Programme de la semaine 29 (du 03/06 au 09/06).

Espaces probabilisés finis, variables aléatoire, espérance, variance

Reprise en insistant sur :

- Espérance d'une variable aléatoire, cas d'une variable constante, d'une variable de Bernoulli, d'une variable binomiale. Th de transfert. Linéarité, positivité, croissance. Variable centrée.
- Variance, écart-type. Formule $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. Valeur de $V(aX+b)$. Cas d'une variable de Bernoulli, d'une variable binomiale. Covariance, formule $cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$, lien avec l'indépendance. Variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes.
- Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Analyse asymptotique

- Développements limités : unicité d'un DL, cas des fonctions paires ou impaires. Primitivation.
- Liens entre existence d'un DL et la continuité, la dérivabilité. Formule de Taylor-Young.
- Quelques généralités sur les O.
- Equivalents de suites : définition en passant par le quotient. Exemples classiques à connaître. Propriétés de base, liens avec la notion de limite, liens avec le signe, avec les o.
- Adaptation pour les équivalents de fonctions. Composition d'une limite et d'un équivalent.

Intégration sur un segment : début, COURS UNIQUEMENT

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à valeurs réelles sur un segment, à partir des fonctions en escalier (admis). Les 4 propriétés de base. Définition de $\int_a^b f$ lorque $a \geq b$.
- Autres propriétés : inégalité triangulaire ($|\int_a^b f| \leq \int_a^b |f|$), l'intégrale sur un segment d'une fonction continue positive non identiquement nulle est strictement positive.
- Lien primitive-intégrale : théorème fondamental de l'analyse.

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Calcul de l'espérance d'une variable binomiale (méthode calculatoire).
- Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue est positive. Si f n'est pas identiquement nulle alors $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x > 0$ (faire seulement le cas où le x_0 pris tel que $f(x_0) > 0$ n'est ni a ni b).
- Soit $f : I \to \mathbb{R}$ continue, avec I intervalle, et soit $a \in I$.
  On pose, pour tout $x \in I$, $F_a(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$.
  Preuve du fait que le taux d'accroissement de F_a en $x_0 \in I$ tend vers $f(x_0)$ en x_0^+.

Semaine suivante : Analyse asymptotique, intégration.