

Programme de la semaine 5 (du 13/10 au 20/10).

Logique, méthodes de raisonnement, calculs algébriques

- Quelques éléments de logique : propositions mathématiques, conjonction, disjonction, négation, implication, équivalence.
- Quantificateurs \forall et \exists , négation d'une proposition comportant des quantificateurs.
- Raisonnements par l'absurde, par double implication, par contraposée, preuve d'une unicité, raisonnements par analyse-synthèse, récurrences simples, doubles, fortes.
- Définition de $n!$ et des coefficients binomiaux, propriétés de base.
- Manipulation du symbole \sum , en particulier changement d'indice et sommes télescopiques. Premières sommes à connaître : $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Formule du binôme et factorisation de $a^n - b^n$.
- Sommes doubles : $\sum_{1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq j \leq p}$, $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n}$, $\sum_{1 \leq i < j \leq n}$.
- Produits : quelques règles de manipulation de \prod , analogues à celle de \sum .

Nouvelles fonctions usuelles

- Fonctions ch et sh.
- Rappel du théorème de la bijection. Théorème de la dérivée de la réciproque.
- Définition de Arcsin, Arccos, Arctan ; continuité, variations, courbes, dérivabilité, dérivée, Arcsin et Arctan sont impaires. La formule pour $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(\frac{1}{x})$ est à savoir retrouver.

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :

- Formule du binôme : démontrer uniquement l'hérédité, autrement dit, pour $n \in \mathbb{N}^*$ fixé, et a et b fixés :
sachant que $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, montrer que $(a + b)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} a^{n+1-k} b^k$.
- Dérivabilité et dérivée de Arcsin.
- Formule de $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$.

Semaine suivante : Calculs algébriques, nouvelles fonctions usuelles, début des nombres complexes.