	R2-E1-A2	R2-E2-A1	R2-E2-A2
Initial	Propagators:	2	2	2	3
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.237 ms	0.256 ms	0.307 ms	0.286 s
	Solutions:	1	1	1	1
	Propagations:	14	14	100	17
	Nodes:	7	7	67	7
	Failures:	3	3	33	3
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	1	1	9	2

CUADRO: Estadísticas utilizando ecuación 2 (parte 2)



EJERCICIO 1: DESARROLLO

		R1-E1-A1	R1-E1-A2	R1-E2-A1	R1-E2-A2
Initial	Propagators:	61	61	61	61
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.313 ms	0.323 ms	0.393 ms	0.388 ms
	Solutions:	1	1	1	1
	Propagations:	175	167	429	424
	Nodes:	11	11	35	43
	Failures:	5	5	17	21
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	1	1	5	5

CUADRO: Estadísticas utilizando ecuación 3 (parte 1)



EJERCICIO 1: DESARROLLO

		R2-E1-A1	R2-E1-A2	R2-E2-A1	R2-E2-A2
Initial	Propagators:	6	6	6	6
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.304 ms	0.298 ms	0.327 ms	0.286 s
	Solutions:	1	1	1	1
	Propagations:	68	70	164	170
	Nodes:	11	11	35	43
	Failures:	5	5	17	21
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	1	1	5	5

CUADRO: Estadísticas utilizando ecuación 3 (parte 2)



EJERCICIO 2

ENUNCIADO

¿Cuál es el máximo número de reinas que pueden ser puestas en un tablero de ajedrez de $n \times n$ sin que se ataquen?

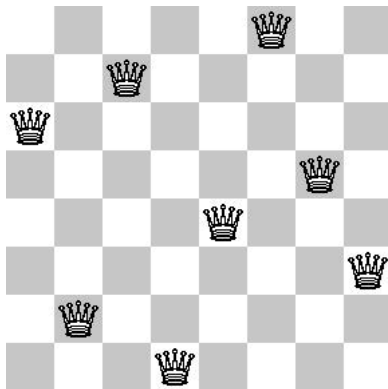


FIGURA: Problema n -reinas



EJERCICIO 2: DESARROLLO

Las restricciones utilizadas en este problema son las siguientes.
Sea q_i, q_j , $i, j = 1, \dots, n$ la posición de dos reinas en el tablero de $n \times n$, para que estas no se ataquen se debe cumplir:

- 1 $q_i \neq q_j$
- 2 $q_i - i \neq q_j - j$
- 3 $q_i + i \neq q_j + j$



EJERCICIO 2: DESARROLLO

Estrategia 1:

- Enumerar primero la variable con menor dominio.
- Asignar el menor valor a la primera variable seleccionada.



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		1	2	3	4	5
Initial	Propagators:	0	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.163 ms	0.184 ms	0.167 ms	0.23 ms	0.328 ms
	Solutions:	1	0	0	2	10
	Propagations:	0	6	13	29	102
	Nodes:	1	3	5	11	27
	Failures:	0	2	3	4	4
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	0	1	1	2	3

CUADRO: Estadísticas estrategia 1 (parte 1)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		6	7	8	9	10
Initial	Propagators:	3	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.358 ms	0.962 ms	2.313 ms	9.159 ms	28.563 ms
	Solutions:	4	40	92	352	724
	Propagations:	271	839	3034	11827	45027
	Nodes:	79	215	767	2955	11431
	Failures:	36	68	292	1126	4992
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	4	6	9	11	14

CUADRO: Estadísticas estrategia 1 (parte 2)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		11	12	13	14
Initial	Propagators:	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	214.407 ms	1.325 s	7.445 s	39.545 s
	Solutions:	2680	14200	73712	365596
	Propagations:	195128	931501	4761432	25951470
	Nodes:	48951	232163	1177899	6391931
	Failures:	21796	101882	515238	2830370
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	16	18	19	23

CUADRO: Estadísticas estrategia 1 (parte 3)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

Estrategia 2:

- Enumerar primero la variable con menor dominio.
- Asignar el mayor valor a la primera variable seleccionada.



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		1	2	3	4	5
Initial	Propagators:	0	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.166 ms	0.143 ms	0.170 ms	0.198 ms	0.35 ms
	Solutions:	1	0	0	2	10
	Propagations:	0	6	13	31	100
	Nodes:	1	3	5	11	27
	Failures:	0	2	3	4	4
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	0	1	1	2	3

CUADRO: Estadísticas estrategia 2 (parte 1)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		6	7	8	9	10
Initial	Propagators:	3	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.387 ms	0.814 ms	3.214 ms	12.868 ms	28.423 ms
	Solutions:	4	40	92	352	724
	Propagations:	278	848	3082	11903	45115
	Nodes:	79	215	767	2955	11431
	Failures:	36	68	292	1126	4992
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	4	6	9	11	14

CUADRO: Estadísticas estrategia 2 (parte 2)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		11	12	13	14
Initial	Propagators:	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.222 s	1.319 s	7.426 s	39.857 s
	Solutions:	2680	14200	73712	365596
	Propagations:	195510	932526	4767222	25976821
	Nodes:	48951	232163	1177899	6391931
	Failures:	21796	101882	515238	2830370
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	16	18	19	23

CUADRO: Estadísticas estrategia 2 (parte 3)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

Estrategia 3:

- Enumerar primero la variable con mayor dominio.
- Asignar el menor valor a la primera variable seleccionada.



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		1	2	3	4	5
Initial	Propagators:	0	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.224 ms	0.167 ms	0.157 ms	0.249 ms	0.53 ms
	Solutions:	1	0	0	2	10
	Propagations:	0	6	19	61	266
	Nodes:	1	3	9	27	103
	Failures:	0	2	5	12	42
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	0	1	1	2	6

CUADRO: Estadísticas estrategia 3 (parte 1)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		6	7	8	9	10
Initial	Propagators:	3	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.633 ms	2.447 ms	12.612 ms	73.701 ms	0.433 s
	Solutions:	4	40	92	352	724
	Propagations:	1048	4868	25401	144712	898123
	Nodes:	433	2009	10637	61307	382791
	Failures:	213	965	5227	30302	190672
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	8	11	13	16	18

CUADRO: Estadísticas estrategia 3 (parte 2)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		11	12	13	14
Initial	Propagators:	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	2.758 s	20.815 s	2:44	24:32
	Solutions:	2680	14200	73712	365596
	Propagations:	6065992	44350624	345100207	25951470
	Nodes:	2600561	19085211	149035891	6391931
	Failures:	1297601	9528406	74444234	2830370
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	20	23	26	23

CUADRO: Estadísticas (parte 3)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

Estrategia 4:

- Enumerar primero a la variable con mayor dominio.
- Asignar el mayor valor a la primera variable seleccionada.



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		1	2	3	4	5
Initial	Propagators:	0	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.147 ms	0.161 ms	0.169 ms	0.23 ms	0.549 ms
	Solutions:	1	0	0	2	10
	Propagations:	0	6	16	58	253
	Nodes:	1	3	9	27	103
	Failures:	0	2	5	12	42
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	0	1	1	2	6

CUADRO: Estadísticas estrategia 4 (parte 1)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		6	7	8	9	10
Initial	Propagators:	3	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1	1
Summary	Runtime:	0.629 ms	2.639 ms	0.011 s	0.067 s	0.401 s
	Solutions:	4	40	92	352	724
	Propagations:	1019	4760	24875	141160	872785
	Nodes:	433	2009	10637	61307	382791
	Failures:	213	965	5227	30302	190672
	Restarts:	0	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0	0
	Peak depth:	8	11	13	16	18

CUADRO: Estadísticas estrategia 4 (parte 2)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

n		11	12	13	14
Initial	Propagators:	3	3	3	3
	Branchers:	1	1	1	1
Summary	Runtime:	2.784 s	21.385 s	2:41	24:32
	Solutions:	2680	14200	73712	365596
	Propagations:	5876335	42869947	332938520	2870917241
	Nodes:	2600561	19085211	149035891	1243538433
	Failures:	1297601	9528406	74444234	621403621
	Restarts:	0	0	0	0
	No-goods:	0	0	0	0
	Peak depth:	20	23	26	29

CUADRO: Estadísticas estrategia 4 (parte 3)



EJERCICIO 2: DESARROLLO

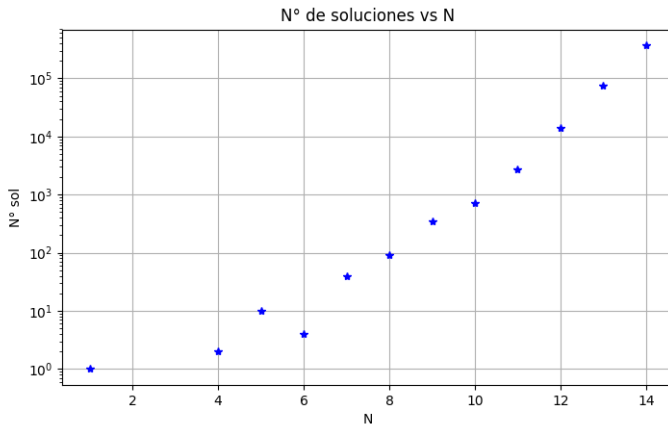


FIGURA: Número de soluciones versus N



EJERCICIO 2: DESARROLLO

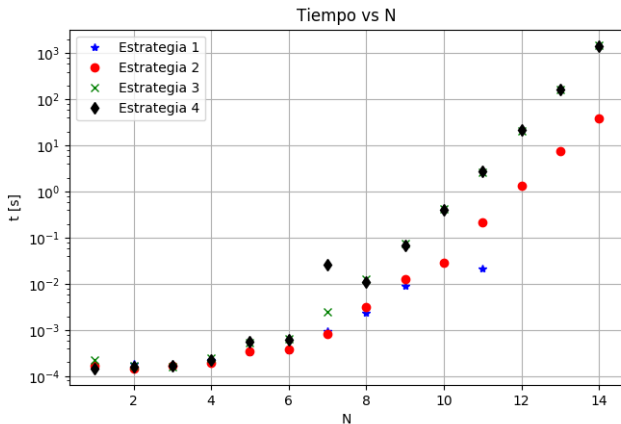


FIGURA: Tiempo versus N



EJERCICIO 2: DESARROLLO

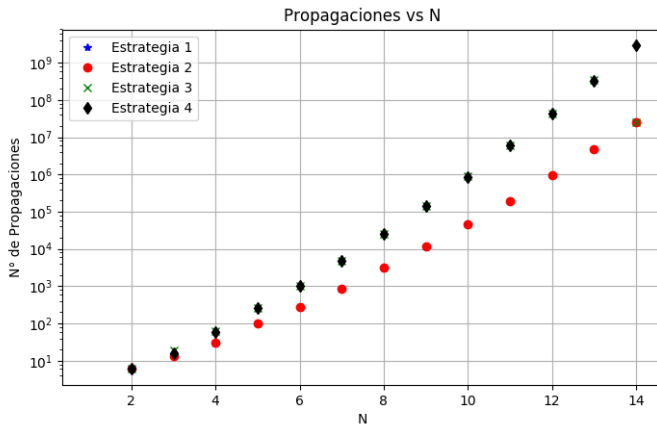


FIGURA: Propagaciones versus N



Del desarrollo de la tarea se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- El uso de *alldistinct* optimiza notablemente el rendimiento en la ejecución de los programas.
- Es importante escoger de forma correcta la estrategia de enumeración y asignación de variables. Esto dado que se disminuyen considerablemente los tiempos, propagaciones y fallos en la búsqueda de las soluciones.
- Gecode es una herramienta potente para resolver problemas de programación con restricciones. El único pero es que no es trivial su instalación, configuración y ejecución, al momento de introducirse en la librería.





Schulte, C., Lagerkvist, M., & Tack, G. (2017). Gecode.
Software download and online material at the website:
<http://www.gecode.org>.

