
Calcul de dérivées et justification de la dérivabilité : corrigé.

Exercice 1

1°) $f : x \mapsto \frac{(\ln x)^4}{x}$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R}_+^* . Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$:

$$f'(x) = \frac{4 \cdot \frac{1}{x} (\ln x)^3 x - (\ln x)^4 \cdot 1}{x^2} = \frac{4 (\ln x)^3 - (\ln x)^4}{x^2} = \boxed{(\ln x)^3 \frac{4 - \ln x}{x^2}}$$

2°) $f : x \mapsto \left(\cos^2 x + \frac{3}{2}\right) \sin(2x)$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} . Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \boxed{\left(\cos^2 x + \frac{3}{2}\right) 2 \cos(2x) - 2 \sin(x) \cos(x) \sin(2x)}$$

3°) $f : x \mapsto \exp(\operatorname{sh}(x))$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} . Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \boxed{\operatorname{ch}(x) \exp(\operatorname{sh}(x))}.$$

4°) $f : x \mapsto (x^3 + x - 2)^4$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} , et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = \boxed{4(3x^2 + 1)(x^3 + x - 2)^3}$$

5°) $f : x \mapsto \frac{x^3 \sin(5x - 1)}{\ln x}$

f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$, et pour tout x dans cet ensemble,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3x^2 \sin(5x - 1) + x^3 \cdot 5 \cos(5x - 1)) \ln x - x^3 \sin(5x - 1) \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} \\ &= \boxed{\frac{x^2 \sin(5x - 1) (3 \ln x - 1) + 5x^3 \cos(5x - 1) \ln(x)}{(\ln x)^2}} \end{aligned}$$

6°) $f : x \mapsto \cos(\sin x) - \sin(\cos x)$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} , et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = \cos x [(-\sin)(\sin x)] - (-\sin x) [\cos(\cos x)] = \boxed{\sin x (\cos(\cos x)) - \cos x (\sin(\sin x))}$$

$$7^\circ) f : x \mapsto \operatorname{Arctan} \left(\frac{x}{x+1} \right)$$

f est définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, et pour tout x dans cet ensemble,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1 \times (x+1) - x \times 1}{(x+1)^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{x+1} \right)^2} \\ &= \frac{1}{(x+1)^2} \frac{1}{1 + \frac{x^2}{(x+1)^2}} \\ &= \frac{1}{(x+1)^2} \frac{1}{\frac{(1+x)^2 + x^2}{(x+1)^2}} \\ &= \boxed{\frac{1}{2x^2 + 2x + 1}} \end{aligned}$$

Vous constaterez que l'expression $\frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$ existe pour $x = -1$: on n'en déduit pas pour autant que f est dérivable en -1 , puisque f n'est même pas définie en $-1!!$

$$8^\circ) f : x \mapsto \left(x + \frac{1}{x^2} \right) \sin \frac{1}{x}$$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R}^* , et pour tout x dans \mathbb{R}^* ,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(1 - \frac{2x}{x^4} \right) \sin \frac{1}{x} + \left(x + \frac{1}{x^2} \right) \left(-\frac{1}{x^2} \right) \cos \frac{1}{x} \\ &= \boxed{\left(1 - \frac{2}{x^3} \right) \sin \frac{1}{x} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^4} \right) \cos \frac{1}{x}} \end{aligned}$$

Il est intéressant de connaître la dérivée de $x \mapsto \frac{1}{x^2}$: c'est $x \mapsto \frac{2}{x^3}$.

Cela se trouve très vite en écrivant $\frac{1}{x^2}$ sous la forme x^{-2} , ce qui se dérive en $-2x^{-3} \dots$

$$9^\circ) f : x \mapsto \frac{e^{x-\frac{1}{x}}}{x^2 - 1}$$

f est définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$, et pour tout x dans cet ensemble :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\left(1 + \frac{1}{x^2} \right) e^{x-\frac{1}{x}} (x^2 - 1) - e^{x-\frac{1}{x}} 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{\left((x^2 + 1)(x^2 - 1) - 2x^3 \right) e^{x-\frac{1}{x}}}{x^2(x^2 - 1)^2} \\ &= \boxed{f'(x) = \frac{(x^4 - 2x^3 - 1) e^{x-\frac{1}{x}}}{x^2(x^2 - 1)^2}} \end{aligned}$$

$$10^\circ) f : x \mapsto x^{(x^x)}$$

f est définie et dérivable sur \mathbb{R}_+^* , et pour tout $x > 0$, $f'(x) = \exp(x^x \ln(x)) = \exp(\exp(x \ln x) \ln(x))$.

Donc pour tout $x > 0$,

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \left(\exp(x \ln x) \frac{1}{x} + \left(x \frac{1}{x} + 1 \cdot \ln(x) \right) \exp(x \ln x) \ln(x) \right) \exp(\exp(x \ln x) \ln(x)) \\
 &= \left(\frac{1}{x} + \ln(x) + \ln^2(x) \right) \exp(x \ln x) \exp(\exp(x \ln x) \ln(x)) \\
 &= \left(\frac{1}{x} + \ln(x) + \ln^2(x) \right) x^x x^{(x^x)} \\
 &= \boxed{\left(\frac{1}{x} + \ln(x) + \ln^2(x) \right) x^{x+x^x}}
 \end{aligned}$$

Exercice 2

1°) $f : x \mapsto \sqrt{\tan(x)}$:

Pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$, $\tan(x)$ existe et $\tan(x) \geq 0$, donc f est bien définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$.

Sur $]0, \frac{\pi}{2}[$, \tan est dérivable et est à valeurs dans \mathbb{R}_+^* sur cet intervalle.

$x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

Par composition, f est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$.

Pour tout $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$,

$$f'(x) = \boxed{\frac{1 + \tan^2(x)}{2\sqrt{\tan(x)}}}$$

2°) $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x - 10}$:

$X^2 - 3X - 10$ est un trinôme du second degré de discriminant $\Delta = 9 + 40 = 7^2$, donc ses racines sont $\frac{3+7}{2} = 5$ et $\frac{3-7}{2} = -2$. Comme le coefficient de X^2 est positif, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$x^2 - 3x - 10 \geq 0 \iff x \in]-\infty, -2] \cup [5, +\infty[$$

Donc f a pour domaine de définition $] -\infty, -2] \cup [5, +\infty[$.

$x \mapsto x^2 - 3x - 10$ est dérivable sur $] -\infty, -2[\cup]5, +\infty[$, et pour tout $x \in] -\infty, -2[\cup]5, +\infty[$, $x^2 - 3x - 10 > 0$. De plus $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

Par composition, f est dérivable sur $] -\infty, -2[\cup]5, +\infty[$.

Pour tout $x \in] -\infty, -2[\cup]5, +\infty[$,

$$f'(x) = \boxed{\frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x - 10}}}$$

Soit $x \in]5, +\infty[$:

$$\begin{aligned}\frac{f(x) - f(5)}{x - 5} &= \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 10}}{x - 5} \\ &= \frac{\sqrt{(x+2)(x-5)}}{x - 5} \\ &= \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-5}} \text{ car } x-5 > 0 \text{ donc } x-5 = \sqrt{x-5}^2 \\ \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} &\xrightarrow[x \rightarrow 5]{} +\infty\end{aligned}$$

Donc f n'est pas dérivable en 5.

Soit $x \in]-\infty, -2[$:

$$\begin{aligned}\frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} &= \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 10}}{x + 2} \\ &= \frac{\sqrt{(x+2)(x-5)}}{x + 2} \\ &= \frac{\sqrt{-x+5}\sqrt{-x-2}}{-\sqrt{-x-2}^2} \text{ car } x+2 < 0 \text{ et } -x+5 < 0 \\ &= \frac{\sqrt{-x+5}}{-\sqrt{-x-2}} \\ \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} &\xrightarrow[x \rightarrow -2]{} -\infty\end{aligned}$$

Donc f n'est pas dérivable en -2.

3°) $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{2-x}}$:

Pour tout réel x , $2-x > 0 \iff x < 2$. Donc f est définie sur $] -\infty, 2[$.

$x \mapsto 2-x$ est dérivable sur $] -\infty, 2[$ et à valeurs dans \mathbb{R}_+^* sur cet intervalle ; et $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* ; donc par composition, $x \mapsto \sqrt{2-x}$ est dérivable sur $] -\infty, 2[$.

Par quotient ($x \mapsto x$ est dérivable sur $] -\infty, 2[$), f est dérivable sur $] -\infty, 2[$.

Pour tout $x \in] -\infty, 2[$,

$$f'(x) = \frac{1 \times \sqrt{2-x} - x \frac{-1}{2\sqrt{2-x}}}{\sqrt{2-x}^2} = \frac{2(2-x) + x}{2\sqrt{2-x}(2-x)} = \boxed{\frac{4-x}{2\sqrt{2-x}(2-x)}}$$

Autre manière de faire le calcul : en écrivant $f(x) = x(2-x)^{-\frac{1}{2}}$,

$$\begin{aligned}f'(x) &= 1 \times (2-x)^{-\frac{1}{2}} + x \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-1) \times (2-x)^{-\frac{1}{2}-1} \\ &= (2-x) \times (2-x)^{-\frac{3}{2}} + \frac{x}{2}(2-x)^{-\frac{3}{2}} \\ &= \frac{2(2-x) + x}{2}(2-x)^{-\frac{3}{2}} \\ &= \boxed{\frac{4-x}{2}(2-x)^{-\frac{3}{2}}}\end{aligned}$$

$$4^\circ) f : x \mapsto \text{Arcsin} \left(e^{-x^2} \right) :$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-x^2 \leq 0$ donc $0 < e^{-x^2} \leq 1$, autrement dit $x \mapsto e^{-x^2}$ est à valeurs dans $]0, 1]$.

Comme Arcsin est définie sur $[-1, 1]$ qui contient $]0, 1]$, f est définie sur \mathbb{R} .

Pour tout réel x , $e^{-x^2} = 1 \iff -x^2 = 0 \iff x = 0$.

donc, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $e^{-x^2} \in]0, 1[$, et $x \mapsto e^{-x^2}$ est dérivable sur \mathbb{R}^* par composition.

Par ailleurs, Arcsin est dérivable sur $]-1, 1[$ et donc sur $]0, 1[$. Par composition, f est dérivable sur \mathbb{R}^* .

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$,

$$f'(x) = (-2x)e^{-x^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 - (e^{-x^2})^2}} = \boxed{\frac{-2xe^{-x^2}}{\sqrt{1 - e^{-2x^2}}}}$$

$$5^\circ) f : x \mapsto \text{Arccos} \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) :$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $1+x^2 \geq 1$ donc $\sqrt{1+x^2} \geq \sqrt{1} > 0$ donc $0 < \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \leq 1$. Comme Arccos est définie sur $[-1, 1]$, f est bien définie sur \mathbb{R} .

$x \mapsto 1+x^2$ est dérivable sur \mathbb{R} et à valeurs dans \mathbb{R}_+^* , et $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* , donc par composition, $x \mapsto \sqrt{1+x^2}$ est dérivable sur \mathbb{R} , ainsi que $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ par quotient.

Arccos est dérivable sur $]-1, 1[$.

Or, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \neq -1$, et $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = 1 \iff 1+x^2 = 1 \iff x = 0$.

Par composition, f est donc dérivable sur \mathbb{R}^* . Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2} \frac{-1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}} \\ &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}(1+x^2)} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{1+x^2}}} \\ &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}(1+x^2)} \frac{1}{\sqrt{\frac{1+x^2-1}{1+x^2}}} \\ &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}(1+x^2)} \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2}}} = \boxed{\frac{x}{|x|(1+x^2)}} \end{aligned}$$

Donc, pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}_-^*$, $f'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$.

$$6^\circ) f : x \mapsto x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} :$$

Soit D le domaine de définition de f . Pour $x \in \mathbb{R}$, $x \in D \iff \begin{cases} x \neq -1 \\ \frac{x-1}{x+1} \geq 0 \end{cases}$

Le plus simple est de faire un tableau de signe :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x - 1$	—	—	0	+
$x + 1$	—	0	+	+
$\frac{x+1}{x-1}$	+		—	0

Donc $D =] -\infty, -1[\cup [1, +\infty[$.

Par quotient, $x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$ est dérivable sur $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ et à valeurs dans \mathbb{R}_+ sur cet ensemble, d'après le tableau de signe. Or $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* . Donc, par composition, puis produit avec $x \mapsto x$, f est dérivable sur $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

$$\begin{aligned} \forall x \in] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[, \quad f'(x) &= 1 \times \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + x \times \frac{\frac{1 \times (x+1) - (x-1) \times 1}{(1+x)^2}}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \\ &= \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \frac{2x}{(1+x)^2} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \\ &= \boxed{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \frac{x}{(1+x)^2} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}} \end{aligned}$$

Remarque : Attention pour les simplifications !

Si $x < -1$, $x+1$ et $x-1$ sont strictement négatifs, donc écrire $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ est faux.

Mieux vaut écrire, lorsque $\frac{a}{b}$ est positif, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\left|\frac{a}{b}\right|} = \sqrt{\frac{|a|}{|b|}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$.

Pour tout $x \in] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\sqrt{|x-1|}}{\sqrt{|x+1|}} + \frac{x}{|1+x|^2} \frac{\sqrt{|x+1|}}{\sqrt{|x-1|}} \\ &= \frac{\sqrt{|x-1|}}{\sqrt{|x+1|}} + \frac{x}{|1+x|\sqrt{|x+1|}} \frac{1}{\sqrt{|x-1|}} \\ &= \frac{\left(\sqrt{|x-1|}\right)^2 |1+x| + x}{|1+x|\sqrt{|x+1|}\sqrt{|x-1|}} \\ &= \frac{|x-1| \cdot |x+1| + x}{|1+x|\sqrt{|x+1|}\cdot|x-1|} \\ &= \frac{x^2 - 1 + x}{|1+x|\sqrt{x^2 - 1}} \text{ car } x^2 - 1 > 0 \text{ sur }] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[\end{aligned}$$

Étude en 1 : Pour tout $x \in]1, +\infty[$, $\frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - 0}{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}} \xrightarrow[x \rightarrow 1]{} +\infty$ Donc f n'est pas dérivable en 1.

7°) $f : x \mapsto x\sqrt{x}$:

f est clairement définie sur \mathbb{R}_+ .

$x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* ainsi que $x \mapsto x$, donc par produit, f est dérivable sur \mathbb{R}_+^* , et pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$,

$$f'(x) = x \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 \times \sqrt{x} = \boxed{\frac{3}{2}\sqrt{x}}$$

On le trouve encore plus vite en écrivant que $x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$ se qui se dérive en $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} \dots$

Prouvons à part la dérivabilité en 0 (remarque : évaluer l'expression valable sur \mathbb{R}_+^* est tout sauf une preuve!!) : pour tout $x > 0$,

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \sqrt{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

Donc f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.

8°) $f : x \mapsto 10^{\sqrt{x}}$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, \sqrt{x} existe et est réel donc $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$ existe, et c'est $\exp(\sqrt{x}\ln(10))$.

$x \mapsto \sqrt{x}\ln(10)$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* , donc par composition avec \exp qui est dérivable sur \mathbb{R} , f est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$,

$$f'(x) = \boxed{\frac{\ln(10)}{2\sqrt{x}} \exp(\sqrt{x}\ln(10))}$$

9°) $f : x \mapsto \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt{(x-1)^3}$:

Pour tout $x \in [1, +\infty[$, $(x-1)^2 \geq 0$ et $(x-1)^3 \geq 0$ donc $f(x)$ existe.

On peut d'ailleurs écrire $f(x) = ((x-1)^2)^{\frac{1}{3}} + ((x-1)^3)^{\frac{1}{2}} = (x-1)^{\frac{2}{3}} + (x-1)^{\frac{3}{2}}$.

La fonction $x \mapsto x^{\frac{2}{3}} = \exp(\frac{2}{3}\ln x)$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* , et sa dérivée est $x \mapsto \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$. De même $x \mapsto x^{\frac{3}{2}}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

La fonction $x \mapsto x-1$ est dérivable sur $]1, +\infty[$ et à valeurs dans \mathbb{R}_+^* sur cet intervalle, donc par composition et somme, f est dérivable sur $]1, +\infty[$, et pour tout $x \in]1, +\infty[$,

$$f'(x) = \boxed{\frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}} + \frac{3}{2}(x-1)^{\frac{1}{2}}}$$

10°) $f : x \mapsto x\sqrt{2-\sqrt{x}}$:

Soit $x \in \mathbb{R}_+$.

$$f \text{ définie en } x \iff 2-\sqrt{x} \geq 0 \iff 2 \geq \sqrt{x} \iff 4 \geq x \text{ car } \sqrt{x} \geq 0 \text{ et } 4 \geq 0$$

Donc f est $\boxed{\text{définie sur } [0, 4]}$.

$x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

$x \mapsto 2-\sqrt{x}$ est donc dérivable sur $]0, 4]$, et ne s'annule qu'en 4, donc par composition, $x \mapsto \sqrt{2-\sqrt{x}}$ est dérivable sur $]0, 4[$.

Par produit avec la fonction polynomiale $x \mapsto x$, f est donc dérivable sur $]0, 4[$, et pour tout $x \in]0, 4[$,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \sqrt{2 - \sqrt{x}} + x \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{2 - \sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{2 - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{2 - \sqrt{x}}} \\ &= \frac{4(2 - \sqrt{x}) - \sqrt{x}}{4\sqrt{2 - \sqrt{x}}} \\ &= \boxed{\frac{8 - 5\sqrt{x}}{4\sqrt{2 - \sqrt{x}}}} \end{aligned}$$

- Étude de la dérivabilité en 0 : pour tout $x \in]0, 4[$,

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{x\sqrt{2 - \sqrt{x}}}{x} = \sqrt{2 - \sqrt{x}} \xrightarrow{x \rightarrow 0} \sqrt{2}.$$

Donc f est dérivable en 0 et $f'(0) = \sqrt{2}$. On peut remarquer que l'expression encadrée plus haut pour $x \in]0, 4[$ est donc encore valable en 0 (puisque l'expression vaut $\sqrt{2}$ en 0 après simplifications...).

- Étude de la dérivabilité en 4 : pour tout $x \in [0, 4[$,

$$\frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \frac{x\sqrt{2 - \sqrt{x}}}{x - 4} = -\frac{x\sqrt{2 - \sqrt{x}}}{2^2 - \sqrt{x}^2} = -\frac{x\sqrt{2 - \sqrt{x}}}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} = -\frac{x}{\sqrt{2 - \sqrt{x}}(2 + \sqrt{x})}$$

Or $-\frac{x}{(2 + \sqrt{x})} \xrightarrow{x \rightarrow 4} -1$ et $\frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{x}}} \xrightarrow{x \rightarrow 4} +\infty$, donc $\frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \xrightarrow{x \rightarrow 4} -\infty$.

Ainsi f n'est pas dérivable en 4.