
Programme de la semaine 17 (du 02/02 au 08/02).

Limites de fonctions, continuité

Reprise.

Dérivation

- Dérivabilité en un point. Caractérisation par l'existence d'un DL1. La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivabilité à gauche et à droite en un point. Dérivabilité sur un intervalle.
- Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient, composition, réciproque.
- Dérivées d'ordre supérieur à 1. Classe \mathcal{C}^n et \mathcal{C}^∞ . Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient, composition, réciproque, dérivées n èmes de $f + g$, $\lambda.f$, fg .
- Définition d'un extremum local ou global. Théorème : si f est dérivable en a intérieur à l'intervalle de définition et que f admet un extremum en a , alors $f'(a) = 0$.
- Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis.
- Inégalité des accroissements finis (énoncé pour une fonction f dérivable sur un intervalle I avec $|f'|$ majorée par k).
- Caractérisation des fonctions dérivables constantes/monotones/strictement monotones parmi les fonctions dérivables sur un intervalle.
- Théorème de la limite de la dérivée (si f est continue sur I , dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et si f' a une limite ℓ finie ou infinie en a , alors le taux d'accroissement de f en a admet aussi ℓ pour limite.)
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
 - Montrer que toute fonction polynomiale à coefficients réels de degré impair admet au moins une racine réelle.
 - Étude de $f : x \mapsto \frac{1 - \cos x}{x}$ en 0 : prolongement par continuité, dérivabilité, tangente, position de la courbe par rapport à la tangente au voisinage de 0.
 - Théorème de Rolle.
 - Pour f dérivable sur un intervalle I , preuve de : $f' \geq 0 \implies f$ croissante.

Semaine suivante : Dérivation, systèmes linéaires et matrices.