



Cahier de vacances de maths, Toussaint 2022



La première période de votre année de PTSI vient de se terminer. Vous avez dû ressentir un gros changement de rythme, d'exigence ou de difficulté par rapport au lycée.

Cependant, il ne faut pas vous relâcher et comprendre que vous n'êtes pas réellement en vacances, seulement en période d'interruption de cours ! Il faut organiser ces deux semaines. Il y a deux objectifs :

- Il faut vous reposer, pour arriver en pleine forme le 7 novembre.
- Il faut aussi travailler, plusieurs heures par jour (suggestion : 4-5h, découpées en 3h + 1 ou 2h). Ainsi, vous vous mettrez à jour dans les différentes matières, et vous aborderez la deuxième période sur des bases solides, avec sérénité. Vous devez avoir la sensation du « travail bien fait ».

Profitez de la première journée pour simplement ranger vos affaires, et pour organiser votre travail pendant ces deux semaines. L'objectif n'est pas de travailler du matin au soir tous les jours, mais de planifier vos journées afin de ne pas perdre de temps. Ensuite, soyez rigoureux et efficace pour tenir votre planning !



Votre réussite en prépa se joue sur les deux années. On ne se dit pas "je me repose en sup et j'en ferai plus en spé" ; on se dit que tout ce qui est mal acquis en sup, c'est du retard en spé.



En ce qui concerne les maths, voici quelques suggestions. Pour chacun des points suivants, il convient d'étaler au maximum le travail sur toutes les vacances.

Revoir le cours

Relire les chapitres vus depuis septembre, crayon en main ¹.

Refaire tous les exemples sur une feuille à part, pour voir si vous savez faire.

En particulier :

- Il faut connaître toutes les définitions !
- Chapitre 1.A :
Être au point sur la valeur absolue, les équations/inéquations.
Toutes les caractéristiques d'une fonction et les propositions associées (parties 3 et 4), en particulier les deux dernières pages du ch 1.A + le théorème de la bijection et le théorème de la dérivée de la réciproque (ch 3).
- Chapitre 1.B + Chapitre 3 :
MAÎTRISER toutes les fonctions usuelles, propriétés, caractéristiques, graphes, formules, dérivées ...

1. Il faut pouvoir annoter un calcul où vous avez besoin d'une étape supplémentaire, détailler une étape sur une feuille à côté pour mieux comprendre...

- Chapitre 2 :
 - Bien comprendre et assimiler la partie 1 (Logique).
 - Bien comprendre les différents types de raisonnement vus, en particulier l'analyse-synthèse, et être capable de faire des récurrences irréprochables.
 - Connaître par cœur les définitions et propriétés de la factorielle et des coefficients binomiaux, les valeurs des sommes classiques, en particulier les deux plus utiles : $\sum q^k$ et formule du binôme, et connaître la formule plus difficile : $a^n - b^n = \dots$
 - Comprendre les méthodes de calcul sur les sommes simples et double, sur les produits. En particulier, les changements d'indices, les "relations de Chasles" ou mise d'un élément de côté, les différentes écritures d'une somme double ("échange des deux \sum ") en comprenant bien comment faire dans le cas où il y a une inégalité entre i et j .
- Chapitre 4 :

Nous l'avons quasiment fini, il faut arriver à la rentrée en l'ayant bien acquis.

 - Connaître les différentes formes sous lesquelles on manipule les nombres complexes (algébrique et trigonométrique) et les propriétés associées. Propriétés du conjugué, du module.
 - Se représenter les complexes d'un point de vue géométrique (interprétation du module, d'un argument, où se placent les réels, les imaginaires purs, les complexes de module 1, les racines n èmes, traduction de la colinéarité et orthogonalité...)
 - Parfaitement connaître les racines n èmes de l'unité
 - S'entraîner aux différentes "techniques" de calcul (via les exemples du cours et le TD) : linéarisation/délinéarisation, angle moitié, racines carrées (les deux méthodes), trinôme du 2nd degré, racines n èmes d'un complexe non nul ...
- Des choses transversales :

Comprendre quand il faut utiliser "donc" (ou rien) et quand il faut utiliser \Longleftrightarrow .

Comprendre quand on parle d'une fonction ou quand on parle d'une expression.

Ce sera en lien avec les deux points suivant : travail sur les DS/DM et les TD !

Retravailler les DM et DS

Reprendre vos copies, comprendre vos erreurs, comparer avec les corrigés. Bien comprendre les corrigés. Si vous avez le temps, ça peut valoir le coup de refaire une question ou un exercice "de base" que vous n'aviez pas réussi(e).

Revoir le TD

Le plus gros du travail doit être celui sur le cours.

Cependant, dans l'idéal, vous trouverez le temps de relire les corrigés des exercices faits en classe.

Et si vous avez vraiment le temps (en particulier si vous avez déjà fini le DM 4 et fait les exercices du TD 4 demandés, c.f. plus loin), refaites quelques exercices, par exemple :

- TD 1 exos 5, 6, 8, 11, 12, 14.4, 15, 17, 19
- TD 2 exos 7, 9, 10, 11.b, 12, 14, 17.a, 18
- TD 3 exos 6, 7abc, 9

Si vous n'avez pas le temps de refaire tous ces exercices, ce n'est pas grave.

Chaque heure passée à retravailler le cours, les corrections de TD/DS/DM, contribue à votre réussite, même si cela ne vous semble pas évident ! C'est ce travail acharné qui fait progresser et qui rend efficace.

Faire le DM 4

Il faut vous y prendre suffisamment à l'avance pour ne pas le bâcler. Au contraire, faites-le avec soin, et encadrez les résultats. Pas de recopiage : demandez-moi une indication si vous bloquez.

Faire les exercices suivants du TD 4

Si vous souhaitez vous avancer, vous pouvez tout faire sauf le dernier exercice. Cependant, je n'exige que ceux-ci pour lundi 7 novembre :

exo 11 (vous devez trouver $S = \frac{1}{2}$), 15, 16ab, 17a.

Travail facultatif

- Fortement conseillé : la fiche d'entraînement au calcul de dérivées, les corrigés arriveront au fur et à mesure des vacances.
- Fortement conseillé : si vous n'avez pas réussi les exercices 1 et 2 dans le DS 1 (résolutions d'équations et d'inéquations), refaites-les, et essayez les exemples suivants :

$$(E_1) : \sqrt{3} \sin(5x) = \cos(12x) - \cos(2x)$$

$$(E_2) : \sin(x) \tan(x) + 2 \cos(x) = 2$$

$$(I_1) : e^{2x-1} - \sqrt{e^{2x+2}} - 2e^3 > 0$$



- Si vous vous sentez fragile sur les calculs, en particulier avec des quotients (ne concerne pas toute la classe) : vous pouvez refaire l'AP de début d'année, et je mets sur mon site (rubrique TD) une autre feuille d'entraînement.

Programme du DS 2 (jeudi 10 novembre) : ch 2-3-4
(+ ch 1, c'est la base!)



À la fin des vacances, prenez du recul et mesurez le chemin parcouru depuis votre niveau de fin de Terminale. Revenez encore plus motivé(e), en vous disant que vous allez autant (voire plus) progresser lors de la deuxième période !

Arrivez avec de bonnes résolutions, en particulier en ce qui concerne l'organisation de votre travail, la participation et l'attention en cours.

 Bon courage à tous ! 

Je suis disponible pendant toutes les vacances pour répondre à la moindre question, surtout n'hésitez pas, je devrais avoir accès à internet toutes les vacances.

Vous pouvez me contacter par mail (delphine.sembely@gmail.com) voire par WhatsApp (0678290180).

Bonus : Cherchez l'erreur dans ce raisonnement ...

Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la proposition $P(n)$: "Dans tout ensemble de n élèves qui comporte au moins une fille, il n'y a que des filles".

- $P(1)$ est évidemment vérifiée.
- Supposons que $P(n)$ est vraie pour un $n \in \mathbb{N}^*$ fixé.
Prenons un groupe de $n + 1$ élèves du lycée qui comporte au moins une fille. Notons ce groupe $G = \{e_1, e_2, \dots, e_n, e_{n+1}\}$, e_1 étant une fille.
Ainsi, le groupe $G_1 = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ est un groupe à n élèves qui comporte une fille donc, d'après $P(n)$, il n'y a que des filles : e_1, e_2, \dots, e_n sont des filles.
Considérons alors le groupe $G_2 = \{e_1, e_2, \dots, e_{n-1}, e_{n+1}\}$. Lui aussi comporte n élèves et au moins une fille e_1 donc, toujours d'après $P(n)$, $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}, e_{n+1}$ sont des filles.
Au final, $e_1, e_2, \dots, e_n, e_{n+1}$ sont des filles donc $P(n + 1)$ est vraie.
- Conclusion : pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $P(n)$ est vraie.

Ainsi, en PTSI2, puisqu'il y a au moins une fille, il n'y a que des filles ...

Bonus 2 : Un petit exercice d'entraînement aux récurrences

(Nombres de Catalan)

On définit la suite $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par : $C_0 = 1$, et $\forall n \in \mathbb{N}$, $C_{n+1} = \sum_{k=0}^n C_k C_{n-k}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $C_n \in \mathbb{N}$.