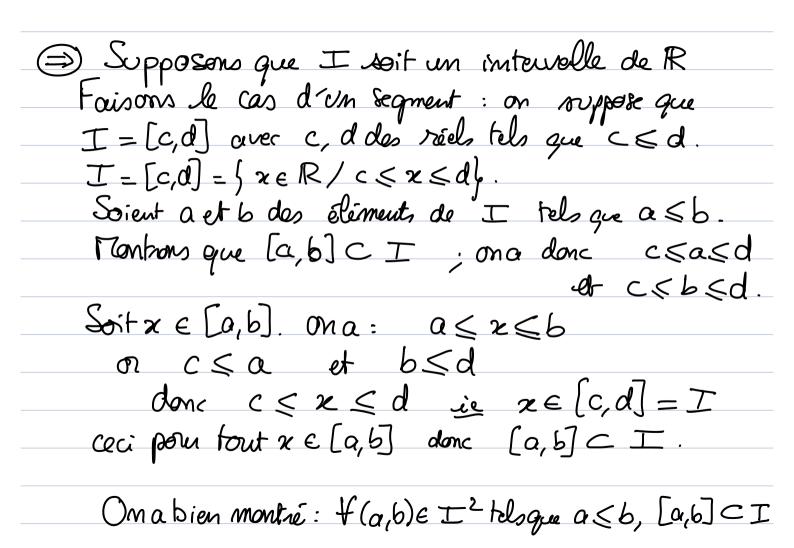
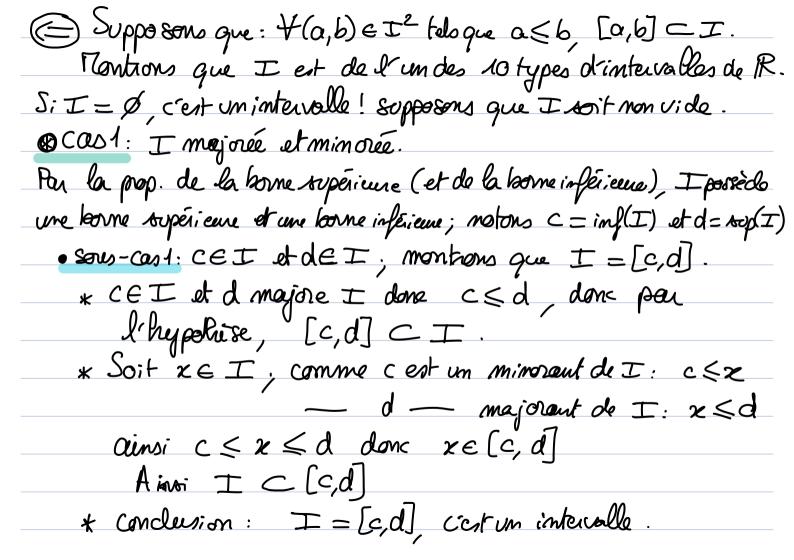
Rappel: Par définition, un intervalle est une partie I de R de l'une des formes suivantes: Ø, R, [c,d],]c,d], (c,d[,]c,d[, [c,too[,]c,too[,]-00,d],]-00,d[On souhaite montres:

Proposition:

Soit I une partie de R,

I intervalle de $\mathbb{R} \iff \forall (a,b) \in \mathbb{I}^2$ tils que $a \leq b$, $[a,b] \subset \mathbb{I}$





• sous-cas2: ceI et d &I. Montans que I=[c,d[* Soit & E [c,d[. Pontrous que X E I. on a x < d et d'est le ples petit des majorants de I donc x m'est pas un majorant de I: mon (YtEI, tex) ie 3teI, t>x done $C \leq x < t$ over $C \in I$, $t \in I$ done $x \in [c,t] \subset I$ donc retidence [c,d[c] * Soit & EI Pontrons que x E LC, d[Comme c'est un minorant de I: C < x — destun majorant de $T: x \leq d$, si on avait x = d, on amount $d=x\in I$: contradiction. donc c≤x<d ie x∈[c,d[ceci pour tout & EI donc I C [c,d[. * Conclusion: I = [c, dL].

· sow-cos3: C&I et dEI: on montre de façon similaire que I=]c,d] · sous-cas4: C∉I et d∉I: on montre de façon sim.laire que I =] c, d[Comme I + ø et I majorée, elle possède une borne supérieure, notons d = sup(I). • sous-cast: d∈I. Montrons que I= J-os, d]. * Soitx ∈J-os, d]. Montrons que z∈I. I est non minorée: non (3 m e R, 4 t e I, m < t) ie: Yme R, IteI, t<m on part l'utiliser avec m=x: on obtient un $t \in \mathbb{Z}$, $t < \infty$

Ainsi, on a texed ance t, det re re[t,d]eT done $x \in T!$ (hyp) Ainsi, J-00, d] CI. * Soit x E I. d'est un majorant de I donc x < d ie x E]-o, d] Aimsi $I \subset J-\infty$ d * Finalement, I =]-09 d] · Aous-cas2: d ∉ I, on montre que I =]-∞, d[Cas3: I minorée mais non majorée De même, on note $C = \inf(I)$ et on monte $I = [C, +\infty)$ ou I =] c, too[, solon que c & I ou mon. 🛭 Cas 4: I non minorée et non majorée... De même, on montre que I= J-09, 100 [= R!