
Programme de la semaine 10 (du 04/11 au 10/12).

Calculs de primitives et d'intégrales

- Rappel : propriétés de base de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance, Chasles.
- Définition d'une primitive, description de l'ensemble des primitives sur un intervalle lorsqu'il en existe une. Théorème fondamental de l'analyse (si f continue sur un intervalle I et $a \in I$ alors $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est une primitive de f sur I). Calcul d'une intégrale à l'aide d'une primitive.
- Outils de calcul : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable.
- Intégrale sur $[-a, a]$ d'une fonction paire, d'une fonction impaire ; sur $[a+T, b+T]$ et sur $[a, a+T]$ d'une fonction T -périodique.
- Savoir calculer des intégrales de la forme :
 $\int e^{ax} \cos(bx) dx$ ou $\int e^{ax} \sin(bx) dx$;
 $\int P(x)e^{ax} dx$ ou $\int P(x) \cos(ax) dx$ ou $\int P(x) \sin(ax) dx$ avec P polynôme ;
 $\int \frac{1}{(x-a)^n} dx$; $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx$; $\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)}$ avec $a \neq b$; $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$ avec $\Delta < 0$.

Equations différentielles linéaires

- Pour les EDL1 et les EDL2 à coefficients constants :
 Structure de l'ensemble des solutions : solution particulière + solution générale de l'équation homogène associée. Principe de superposition des solutions.
- Ordre 1 : Résolution de l'équation homogène $y' + a(x)y = 0$. Méthode pour trouver une solution particulière : "solution évidente" ou méthode de variation de la constante. Existence et unicité d'une solution à un problème de Cauchy, interprétation en termes de courbes intégrales.
- Ordre 2 : Résolution de l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$, dans le cas complexe et dans le cas \mathbb{R} . Équation $ay'' + by' + cy = f(x)$: les élèves doivent savoir trouver une solution particulière lorsque f est un polynôme, lorsque $f(x) = Ae^{\alpha x}$, lorsque $f(x) = A \cos(\omega x)$ ou $A \sin(\omega x)$ (en passant par partie réelle ou imaginaire).

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
 - Intégration par parties.
 - Changement de variable.
 - Ensemble des solutions d'une équation de la forme $y'(x) + a(x)y(x) = 0$, avec $a : I \rightarrow \mathbb{K}$ continue sur I intervalle.

Semaine suivante : Équations différentielles, arithmétique, début des suites.