

## Programme de la semaine 17 (du 02/02 au 08/02).

---

### Limites de fonctions, continuité

Reprise.

### Dérivation

- Dérivabilité en un point. Caractérisation par l'existence d'un DL1. La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivabilité à gauche et à droite en un point. Dérivabilité sur un intervalle.
- Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient, composition, réciproque.
- Dérivées d'ordre supérieur à 1. Classe  $\mathcal{C}^n$  et  $\mathcal{C}^\infty$ . Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient, composition, réciproque, dérivées *nièmes* de  $f + g$ ,  $\lambda \cdot f$ ,  $fg$ .
- Définition d'un extremum local ou global. Théorème : si  $f$  est dérivable en  $a$  intérieur à l'intervalle de définition et que  $f$  admet un extremum en  $a$ , alors  $f'(a) = 0$ .
- Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis.
- Inégalité des accroissements finis (énoncé pour une fonction  $f$  dérivable sur un intervalle  $I$  avec  $|f'|$  majorée par  $k$ ).
- Caractérisation des fonctions dérivables constantes/monotones/strictement monotones parmi les fonctions dérivables sur un intervalle.
- Théorème de la limite de la dérivée (si  $f$  est continue sur  $I$ , dérivable sur  $I \setminus \{a\}$  et si  $f'$  a une limite  $\ell$  finie ou infinie en  $a$ , alors le taux d'accroissement de  $f$  en  $a$  admet aussi  $\ell$  pour limite.)
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

### Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
  - Montrer que toute fonction polynomiale à coefficients réels de degré impair admet au moins une racine réelle.
  - Étude de  $f : x \mapsto \frac{1 - \cos x}{x}$  en 0 : prolongement par continuité, dérivabilité, tangente, position de la courbe par rapport à la tangente au voisinage de 0.
  - Théorème de Rolle.
  - Pour  $f$  dérivable sur un intervalle  $I$ , preuve de :  $f' \geq 0 \implies f$  croissante.

Semaine suivante : *Dérivation, systèmes linéaires et matrices.*