
TD 5. Primitives.

Exercice 1. Calculer les intégrales ou primitives demandées. Lorsqu'il s'agit d'une primitive, on précisera le ou les intervalles de recherche.

$$1^\circ) I = \int_1^2 \frac{x^3}{(1+x^4)^2} dx$$

$$11^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}}$$

$$2^\circ) I = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\operatorname{Arcsin} x}{1-x^2}} dx$$

$$12^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$3^\circ) I = \int_2^e \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$13^\circ) I = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)(x+2)} dx$$

$$4^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \operatorname{Arctan}(x)$$

$$14^\circ) I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$$

$$5^\circ) I = \int_0^1 \ln(1+x^2) dx$$

$$15^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \frac{x}{x^2 + 4x + 5}$$

$$6^\circ) I = \int_0^1 (2t^2 - t + 1)e^{-t} dt$$

$$16^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \sin^3 x \cos^2 x \text{ (trouver deux méthodes)}$$

$$7^\circ) I = \int_0^2 \cos x \operatorname{sh} x dx$$

$$17^\circ) I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan u}{1 + \cos u} du$$

$$8^\circ) I = \int_0^3 x e^x \cos x dx$$

$$18^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \frac{1}{\cos x}$$

$$9^\circ) I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x + x(\ln x)^2} dx$$

$$19^\circ) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + \cos \theta} d\theta$$

$$10^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \frac{e^x}{\operatorname{ch} x + 1}$$

(changement de variable $t = \tan \frac{\theta}{2}$)

Trois autres en bonus :

$$20^\circ) \text{ Primitives de } x \mapsto \frac{1}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}$$

$$21^\circ) I = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{4}} \sqrt{4x^2 + 4x + 5} dx \quad 22^\circ) I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{-4x^2 + 2x + 1}} dx$$

(on remarquera pour finir le calcul que $\operatorname{sh}(\ln 2) = \frac{3}{4}$)

Exercice 2. Calculer les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$

Exercice 3. On pose : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx$.

En effectuant un changement de variables échangeant les bornes, calculer I .