
Programme de la semaine 8 (du 17/11 au 23/11).

Complexes

- Ensemble \mathbb{C} des nombres complexes (construction non donnée), forme algébrique.
- Conjugué, module (en particulier, inégalité triangulaire avec condition d'égalité).
- Ensemble \mathbb{U} , définition de $e^{i\theta}$ pour $\theta \in \mathbb{R}$, propriétés et applications. Technique de l'angle moitié.
- Forme trigonométrique d'un complexe non nul, argument.
- Racines carrées d'un complexe non nul (méthode trigonométrique et méthode algébrique). Equations de degré 2 à coefficients complexes, relation coefficients-racines.
- Racines n -ième de l'unité : définition, description. Application à la recherche des racines n -ièmes d'un complexe non nul. Somme des racines n -ièmes de l'unité.
- Définition de e^z pour $z \in \mathbb{C}$, propriétés de base.
- Applications à la géométrie : traduction de l'alignement et de l'orthogonalité. Interprétation de quelques transformations.
- Fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes : définition de la continuité, de la dérivabilité, de l'intégrale, à partir des parties réelle et imaginaire. Dérivation de e^φ avec $\varphi : I \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable.

Calculs de primitives et d'intégrales

- Rappel : propriétés de base de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance, Chasles.
- Définition d'une primitive, description de l'ensemble des primitives sur un intervalle lorsqu'il en existe une. Théorème fondamental de l'analyse (si f continue sur un intervalle I et $a \in I$ alors $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est une primitive de f sur I). Calcul d'une intégrale à l'aide d'une primitive.
- Outils de calcul : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable.
- Intégrale sur $[-a, a]$ d'une fonction paire, d'une fonction impaire ; sur $[a+T, b+T]$ et sur $[a, a+T]$ d'une fonction T -périodique.
- Savoir calculer des intégrales de la forme :

$$\int e^{ax} \cos(bx) dx$$
 ou $\int e^{ax} \sin(bx) dx$;

$$\int P(x)e^{ax} dx$$
 ou $\int P(x) \cos(ax) dx$ ou $\int P(x) \sin(ax) dx$ avec P polynôme ;

$$\int \frac{1}{(x-a)^n} dx$$
 ;
$$\int \frac{1}{x^2+a^2} dx$$
 ;
$$\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)}$$
 avec $a \neq b$;
$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$$
 avec $\Delta < 0$.

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
 - et l'une des démonstrations suivantes :
- Preuve de l'inégalité triangulaire de droite (sans le cas d'égalité).
 - Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in]0, 2\pi[$, $C_n = \sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$.
 - Intégration par parties.
 - Changement de variable.

Semaine suivante : Primitives et intégrales, équations différentielles linéaires.