PTSI2 – 2025/2026 Lycée La Martinière-Monplaisir – Lyon

Programme de la semaine 15 (du 19/01 au 25/01).

Ensembles et applications

Reprise du programme de la semaine dernière.

Limites de fonctions

- Notion de voisinage d'un point. Définitions d'une limite (finie/$+\infty$/$-\infty$) en un point a de l'intervalle I ou une extrémité de I (a fini/$+\infty$/$-\infty$). Limite à gauche, limite à droite, extension de la définition de la limite lorsque f est définie sur I privé de a.
- Unicité de la limite ; si f a une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a ; si $f(x) \underset{x \to a}{\longrightarrow} \ell$ et si $u_n \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} a$ ((u_n) à valeurs dans I) alors $f(u_n) \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} \ell$, utilisation pour montrer qu'une fonction n'a pas de limite. Opérations usuelles sur les limites.
- Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement, de minoration, de majoration.
- Théorèmes sur les fonctions monotones (existence d'une limite finie ou infinie selon la situation).

Continuité

⚠ Pas d'exercice sur la continuité, uniquement le cours :

- Définition de la continuité en un point, sur un intervalle. Continuité à gauche et à droite. Prolongement par continuité en un point. Opérations.
- Théorème des valeurs intermédiaires, principe de dichotomie. Théorème de la bijection. Théorème des bornes atteintes (une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes).

Questions de cours

Demander :

— L'UNE DES 9 DEFINITIONS DE LIMITE : limite finie, $+\infty$ ou $-\infty$ pour une fonction f en un a réel, en $+\infty$ ou en $-\infty$.

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- Soit $f : E \to F$. S'il existe $g : F \to E$ telle que $g \circ f = \mathrm{id}_E$ et $f \circ g = \mathrm{id}_F$, alors f est bijective (démontrer uniquement la bijectivité).
- Si f et g (à introduire) sont injectives alors $g \circ f$ est injective ; si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective.
- Si $f(x) \underset{x \to a}{\longrightarrow} b$ et si $g(y) \underset{y \to b}{\longrightarrow} \ell$ alors $g \circ f(x) \underset{x \to a}{\longrightarrow} \ell$: preuve dans le cas où a, b, ℓ sont finis.

Semaine suivante : Limites et continuité, début de la dérivation.