

## Entraînement au calcul algébrique : niveau 2.

### Quotients

**Question 13.** Simplifier :

$$A = \frac{\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}}}}{1} \quad (\text{on pourra faire des calculs intermédiaires}), \quad B = \frac{2 + \frac{2+a}{2-a}}{2 - \frac{2+a}{2-a}}$$

**Question 14.** Simplifier :

$$A = \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{x}{ab}\right)(x+a+b)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{x^2}{a^2b^2}} \quad B = \frac{2x+3}{2(2x-3)} + \frac{12x}{9-4x^2} + \frac{3-2x}{4x+6}$$

### Puissances

**Question 15.** Écrire comme produit de puissances de nombres premiers : 7840.

**Question 16.** Simplifier, sans se préoccuper de l'existence :

$$A = \frac{-3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 8\left(\frac{7}{2}\right)^2}{5\left(\frac{2}{5}\right)^2 - 6\left(\frac{4}{3}\right)^2}$$

**Question 17.** Parmi les nombres suivants, lesquels peuvent s'écrire sous la forme  $a^n$  avec  $a$  et  $n$  entiers ( $n \neq 1$ ) ? Le cas échéant, déterminer  $a$  et  $n$ , avec  $n$  le plus grand possible.

$$12^3 \times 3^3 \quad 125^2 \times 3^6 \quad 3^3 \times 5^6 \quad 7^2 \times 2^3$$

### Développements

**Question 18.** 1°) Montrer que, pour  $a, b, c$  réels :  $a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a) = (a-b)(b-c)(c-a)$ .

2°) Montrer que, pour  $a, b, c$  réels :  $(a+b+c)^2 + (-a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2 = 4(a^2+b^2+c^2)$

## Factorisations

**Question 19.** Factoriser les expressions suivantes :

1°)  $A = 16(2x + 7)^2 - 25(3x - 7)^2$

2°)  $B = 18x^3 + 9x^2 - 2x - 1$

3°)  $C = (4x^2 - 25)(x + 2) - (x^2 - 4)(2x + 5) + (5x + 10)(2x + 5)$

## Comparaisons sans calculatrice

**Question 20.** Justifier, sans calculer les fractions, que  $\frac{7}{4} < \frac{9}{5}$ .

**Question 21.** Comparer  $1 + \sqrt{2}$  et  $\sqrt{3}$ .

**Question 22.** Montrer que  $\sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{8}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$ .

**Question 23.** Calculer  $A$  où  $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ .

## Simplification de $\ln$ et $\exp$

**Question 24.** Simplifier  $e^{3\ln 2}$ .

**Question 25.** Pour quelles valeurs de  $x$  l'expression  $\ln(x^2)$  existe-t-elle ? La simplifier.

**Question 26.** Simplifier  $A = 2\ln\left(\frac{3}{4}\right) - 3\ln\left(\frac{3}{8}\right)$  et  $B = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  (obtenir des expressions n'utilisant que des logarithmes de nombres premiers).

**Question 27.** Déterminer le domaine de définition de l'expression  $e^{x - \ln(x+1)}$  et la simplifier.