
Programme de la semaine 28 (du 27/05 au 02/06).

Espaces probabilisés finis, variables aléatoires

- Expérience aléatoire, univers (finis), événements. Opérateurs non, et, ou, événements incompatibles, famille d'événements deux à deux incompatibles, système complet d'événements.
- Variable aléatoire sur un espace probabilité fini, événements associés. Exemple d'une fonction indicatrice. Système complet d'événements associé à une variable aléatoire
- Définition d'une probabilité sur un univers fini, propriétés. Détermination d'une probabilité par les événements élémentaires. Probabilité uniforme. Indépendance de deux, de n événements.
- Proba conditionnelle : définition, P_A est une probabilité sur Ω , formule des probas composées, formule des probabilités totales et formule de Bayes.
- Loi d'une variable aléatoire. Fonction d'une variable aléatoire X , loi d'une fonction de X .
- Loi usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale.
- Couple de variables aléatoires, loi conjointe, lois marginales, loi conditionnelle de Y sachant X .
- Indépendance de deux variables aléatoires, de n variables aléatoires. Lemme des coalitions. La somme de variables de Bernoulli indépendantes de même paramètre est une variable binomiale.

Espérance, variance

- Espérance d'une variable aléatoire, cas d'une variable constante, d'une variable de Bernoulli, d'une variable binomiale. Th de transfert. Linéarité, positivité, croissance. Variable centrée.
- Variance, écart-type. Formule $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. Valeur de $V(aX+b)$. Cas d'une variable de Bernoulli, d'une variable binomiale. Covariance, formule $cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$, lien avec l'indépendance. Variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes.
- Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
 - Formule des probabilités totales et formule de Bayes.
 - Dans une urne avec 6 boules numérotées de 1 à 6, on tire une boule, et on note X le numéro. On remet cette boule dans l'urne et on retire toutes les boules dont le numéro était strictement supérieur à X . On tire alors à nouveau une boule dans l'urne, on note Y son numéro. Déterminer la loi de Y .
 - Calcul de l'espérance d'une variable binomiale (méthode calculatoire).

Semaine suivante : *Espérance, variance, analyse asymptotique.*