# Programme de la semaine 30 (du 17/06 au 23/06).

#### Analyse asymptotique

- Développements limités : unicité d'un DL, cas des fonctions paires ou impaires. Primitivation.
- Liens entre existence d'un DL et la continuité, la dérivabilité. Formule de Taylor-Young.
- Quelques généralités sur les O.
- $\bullet$  Equivalents de suites : définition en passant par le quotient. Exemples classiques à connaître. Propriétés de base, liens avec la notion de limite, liens avec le signe, avec les o.
- Adaptation pour les équivalents de fonctions. Composition d'une limite et d'un équivalent.

### Intégration sur un segment

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue à valeurs réelles sur un segment, à partir des fonctions en escalier (admis). Les 4 propriétés de base. Définition de  $\int_a^b f$  lorque  $a \ge b$ .
- Autres propriétés : inégalité triangulaire  $(|\int_a^b f| \le \int_a^b |f|)$ , l'intégrale sur un segment d'une fonction continue positive non identiquement nulle est strictement positive.
- Lien primitive-intégrale : théorème fondamental de l'analyse.
- Inégalité de Taylor-Lagrange (la formule de Taylor avec reste intégral n'est pas au programme).
- Sommes de Riemann, convergence dans le cas où la fonction est continue.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

## Questions de cours

#### Demander:

- une définition ou un énoncé du cours;
- et l'une des démonstrations suivantes :
  - Soit f: [a, b] → R une fonction continue est positive. Si f n'est pas identiquement nulle alors
     ∫<sub>a</sub><sup>b</sup> f(x) dx > 0 (faire seulement le cas où le x<sub>0</sub> pris tel que f(x<sub>0</sub>) > 0 n'est ni a ni b).
    Soit f: I → R continue, avec I intervalle, et soit a ∈ I.
  - Soit  $f: I \to \mathbb{R}$  continue, avec I intervalle, et soit  $a \in I$ On pose, pour tout  $x \in I$ ,  $F_a(x) = \int_a^x f(t) dt$ .

Preuve du fait que le taux d'accroissement de  $F_a$  en  $x_0 \in I$  tend vers  $f(x_0)$  en  $x_0^+$ .

• Détermination du DL à l'ordre 5 de Arccos (par primitivation).