

Programme de la semaine 13 (du 05/01 au 11/01).

Suites

Reprise du chapitre entier.

Introduction aux développements limités

- Définitions de o pour les suites, en passant par le quotient. Exemples classiques à connaître ($(\ln n)^\alpha$; n^β ; a^n ; $n!$; Propriétés de base, liens avec la notion de limite. Adaptation de ces définitions et résultats sur les fonctions.

La définition de l'équivalence est donnée uniquement pour traduire $u_n = v_n + o(v_n)$, et pour obtenir des informations en termes de limite ou de signe.

- Développements limités en 0 : définition, troncature. DL usuels en 0 : exp, ch, sh, cos, sin, tan (à l'ordre 3 seulement), $(1+x)^\alpha$, en particulier $\frac{1}{1+x}$ et $\sqrt{1+x}$, $\frac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, Arctan(x)).
- Opérations sur les DL (pas de résultats généraux, vues sur des exemples) : somme, produit, inverse, quotient, composition, en 0
- DL en un x_0 non nul, applications : limites, asymptotes.

Questions de cours

Demander :

- UN DL USUEL EN 0
- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
 - Démonstration du théorème sur les suites adjacentes.
 - Convergence de la suite $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ avec $q \in \mathbb{C}$, en admettant le cas $q \in \mathbb{R}$.
 - Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + u_n^2 \end{cases}$$
 Montrer que $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$.

Semaine suivante : Introduction aux développements limités, ensembles et applications.