

Programme de la semaine 3 (du 03/10 au 09/10).

Méthodes de base en analyse

Reprise en insistant sur :

- Fonctions trigonométriques : propriétés de base, valeurs d'annulation, conditions d'égalités ($\cos(x) = \cos(y)$, etc), relations élémentaires ($\cos(\pi - x) = -\cos(x)$, etc), valeurs particulières, dérivées et graphes. Formules trigonométriques : addition, duplication. Les formules de transformation de produit en somme et de somme en produit sont à savoir retrouver, les formules avec $\tan \frac{\theta}{2}$ ne sont pas au programme.

Logique, méthodes de raisonnement, calcul algébrique

- Quelques éléments de logique : propositions mathématiques, conjonction, disjonction, négation, implication, équivalence.
- Quantificateurs \forall et \exists , négation d'une proposition comportant des quantificateurs.
- Raisonnements par l'absurde, par double implication, par contraposée, preuve d'une unicité, raisonnements par analyse-synthèse, récurrences simples, doubles, fortes.
- Définition de $n!$ et des coefficients binomiaux, propriétés de base.
- (PAS D'EXERCICE SUR LES SOMMES) Manipulation du symbole \sum , en particulier changement d'indice et sommes télescopiques. Premières sommes à connaître : $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Formule du binôme.

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- une formule trigo ;
- et l'une des démonstrations suivantes :

- Montrer que $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ (domaine de validité à préciser) + montrer la formule pour $\sum_{k=1}^n k^2$ (récurrence).
- Formule du binôme : démontrer uniquement l'hérédité, autrement dit : sachant que $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$ ($n \in \mathbb{N}^*$ fixé), montrer que $(a+b)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} a^{n+1-k} b^k$.
- Toute fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} s'écrit de façon unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

Semaine suivante : Raisonnements, calculs algébriques, nouvelles fonctions usuelles.