

Entraînement au calcul algébrique : feuille 1.

Les divers paramètres qui apparaissent (a, b, c, x, y, \dots) sont des réels.

La calculatrice n'est pas autorisée.

Factorisations

Question 4. Les expressions suivantes peuvent se factoriser sans jamais développer, soyez bien attentif pour repérer les facteurs communs.

1°) $A = x^4 - x^2$

2°) $B = x^2 - 2x + 1 - (x - 1)(2x + 3)$

3°) $C = (3x + 2)^2 - (x - 1)^2$

4°) $D = x^3 + x^2 + x + 1$

5°) $E = 9x^2 - 49 + (3x + 7)(2x + 3)$

Quotients

On ne se préoccupera pas de l'existence lorsqu'il y a des variables indéterminées.

Question 5. Réduire (de la manière la plus efficace) :

$$\frac{7}{8} + \frac{5}{12} - \frac{4}{3} \qquad \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

Question 6. Simplifier, sans se préoccuper de l'existence :

$$x = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}, \quad y = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}, \quad z = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}, \quad t = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

$$A = \frac{\frac{a^2}{3b}}{\frac{ac}{6b}}, \quad B = \frac{\frac{\frac{3}{10} \times \frac{15}{9}}{\frac{2}{5}}}{\frac{9}{15} \times \frac{5}{2}}, \quad C = \frac{6 \left(3 - \frac{1}{2}\right) \left(4 + \frac{1}{3}\right)}{12 \left(5 + \frac{1}{4}\right) \left(7 - \frac{1}{3}\right)}$$

Question 7. Simplifier, sans se préoccuper de l'existence :

$$A = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{1-x^2} \qquad B = \frac{x-a}{ax} + \frac{a-b}{ab} + \frac{b-x}{xb}$$

Puissances

Question 8. Mettre sous forme irréductible : $\frac{14^2 \times 9^2}{3^5 \times 7}$

Question 9. Mettre les nombres suivants sous la forme $2^a 3^b$ où a et b sont entiers.

$$x = \frac{2^3 3^2}{6^{-2} 3^4 2^8}, \quad y = 2^{100} + 2^{101}, \quad z = 2^{101} - 2^{100}, \quad t = 3^{15} + 3^{15}, \quad u = \frac{(3^2(-2)^4)^8}{((-3)^5 2^3)^{-2}}$$

Question 10. Simplifier, sans se préoccuper de l'existence :

$$A = 3x^2 y^3 - y(xy)^2 \quad B = \frac{4x^2 y^3 - (xy)^2 y}{x^2 y^2 \times (-x)^3} \quad C = \frac{(-a)^7 \times (-b^2 c^3)^3}{-b^3 c \times (-a)^5}$$

Racines

Question 11. Simplifier, de sorte qu'aucune racine n'apparaisse au dénominateur :

$$A = \frac{4}{3 - \sqrt{5}}, \quad B = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}}{2}}, \quad C = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}.$$

Question 12. Simplifier, pour $x \in]-1, 1[$, $A = \frac{\frac{1}{1+x} + \frac{1-x}{(1+x)^2}}{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \left(1 + \frac{1-x}{1+x}\right)}.$