Programme de la semaine 14 (du 12/01 au 18/01).

Introduction aux développements limités

- Définitions de o pour les suites, en passant par le quotient. Exemples classiques à connaître ($(\ln n)^\alpha$; n^β ; a^n ; $n!$; Propriétés de base, liens avec la notion de limite. Adaptation de ces définitions et résultats sur les fonctions.
  La définition de l'équivalence est donnée uniquement pour traduire $u_n = v_n + o(v_n)$, et pour obtenir des informations en termes de limite ou de signe.
- Développements limités en 0 : définition, troncature. DL usuels en 0 : exp, ch, sh, cos, sin, tan (à l'ordre 3 seulement), $(1+x)^\alpha$, en particulier $\dfrac{1}{1+x}$ et $\sqrt{1+x}$, $\dfrac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, $\text{Arctan}(x)$.
- Opérations sur les DL (pas de résultats généraux, vues sur des exemples) : somme, produit, inverse, quotient, composition, en 0
- DL en un x_0 non nul, applications : limites, asymptotes.

Ensembles et applications

- Ensembles, parties d'un ensemble, notation $\mathcal{P}(E)$. Opérations : réunion, intersection, complémentaire, différence. Quelques propriétés élémentaires sur ces opérations. Ensembles disjoints, recrouvrements disjoints, partitions. Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles.
- Applications. Composition, cas de la composition avec une application identité. Restrictions, prolongements. Images directes, images réciproques.
- Injectivité, surjectivité, bijectivité. Traduction en termes d'équations. Définition de la réciproque d'une application bijective, théorème faisant le lien avec la composition. Réciproque de $g \circ f$ lorsque f et g sont bijectives. Si f et g sont injectives (respectivement surjectives) alors $g \circ f$ est injective (respectivement surjective).

Questions de cours

Demander :

— UN DL USUEL EN 0

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- Soit $f : E \to F$. S'il existe $g : F \to E$ telle que $g \circ f = \text{id}_E$ et $f \circ g = \text{id}_F$, alors f est bijective (démontrer uniquement la bijectivité).
- Si f et g (à introduire) sont injectives alors $g \circ f$ est injective ; si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective.

Semaine suivante : Ensembles et applications, limites et continuité.