Многокритериальный анализ.

3. Экспертные оценки.

- Формулировка проблемы
- Этапы проведения экспертизы
- Результат экспертизы
- Работа с экспертом
- Взаимодействие и обратная связь
- Метод Дельфы

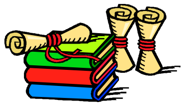
Экспертиза и методы ее проведения

- Попарные сравнения объектов
- Метод Черчмена-Акоффа

Индивидуальная экспертная оценка

- Определение коллективного мнения путем усреднения
- Определение коллективного мнения по выбранной схеме компромисса
- Учет компетентности экспертов

Определение коллективного мнения экспертов



Экспертиза и методы ее проведения

- Формулировка проблемы
- Этапы проведения экспертизы
- Результат экспертизы
- Работа с экспертом
- Взаимодействие и обратная связь
- Метод Дельфы

Трудности при принятии решений

Недостаточная достоверность исходных данных.

- Например, данные о нагрузке на телефонную сеть. В связи с миграцией Потребности населения меняются во времени.

Информация имеет качественный характер

- Например, надежность производителя приобретаемого оборудования. Сюда же можно отнести и показатели надежности оборудования, удобство управления им.

Необходимую информацию получить можно, но это – большие затраты

- Например, невозможно установить контакт с производителем. Или такие технические параметры просто в принципе отсутствуют.

Факторы будущего, которые трудно предсказать

- Например, будущие потребности в номерной емкости различных географических районов.

Множественность возможных исходов и влияние на принятие решений в будущем.

- Например, выбор АТС данного типа может привести к тому, что в дальнейшем придется приобретать линейку оборудо-вания только этого производителя.

Применение расчетов при принятии решений всегда переплетается с использованием суждений руководителей, ученых, специалистов.

Формулировка проблемы

- Экспертам предлагается сформулировать численную оценку каждого объекта из некоторого их набора.
  - Набор объектов одинаков для всех экспертов.
  - Каждый эксперт формирует свой набор (вектор) оценок этих объектов.
  - Лицу, принимающему решение (ЛПР), необходимо оценки сравнить и выработать общее мнение группы экспертов.

- В дальнейшем будем полагать, что в поставленной перед m экспертами задаче оценки присутствуют n оцениваемых объектов, которые каждый из экспертов оценивает различным способом. Обозначим через e_{ij} оценку (estimation) i-го показателя, выставленную j-м экспертом. Тогда можно сказать, что каждый эксперт формирует n-мерный вектор-столбец оценок объектов:
- $e^j = (e_{1j}, \dots, e_{nj}), \quad j = 1, \dots, m.$

Этапы проведения экспертизы

ЛПР (или консультант) формулирует множество допустимых оценок , используемое всеми экспертами.

Каждый эксперт формирует свой набор оценок (наиболее адекватных с его точки зрения).

- При этом эксперты могут взаимодействовать между собой.

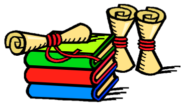
По заранее разработанной методике ЛПР находит результирующую оценку каждого объекта.

Если полученная итоговая оценка (и, соответственно, решение) не устраивает ЛПР, то возможно предоставление экспертам дополнительной информации и повторное оценивание.

Результат экспертизы

- Результатом проведения экспертизы является набор оценок $e = (e_1, \dots, e_n)$.
  - В данную формулировку укладываются практически все задачи, которые могут быть сформулированы в задачах принятия решений.

- *Задача ранжирования*.
  - Каждому из n объектов приписывается порядковый номер (ранг) объекта при упорядочении их в порядке убывания (или возрастания) предпочтительности.
  - Ранжирование может быть строгое или нестрогое.
    - В случае *строгого ранжирования* результатом экспертизы является одна из перестановок множества из n номеров $\{1, \dots, n\}$:
      $e_j \in \{1, \dots, n\}; \; e_i \neq e_k, \qquad i, k \in \{1, \dots, n\}$.
    - В случае *нестрогого ранжирования* различные объекты могут иметь одинаковый ранг.
- *Задача оценивания*.
  - В этом случае каждому из n объектов присваивается некоторое число, являющееся характеристикой (оценкой) качества этого объекта.
  - Оценка выставляется в некоторой шкале, которая устанавливается ЛПР.
    - В частности, при оценивании предпочтительности частных критериев оптимальности необходимо, чтобы коэффициенты важности были неотрицательны, а их сумма равнялась единице.



Работа с экспертом

- *Аналитическая форма опроса* предполагает самостоятельную длительную работу эксперта.
  - Этот метод еще называют *методом докладной записки*. Эксперт в свободной форме излагает свое мнение.
  - Эта форма опроса является плохо формализуемой и трудоемкой для эксперта, зато позволяет наиболее точно выяснить его мнение.

- *Опрос типа интервью* предполагает беседу ЛПР с экспертом для ответов на заранее подготовленные вопросы.
  - Недостатки: сложность формализации и высокие требования, предъявляемые к ЛПР и эксперту.

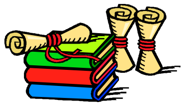
- Наиболее часто применяемой формой опроса является *анкетирование*.
  - Анкета – это набор вопросов, на которые предлагается ответить эксперту.
  - Сформулированные вопросы не должны допускать неоднозначного толкования.
  - Считается, что эксперт лучше отвечает на качественные вопросы (типа лучше-хуже), чем на количественные.

Взаимодействие и обратная связь

Различают три уровня взаимодействия экспертов во время проведения экспертизы:

- эксперты могут свободно обмениваться информацией друг с другом;
- обмен информацией между экспертами регламентирован;
- эксперты изолированы друг от друга (абсолютная независимость мнений).

- *Схема типа «круглого стола»* – свободный обмен информацией.
  - Общее мнение вырабатывается после обсуждения поставленных вопросов.
  - Данная схема предъявляет высокие требования к экспертам – умение высказывать собственное мнение и отстаивать его независимо от мнения и давления других.
- *Схема «мозговой атаки»* предполагает некоторую регламентацию обмена информацией.
  - Суть: в течение определенного промежутка времени любое высказанное мнение не подлежит обсуждению и не может быть отвергнуто.
  - Эксперт имеет возможность хорошо обдумать все высказанные мнения и потом группа принимает какое-то решение (формулирует общее мнение).
- *Метод Дельфы* – более серьезная регламентация.



Метод Дельфы

- **Метод Дельфы – набор последовательных процедур.**

- **Основные черты:**
  - Анонимность:
    - Применение индивидуального опроса;
  - Регулируемая обратная связь:
    - Проведение нескольких туров опроса;
  - Групповой ответ.

- **Предпосылки в основе:**
  - поставленные вопросы должны допускать возможность выражения ответа в виде числа;
  - эксперты должны располагать достаточной информацией для того, чтобы дать оценку;
  - ответ на каждый из вопросов (оценка) должен быть обоснован экспертом.

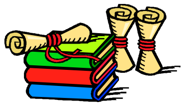
- Подробно метод Дельфы изложен в [Бешелев, Гурвич, 1980]

- Пример применения метода Дельфы для назначения весовых коэффициентов важности частных критериев оптимальности.

- *Первый тур опроса*.
  - Эксперты независимо заполняют анкету для указания численных оценок (в баллах) важности весовых коэффициентов.
  - ЛПР производит объединение индивидуальных мнений.
    - Формируем таблицу заполненных значений у разных экспертов.
    - Таблица составляется на условиях полной анонимности.

- *Второй тур опроса*.
  - Экспертам предъявляют итоговую таблицу с просьбой откорректировать ее и снова высказать свое мнение, уточнив его при необходимости.
    - Поскольку таблица составлена анонимно, то эксперт может сравнить свое мнение по данной проблеме с мнением других экспертов и принять для себя решение – прав он или не прав.

- Далее туры опросов повторяются до тех пор, пока не будет получено коллективное мнение, удовлетворяющее ЛПР.



- Попарные сравнения объектов
- Метод Черчмена-Акоффа

Индивидуальная экспертная оценка

Цель систем индивидуальной экспертизы

- Цель – помочь эксперту в формулировании предпочтений и формировании на их основе численных значений оценок объектов.

- Помощь заключается в предотвращении противоречий в суждениях, полноты оценки и отображении результатов.

Попарные сравнения объектов

- Эксперт рассматривает все возможные пары объектов и сравнивает их по предпочтительности.
  - Таким образом, эксперт должен сравнить $C_n^2 = n(n-1)/2$ пар.
- Эксперт, рассматривая каждую пару (i, j):
  - ставит на первое место в паре лучший (более предпочтительный) объект;
  - назначает оценку сравнения в виде рациональной дроби, в числителе которой – число, большее или равное единице, а в знаменателе всегда стоит единица.
  - Если дробь равна $1/1$, то эти два объекта эквивалентны по важности.
- По результатам сравнения строится матрица М размерности $(n \times n)$ из элементов v_{ij}:
  - v_{ij} равна числителю оценки пары объектов (i, j),
  - элемент v_{ji} ставится единица.
- Итоговая оценка объекта вычисляется по формуле:

$$e_i = \sum_{j=1}^{n} v_{ij} \Bigg/ \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} v_{kj}, \qquad i = 1, \dots, n.$$

Пример. Пусть имеется набор из четырех объектов. Эксперт построил шкалу сравнительной важности:

- $v_{ij} = 10/1$ – подавляющее преимущество по качеству объекта i по сравнению с объектом j;
- $v_{ij} = 5/1$ – значительно большее преимущество;
- $v_{ij} = 2/1$ – большое преимущество;
- $v_{ij} = 1/1$ – означает эквивалентность.

Пользуясь этой шкалой, эксперт указал следующие попарные оценки относительной предпочтительности: $v_{12} = 10/1$; $v_{13} = 2/1$; $v_{14} = 1/1$; $v_{23} = 1/1$; $v_{24} = 5/1$; $v_{34} = 10/1$.

Тогда матрица оценок имеет вид:

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0	10	2	1
x_2	1	0	1	5
x_3	1	1	0	10
x_4	1	1	1	0

Результирующие оценки:

	1	2	3	4
Суммарная оценка	13	7	12	3
Итоговая оценка e_i	0.371	0.200	0.343	0.086

Метод Черчмена-Акоффа

Данный метод предназначен для формирования суждения о предпочтительности объектов и их групп у эксперта.

Алгоритм заключается в проведении серии проверок суждений об отношениях предпочтения для объектов $x_1, x_2, \dots, x_n$ и состоит из следующих этапов.

1. Эксперт осуществляет линейное упорядочение объектов в порядке убывания их предпочтительности и перенумеровывает объекты таким образом, чтобы индекс 1 соответствовал критерию с наибольшей важностью, а индекс n – с наименьшей.
2. Объекту x_n присваивается оценка $v_n = 1$. После этого эксперт, используя нелинейную шкалу порядков, приписывает разные числа оценкам v_i, которые отражают его суждения об относительной предпочтительности объектов. Данные оценки на следующем этапе эксперту не показываются.
3. Строится таблица вариантов логического выбора следующего вида.

1	2	...	n-2
$x_1 \nabla x_2 + x_3 + \cdots + x_n$	$x_2 \nabla x_3 + x_4 + \cdots + x_n$	...	$x_{n-2} \nabla x_{n-1} + x_n$
$x_1 \nabla x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1}$	$x_2 \nabla x_3 + x_4 + \cdots + x_{n-1}$	...	Конец работы
$x_1 \nabla x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-2}$	$x_2 \nabla x_3 + x_4 + \cdots + x_{n-2}$	...	
$x_1 \nabla x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-3}$	...	...	
...	$x_2 \nabla x_3 + x_4$		
$x_1 \nabla x_2 + x_3$	Переход к след. столбцу		
Переход к след. столбцу			

Метод Черчмена-Акоффа (2)

4. Лицу, принимающему решение, предлагается рассмотреть столбцы с первого по $(n-2)$-й сверху вниз и зафиксировать свои суждения при помощи отношений предпочтения ($\prec, \succ$ или $\sim$), устанавливая один из этих знаков вместо знака ∇ между левой и правой частями отношений: $x \succ y \Longrightarrow x$ предпочтительнее y; $x \prec y \Longrightarrow y$ предпочтительнее x; $x \sim y \Longrightarrow x$ эквивалентен по важности y.

   Просмотр начинается в левого верхнего угла таблицы. Если при просмотре оказывается, что левая часть (x) предпочтительнее или эквивалентна правой части (y), то осуществляется переход к первой строке следующего столбца. В противном случае, продолжаем просмотр данного столбца до конца.
5. Эксперту предлагается проставить оценки v_i, полученные на этапе 2, в отношения логического выбора, зафиксированные на этапе 3.
   - Если обнаруживается несоответствие, то оценки v_i изменяются в минимально возможной степени так, чтобы достигнуть соответствия с решениями, проставленными в отношениях таблицы вариантов логического выбора. Проверка значений проводится с нижней строки $(n-2)$ -го столбца.
6. По уточненным значениям оценок v_i вычисляются оценки объектов:

$$e_i = v_i / \sum_{j=1}^{n} v_j\,, \qquad i = 1, \dots, n.$$

Рассмотрим пример применения этого метода на примере оценки пяти объектов.

- В результате выполнения этапов 1 и 2 данного алгоритма, объекты перенумерованы в порядке убывания предпочтительности $x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_5$ и им приписаны оценки: $v_1 = 10; v_2 = 5; v_3 = 4; v_4 = 3;\ v_5 = 2$.
- На третьем этапе эксперт строит таблицу и высказывает свои суждения о предпочтениях. Тогда результаты работы могут выглядеть следующим образом:

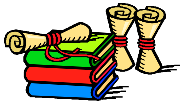
1	2	3
$x_1 \prec x_2 + x_3 + x_4 + x_5$	$x_2 \prec x_3 + x_4 + x_5$	$x_3 \succ x_4 + x_5$
$x_1 \prec x_2 + x_3 + x_4$	$x_2 \succ x_3 + x_4$	
$x_1 \succ x_2 + x_3$		

- После этого (четвертый этап) эксперт начинает сравнение полученных соотношений (начиная с самого последнего) с численными значениями оценок v_i, полученными на втором этапе.
  - $v_3 > v_4 + v_5$? Нет, так как введенные численные оценки противоречат этому $(4 > 3 + 2)$. В связи с этим принимаем $v_3 = 6$.
  - $v_2 > v_3 + v_4$? Нет, так как численные оценки также этому противоречат $(5 > 6 + 3)$. Для корректировки принимаем $v_2 = 10$.
  - $v_2 < v_3 + v_4 + v_5$? Численные оценки удовлетворяют этому $(10 < 6 + 3 + 2)$.
  - $v_1 > v_2 + v_3$? Обнаруживаем очередное противоречие $(10 > 10 + 6)$. Для корректировки принимаем $v_1 = 17$.
  - $v_1 < v_2 + v_3 + v_4$? Данное соотношение удовлетворяется $(17 < 10 + 6 + 3)$.
  - $v_1 < v_2 + v_3 + v_4 + v_5$? Данное соотношение также удовлетворяется $(17 < 10 + 6 + 3 + 2)$.
- В результате получаем следующие уточненные оценки v_i и итоговые оценки x_i:

	1	2	3	4	5
Уточненные оценки v_i	17	10	6	3	2
Итоговые оценки e_i	0.447	0.263	0.158	0.079	0.053

- Определение коллективного мнения путем усреднения
- Определение коллективного мнения по выбранной схеме компромисса
- Учет компетентности экспертов

Определение коллективного мнения экспертов



Постановка задачи

Групповая экспертиза предполагает независимую или совместную работу нескольких экспертов, формирующих свои собственные мнения, объединяющиеся затем в общее мнение группы экспертов.

- Будем полагать, что в поставленной перед m экспертами задаче присутствуют n объектов.
- Обозначим через e_{ij} оценку i-го объекта, выставленную j-м экспертом.
- Таким образом, каждый эксперт формирует n-мерный вектор-столбец оценок объектов $e^j = \left(e_{1j}, \dots, e_{nj}\right), j = 1, \dots, m$.
- Сформируем матрицу $E_{n \times m}$ оценок размерности $n \times m$:
  - $E = \begin{Vmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{n1} & e_{n2} & \dots & e_{nm} \end{Vmatrix}.$

Использование усреднения

- Самый простой способ получения групповой оценки при условии, что все эксперты равноправны, является вычисление средних оценок для каждого частного критерия:

$$\overline{e_i} = {}^{1}\!/_{m} \sum_{j=1}^{m} e_{ij}\,, \qquad i = 1, \dots, n.$$

- Пример. Мнение экспертов:

	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3
Объект 1	0.210	0.600	0.600
Объект 2	0.200	0.110	0.200
Объект 3	0.250	0.190	0.100
Объект 4	0.340	0.100	0.100

- Итоговая оценка:

Объект i	Итоговые оценки e_i
1	0.470
2	0.170
3	0.180
4	0.180

Выбор схемы компромисса

- Данный подход предполагает, что требуется найти (вычислить) такой набор оценок, который был бы наиболее близок (в определенном смысле) к оценкам, установленным всеми экспертами.

- Для того, чтобы определить, какой именно набор оценок является наиболее близким ко всем остальным, требуется ввести меру близости $F(E, e)$.

- Мера близости определяет, насколько далек итоговый набор весовых коэффициентов e от всех остальных. Следовательно, требуется найти такой набор оценок e^*, мера близости которого была минимальной:

$$e^* = \arg\min_{e \in D_e} F(E, e)$$

- Этот набор и будем считать наиболее близким по выбранной схеме компромисса.

- Теорема. Если мерой близости является $F(E,e)$ является функция

$$F(E,e) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(e_{ij} - e_i\right)^2,$$

то оптимальным решением задачи является вектор средних значений по строкам матрицы.

  – То есть, если мерой близости является Евклидово расстояние, то средние значения, вычисленные по данной формуле, наилучшим образом подходят для компромиссного набора весовых коэффициентов.

Выбор схемы компромисса (3)

- Теорема. Если мерой близости является $F(E, e)$ является функция

$$F(E, e) = \min_{1 \le i \le n} \max_{1 \le j \le m} \left| e_{ij} - e_i \right|,$$

то оптимальным решением задачи является вектор, построенный по специальному алгоритму.

 – То есть требуется найти такой вектор оценок, чтобы максимальное (по всем его компонентам) отклонение от каждого из векторов разных экспертов было как можно меньше.

Выбор схемы компромисса (4)

1. Для каждой -й строки матрицы оценок объектов вычисляем следующие параметры:

$$e_i^- = \min_{1\le j\le m} e_{ij}\,;\; e_i^+ = \max_{1\le j\le m} e_{ij}\,;\; \overline{e_i} = \frac{e_i^+ + e_i^-}{2}$$

$$\Delta_i = \frac{e_i^+ - e_i^-}{2};\; \bar{\Delta} = \max_{1\le i\le m} \Delta_i\,;$$

$$a_i = \max\{0, \overline{e_i} - \bar{\Delta} + \Delta_i\};$$

$$b_i = \min\{1, \overline{e_i} + \bar{\Delta} - \Delta_i\}.$$

2. Из матрицы E исключаем все строки, для которых выполняется
$\bar{\Delta} = \Delta_i$.
Пусть это выполняется для всех строк с номерами $i = r+1, \dots, n$.
Для этих строк принимаем:
$e_i^* = \bar{e}_i,\;\; i = r+1, \dots, n;$
а остальные строки, для которых выполняется соотношение $\bar{\Delta} > \Delta_i$, перенумеровываем в порядке возрастания a_j: $0 \le a_1 \le \cdots \le a_r$.
3. Если выполняется $\sum_{i=1}^{n} a_i \le 1$, то переходим к пункту 4. Иначе переходим к пункту 9.
4. Если выполняется $\sum_{i=1}^{n} b_i \ge 1$, то, приняв $z = r$ и $R_z = 1 - \sum_{i=r+1}^{n} \bar{e}_i$, переходим к пункту 5. Иначе переходим к пункту 12.
5. Если $R_z/z \ge a_z$, то $e_i^* = R_z/z,\;\; i = 1, \dots, z$ и переходим к пункту 7. Иначе переходим к пункту 6.
6. Принимаем $e_r^* = a_r; R_r = a_r; r = r - 1$ и повторяем все вычисления с пункта 5.
7. Если $R_z/r \le \min_{1\le i\le r}\{b_i\}$, а t – это значение индекса i, в котором достигается этот минимум, то итоговые оценки рассчитаны и задача решена. Иначе переходим к пункту 8.
8. Принимаем $e_t^* = b_t; R_z = R_z - b_t; z = z - 1$. Затем исключаем t-ю строку из рассмотрения, вновь перенумеровываем строки по возрастанию нижних граничных значений a_i и повторяем все вычисления с пункта 5.
9. Принимаем $k = r$ и $R_k = 1 - \sum_{i=1}^{m} a_i$.
10. Если $R_k/k \le a_k$, то $e_i^* = a_i - R_k/k,\;\; i = 1, \dots, k$ и итоговые оценки получены. Иначе переходим к пункту 11.
11. Принимаем $e_k^* = 0; R_k = R_k - a_k; k = k - 1$ и повторяем все вычисления с пункта 10.
12. Упорядочиваем строки матрицы E размерности $(r \times m)$ в порядке убывания b_i: $b_1 \ge b_2 \ge \cdots \ge b_r \ge 0$ и принимаем $k = r; R_k = 1 - \sum_{i=1}^{n} b_i$.
13. Если $R_k/k \le 1 - b_k$, то $e_i^* = b_i + R_k/k,\;\; i = 1, \dots, k$ и итоговые оценки получены. Иначе переходим к пункту 14.
14. Принимаем $e_k^* = 0; R_k = R_k - (1 - b_k), k = k - 1$ и повторяем все вычисления с пункта 13.

Выбор схемы компромисса (5)

Рассмотрим пример работы данного алгоритма на примере той же задачи:

	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3
Объект 1	0.210	0.600	0.600
Объект 2	0.200	0.110	0.200
Объект 3	0.250	0.190	0.100
Объект 4	0.340	0.100	0.100

Шаг 1. Рассчитываем все необходимые величины.

	Δ_i	a_i	b_i
Объект 1	0.195	0.405	0.405
Объект 2	0.045	0.005	0.305
Объект 3	0.075	0.055	0.295
Объект 4	0.120	0.145	0.295

При этом $\bar{\Delta}$= 0.195.

Шаг 2. Исключаем первую строку, принимаем $e_i^* = 0.405$; остальные строки переупорядочиваем по возрастанию a_i:

	Δ_i	a_i	b_i
Объект 2	0.045	0.005	0.305
Объект 3	0.075	0.055	0.295
Объект 4	0.120	0.145	0.295

Шаг 3. Условие выполняется, переходим к шагу 4.

Шаг 4. Условие выполняется, полагаем $z = 3$ и $R_z = 0.595$.

Шаг 5. Условие выполняется, поэтому в дальнейшем на шаге 7 заканчиваем работу, получив следующие итоговые оценки:

Объект i	Итоговые оценки e_i
1	0.405
2	0.198
3	0.198
4	0.198

Учет компетентности экспертов

- Для учета компетентности экспертов можно ввести коэффициенты компетентности (*competence*)
$$c_j, \qquad j = 1, \dots, m,$$
используемые как весовые при формировании итоговой групповой оценки.
- Тогда итоговую оценку объектов можно получить как
$$\bar{e}_i = \sum_{j=1}^{m} c_j e_{ij}, i = 1, \dots, n.$$
- В монографии [Миркин, 1974] приводится итерационная процедура, позволяющая получить оценки c_j по информации о том, насколько оценки -го эксперта согласованы с оценками других экспертов.

Учет компетентности экспертов (2)

- Начальное значение вектора-столбца компетентности c^0 выбирается из условия, что все эксперты одинаково компетентны:

$$c^0 = \left(\frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m}\right).$$

- Последующие итерации ($r = 1,2,3, \dots$) осуществляются по формулам:

$$e^r = E \cdot c^{r-1};$$

$$(c^r)^T = \frac{1}{z^r}(e^r)^T \cdot E;$$

$$z^r = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} e_i^r e_{ij}.$$

- Итерационный процесс останавливается, когда

$$\max_{1 \le i \le n} \left| e_i^r - e_i^{r-1} \right| \le \varepsilon,$$

- то есть по достижении заданной точности. При этом получается групповое решение о значениях оценок объектов.

Учет компетентности экспертов (3)

- Исходная матрица:

	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3
Объект 1	0.210	0.600	0.600
Объект 2	0.200	0.110	0.200
Объект 3	0.250	0.190	0.100
Объект 4	0.340	0.100	0.100

- Оценка компетентности экспертов:

$r = 3$	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3
Оценка c_j	0.2386	0.3799	0.3815

- Значения оценок объектов:

$r = 4$	Объект 1	Объект 2	Объект 3	Объект 4
e_i	0.5045	0.1834	0.1548	0.1573